

ДИАГРАММА СОСТОЯНИЙ ДВУМЕРНОЙ КВАДРАТНОЙ РЕШЕТКИ МАГНИТНЫХ ЧАСТИЦ С ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОЙ АНИЗОТРОПИЕЙ

П. В. Бондаренко^a, А. Ю. Галкин^b, Б. А. Иванов^{a,c}*

*^a Институт магнетизма Национальной академии наук Украины
03142, Киев, Украина*

*^b Институт металлофизики Национальной академии наук Украины
03142, Киев, Украина*

*^c Киевский университет им. Тараса Шевченко
03127, Киев, Украина*

Поступила в редакцию 27 сентября 2010 г.

Исследовано основное состояние массива малых магнитных частиц с перпендикулярной анизотропией, находящихся в однодоменном состоянии и упорядоченных в квадратную двумерную решетку, при наличии внешнего магнитного поля. Анализ проведен путем исследования (в линейном приближении) устойчивости некоторых базисных состояний относительно неоднородных возмущений, а также на основе аналитических модельных расчетов и численного моделирования. Для магнитного поля, перпендикулярного плоскости системы, рассмотрена вся совокупность состояний при различных значениях константы анизотропии и поля. Для безграничной системы возможны два основных класса состояний, коллинеарные и неколлинеарные. Для коллинеарных состояний магнитные моменты всех частиц перпендикулярны плоскости массива. Для достаточно большой анизотропии реализуется широкий класс коллинеарных состояний. При малых полях имеет место шахматный антиферромагнитный порядок магнитных моментов, при увеличении поля возникает ненасыщенное состояние, которое при достаточно сильном поле переходит в насыщенное (ферромагнитное) состояние с параллельной ориентацией магнитных моментов всех частиц. При меньшей анизотропии основному состоянию системы отвечают неколлинеарные состояния, включающие сложную четырехподрешеточную структуру для компонент магнитных моментов в плоскости массива и ненулевую проекцию моментов частиц на направление поля. Построена фазовая диаграмма состояний массива анизотропных магнитных частиц в координатах «константа анизотропии–магнитное поле». Для конечных массивов частиц обнаружена роль границ образца, особо существенная для неколлинеарных состояний. В результате влияния границ при умеренных значениях поля и анизотропии в системе могут реализоваться существенно неоднородные неколлинеарные состояния с масштабом неоднородности, сравнимым с размером образца.

1. ВВЕДЕНИЕ И ФОРМУЛИРОВКА МОДЕЛИ

Магнитное упорядочение обычно ассоциируется с обменным взаимодействием атомных спинов в кристаллических материалах, которое, как правило, приводит к достаточно простым типам магнитного порядка [1–3]. Однако в течение многих лет не ослабевало внимание к дипольным магнетикам, спиновым системам, в которых превалирует дальнедей-

ствующее магнитное дипольное взаимодействие. Дипольные магнетики представляют интерес как объекты фундаментальной физики магнетизма, обладающие рядом необычных свойств. Здесь можно отметить наличие неоднозначного основного состояния с нетривиальным вырождением даже для простых решеток типа кубических [4, 5] или квадратных [6–8], и существование специфических индуцированных внешним магнитным полем фазовых переходов [9–12]. Магнетонные спектры в этих системах имеют неаналитическое поведение при малых

*E-mail: bivanov@i.com.ua

значениях волновых векторов [13–15]. Для дипольных двумерных систем с непрерывным вырождением неприменима теорема Мермина–Вагнера и даже в чисто двумерном случае может присутствовать истинный дальний порядок [16–18].

Последние годы в физике магнетизма большое внимание уделяется упорядоченным плоским массивам малых (однодоменных) магнитных частиц на немагнитной подложке с размером частицы порядка десятков или сотен нанометров. К ним относятся магнитные сверхструктуры, содержащие ферромагнитные элементы (пленки, кластеры, малые магнитные частицы) с характерным размером порядка десятков или сотен нанометров, разделенные немагнитными прослойками, см. обзоры [19–21]. Сейчас наиболее интересны двумерные ($2D$) сверхструктуры типа решеток субмикронных магнитных частиц (их часто называют магнитными точками) на немагнитной подложке. Магнитные точки чаще всего изготавливаются из магнитомягких материалов типа Fe, Ni, Co, пермаллоя [22–26], но используются также и материалы с высокой анизотропией, например, FePt [27] или диспрозий [28]. Такие материалы важны для практических применений в системах высокоплотной магнитной записи [29, 30] и могут быть использованы для реализации нового поколения чисто магнитных цифровых устройств обработки информации, работающих при комнатной температуре [31]. В последние годы упорядоченные массивы магнитных элементов с субмикронными размерами обсуждаются как материалы для так называемой магноники, новой области прикладной физики магнетизма, в которой магнонные моды с дискретным спектром в магнитных нанозементах используются для устройств обработки сигналов СВЧ [32].

