ЖЭТФ, 2011, том 139, вып. 6, стр. 1081–1087

МНОГОФОТОННАЯ ИОНИЗАЦИЯ АТОМОВ ДВУХЦВЕТНЫМ ЛАЗЕРНЫМ ИМПУЛЬСОМ

И. А. Котельников[a,b*], *А. В. Бородин*[c], *А. П. Шкуринов*[c]

[a] *Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера Сибирского отделения Российской академии наук 630090, Новосибирск, Россия*

[b] *Новосибирский государственный университет 630090, Новосибирск, Россия*

[c] *Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова 119992, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 29 июля 2010 г.

Методом мнимого времени [9, 10] вычислена вероятность многофотонной ионизации атомов в поле излучения лазера, содержащего примесь второй гармоники. Найдены условия, когда вклад второй гармоники в ионизацию атомов доминирует над вкладом первой гармоники. Показано, что средний импульс фотоэлектронов, вырванных из атомов, зависит от сдвига фаз между первой и второй гармониками, а также от их взаимной поляризации. Полученные асимптотические формулы предназначены для качественного объяснения экспериментов по генерации терагерцевого излучения из области оптического пробоя в газе в фокусе фемтосекундного лазера.

1. ВВЕДЕНИЕ

Многофотонная ионизация является доминирующим механизмом ионизации газа и оптического пробоя в фокусе фемтосекундного лазера в отличие от лавинной ионизации, которая преобладает в более длинных лазерных импульсах. Плазма, образующаяся в фокальном пятне, является источником излучения в диапазоне частот от 1 до 20 ТГц [1]. При изучении свойств этого излучения было экспериментально обнаружено, что мощность терагерцевого излучения может увеличиваться в сотни раз при пропускании лазерного импульса через нелинейный преобразователь (BBO-кристалл, установленный между фокусирующей линзой и фокусом), который часть мощности преобразует во вторую гармонику [2].

К настоящему времени предложены два механизма усиления терагерцевого излучения из фокального пятна.

Первый механизм основан на интуитивно очевидном допущении, что для многофотонной ионизации на двойной частоте требуется одновременное поглощение вдвое меньшего числа фотонов. Поскольку вероятность многофотонной ионизации в самом грубом приближении пропорциональна интенсивности лазерного излучения (по отношению к большому критическому значению), возведенной в большую степень (равную отношению потенциала ионизации к энергии фотона), скорость ионизации от второй гармоники может превысить скорость ионизации от первой гармоники, даже если амплитуда последней существенно больше.

Другой механизм усиления терагерцевого излучения основан на появлении у фотоэлектронов, вырванных лазерным излучением из атома, начального импульса, что приводит к возникновению переходного фототока [3, 4]. Простейшая феноменологическая модель этого явления предсказывает, что переходный фототок возникает только при наличии второй гармоники и только при наличии сдвига фаз между гармониками, не кратного π [5].

Строгая модель генерации терагерцевого излучения из фокуса фемтосекундного лазера, конечно же, должна базироваться на квантовой теории многофотонной ионизации. Она должна связать скорость многофотонной ионизации и генерацию переходного фототока с параметрами лазерного импульса, из которых важнейшими являются отношение

*E-mail: I.A.Kotelnikov@inp.nsk.su

$$\epsilon = E_2/E_1 \tag{1}$$

амплитуды поля второй гармоники E_2 к амплитуде поля первой гармоники E_1, сдвиг фаз между гармониками ψ, параметр Келдыша γ (см. ниже), а также взаимная поляризация гармоник.

