ЖЭТФ, 2011, том 139, вып. 6, стр. 1074–1080

СТАЦИОНАРНОЕ СОСТОЯНИЕ АНСАМБЛЯ АТОМОВ МАЛОЙ ПЛОТНОСТИ В МОНОХРОМАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ С УЧЕТОМ ЭФФЕКТОВ ОТДАЧИ

О. Н. Прудников, Р. Я. Ильенков, А. В. Тайченачев, А. М. Тумайкин, В. И. Юдин

Новосибирский государственный университет *

Институт лазерной физики **
Сибирского отделения Российской академии наук
630090, Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 15 ноября 2010 г.

Разработан метод расчета стационарного решения квантового кинетического уравнения для матрицы плотности атомов в произвольно поляризованном монохроматическом поле с полным учетом эффектов отдачи и вырожденности атомных уровней по проекции углового момента. Такой метод позволяет получить наиболее общее решение, свободное от используемых ранее приближений (квазиклассического приближения, секулярного приближения и т. п.) В частности, показано, что температура лазерного охлаждения есть функция не только глубины оптического потенциала (как считалось ранее), но и массы атома.

1. ВВЕДЕНИЕ

Лазерное охлаждение нейтральных атомов является одним из приоритетных направлений развития атомной и лазерной физики. Холодные атомы используются в атомной спектроскопии, стандартах частоты нового поколения, в экспериментах с конденсатом Бозе–Эйнштейна нейтральных атомов и т. д. Основная сложность теоретического описания заключается в том, что кинетика нейтральных атомов в поляризованных световых полях описывается квантовым кинетическим уравнением для атомной матрицы плотности, включающим все атомные уровни и когерентность между ними, а также учитывающее эффекты отдачи, возникающие в процессах поглощения и излучения фотонов. Для качественного описания кинетических эффектов изначально был развит квазиклассический подход (см., например, [1]), при котором уравнения для матрицы плотности сводятся к уравнению типа Фоккера–Планка для вигнеровской функции распределения в фазовом пространстве. Одним из основных условий применимости квазиклассического подхода является малость параметра отдачи ω_R/γ, где γ — скорость спонтанного распада, а $\hbar\omega_R = \hbar^2k^2/M$ — энергия отдачи, получаемая атомом с массой M в покое при излучении или поглощении фотона с импульсом $\hbar k$. Другим необходимым условием является малость импульса фотонов светового поля по отношению к ширине импульсного распределения атомов, $\hbar k/\Delta p \ll 1$. В рамках данного подхода были получены выражения для силы и коэффициентов диффузии, позволяющие приближенно описать эффекты охлаждения и динамику атомов в световых полях, включая эффекты доплеровского и субдоплеровского охлаждения атомов. Позже были развиты квантовые методы, позволяющие анализировать кинетику атомов вне рамок квазиклассического приближения [2–4]. Однако развитые квантовые подходы также имеют ряд ограничений. Так, например, для квантового описания охлаждения и локализации атомов в оптическом потенциале используется секулярное приближение [4–9]:

$$\sqrt{U_0/\hbar\omega_R} \ll |\delta|/\gamma. \qquad (1)$$

В данном приближении расстояние между энергетическими зонами в оптическом потенциале больше их ширины, обусловленной оптической накачкой и туннелированием. Световой сдвиг U_0 определяет глуби-

*E-mail: llf@admin.nsu.ru
**E-mail: llf@laser.nsc.ru

ну оптического потенциала, $\delta = \omega - \omega_0$ отстройка частоты светового поля ω от частоты атомного перехода ω_0. При фиксированной глубине оптического потенциала данное приближение справедливо в пределе больших отстроек и, наоборот, при заданной отстройке оно нарушается в глубоком оптическом потенциале. Более того, даже при выполнении условия (1) секулярное приближение хорошо выполняется лишь для нижних колебательных уровней оптического потенциала и нарушается для более высоких, где расстояние между колебательными уровнями становится меньшим вследствие эффектов ангармонизма. Тем более секулярное приближение не применимо для атомов, совершающих надбарьерное движение.

В настоящей работе развит альтернативный метод, позволяющий найти стационарное решение для матрицы плотности атомов с вырожденными по проекции углового момента уровнями в световом поле, образованном встречными волнами произвольной интенсивности и поляризации. Предложенный метод позволяет точно учесть поступательное движение атомов и эффекты отдачи, возникающие в процессах поглощения и излучения фотонов.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим одномерное движение атомов (вдоль оси z), имеющих полные угловые моменты в основном j_g и возбужденном j_e состояниях, в поле, образованном встречными световыми волнами равной частоты и интенсивности,

$$\mathbf{E}(z,t) = E_0\left(\mathbf{e}_1 e^{ikz} + \mathbf{e}_2 e^{-ikz}\right)e^{-i\omega t} + \text{c.c.},$$
$$\mathbf{e}_n = \sum_{\sigma=0,\pm1} e_n^\sigma \mathbf{e}_\sigma, \quad n = 1,2. \tag{2}$$

Здесь E_0 — амплитуда каждой из встречных волн. Единичные векторы $\mathbf{e}_1$ и $\mathbf{e}_2$ с контравариантными компонентами e_n^σ в циклическом базисе $\{\mathbf{e}_0 = \mathbf{e}_z, \mathbf{e}_{\pm1} = \mp(\mathbf{e}_x \pm i\mathbf{e}_y)/\sqrt{2}\}$ определяют поляризацию встречных волн.