В эксперименте часто изучаются системы с расположением частиц в узлах квадратной решетки, $\mathbf{l} = a(\mathbf{e}_x l_1 + \mathbf{e}_y l_2)$, где l_1, l_2 — целые числа, причем достигается весьма высокая регулярность системы. Отдельные частицы в массиве не соприкасаются, и их взаимодействие определяется только дипольным взаимодействием их магнитных моментов. Итак, массивы магнитных точек представляют собой специфические материалы с чисто двумерной, причем весьма регулярной, решеточной структурой и дальнедействующим дипольным взаимодействием магнитных моментов, которое не мало и приводит к антиферромагнитной ориентации магнитных моментов при достаточно высокой температуре [9, 10]. Такие системы представляют собой чистую реализацию дипольных магнетиков и наполняет их теоретическое изучение новым физическим содержанием.

Таким образом, массивы магнитных точек интересны как принципиально новые объекты фундаментальной физики магнетизма.

Для двумерных систем дипольное взаимодействие обычно приводит к планарной ориентации спинов, и именно этот случай в основном и обсуждался в литературе. Опираясь формой частицы, можно добиться, что их магнитные моменты \mathbf{m} будут перпендикулярны плоскости массива, $\mathbf{m} = \pm m_0 \mathbf{e}_z$, m_0 — момент одной частицы. Этот случай наиболее перспективен для систем перпендикулярной магнитной записи [30]. Гамильтониан системы, учитывающий дипольное взаимодействие такой системы магнитных моментов, при наличии магнитной анизотропии для каждой частицы, а также внешнего магнитного поля, перпендикулярного плоскости системы, может быть записан в виде [1]

$$\hat{H} = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{l} \neq \mathbf{l}'} \frac{\mathbf{m}_\mathbf{l} \cdot \mathbf{m}_{\mathbf{l}'} - 3(\mathbf{m}_\mathbf{l} \cdot \boldsymbol{\nu})(\mathbf{m}_{\mathbf{l}'} \cdot \boldsymbol{\nu})}{|\mathbf{l} - \mathbf{l}'|^3} + \sum_{\mathbf{l}} \left[\frac{\beta}{2} (m_{\mathbf{l},x}^2 + m_{\mathbf{l},y}^2) - H(\mathbf{m}_\mathbf{l} \cdot \mathbf{e}_z) \right]. \quad (1)$$

Здесь первое слагаемое описывает дипольное взаимодействие магнитных частиц, $\boldsymbol{\nu} = (\mathbf{l} - \mathbf{l}')/|\mathbf{l} - \mathbf{l}'|$, β — константа анизотропии для отдельной частицы, H — внешнее магнитное поле, направленное перпендикулярно плоскости массива (параллельно оси z). Эффективная анизотропия для частицы предполагается одноосной с легкой осью \mathbf{e}_z , перпендикулярной плоскости системы, так что $\beta > 0$ и состояние уединенной частицы характеризуется перпендикулярной намагниченностью ($\mathbf{m} = \pm m_0 \mathbf{e}_z$).

Такие системы изучены гораздо хуже, чем планарные. Для них анализ основного состояния проводился в «изинговском» приближении, т. е. в предположении, что магнитные моменты всех частиц перпендикулярны плоскости массива, $\mathbf{m} = \pm m_0 \mathbf{e}_z$, m_0 — магнитный момент одной частицы [9]. В этом случае показано, что при достаточно малых полях, $H < H_{AF}$, энергетически выгоден шахматный антиферромагнитный порядок магнитных моментов, а при сильных полях, $H > H_F$, выгодно состояние, для которого моменты всех частиц параллельны, его можно назвать ферромагнитным (в работе [9] использованы обозначения H_0 и H_1). Характерные поля H_{AF} и H_F различаются достаточно сильно, $H_F = 9.03362M$ и $H_{AF} = 2.64589M$, где $M = m_0/a^3$ — характерная величина, определяющая интенсивность взаимодействия частиц и имеющая такую же размерность, как намагниченность.

При промежуточных значениях магнитного поля, $H_{AF} < H < H_F$, реализуется каскад переходов первого рода между большим числом различных ненасыщенных коллинеарных состояний [9]. Для этих состояний числа частиц с магнитным моментом, параллельным и антипараллельным полю, не равны друг другу, причем последние образуют правильную решетку.