Вследствие нелинейности процесса многофотонной ионизации вклад в ионизацию первой и второй гармоник заведомо не аддитивен. Ионизация монохроматическим полем хорошо описывается теорией Келдыша, развитой в середине 1960-х гг. [6] и позднее дополненной Файсалом [7] и Рейссом [8]. Теория Келдыша – Файсала – Рейсса (КФР) чрезвычайно громоздка, поэтому ее применение к интересным с практической точки зрения приложениям приводит к необходимости численных расчетов. Позднее, преимущественно в работах Переломова и Попова, был разработан метод мнимого времени (ММВ) [9, 10], который был успешно применен при расчете многофотонной ионизации ультракороткими лазерными импульсами [11, 12]. Эти два метода имеют много общего, так как в рамках теории КФР амплитуда фотоионизации может вычисляться методом перевала и результат такого расчета эквивалентен тому, что получается при использовании ММВ. Новейший обзор других методов расчета многофотонной ионизации можно найти в статьях Попова [13], а также Милошевича с соавторами [14].

Теория интересующего нас случая двухцветного лазерного излучения (содержащего основную и вторую гармоники) интенсивно развивалась в последние годы. С ее состоянием можно ознакомиться в статье Елоцкого [15]. Однако имеющиеся результаты расчетов в лучшем случае представляются в виде графиков (см., например, [16]), а метод мнимого времени к расчету многофотонной ионизации в поле двухцветного лазера ранее не применялся. Чтобы восполнить этот пробел, в данной статье мы усовершенствуем метод мнимого времени, избавившись от ограничения, присутствовавшего в более ранних работах. Мы формулируем наши результаты в виде сравнительно простых асимптотических формул в пределе $\gamma \gg 1$.

С помощью ММВ сначала исследуем случай, когда обе гармоники поляризованы вдоль оси x, так что вблизи атома электрическое поле лазерного импульса можно записать в виде

$$E_x = E_1\cos(\omega t) + E_2\cos(2\omega t + \psi), \quad E_y = 0. \tag{2}$$

Затем перейдем к случаю, когда вторая гармоника поляризована перпендикулярно первой, так что

$$E_x = E_1\cos(\omega t), \quad E_y = E_2\cos(2\omega t + \psi). \tag{3}$$

Применительно к полю вида (2) или (3) упоминавшееся выше ограничение означало, что сдвиг фаз ψ должен быть кратен π.

2. МЕТОД МНИМОГО ВРЕМЕНИ

В рамках ММВ вероятность ионизации уровня с энергией связи $-I$ электромагнитным полем с экспоненциальной точностью определяется мнимой частью функции укороченного действия W, вычисленного вдоль траектории, на которой электрон имеет заданный обобщенный импульс:

$$w_i \propto \exp\left(-\frac{2}{\hbar}\,\mathrm{Im}\,W\right). \tag{4}$$

Для частицы, связанной короткодействующими силами, укороченное действие и траектория определяются полем $\mathbf{E}$ электромагнитной волны. В таком поле укороченное действие имеет вид [17]

$$W = \int\limits_{t_0}^{t}\left(\frac{m}{2}\mathbf{v}^2(t) + e\mathbf{E}(t)\cdot\mathbf{x}(t) - I\right)dt - \\ - m\left[\mathbf{v}(t)\cdot\mathbf{x}(t) - \mathbf{v}(t_0)\cdot\mathbf{x}(t_0)\right], \tag{5}$$

а траектория определяется из классических уравнений движения

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{e}{m}\mathbf{E}, \quad \frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{v}, \tag{6}$$

которые нужно решать с необычными начальными условиями

$$\frac{1}{2}m\mathbf{v}^2(t_0) + I = 0, \quad \mathbf{x}(t_0) = 0. \tag{7}$$

Ключевым пунктом метода является то, что начальное «время» t_0 нужно выбрать так, чтобы траектория, определяемая из уравнений (6) с начальными условиями (7), была вещественной на вещественной оси t. При этом «время» t_0 должно быть комплексным (а не вещественным), поскольку первое из начальных условий подразумевает, что начальная скорость $\mathbf{v}(t_0)$ является мнимой.

Поскольку мы выбираем $\mathbf{x}(t_0) = 0$, а $\mathbf{v}(t)$ и $\mathbf{x}(t)$ в выражении для W вещественны, последнее (внеинтегральное) слагаемое в (5) можно отбросить, так как оно не меняет вероятность ионизации (4), куда входит только мнимая часть W. Данное упрощение не является чем-то новым в теории ММВ. Например, в обзорной статье [13] обсуждение ММВ начинается сразу с упрощенного выражения для укороченного действия без внеинтегрального слагаемого.