Эволюция ансамбля атомов малой плотности, когда межатомным взаимодействием можно пренебречь, определяется квантовым кинетическим уравнением для атомной матрицы плотности $\hat\rho$ в одночастичном приближении:

$$\frac{\partial}{\partial t}\hat\rho = -\frac{i}{\hbar}\left[\hat H, \hat\rho\right] - \hat\Gamma\{\hat\rho\}, \tag{3}$$

где $\hat H$ — гамильтониан, а член $\hat\Gamma\{\hat\rho\}$ описывает релаксацию атомных уровней в процессе спонтанного распада. Отметим, что данное уравнение записано в общем операторном виде. Конкретный вид уравнения определяется выбранным представлением для двухточечной матрицы плотности. Наиболее часто используются импульсное представление $\hat\rho(p_1, p_2)$, координатное представление $\hat\rho(z_1, z_2)$ и вигнеровское (координатно-импульсное) представление $\hat\rho(z, p)$, где $z = (z_1 + z_2)/2$ и $p = (p_1 + p_2)/2$. Для нашего метода наиболее подходящим является координатное представление:

$$\frac{\partial}{\partial t}\hat\rho(z_1,z_2) = -\frac{i}{\hbar}\Big[\hat H(z_1)\hat\rho(z_1,z_2) - $$
$$- \hat\rho(z_1,z_2)\hat H(z_2)\Big] - \hat\Gamma\{\hat\rho(z_1,z_2)\}. \tag{4}$$

Гамильтониан атома $\hat H(z)$ разбивается на сумму слагаемых:

$$\hat H(z) = \frac{\hat p^2}{2M} + \hat H_0 + \hat V_{ED}(z), \tag{5}$$

где $\hat p = -i\hbar\partial/\partial z$ — оператор импульса в координатном представлении, $\hat H_0 = -\hbar\delta\hat P_e$ — гамильтониан свободного атома,

$$\hat P_e = \sum_{\mu_e} |J_e, \mu_e\rangle\langle J_e, \mu_e|$$

— проекционный оператор. Последнее слагаемое $\hat V_{ED}(z)$ описывает взаимодействие атома с полем (2) в точке z. Матрицу плотности $\hat\rho$ можно разбить на четыре матричных блока:

$$\hat\rho = \begin{pmatrix} \hat\rho^{ee} & \hat\rho^{eg} \\ \hat\rho^{gg} & \hat\rho^{gg} \end{pmatrix}, \tag{6}$$

где $\hat\rho^{gg}$, $\hat\rho^{ee}$ — матрицы плотности основного и возбужденного состояний, $\hat\rho^{ge}$, $\hat\rho^{eg}$ — матрицы, описывающие оптическую когерентность между различными подуровнями основного и возбужденного состояний. Тогда оператор взаимодействия с полем $\hat V_{ED}(z)$ также можно разбить на блоки:

$$\hat V_{ED} = \begin{pmatrix} 0 & \hat V \\ \hat V^\dagger & 0 \end{pmatrix}, \tag{7}$$

где матрица $\hat V$, имеющая вид

$$\hat V(z) = \hat V_1 e^{ikz} + \hat V_2 e^{-ikz},$$
$$\hat V_n = \hbar\Omega \sum_{\sigma=0,\pm1} \hat T_\sigma\, e_n^\sigma, \quad n = 1,2, \tag{8}$$

определяется векторами поляризаций встречных волн и векторным оператором $\hat T_q$, матричные элементы которого выражаются через коэффициенты Клебша–Гордана:

$$\hat T_\sigma = \sum_{\mu_e,\mu_g} C^{je,\mu_e}_{1,\sigma;\, j_g,\mu_g} |j_e, \mu_e\rangle\langle j_g, \mu_g|. \tag{9}$$

Здесь $\Omega = -E_0\langle d\rangle/\hbar$ — частота Раби на одну волну, а $\langle d\rangle$ — приведенный матричный элемент оператора дипольного момента оптического перехода. Последний член $\hat{\Gamma}\{\hat{\rho}\}$ кинетического уравнения (3), описывающий релаксацию матрицы плотности, имеет известный вид:

$$\hat{\Gamma}\{\hat{\rho}\} = \frac{\gamma}{2}\left(\hat{P}_e\,\hat{\rho} + \hat{\rho}\,\hat{P}_e\right) - \\ - \gamma \sum_{\sigma=0,\pm1} \int_{-1}^{1} \hat{D}_\sigma^\dagger e^{-iks\hat{z}}\,\hat{\rho}\, e^{iks\hat{z}} \hat{D}_\sigma K_\sigma(s)\, ds. \quad (10)$$