В работе [9] анализ проводился фактически в предположении $\beta \rightarrow \infty$, при этом значение константы одноузельной анизотропии β не влияет на энергию «изинговских» состояний и не входит в формулы для критических полей H_F и H_{AF} . Фактически, принималась во внимание только устойчивость системы относительно полного переворота некоторых магнитных моментов, типа $\mathbf{m} = m_0 \mathbf{e}_z \rightarrow -\mathbf{m} = -m_0 \mathbf{e}_z$. При конечных β численный анализ показал, что коллинеарные (изинговские) состояния могут быть неустойчивы относительно малых отклонений магнитных моментов от избранной оси, что ведет к переходу к планарным состояниям, которым отвечают весьма сложные неколлинеарные структуры. Тем самым показано, что полный анализ устойчивости такой системы должен учитывать не только «изинговские» возмущения, сводящиеся к перевороту момента одной частицы, но и поперечные возмущения, определяющиеся отклонением магнитного момента от ее легкой оси. Однако результат анализа нельзя назвать полным: фактически, в работе [9] был проведен только численный расчет для двух значений константы β .

В настоящей работе проведено полное исследование задачи при произвольных значениях константы анизотропии β и величины магнитного поля, перпендикулярного плоскости массива. Результаты анализа представлены в виде фазовой диаграммы на плоскости bh , где $b = \beta a^3$ и $h = H/M$ — безразмерные соответственно константа анизотропии и магнитное поле, см. рис. 1. Исследование проводилось так: сначала аналитически в линейном приближении по амплитуде возмущений были получены условия устойчивости относительно малых возмущений произвольного типа для ферромагнитной и шахматной антиферромагнитной фаз (разд. 2). Для анализа возмущений с произвольным распределением в пространстве использовались спектры спиновых возбуждений для модели (1) с дипольным взаимодействием [15]. Далее, для анализа немалых возбуждений был использован феноменологический подход с применением пробных функций, определенных из структуры мягкой моды и результатов численного моделирования.

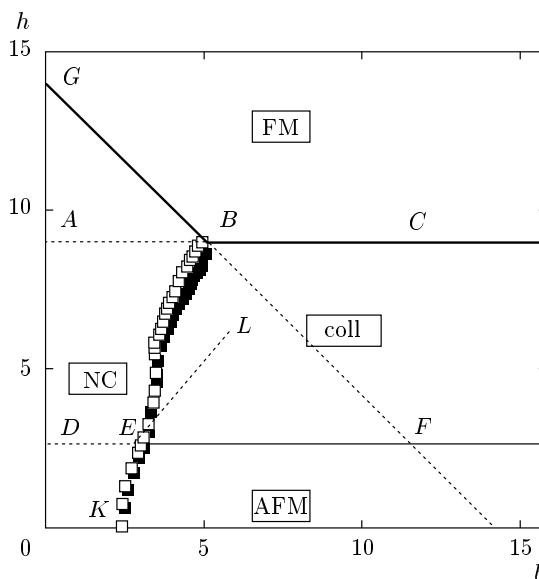


Рис. 1. Области устойчивости ферромагнитной (FM) и шахматной антиферромагнитной (AF) фаз, а также области существования ненасыщенных коллинеарных (coll) и неколлинеарных (NC) структур. Светлые и темные точки представляют соответственно данные теоретического расчета поля перехода для бесконечной системы (разд. 3) и результаты прямого численного моделирования восьмиугольного массива с размером 30×30 (разд. 4). Кривые в области малых полей представляют поле неустойчивости антиферромагнитной фазы

На плоскости bh обсужденные выше линии потери устойчивости фаз относительно изинговских возмущений, $h = h_F$ для ферромагнитного состояния, и $h = h_{AF}$ для шахматного антиферромагнитного состояния, представлены горизонтальными прямыми, проходящими соответственно через точки A, B, C и D, E, F. Здесь также представлены и другие характерные линии, которые получены ниже в основной части работы. Прямая линия $h = h_{c,FM} - b$, $h_{c,FM} = 14.131638$, проходящая через точки G, B, F, и кривая, проходящая через точки K, E, L, определяют линии, на которых ферромагнитная и антиферромагнитная фазы теряют устойчивость относительно малых возмущений, что исследовано в разд. 2. Далее в разд. 3 мы исследуем род фазовых переходов между различными фазами, включая описанные выше состояния (ферромагнитное, антиферромагнитное и ненасыщенное коллинеарное со средним значением z -проекции момента $0 < \langle m_z \rangle < m_0$), а также неколлинеарные состояния, которые реализуются при малой анизотропии. Оказывается, что разные участки

описанных выше линий имеют различный физический смысл. Отрезок GB прямой линии определяет линию фазовых переходов второго рода между ферромагнитной и неколлинеарной фазами. Неколлинеарная фаза выгодна слева от линии KEB , на которой происходит фазовый переход первого рода. В этой области линии $h = h_F$ и $h = h_{AF}$ (отрезки прямых AB и DE , отмеченные на рис. 1 пунктиром) никак не проявляются. Линия перехода первого рода между неколлинеарной и антиферромагнитной фазами проходит достаточно близко от кривой неустойчивости последней (сегмент кривой KE), в то время как линия перехода между ненасыщенной коллинеарной фазой и неколлинеарной фазой (сегмент кривой EB) проходит почти вертикально до пересечения прямых $h = h_F$ и $h = h_{c,FM} - b$. Затем в разд. 4 численно исследуется роль границ системы в формировании магнитной структуры массива для различных геометрий. Обсуждение результатов представлено в заключительном разд. 5.

2. АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ В ЛИНЕЙНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Начнем с анализа условий устойчивости относительно малых возмущений произвольного типа, ограничившись линейным приближением по амплитуде возмущений. Для системы магнитных частиц с чисто дипольным взаимодействием характер возмущений, ведущих к неустойчивости, заведомо не очевиден. Для анализа возмущений с произвольным распределением в пространстве можно использовать результаты расчета спектров спиновых возбуждений для модели (1) с дипольным взаимодействием [15]. Представим компоненты намагниченности на данном узле через магнитные амплитуды (удобно нормировать амплитуды так, чтобы они давали магнитные операторы рождения и уничтожения a_1^\dagger , a_1). В линейном приближении достаточно записать

$$\begin{aligned} m_{x,1} &= \sqrt{m_0 \mu_B} (a_1^\dagger + a_1), \\ m_{y,1} &= i \sqrt{m_0 \mu_B} (a_1^\dagger - a_1), \\ m_{z,1} &= m_0 - 2\mu_B a_1^\dagger a_1, \end{aligned} \quad (2)$$

где μ_B — магнетон Бора. Для более сложных состояний с несколькими подрешетками надо ввести такие операторы для каждой из подрешеток. Коллективные моды можно представить через состояния с определенным квазиимпульсом \mathbf{k} , $a_{\mathbf{k}}$ и $a_{\mathbf{k}}^\dagger$,

$$a_{\mathbf{k}} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{l}} a_{\mathbf{l}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{l}}, \quad a_{\mathbf{k}}^\dagger = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{l}} a_{\mathbf{l}}^\dagger e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{l}},$$

где N — число частиц в массиве. Возмущения представляют собой блоховские волны с квазиимпульсом \mathbf{k} , определенным в пределах первой зоны Бриллюэна, амплитуда возмущений пропорциональна экспоненте $\exp[i\omega(\mathbf{k})t]$, где $\omega(\mathbf{k})$ — частота волны. Область неустойчивости некоторой фазы на плоскости bh может быть найдена как совокупность значений h и b , при которых для этой фазы функция $\omega^2(\mathbf{k})$ становится отрицательной при каком-либо значении \mathbf{k} . Перейдем к конкретному исследованию спектров и условий устойчивости для различных фаз.

Ферромагнитное состояние. Начнем со случая ферромагнитного состояния. Сначала отметим, что для тонкой сплошной пленки с осью анизотропии (ось z), перпендикулярной плоскости пленки, условие неустойчивости поперечного состояния $\mathbf{M}||\mathbf{e}_z$ относительно возмущений, однородных в плоскости пленки, имеет вид $H + H_a < 4\pi M_s$, где M_s — намагниченность насыщения, H_a — поле анизотропии. Для пленки предельно малой толщины можно показать [33], что роль неоднородностей не существенна и это условие определяет абсолютную устойчивость. Для системы магнитных частиц, в принципе, следует ожидать проявления эффектов дискретности. Сравнение с данными, полученными в случае одноатомного магнитного слоя [34], показывает, что учет дискретности задачи меняет в этом соотношении только численный коэффициент перед M_s , который равен $1.0783 \times 4\pi$. Этот результат относится к однородным возмущениям, которые существенны для модели, рассмотренной в работе [34]. В этой работе вместе с дипольным взаимодействием атомов учитывалось также их ферромагнитное обменное взаимодействие, которое для предельно тонкой пленки делает неоднородные возмущения невыгодными. Как мы увидим, для системы частиц с чисто дипольной связью ситуация существенно иная.