Заметим также, что в используемом приближении сохраняется обобщенный импульс

$$\mathbf{P} = m\mathbf{v} + \frac{e}{c}\mathbf{A},$$

как того требует метод мнимого времени. Это следует из первого уравнения (6), если учесть, что электрическое поле $\mathbf{E}$ и векторный потенциал связаны соотношением

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}.$$

Введем безразмерные время τ, вектор координат $\boldsymbol{\xi}$ и силу $\mathbf{F}$, так что

$$\tau = \omega t, \quad \mathbf{x} = \frac{eE_1}{m\omega^2}\boldsymbol{\xi}, \quad \mathbf{F} = \frac{\mathbf{E}}{E_1}.$$

Тогда уравнения движения и начальные условия записываются в виде

$$\ddot{\boldsymbol{\xi}} = \mathbf{F}, \tag{8}$$

$$\dot{\boldsymbol{\xi}}^2(\tau_0) = -\gamma^2, \quad \boldsymbol{\xi}(\tau_0) = 0, \tag{9}$$

где точки над $\boldsymbol{\xi}$ обозначают дифференцирование по τ, а величину

$$\gamma = \sqrt{\frac{2I}{m}}\left(\frac{eE_1}{m\omega}\right)^{-1} \tag{10}$$

называют параметром Келдыша. В тех же переменных

$$w_i \propto \exp\left(-\frac{2I}{\hbar\omega} f_0\right), \tag{11}$$

где

$$f_0 = \operatorname{Im}\left[\frac{2}{\gamma^2}\int\limits_{\tau_0}^{\tau}\left(\dot{\boldsymbol{\xi}}^2(\tau) + \mathbf{F}(\tau)\cdot\boldsymbol{\xi}(\tau) - \frac{\gamma^2}{2}\right)d\tau\right]. \tag{12}$$

В пределе $\gamma \to \infty$, соответствующем случаю многофотонной ионизации (в отличие от случая туннельной ионизации при $\gamma \lesssim 1$), в интеграле (12) доминирует последнее слагаемое. Тогда

$$f_0 \approx \operatorname{Im}\tau_0. \tag{13}$$

3. ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПОЛЯРИЗАЦИИ

Переходя к решению уравнения (8), начнем со случая, когда первая и вторая гармоники поляризованы одинаково. При этом траектория электрона будет одномерной, так как сила $\mathbf{F}$ имеет только одну компоненту

$$F = \cos\tau + \epsilon\cos(2\tau + \psi). \tag{14}$$

Игнорируя пока первое из начальных условий (9), запишем решение уравнения (8) с силой (14) в виде

$$\xi = \alpha(\tau - \tau_0) - [\cos\tau - \cos\tau_0] - \\ - \frac{\epsilon}{4}\left[\cos(2\tau + \psi) - \cos(2\tau_0 + \psi)\right]. \tag{15}$$

При $\tau = \tau_0$ оно обращается в нуль при любой величине константы α, которую следует выбрать так, чтобы значения ξ и $\dot{\xi}$ были вещественными при вещественном τ. Поскольку

$$\dot{\xi} = \alpha + \sin\tau + \frac{\epsilon}{2}\sin(2\tau + \psi), \tag{16}$$

очевидно, что константа α должна быть чисто вещественной. Учитывая это и приравнивая нулю мнимую часть выражения (15) при произвольном вещественном значении τ, находим, что

$$\alpha = \operatorname{Im}\left[\cos\tau_0 + \frac{\epsilon}{4}\cos(2\tau_0 + \psi)\right](\operatorname{Im}\tau_0)^{-1}. \tag{17}$$

Подставляя теперь найденное решение в неиспользованное ранее первое начальное условие (9), получаем уравнение

$$\left[\alpha + \sin\tau_0 + \frac{\epsilon}{2}\sin(2\tau_0 + \psi)\right]^2 = -\gamma^2, \tag{18}$$

решение которого в принципе позволяет определить начальное «время» τ_0 для заданного значения параметра γ. Параметр α имеет простой физический смысл: он определяет наиболее вероятный (средний) импульс $p = (eE_1/\omega)\alpha$ фотоэлектронов, порождаемых лазерным импульсом, и таким образом, именно он описывает эффект переходного фототока.