Здесь матрица

$$\hat{D}_\sigma = \begin{pmatrix} 0 & \hat{T}_\sigma \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (11)$$

а функции

$$K_{\pm1}(s) = \frac{3}{8}(1+s^2), \quad K_0(s) = \frac{3}{4}(1-s^2)$$

определяются вероятностью спонтанной эмиссии фотона с поляризацией $\sigma = \pm1, 0$ в направлении, составляющим угол θ с осью z, $s = \cos\theta$. В координатном представлении в переменных $z = (z_1+z_2)/2$ и $q = z_1 - z_2$ выражение (10) записывается наиболее просто:

$$\hat{\Gamma}\{\hat{\rho}\} = \frac{\gamma}{2}\left(\hat{P}_e\hat{\rho}+\hat{\rho}\hat{P}_e\right) - \gamma \sum_{\sigma=0,\pm1} \kappa_\sigma(q)\hat{D}_\sigma^\dagger\,\hat{\rho}\,\hat{D}_\sigma, \quad (12)$$

вид функции $\kappa_\sigma(q)$ следует из (10):

$$\kappa_{\pm1}(q) = \frac{3}{2}\left(\frac{\sin q}{q} - \frac{\sin q}{q^3} + \frac{\cos q}{q^2}\right), \\ \kappa_0(q) = 3\left(\frac{\sin q}{q^3} - \frac{\cos q}{q^2}\right). \quad (13)$$

Стационарное решение уравнения (4) является периодическим по координате z, поэтому матрицу плотности будем искать в виде ряда:

$$\hat{\rho}(z,q) = \sum_n \hat{\rho}^{(n)}(q)\, e^{inkz}. \quad (14)$$

Уравнение для матричных фурье-гармоник $\hat{\rho}^{(n)}$ может быть записано как трехчленное рекуррентное соотношение:

$$-n\frac{i}{M}\frac{\partial}{\partial q}\hat{\rho}^{(n)} = \mathcal{L}_0\left\{\hat{\rho}^{(n)}\right\} + \\ + \mathcal{L}_+\left\{\hat{\rho}^{(n-1)}\right\} + \mathcal{L}_-\left\{\hat{\rho}^{(n+1)}\right\}, \quad (15)$$

где операторы $\mathcal{L}$ можно записать как

$$\mathcal{L}_+\{\hat{\rho}\} = -\frac{i}{\hbar}\left(\hat{W}_1\hat{\rho}e^{ikq/2} - \hat{\rho}\hat{W}_1e^{-ikq/2}\right), \\ \mathcal{L}_-\{\hat{\rho}\} = -\frac{i}{\hbar}\left(\hat{W}_2\hat{\rho}e^{-ikq/2} - \hat{\rho}\hat{W}_2e^{ikq/2}\right), \\ \mathcal{L}_0\{\hat{\rho}\} = -\frac{i}{\hbar}\left(\hat{H}_0\hat{\rho} - \hat{\rho}\hat{H}_0\right) - \hat{\Gamma}\{\hat{\rho}\} \quad (16)$$

с матричными коэффициентами

$$\hat{W}_1 = \begin{pmatrix} 0 & \hat{V}_1 \\ \hat{V}_2^\dagger & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{W}_2 = \begin{pmatrix} 0 & \hat{V}_2 \\ \hat{V}_1^\dagger & 0 \end{pmatrix}. \quad (17)$$

Рекурсия (15) может быть решена методом цепных дробей. Отметим, что метод цепных дробей часто использовался для анализа оптического уравнения Блоха в различных спектроскопических задачах [10–12], а также для поиска силы, действующей на атомы в световых полях (см., например, [13, 14]). Основное отличие нашего метода заключается в том, что уравнение (15) полностью учитывает эффекты отдачи и пространственной локализации, поскольку содержит все возможные фурье-гармоники. Ранее задача поиска стационарной матрицы плотности с учетом эффектов отдачи, но без учета пространственной локализации в рамках простейшей модели двухуровневого атома была рассмотрена в работе [15].

3. ОБОБЩЕННЫЙ МЕТОД ЦЕПНЫХ ДРОБЕЙ

В настоящей работе мы обобщим метод цепных дробей для поиска стационарного состояния матрицы плотности атомов с вырожденными по проекции углового момента уровнями с учетом эффектов отдачи, возникающих при взаимодействии атома с полем.