Для ферромагнитного состояния гамильтониан \mathcal{H} можно привести к виду

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = 2\mu_B \sum_{\mathbf{k}} \left\{ H_{eff} + \frac{1}{2} M [\sigma(0) - \sigma(\mathbf{k})] \right\} a_{\mathbf{k}}^\dagger a_{\mathbf{k}} + \\ + \mu_B \sum_{\mathbf{k}} \frac{3}{2} M [\sigma_c(\mathbf{k}) a_{\mathbf{k}}^\dagger a_{-\mathbf{k}}^\dagger + \text{H.c.}], \end{aligned} \quad (3)$$

где величина

$$H_{eff} = H_a + H_0 - (3M/2)\sigma(0)$$

имеет смысл z -проекции эффективного статического поля, включающего внешнее поле, поле анизотропии $H_a = bM = \beta m_0$ и размагничивающее поле

$H_M^{(0)} = (3M/2)\sigma(0) \approx 1.0783 \cdot 4\pi M$, и введены дипольные суммы $\sigma(\mathbf{k})$ и $\sigma_c(\mathbf{k})$,

$$\sigma(\mathbf{k}) = \sum_{\mathbf{l} \neq 0} \frac{1}{(l_1^2 + l_2^2)^{3/2}} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{l}},$$

$$\sigma_c(\mathbf{k}) = \sigma'(\mathbf{k}) + i\sigma''(\mathbf{k}) = \sum_{\mathbf{l} \neq 0} \frac{(l_1 - il_2)^2}{(l_1^2 + l_2^2)^{3/2}} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{l}}. \quad (4)$$

При малых $k \rightarrow 0$ можно получить [14, 35]

$$\sigma(\mathbf{k}) \approx \sigma(0) - kF(\mathbf{k}),$$

$$\sigma_c(\mathbf{k}) \equiv \sigma'(\mathbf{k}) + i\sigma''(\mathbf{k}) = \frac{(k_x - ik_y)^2}{|\mathbf{k}|} G(\mathbf{k}), \quad (5)$$

где $k = |\mathbf{k}|$, $F(\mathbf{k})$ и $G(\mathbf{k})$ — вещественные функции, аналитические по \mathbf{k} при $\mathbf{k} \rightarrow 0$ и инвариантные относительно группы симметрии квадратной решетки. Предельное значение $G(\mathbf{k})$ при $\mathbf{k} \rightarrow 0$ равно $2\pi/3$, и значение $\sigma_c(0)$ равно нулю. Из выражения (5) следует, что в отличие от $\sigma(\mathbf{k})$, комплексная сумма $\sigma_c(\mathbf{k})$ не инвариантна относительно преобразований симметрии решетки, но эти преобразования меняют лишь фазовый множитель и поэтому не влияют на вид частоты, которая содержит только $|\sigma_c(\mathbf{k})| = |\mathbf{k}|G(\mathbf{k})$. Интересно отметить, что структура закона дисперсии для ферромагнитного состояния в точности такая же, как для коллективной моды колебаний вихревых центров для решетки частиц в вихревом состоянии [14]. Диагонализация гамильтониана дает закон дисперсии магнонов в следующем виде

$$\frac{\omega^2(\mathbf{k})}{(g\mu_B)^2} =$$

$$= \left\{ H_{eff} + \frac{M}{2} [\sigma(0) - \sigma(\mathbf{k})] + \frac{3M}{2} |\sigma_c(\mathbf{k})| \right\} \times$$

$$\times \left\{ H_{eff} + \frac{M}{2} [\sigma(0) - \sigma(\mathbf{k})] - \frac{3M}{2} |\sigma_c(\mathbf{k})| \right\}. \quad (6)$$

В соответствии с этим результатом и с учетом того, что $\sigma_c(\mathbf{k}) = 0$, устойчивость ферромагнитного состояния относительно длинноволновых возмущений нарушается при $H_a + H < H_M^0$, $H_M^0 = 3M\sigma(0)/2$. Величина $(3m_0/2a^3)\sigma(0)$ совпадает с полем неустойчивости для одноатомного магнитного слоя, которое определено из вычисления статической энергии такого слоя [34]. Однако в нашем случае зависимость $\omega(\mathbf{k})$ оказывается существенно иной, чем для тонких пленок. Заметим, что как $\sigma(0) - \sigma(\mathbf{k})$, так и $|\sigma_c(\mathbf{k})|$ являются монотонно растущими функциями $|\mathbf{k}|$ для всех направлений \mathbf{k} , при $\mathbf{k} \rightarrow 0$ эта зависимость линейная, $\sigma(0) - \sigma(\mathbf{k}) \rightarrow 2\pi|\mathbf{k}|$, $|\sigma_c(\mathbf{k})| \rightarrow 2\pi|\mathbf{k}|/3$