В частном случае $\epsilon = 0$ (монохроматическое поле) уравнение (18) имеет чисто мнимое решение

$$\tau_0 = i\operatorname{arcsh}\gamma.$$

Ему соответствует $\alpha = 0$, а вероятность ионизации была вычислена Келдышем [6]:

$$f_0 = \left(1 + \frac{1}{2\gamma^2}\right)\operatorname{arcsh}\gamma - \frac{\sqrt{1+\gamma^2}}{2\gamma}.$$

Другое решение $\tau_0 = -i\operatorname{arcsh}\gamma$ с отрицательной мнимой частью следует отбраковать, так как оно дает экспоненциально большую вероятность ионизации. В комплексной плоскости функция $\operatorname{arcsh}\gamma$ многолистна, поэтому помимо указанных чисто мнимых корней уравнения (18) имеется бесконечный набор корней с вещественной добавкой πk, соответствующих целочисленным значениям k. Однако при $\epsilon = 0$

все они дают одно и то же значение мнимой части укороченного действия (и параметра f_0). Условимся, что здесь и далее у многолистных функций, таких как $\operatorname{arcsh}\gamma$ и $\ln\gamma$, выбрано то значение, которое вещественно при вещественном $\gamma > 0$.

В общем случае, когда $\epsilon \neq 0$, уравнение (18) имеет множество решений. Так же, как и при $\epsilon = 0$, из них следует отобрать только такие, которые дают положительное значение f_0. Из оставшихся решений следует выбрать те, которые дают наименьшее значение f_0.

Не затрудняя себя анализом всех возможностей, рассмотрим только предельный случай $\gamma \to \infty$, который представляет наибольший интерес для анализа экспериментов с фемтосекундными лазерами умеренной мощности. В зависимости от величины ϵ здесь можно выделить два случая.

Если параметр ϵ достаточно мал, в левой части уравнения (18) в первом приближении можно оставить только второе слагаемое. Тогда уравнение приводится к виду

$$\left[-\frac{1}{2i}\exp(-i\tau_0)\right]^2 \approx -\gamma^2,$$

откуда находим бесконечный набор решений

$$\tau_0 \approx i\ln(2\gamma) + \pi k, \tag{19}$$

отвечающих целочисленным значениям k. Поскольку сила вида (14) есть периодическая функция переменной τ с периодом 2π, ясно, что достаточно рассмотреть только два решения, получающиеся при $k = 0$ и $k = 1$.

Если же параметр ϵ не слишком мал, в левой части (18) следует оставить последнее слагаемое, тогда

$$\left[-\frac{\epsilon}{4i}\exp(-i(2\tau_0 + \psi))\right]^2 \approx -\gamma^2,$$

откуда получаем

$$\tau_0 \approx i\ln\left(\sqrt{\frac{4\gamma}{\epsilon}}\right) - \frac{\psi}{2} + \frac{\pi}{2}k. \tag{20}$$

В этом случае надо исследовать четыре решения, отвечающие $k = 0, 1, 2, 3$.