Для начала заметим, что гармоники матрицы плотности зависят от переменной q, определяющей корреляцию атомных состояний в двух пространственных точках $z_1 = z+q/2$ и $z_2 = z-q/2$. В силу того, что эта корреляция должна затухать с ростом q, выберем большой, но конечный интервал изменения переменной q от $-q_{max}$ до q_{max} и разобьем его сеткой с дискретными значениями q_i. Для дискретных индексов q_i производная $\partial\hat{\rho}(q)/\partial q$ в уравнении (15) может быть аппроксимирована конечно-разностной схемой:

$$\frac{\partial}{\partial q}\,\hat{\rho}_{q_i} \approx \frac{1}{2\Delta q}\left(\hat{\rho}_{q_{i+1}} - \hat{\rho}_{q_{i-1}}\right), \quad (18)$$

где Δq — шаг сетки.

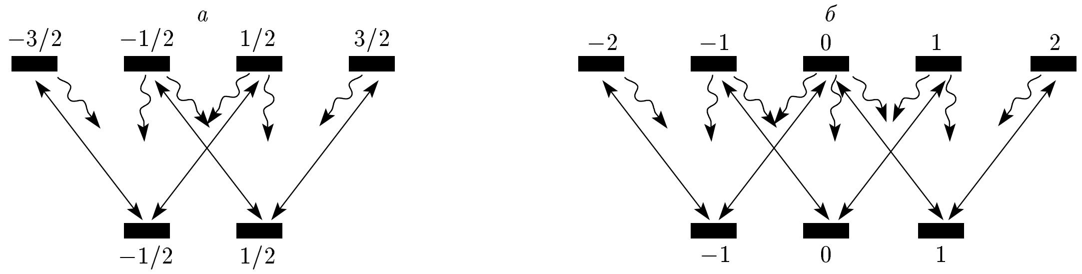

Рис. 1. Схема взаимодействия атомных подуровней с электромагнитным полем для атомов с оптическими переходами $j_g = 1/2 \to j_e = 3/2$ (*а*) и $j_g = 1 \to j_e = 2$ (*б*). Двойными стрелочками указаны вынужденные переходы, волнистыми — спонтанные распады

Далее перейдем от матричной записи для матрицы плотности $\hat\rho$ к векторной $\boldsymbol\rho$, когда матричные компоненты $\rho_{q_i}^{\mu_e,\mu_g}$, согласно выбранному правилу, записываются в виде вектора-столбца с индексами $\rho^{\{\mu_e,\mu_g,q_i\}}$. В данном представлении действие операторов $\mathcal{L}_{0,\pm}\left\{\hat\rho^{(n)}\right\}$ на гармоники матрицы плотности (15) может быть записано в виде умножения соответствующих им матриц $\hat L_{0,\pm}$ на вектор-столбец $\boldsymbol\rho^{(n)}$.

Отметим, что вектор-столбец $\boldsymbol\rho^{(n)}$ для атомов с переходом $j_g \to j_e$ содержит в общем случае

$$N_q\left((2j_e+1)+(2j_g+1)\right)^2$$

элементов, где N_q — число точек в разбиении по параметру q. Соответственно, $\hat L_{0,\pm}$ — квадратные матрицы данной размерности. Однако (см. схему взаимодействия атомных подуровней с электромагнитным полем рис. 1) матрица плотности содержит достаточно много нулевых элементов и поэтому размерность системы может быть значительно уменьшена, если исключить строки и столбцы матриц $\hat L_{0,\pm}$, соответствующие этим нулевым элементам. Так, например, для атомов с переходом $j_g = 1/2 \to j_e = 3/2$ вектор-столбец $\boldsymbol\rho^{(n)}$ содержит $18N_q$ ненулевых элемента, а для атомов с переходом $j_g = 1 \to j_e = 2$ — $34N_q$ ненулевых элемента.

Соответствующее уравнение для стационарных гармоник $\boldsymbol\rho^{(n)}$ будет записано в виде

$$\hat L_+\boldsymbol\rho^{(n-1)} + \left(\hat L_0 - \frac{in}{M}\hat G_{kin}\right)\boldsymbol\rho^{(n)} + \hat L_-\boldsymbol\rho^{(n+1)} = 0, \quad (19)$$

где $\hat G_{kin}$ — соответствующее матричное представление разностной схемы (18) для векторной записи матрицы плотности $\boldsymbol\rho$. Данное рекуррентное уравнение может быть решено методом цепных дробей. Сначала рассмотрим положительные гармоники $n \ge 1$ и найдем матрицы $\hat S^{(n)}$ с такими свойствами:

$$\boldsymbol\rho^{(n)} = \hat S^{(n)}\boldsymbol\rho^{(n-1)}. \quad (20)$$

Эти матрицы должны удовлетворять уравнению

$$\left(\hat L_+ + \left(\hat L_0 - \frac{in}{M}\hat G_{kin}\right)\hat S^{(n)} + \hat L_-\hat S^{(n+1)}\hat S^{(n)}\right)\times$$
$$\times\,\boldsymbol\rho^{(n-1)} = 0, \quad (21)$$