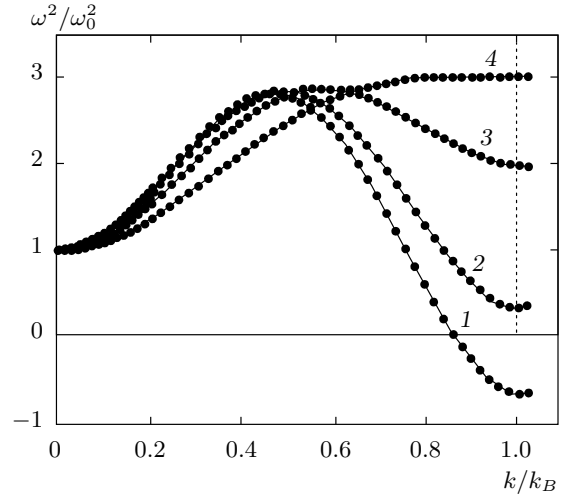


Рис. 2. Квадрат частоты $\omega(k)$ коллективной волны колебаний магнитных моментов частиц (в единицах $\omega_0 = \omega(k=0)$) как функция квазиимпульса \mathbf{k} (нормированного на $k_B = \pi/a$) при распространении волны вдоль направления типа $(1, 0)$ для различных значений параметра $\rho = (H_0 + H_a)/4\pi M$. Кривая 1 соответствует $\rho = 1.122$, что меньше критического значения $\rho_c = (h_{c,FM}/4\pi) = 1.12463$; кривая 2 — $\rho = 1.126 > \rho_c$; кривая 3 — $\rho = 1.14$; кривая 4 при $\rho = \rho_1 = 1.23746$ демонстрирует переход к монотонной зависимости $\omega(k)$ при больших $\rho > \rho_1$

[14, 35]. В силу этого первая скобка в выражении (6) всегда положительна при $H_{eff} > 0$ при $\mathbf{k} \rightarrow 0$ (в длинноволновом пределе она приобретает вид $H_{eff} + 2\pi\gamma a |\mathbf{k}| M$, характерный для континуальных тонких пленок). Напротив, во второй скобке при $\mathbf{k} \rightarrow 0$ слагаемые, линейные по k , компенсируют друг друга, и остаются лишь члены, квадратичные по k . При \mathbf{k} , параллельном осям типа $(1,0)$, величина $0.5[\sigma(0) - \sigma(\mathbf{k})] - 1.5|\sigma_c(\mathbf{k})|$ отрицательна, она убывает с ростом $|\mathbf{k}|$ и ее минимальное значение равно -0.582081 реализуется на границе зоны Бриллюэна. Это может приводить к появлению минимума величины $\omega^2(\mathbf{k})$ на границе зоны Бриллюэна, и именно в этой точке $\omega^2(\mathbf{k})$ может изменить знак, см. рис. 2. Таким образом, ферромагнитное состояние теряет устойчивость относительно возмущений с произвольными \mathbf{k} при большем значении поля, чем это следует из анализа возмущений с $\mathbf{k} \approx 0$, а именно, при выполнении условия

$$H_0 > H_{c,FM}(b) = H_{c,FM} - H_a = M(h_{c,FM} - b), \quad (7)$$

$$h_{c,FM} \approx 14.132514 = 1.12463 \cdot 4\pi M.$$

Условие устойчивости ферромагнитного состояния содержит h и b аддитивно и может быть пред-

ставлено в виде $b + h \leq h_{c,FM}$. Величина $h_{c,FM}$ еще больше (на 12.5 %) отличается от континуального значения $4\pi M$, чем $H_M^{(0)} = (3m_0/2a^3)\sigma(0)$. На рис. 1 область поперечной устойчивости ферромагнитного состояния лежит выше наклонной прямой линии, проходящей через точки A , B и C , физический смысл различных участков этой линии мы обсудим ниже.

Таким образом, получилось, что при $H \rightarrow H_{c,FM}(b)$ неустойчивость ферромагнитного состояния всегда возникает для значений квазиимпульса на границе зоны Бриллюэна, $\mathbf{k} = (\pi/a)\mathbf{e}_x$ или $\mathbf{k} = (\pi/a)\mathbf{e}_y$. Физически это условие определяет переход от ферромагнитного состояния с параллельными магнитными моментами всех частиц в состояние с несколькими подрешетками. Для сплошной пленки наличие обменного взаимодействия приводит к существенно иной картине: неустойчивость имеет место при ненулевых, но малых значениях k , что отвечает появлению длиннопериодических доменных структур [33]. Здесь также важно отметить, что исследование спектра не показывает никаких следов неустойчивости относительно перехода в частично насыщенные состояния, которая должна была бы проявляться как наличие неустойчивости при малых $|\mathbf{k}| \ll 1/a$. Это означает, что частично насыщенные состояния, энергетически выгодные при $H_{AF} < H < H_F$ [9], могут возникать только вследствие немалых возбуждений.