Обратившись к определению параметров γ и ϵ, нетрудно видеть, что решение (19) зависит только от амплитуды E_1 первой гармоники, а (20) — только от амплитуды E_2 второй гармоники. Подстановка этих решений в формулу (13) дает вероятность ионизации при доминировании соответственно первой и второй гармоник. Сравнивая (19) и (20), находим, что ионизация второй гармоникой преобладает, если $\epsilon \gg 1/\gamma$. В размерных обозначениях это условие эквивалентно неравенству

$$\frac{E_2}{E_1} \gg \frac{eE_1/m\omega}{\sqrt{2I/m}}. \tag{21}$$

При вычислении параметра α следует действовать с большей точностью, так как при ионизации только первой или только второй гармоникой $\alpha = 0$. Уточняя формулу (19) путем удержания в уравнениях (17) и (18) малых членов, пропорциональных ϵ, получаем

$$\tau_0 = i\ln(2\gamma) + \pi k - (-1)^k\gamma\epsilon \times \\ \times \left[ie^{-i\psi} + \frac{\sin\psi}{2\left(\ln(2\gamma) - 1\right)}\right]. \tag{22}$$

Подстановка этого выражения в (17) дает величину параметра α при $\epsilon \ll 1/\gamma \ll 1$

$$\alpha = \frac{\epsilon\gamma^2}{2\left(\ln(2\gamma) - 1\right)}\sin\psi. \tag{23}$$

Она не зависит от k в главном порядке по параметру $\epsilon\gamma$. Функция f_0, определяющая вероятность ионизации, равна

$$f_0 = \ln(2\gamma) - \frac{1}{2} - \frac{2}{3}(-1)^k\epsilon\gamma\cos\psi.$$

Выбирая то значение k, которое дает наибо́льшую вероятность ионизации, имеем

$$f_0 = \ln(2\gamma) - \frac{1}{2} - \frac{2}{3}\epsilon\gamma\left|\cos\psi\right|. \tag{24}$$

За интерференцию гармоник здесь отвечает последнее слагаемое, которое мало по сравнению с двумя первыми. Однако оно входит в формулу (11) для вероятности ионизации, умноженное на большой множитель $I/\hbar\omega \gg 1$. Поэтому присутствие второй гармоники в поле лазера способно существенно увеличить скорость многофотонной ионизации даже при $\epsilon\gamma \ll 1$. В эксперименте эффект усиления может показаться пороговым, возникая при $\epsilon\gamma \gtrsim \hbar\omega/I$.

Эффект усиления ионизации ослабевает при $\psi = \pm\pi/2$, так как последнее слагаемое в (24) содержит $|\cos\psi|$. Напротив, абсолютная величина α максимальна при $\psi = \pm\pi/2$, так как $\alpha \propto \sin\psi$. Это означает, что эффект усиления терагерцевого излучения из фокуса лазерного импульса при добавлении второй гармоники имеет две конкурирующие составляющие: усиление ионизации и появление фототока. Определить, какая из них доминирует в реальном эксперименте, можно по величине сдвига фаз ψ, соответствующей максимуму мощности излучения.

В другом пределе $\epsilon \gg 1/\gamma$, уточняя формулу (20), получаем

$$\tau_0 = \frac{i}{2}\ln\frac{4\gamma}{\epsilon} + \frac{\pi k - \psi}{2} - \frac{1}{2\sqrt{\gamma\epsilon}} \times \\ \times \left[\frac{\sin[(\pi k+\psi)/2]}{\ln(4\gamma/\epsilon)-1} + i\exp\frac{i(\pi k+\psi)}{2}\right]. \quad (25)$$

Параметр α в этом пределе равен

$$\alpha = \frac{\gamma/\sqrt{\gamma\epsilon}}{\ln(4\gamma/\epsilon)-1}(-1)^k \sin\frac{\pi k+\psi}{2}, \quad (26)$$

а мнимая часть укороченного действия вычисляется с помощью формулы

$$f_0 = \frac{1}{2}\ln\frac{4\gamma}{\epsilon} - \frac{1}{4} - \frac{2}{3\sqrt{\epsilon\gamma}}\cos\frac{\pi k+\psi}{2}. \quad (27)$$

При заданном значении ψ нужно выбрать то значение k, которое попадает в интервал

$$-\tfrac{1}{2}\pi < \psi + \pi k < \tfrac{1}{2}\pi.$$

Оно дает наибольшую величину f_0 и, следовательно, наибольшую вероятность ионизации.