что приводит к рекуррентному соотношению для матриц $\hat S^{(n)}$:

$$\hat S^{(n)} = -\left[\left(\hat L_0 - \frac{in}{M}\hat G_{kin}\right) + \hat L_-\hat S^{(n+1)}\right]^{-1}\hat L_+. \quad (22)$$

Аналогично для отрицательных гармоник $n \le -1$ можно найти последовательность матриц $\hat P^{(n)}$, таких что $\boldsymbol\rho^{(n)} = \hat P^{(n)}\boldsymbol\rho^{(n+1)}$, удовлетворяющих рекуррентному соотношению

$$\hat P^{(n)} = -\left[\left(\hat L_0 - \frac{in}{M}\hat G_{kin}\right) + \hat L_+\hat P^{(n-1)}\right]^{-1}\hat L_-. \quad (23)$$

Выберем достаточно большое значение N, при котором гармоники атомной матрицы плотности исчезают, т. е. для всех $n \ge N$ полагаем $\hat S^{(n)} = 0$ и $\hat P^{(-n)} = 0$. Используя рекуррентные соотношения (22) и (23), найдем ненулевые $\hat S^{(n)}$ и $\hat P^{(-n)}$ для $1 \le n < N$.

Используя найденные матрицы $\hat S^{(1)}$ и $\hat P^{(-1)}$, запишем уравнение для нулевой гармоники $\boldsymbol\rho^{(0)}$:

$$\left[\hat L_+\hat P^{(-1)} + \hat L_0 + \hat L_-\hat S^{(1)}\right]\boldsymbol\rho^{(0)} = 0. \quad (24)$$

Данное уравнение должно быть дополнено условием нормировки $\mathrm{Tr}\{\hat\rho^{(0)}(q=0)\} = 1$, поскольку определитель выражения в квадратных скобках в (24) равен нулю. Отметим, что число пространственных гармоник, удерживаемых в расчетах, определяется сходимостью уравнения (15) и зависит от параметров светового поля. Обычно в наших вычислениях достаточно было учесть 30 гармоник.