Антиферромагнитное состояние. Следующим по сложности анализа является состояние с шахматным антиферромагнитным порядком, для которого

$$\mathbf{m}_i = (-1)^{i_1+i_2} m_0 \mathbf{e}_z,$$

и можно выделить две квадратные подрешетки с постоянной решетки $a\sqrt{2}$. Для анализа спектра надо ввести различные операторы рождения и уничтожения для каждой из подрешеток, $a_{\mathbf{q}}^\dagger$, $a_{\mathbf{q}}$ и $b_{\mathbf{q}}^\dagger$, $b_{\mathbf{q}}$. Естественно, квазиимпульс \mathbf{q} принимает значения внутри первой зоны Бриллюэна подрешетки, $\mathbf{q} = q_1\mathbf{e}_1 + q_2\mathbf{e}_2$, $|q_{1,2}| \leq \pi/a\sqrt{2}$, где $\mathbf{e}_1 = (\mathbf{e}_x - \mathbf{e}_y)/\sqrt{2}$, $\mathbf{e}_2 = (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y)/\sqrt{2}$. Гамильтониан примет стандартный вид

$$\mathcal{H} = 2\mu_B M \sum_{\mathbf{q}} [(A_{\mathbf{q}} + h)a_{\mathbf{q}}^\dagger a_{\mathbf{q}} + (A_{\mathbf{q}} - h)b_{\mathbf{q}}^\dagger b_{\mathbf{q}}] - 2\mu_B M \sum_{\mathbf{q}} (D_{\mathbf{q}} a_{\mathbf{q}}^\dagger b_{\mathbf{q}} + F_{\mathbf{q}} a_{\mathbf{q}} b_{-\mathbf{q}} + \text{H.c.}), \quad (8)$$

где опущены слагаемые с операторами $a_{\mathbf{q}} a_{-\mathbf{q}}$ и $b_{\mathbf{q}} b_{-\mathbf{q}}$, коэффициенты при которых не входят в условие устойчивости антиферромагнитного состояния, и введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} A_{\mathbf{q}} &= \sum_{\boldsymbol{\mu}} \frac{1}{|\boldsymbol{\mu}|^3} - \sum_{\boldsymbol{\delta}} \frac{1}{|\boldsymbol{\delta}|^3} - \frac{1}{2} \sum_{\boldsymbol{\delta}} \frac{e^{i\mathbf{a}\mathbf{q}\cdot\boldsymbol{\delta}}}{|\boldsymbol{\delta}|^3} + \beta, \\ D_{\mathbf{q}} &= \frac{3}{2} \sum_{\boldsymbol{\mu}} \frac{(\mu_x + i\mu_y)^2 e^{i\mathbf{a}\mathbf{q}\cdot\boldsymbol{\mu}}}{|\boldsymbol{\mu}|^5}, \\ F_{\mathbf{q}} &= \frac{1}{2} \sum_{\boldsymbol{\mu}} \frac{e^{i\mathbf{a}\mathbf{q}\cdot\boldsymbol{\mu}}}{|\boldsymbol{\mu}|^3}, \end{aligned} \quad (9)$$

векторы трансляции $\boldsymbol{\delta}$ и $\boldsymbol{\mu}$ соединяют частицы соответственно из одной и из разных подрешеток. Существует простая связь между этими суммами по подрешеткам и введенными выше суммами по полной решетке $\sigma(\mathbf{k})$ и $\sigma_c(\mathbf{k})$. Используя простые геометрические преобразования, легко получить [15]

$$\begin{aligned} A_{\mathbf{q}} &= \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \sigma(0) - \frac{1}{2^{5/2}} \sigma(\tilde{\mathbf{q}}) + \beta, \\ D_{\mathbf{q}} &= \frac{3}{2} \left(\sigma_c(\mathbf{q}) + \frac{i}{2^{3/2}} \sigma_c(\tilde{\mathbf{q}})\right), \\ F_{\mathbf{q}} &= \frac{1}{2} \left[\sigma(\mathbf{q}) - \frac{1}{2^{3/2}} \sigma(\tilde{\mathbf{q}})\right], \end{aligned} \quad (10)$$

где введен вектор $\tilde{\mathbf{q}} = \sqrt{2}(q_1\mathbf{e}_x + q_2\mathbf{e}_y)$, который фактически получается из вектора \mathbf{q} поворотом на угол $\pi/4$ и растяжением на величину $\sqrt{2}$, см. рис. 3. Таким образом, коэффициенты гамильтониана, описывающего малые колебания массива в антиферромагнитном состоянии, не содержат новых дипольных сумм, отличных от полученных в ферромагнитном случае, и могут быть выражены через суммы $\sigma(\mathbf{k})$ и $\sigma_c(\mathbf{k})$ путем громоздких, но простых геометрических преобразований.

Для диагонализации гамильтониана (8) можно использовать u - v -преобразование Боголюбова и ввести операторы рождения и уничтожения магнонов двух ветвей, $c_{\mathbf{q}}^\dagger$, $c_{\mathbf{q}}$ и $d_{\mathbf{q}}^\dagger$, $d_{\mathbf{q}}$. Частоты двух ветвей магнонных мод, $\omega_{(-)}(\mathbf{q})$ и $\omega_{(+)}(\mathbf{q})$, определяются простой, но достаточно громоздкой формулой, которая приведена в работе [15]. Исследование полученного дисперсионного соотношения позволяет найти линии неустойчивости антиферромагнитного состояния, при переходе через которые квадрат частоты нижней моды становится отрицательным.