Как и в ранее рассмотренном пределе $\epsilon \ll 1/\gamma$, максимум ионизации наблюдается при значениях ψ, кратных π, а фототок (пропорциональный α) максимален (по абсолютной величине) при $\psi = \pm\pi/2$.

4. ОРТОГОНАЛЬНЫЕ ПОЛЯРИЗАЦИИ

Перейдем теперь к случаю, когда поляризация второй гармоники перпендикулярна поляризации первой. При этом сила $\mathbf{F}$ имеет две компоненты

$$F_x = \cos\tau, \quad F_y = \epsilon\cos(2\tau+\psi). \quad (28)$$

Вновь временно игнорируя первое из начальных условий (9), запишем решение уравнения (8) с силой (28) в виде

$$\xi_x = \alpha_x(\tau-\tau_0) - [\cos\tau - \cos\tau_0], \quad (29)$$

$$\xi_y = \alpha_y(\tau-\tau_0) - \frac{\epsilon}{4}[\cos(2\tau+\psi) - \cos(2\tau_0+\psi)]. \quad (30)$$

Оно обращается в нуль при $\tau = \tau_0$ при любой величине констант α_x и α_y. Эти константы следует выбрать так, чтобы величины ξ_x, ξ_y, $\dot\xi_x$ и $\dot\xi_y$ были вещественны при вещественном τ. Поскольку

$$\dot\xi_x = \alpha_x + \sin\tau, \quad \dot\xi_y = \alpha_y + \frac{\epsilon}{2}\sin(2\tau+\psi), \quad (31)$$

очевидно, что константы α_x и α_y чисто вещественны, как и при параллельной поляризации гармоник. Учитывая это и приравнивая нулю мнимую часть выражения (29) при произвольном вещественном значении τ, находим, что

$$\alpha_x = \frac{\mathrm{Im}[\cos\tau_0]}{\mathrm{Im}\,\tau_0}. \quad (32)$$

Аналогичным образом из соотношения (30) получаем

$$\alpha_y = \frac{\epsilon\,\mathrm{Im}[\cos(2\tau_0+\psi)]}{4\,\mathrm{Im}\,\tau_0}. \quad (33)$$

Параметры $\alpha_{x,y}$ определяют компоненты среднего импульса $p_{x,y} = (eE_1/\omega)\alpha_{x,y}$ фотоэлектронов, порождаемых лазерным импульсом. Подставляя найденное решение в неиспользованное ранее первое начальное условие (9), получаем уравнение

$$[\alpha_x + \sin\tau_0]^2 + \left[\alpha_y + \frac{\epsilon}{2}\sin(2\tau_0+\psi)\right]^2 = -\gamma^2 \quad (34)$$

для определения τ_0. Из его анализа нетрудно видеть, что условие доминирования второй гармоники по-прежнему определяется неравенством (21).

В пределе $1 \ll \gamma \ll 1/\epsilon$, соответствующем доминированию ионизации от первой гармоники, находим:

$$\tau_0 = i\ln(2\gamma) + \pi k - \gamma^2\epsilon^2 \times \\ \times \left[\frac{i}{2}e^{-2i\psi} + \frac{\sin(2\psi)}{4(\ln(2\gamma)-1)} + i\frac{4\ln(2\gamma)-1}{8\ln^2(2\gamma)}\sin^2\psi\right], \quad (35)$$

$$\alpha_x = (-1)^k\epsilon^2\gamma^3\frac{2\ln(2\gamma)-1}{4(\ln(2\gamma)-1)\ln(2\gamma)}\sin(2\psi), \quad (36)$$

$$\alpha_y = -\frac{\epsilon\gamma^2}{2\ln(2\gamma)}\sin\psi, \quad (37)$$

$$f_0 = \ln(2\gamma) - \frac{1}{2} - \frac{\epsilon^2\gamma^2}{4}\left(\cos(2\psi) + \frac{\sin^2\psi}{\ln(2\gamma)}\right). \quad (38)$$

Из этих формул следует, что фотоэлектроны получают начальный импульс преимущественно в направлении поляризации второй гармоники, так как $\alpha_y \gg \alpha_x$. Интересно также, что величина α_y, вычисленная по формуле (37), по порядку величины совпадает с начальным импульсом фотоэлектронов (23) при параллельной поляризации первой и второй гармоник. Этот факт не имеет объяснения в феноменологической модели, изложенной в работе [5].