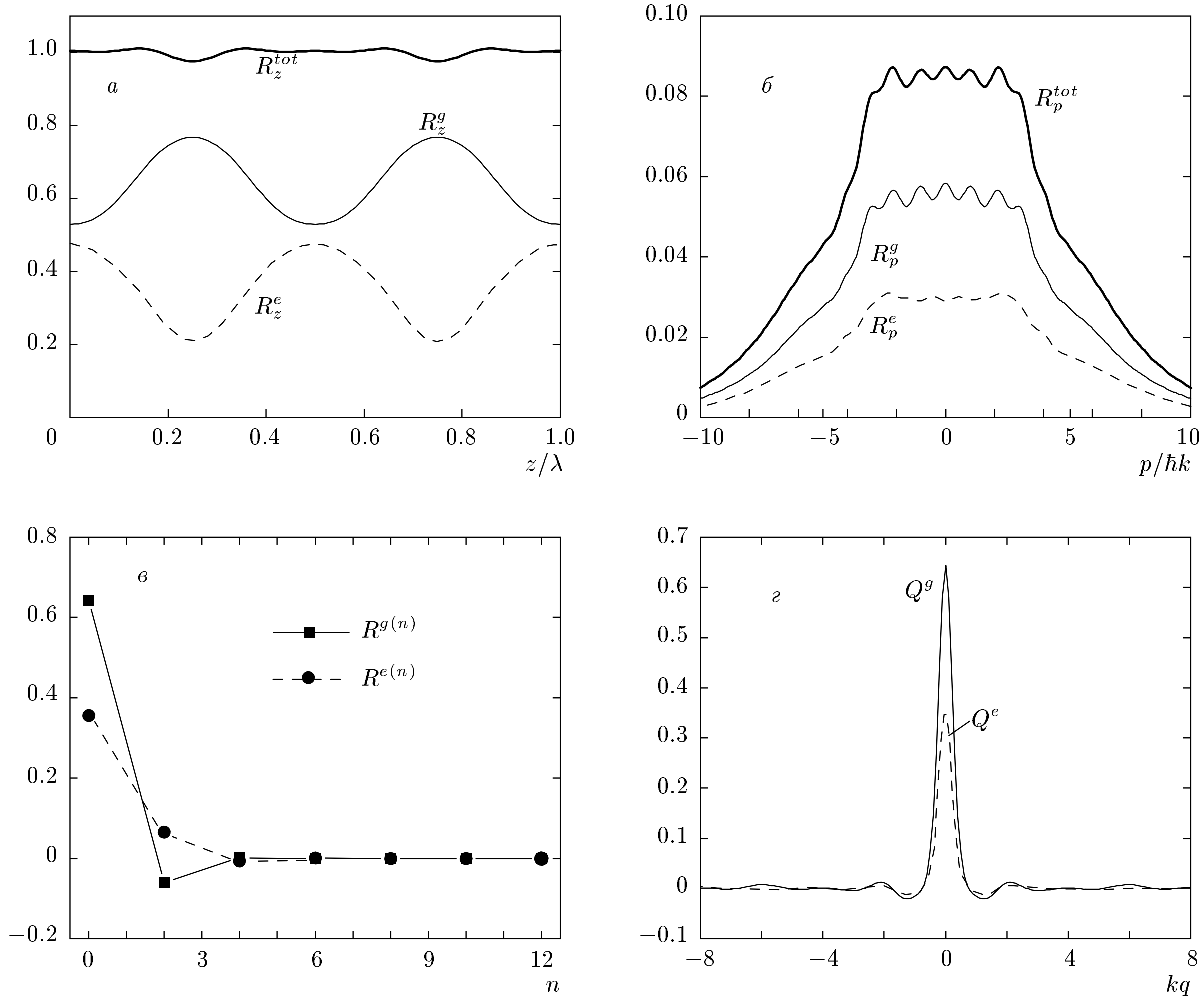

Рис. 2. Пространственное (a) и импульсное ($б$) стационарные распределения атомов с оптическими переходами $j_g = 1/2 \to j_e = 3/2$ в поле стоячей волны с линейной поляризацией при отстройке $\delta = -\gamma/2$, частотой Раби $\Omega = \gamma$, параметром отдачи $\omega_R = 0.1\gamma$. Пространственные гармоники населенностей основного $R^{g\,(n)}$ и возбужденного состояний $R^{e\,(n)}$ ($в$). Функции Q^g и Q^e пространственной когерентности населенностей основного и возбужденного состояний

В качестве примера на рис. 2 приведены стационарные пространственное (a) и импульсное ($б$) распределения для атомов с оптическим переходом $j_g = 1/2 \to j_e = 3/2$ в поле стоячей волны с однородной линейной поляризацией при отстройке $\delta = -\gamma/2$, частотой Раби на одну волну $\Omega = \gamma$ и параметром отдачи $\omega_R = 0.1\gamma$. Амплитуды пространственных гармоник населенностей основного $R^{g\,(n)} = \mathrm{Tr}\{\hat\rho^{gg\,(n)}(q = 0)\}$ и возбужденного $R^{e\,(n)} = \mathrm{Tr}\{\hat\rho^{ee\,(n)}(q = 0)\}$ состояний (рис. 2$в$) быстро затухают с ростом n, что приводит к быстрой сходимости метода цепных дробей. Амплитуды $R^{g\,(n)}$ и $R^{e\,(n)}$ определяют пространственную функцию населенностей основного и возбужденного состояний атома и имеют лишь четные пространственные гармоники. Функции пространственной когерентности населенностей атомной матрицы плотности основного $Q^g(q) = \mathrm{Tr}\{\hat\rho^{gg\,(n=0)}(q)\}$ и возбужденного $Q^e(q) = \mathrm{Tr}\{\hat\rho^{ee\,(n=0)}(q)\}$ состояний в рассмотренном примере также быстро убывают с ростом $q = z_1 - z_2$.

Следует особо отметить, что несмотря на выполнение условия квазиклассичности по параметру отдачи $\omega_R/\gamma < 1$ и в отсутствие субдоплеровского охлаждения (однородная поляризация светового поля) функция импульсного распределения имеет существенно квантовый характер с пиками шириной порядка $\hbar k$ и поэтому не может быть адекватно описана в рамках квазиклассического подхода.

4. ТЕМПЕРАТУРА ЛАЗЕРНОГО ОХЛАЖДЕНИЯ

Применим развитый нами метод для анализа температуры лазерного охлаждения атомов с вырожденными уровнями в полях с неоднородной поляризацией (так называемая задача о субдоплеровском охлаждении атомов). В случае малой интенсивности, когда параметр насыщения $S \ll 1$ ($S = |\Omega|^2/(\delta^2 + \gamma^2/4)$), кинетику атомов обычно рассматривают в упрощенной форме, когда квантовое кинетическое уравнение для матрицы плотности может быть редуцировано к уравнению для матрицы плотности основного состояния атомов $\hat{\rho}^{gg}$ адиабатическим исключением элементов $\hat{\rho}^{eg}$, $\hat{\rho}^{ge}$ и $\hat{\rho}^{ee}$ [6, 7]:

$$\frac{\partial}{\partial t}\hat{\rho}^{gg} = -\frac{i}{\hbar}\left[\hat{H}, \hat{\rho}^{gg}\right] - \hat{\gamma}\{\hat{\rho}^{gg}\}. \tag{25}$$