Наличие ненулевой (хотя и малой) компоненты импульса α_x вдоль направления поляризации основной гармоники могло бы приводить к повороту плоскости поляризации терагерцевого излучения в упомянутых выше экспериментах, особенно заметному при $\epsilon\gamma \sim 1$. Однако поскольку величина f_0 одинакова для четных и нечетных значений k, в единицу времени рождается одинаковое число фотоэлектронов с импульсами $\alpha_x > 0$ и $\alpha_x < 0$. В результате оказывается, что фототок не имеет проекции на направление поляризации первой гармоники (направление оси x).

В противоположном пределе $1 \ll 1/\epsilon \ll \gamma$ имеем

$$\tau_0 = \frac{i}{2}\ln\frac{4\gamma}{\epsilon} + \frac{\pi k - \psi}{2} - \frac{1}{4\epsilon\gamma}\left[\frac{(-1)^k \sin\psi}{\ln(4\gamma/\epsilon) - 1} + \right. \\ \left. + (-1)^k i e^{i\psi} + i\frac{\ln(4\gamma/\epsilon) - 1}{\ln^2(4\gamma/\epsilon)}\sin^2\frac{\pi k + \psi}{2}\right], \quad (39)$$

$$\alpha_x = \frac{2\gamma}{\sqrt{\epsilon\gamma}}\frac{(-1)^k}{\ln(4\gamma/\epsilon)}\sin\frac{\pi k + \psi}{2}, \quad (40)$$

$$\alpha_y = -\frac{\gamma}{2\epsilon\gamma}\frac{\ln(4\gamma/\epsilon) - 2}{(\ln(4\gamma/\epsilon) - 1)\ln(4\gamma/\epsilon)}\sin\psi. \quad (41)$$

Мнимая часть укороченного действия вычисляется с помощью формулы

$$f_0 = \frac{1}{2}\ln\frac{4\gamma}{\epsilon} - \frac{1}{4} - \frac{1}{\epsilon\gamma}\left[\frac{1}{4}\cos(\pi k + \psi) + \right. \\ \left. + \frac{\ln(4\gamma/\epsilon) - 1}{\ln^2(4\gamma/\epsilon)}\sin^2\frac{\pi k + \psi}{2}\right]. \quad (42)$$

Теперь $\alpha_x \gg \alpha_y$, поэтому начальный импульс фотоэлектронов направлен преимущественно вдоль направления поляризации основной гармоники (которая, однако, дает малый вклад в ионизацию). Сравнение формул (40) и (26) вновь, как и в случае $\epsilon\gamma \ll 1$, показывает, что абсолютная величина начального импульса фотоэлектронов примерно одинакова при параллельной и взаимно ортогональной поляризациях гармоник.

Так как отличны от нуля обе компоненты начального импульса фотоэлектронов, пропорциональные α_x и α_y, плоскость поляризации терагерцевого излучения не совпадает с осями x и y. Более того, она поворачивается при изменении отношения амплитуд $\epsilon = E_2/E_1$ или мощности лазерного импульса, от которой зависит величина параметра γ. Поворот плоскости поляризации наблюдался в некоторых экспериментах, однако детально еще не исследован.

Вероятность ионизации при параллельной поляризации может быть заметно больше, чем при взаимно ортогональной поляризации гармоник. Действительно, в случае $\epsilon\gamma \gg 1$ третье слагаемое в (27) больше, чем третье слагаемое в (42). Различие в скорости ионизации будет заметно, если

$$\frac{2I}{\hbar\omega}\frac{2}{3\sqrt{\epsilon\gamma}} > 1.$$

В противоположном случае $\epsilon\gamma \ll 1$ третье слагаемое в (24) также больше, чем третье слагаемое в (38). Различие в скорости ионизации будет заметно, если

$$\frac{2I}{\hbar\omega}\frac{2\epsilon\gamma}{3} > 1.$$

Объединяя два неравенства, находим, что ионизация при параллельной поляризации гармоник заметно больше, чем при взаимно ортогональной поляризации, если

$$\left(\frac{4I}{3\hbar\omega}\right)^{-1} < \epsilon\gamma < \left(\frac{4I}{3\hbar\omega}\right)^2. \quad (43)$$

Это же неравенство выделяет область параметров, в которой существует эффект взаимного усиления ионизации двумя гармониками при одинаковой поляризации. В случае взаимно ортогональной поляризации — это область, в которой выполняется условие

$$\left(\frac{I}{2\hbar\omega}\right)^{-1/2} < \epsilon\gamma < \frac{I}{2\hbar\omega}. \quad (44)$$

5. ВЫВОДЫ

Завершая статью, повторим, что добавление второй гармоники отвечает за экспериментально наблюдаемое усиление терагерцевого излучения из зоны оптического пробоя в фокусе фемтосекундного лазерного импульса. Этот факт на качественном уровне согласуется с результатами экспериментов, проводимых в МГУ, в которых мощность терагерцевого излучения в схеме с параллельной поляризацией гармоник существенно больше, чем в схеме с взаимно ортогональной поляризацией.

Доминирующим механизмом усиления генерации терагерцевого излучения является увеличение вероятности многофотонной ионизации. Однако появление переходного фототока также играет решающую роль. Скорость ионизации максимальна, если сдвиг фаз ψ между первой и второй гармониками кратен π, тогда как начальный импульс фотоэлектронов максимален при $\psi = \pm\pi/2$. Конкуренция между этими двумя эффектами может приводить к тому, что максимум генерации может наблюдаться при промежуточных значениях ψ, не кратных $\pi/2$ или π.

Авторы признательны А. И. Мильштейну за полезные советы. Работа выполнена при поддержке Правительства Российской Федерации (грант 11.G34.31.0033) и Федерального агентства по науке и инновациям (государственный контракт 02.740.11.0223).

ЛИТЕРАТУРА

1. P. Sprangle, J. R. Peñano, B. Hafizi, and C. A. Kapetanakos, Phys. Rev. E **69**, 066415 (2004).
2. D. J. Cook and R. M. Hochstrasser, Opt. Lett. **25**, 1210 (2000).
3. M. Kreß, T. Löffler, M. D. Thomson et al., Nature Phys. **2**, 327 (2006).
4. K. Y. Kim, J. H. Glownia, A. J. Taylor, and G. Rodriguez, Opt. Express **15**, 4577 (2007).
5. A. V. Balakin, A. V. Borodin, I. A. Kotelnikov, and A. P. Shkurinov, J. Opt. Soc. Amer. B **27**, 16 (2010).
6. Л. В. Келдыш, ЖЭТФ **47**, 1945 (1964).
7. F. H. M. Faisal, J. Phys. B **6**, 1307 (1973).
8. H. R. Reiss, J. Phys. A **22**, 1786 (1980).
9. А. М. Переломов, В. С. Попов, М. В. Терентьев, ЖЭТФ **50**, 1393 (1966).
10. А. М. Переломов, В. С. Попов, М. В. Терентьев, ЖЭТФ **51**, 309 (1966).
11. В. С. Попов, Письма в ЖЭТФ **73**, 3 (2001).
12. В. С. Попов, ЖЭТФ **120**, 315 (2001).
13. В. С. Попов, УФН **174**, 921 (2004).
14. D. B. Miločević, G. G. Paulus, D. Bauer, and W. Becker, J. Phys. B **39**, R203 (2006).
15. F. Ehlotzky, Phys. Rep. **345**, 175 (2001).
16. D. B. Miločević and F. Ehlotzky, J. Phys. B **32**, 1585 (1999).
17. С. В. Попруженко, В. Д. Мур, В. С. Попов, Д. Бауэр, ЖЭТФ **135**, 1092 (2009).