Здесь гамильтониан системы

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2M} + \hbar\delta S \hat{V}^\dagger \hat{V},$$

а оператор спонтанной релаксации в координатном представлении имеет вид

$$\hat{\gamma}\{\hat{\rho}^{gg}\} = \frac{\gamma S}{2}\left(\hat{V}^\dagger\hat{V}\hat{\rho} + \hat{\rho}\hat{V}^\dagger\hat{V}\right) - \\ - \gamma S \sum_{\sigma=0,\pm1} \kappa_\sigma(s)\, \hat{T}_q^\dagger \hat{V} \hat{\rho}^{gg}\, \hat{V}^\dagger \hat{T}_\sigma. \tag{26}$$

Отметим, что стационарное решение $\hat{\rho}^{gg}$ редуцированного уравнения (25) является функцией лишь двух параметров: приведенной отстройки δ/γ и параметра $\mu = \delta S \omega_R^{-1}$, который с точностью до множителя совпадает с глубиной оптического потенциала U_0, определенной в работе [4] как $U_0/E_R = 4/3\,\mu$ в наших обозначениях ($E_R = \hbar\omega_R$ — энергия отдачи). Более того, в условиях секулярного приближения (1) остается лишь один параметр μ (либо U_0/E_R), определяющий стационарное решение $\hat{\rho}^{gg}$.

На рис. 3 показаны зависимости кинетической энергии $E_K/E_R = \langle p^2\rangle/(\hbar k)^2$ от параметра U_0/E_R при различных отстройках для атомов с оптическим переходом $j_g = 1/2 \to j_e = 3/2$ в поле $lin \perp lin$-конфигурации, полученные на основе анализа редуцированного уравнения для матрицы плотности (25). Как и в работе [4], при малых U_0/E_R кинетическая энергия устремляется в бесконечность, а с ростом U_0/E_R линейно растет. С ростом отстройки (при $|\delta| > 10$ для $U_0/E_R < 300$) результат хорошо согласуется с результатами, полученными в секулярном приближении [4], однако в общем случае зависимости существенно отличаются. В частности, наклон линейной зависимости E_K/E_R с ростом U_0/E_R определяется величиной отстройки светового поля δ, что не было получено в работе [4].

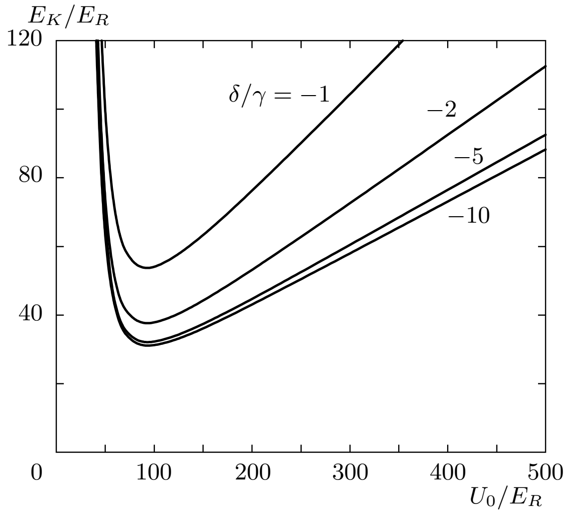

Рис. 3. Кинетическая энергия атомов с оптическими переходами $j_g = 1/2 \to j_e = 3/2$ в поле $lin \perp lin$-конфигурации как функция U_0 при различных отстройках

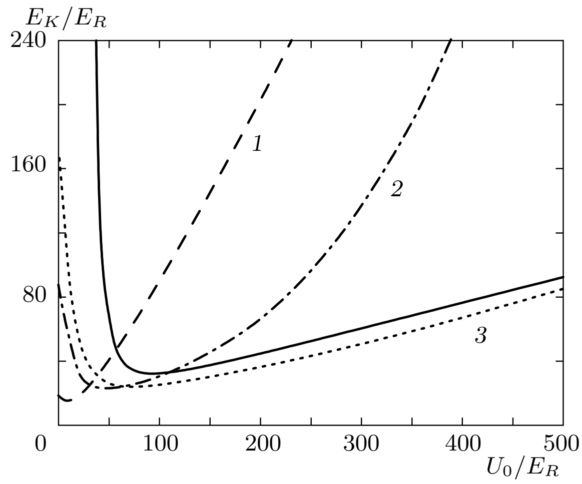

Рис. 4. Кинетическая энергия атомов с оптическими переходами $j_g = 1/2 \to j_e = 3/2$ в поле $lin \perp lin$-конфигурации при отстройке $\delta = -5\gamma$ как функция U_0 при различных параметрах отдачи $\omega_R/\gamma = 10$ (*1*), 50 (*2*), 100 (*3*). Сплошная линия — результат, полученный на основе редуцированного уравнения (25)

Отметим, что бесконечный рост в нуле U_0 связан с особенностью редуцированного уравнения (25), в котором опускаются недиагональные элементы матрицы плотности $\hat{\rho}^{eg}$, $\hat{\rho}^{ge}$, приводящие к доплеровским вкладам в силу трения. Более полный учет взаимодействия, описываемого уравнением (4), приводит к качественным изменениям температурной зависимости даже при малых параметрах насыщения $S \ll 1$ (рис. 4). В частности видно, что средняя кинетическая энергия E_K стремится к конечной величине, определяемой известным доплеровским пределом. Также видно, что на линейном участке роста E_K результат, полученный исходя из редуцированного уравнения (25), значительно расходится с результатами, полученными из полного уравнения (4) даже в условиях малого параметра насыщения $S < 1$ (т. е. для всех значений $U_0/E_R = 0 \ldots 500$ при рассмотренных $\delta = -5\gamma$ и параметра квазиклассичности $\omega_R/\gamma < 1/75$). Эти различия указывают на ограничения использования редуцированного уравнения для матрицы плотности даже при малых значениях параметра насыщения S. Как отмечалось выше, стационарное решение редуцированного уравнения (25) определяется лишь двумя параметрами (U_0/E_R и отстройкой δ/γ), в то время как полное решение также зависит от приведенной массы атома $M = \gamma/2\omega_R$. Таким образом, в условиях малого насыщения $S < 1$ результаты, полученные из редуцированного уравнения (25) и из полного уравнения (4), согласуются лишь при больших значениях приведенной массы атома (малом параметре квазиклассичности ω_R/γ), т. е. лишь в условиях квазиклассического приближения. Другими словами, для адекватного описания квантовых режимов кинетики атомов необходимо использовать полное уравнение для матрицы плотности (4).

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе развит новый метод расчета стационарной матрицы плотности атомов с точным учетом эффектов отдачи, пространственной локализации атомов и произвольной зеемановской структуры энергетических уровней. Метод основан на применении обобщенных матричных цепных дробей. С помощью этого метода проанализирована задача о лазерном охлаждении атомов в поле встречных волн произвольной поляризации и интенсивности. При этом получены следующие важные результаты. Было показано, что температура субдоплеровского лазерного охлаждения является функцией и частоты Раби Ω, и отстройки δ, а не их комбинации — светового сдвига $U_0/E_R \sim \delta S/\omega_R$, как считалось ранее [4].

Кроме того, было показано, что даже при относительно небольших значениях отношения γ/ω_R необходим точный учет эффектов отдачи в уравнениях для оптических когерентностей и обычно используемые в пределе малого насыщения уравнения для матрицы плотности основного состояния приводят к некорректным результатам.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 09-02-01151, 10-02-00406, 11-02-00775, 11-02-00786, 11-02-01240), DFG/РФФИ (грант № 10-02-91335), программ РАН и Президиума СО РАН, программ Министерства образования и науки ФЦП «Научные и педагогические кадры инновационной России в 2009–2013 гг.» и АВЦП «Научный потенциал высшей школы в 2009–2010 гг.».

ЛИТЕРАТУРА

1. A. P. Kazantsev, G. I. Surdutovich, and V. P. Yakovlev, *Mechanical Action of Light on Atoms*, World Sci., Singapore (1990).
2. A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, and C. Cohen-Tannoudji, Phys. Rev. Lett. **61**, 826 (1988).
3. S. M. Yoo and J. Javanainen, J. Opt. Soc. Amer. B **8**, 1341 (1991).
4. Y. Castin and J. Dalibard, Europhys. Lett. **14**, 761 (1991).
5. K. Berg-Sorensen, Y. Castin, K. Molmer, and J. Dalibard, Europhys. Lett. **22**, 663 (1993).
6. J. Guo and P. Berman, Phys. Rev. A **48**, 3225 (1993).
7. Y. Castin, K. Berg-Sorensen, J. Dalibard, and K. Molmer, Phys. Rev. A **50**, 5092 (1994).
8. I. H. Deutsch, J. Grondalski, and P. M. Alsing, Phys. Rev. A **56**, R1705 (1997).
9. S. Marksteiner, R. Walser, P. Marte, and P. Zoller, Appl. Phys. B **60**, 145 (1995).
10. B. J. Feldman and M. S. Feld, Phys. Rev. A **5**, 899 (1972).
11. S. Stenholm, Phys. Rep. **43**, 151 (1978).
12. S. A. Babin, D. V. Churkin, E. V. Podivilov, V. V. Potapov, and D. A. Shapiro, Phys. Rev. A **67**, 043808 (2003).
13. V. G. Minogin and O. T. Serimaa, Opt. Comm. **3**, 373 (1979).
14. S. M. Tan, J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt. **1**, 424 (1999).
15. S. M. Yoo and J. Javanainen, J. Opt. Soc. Amer. B **8**, 1341 (1991).