Задачу нахождения области устойчивости существенно облегчает тот факт, что локальные минимумы нижней ветви магнонного спектра расположены в симметричных точках зоны Бриллюэна: или в центре ($\mathbf{q}_{(0,0)} = 0$), или по углам ($\mathbf{q}_{(1,1)} = \pi(\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2)/(a\sqrt{2})$) зоны Бриллюэна подрешетки, см. рис. 3. В этих точках некоторые коэффициенты гамильтониана (не выписанные в формуле (8)) обра-

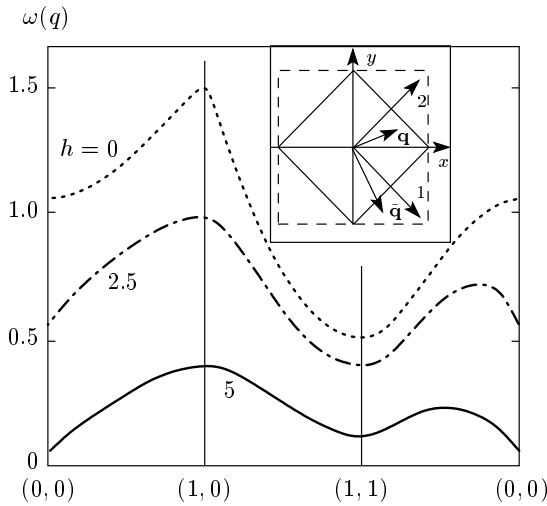


Рис. 3. Нижняя ветвь закона дисперсии $\omega_{(-)}(\mathbf{q})$ для массива точек с большой анизотропией ($b = 5$) в антиферромагнитном состоянии при различных значениях магнитного поля h в симметричных направлениях зоны Бриллюэна подрешетки. На вставке изображена форма зоны Бриллюэна, сплошная линия ограничивает первую зону Бриллюэна подрешетки, штриховая — первую зону Бриллюэна для всей решетки, а также оси x, y и оси 1, 2. Приведен также пример соотношения между векторами \mathbf{q} и $\tilde{\mathbf{q}}$

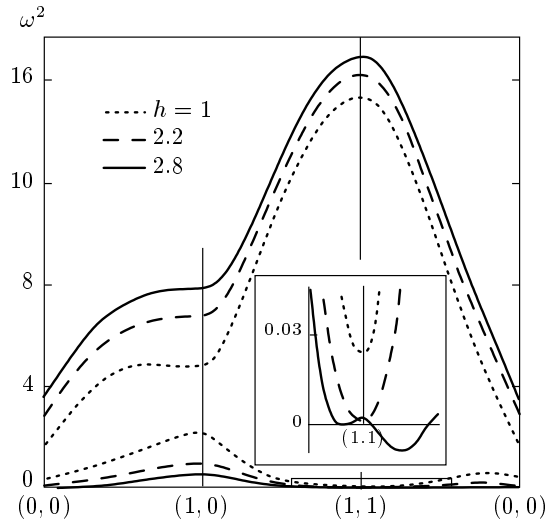


Рис. 4. Квадрат частоты коллективной волны колебаний магнитных моментов частиц (в единицах $\omega_a = \gamma H_a$, H_a — поле анизотропии) для массива частиц с малым значением анизотропии ($b = 3$) в антиферромагнитном состоянии при различных значениях магнитного поля h в симметричных направлениях зоны Бриллюэна подрешетки. На вставке изображено поведение $\omega^2(\mathbf{q})$ вблизи $\mathbf{q} = \mathbf{q}_0$, т.е. точки типа (1,1) зоны Бриллюэна подрешетки, определяющей неустойчивость

падают в нуль, что делает возможным несложное аналитическое рассмотрение.

Можно показать, что для состояний с нулевым квазиимпульсом $\omega_{\pm}(0) = \sqrt{A_0^2 - F_0^2} \pm h$, а для состояний с максимальным значением квазиимпульса $\omega_{\pm}(1,1) = A_{(1,1)} \pm \sqrt{D_{(1,1)}^2 + h^2}$, где индексы 0 и (1,1) означают соответственно значения коэффициентов в точках $\mathbf{q}_{(0,0)}$ и $\mathbf{q}_{(1,1)}$. Как легко видеть, значения ω^2 в этих точках всегда вещественны, т.е. неустойчивость спектра проявляется не так, как в случае ферромагнетика, см. выше рис. 2. Для выяснения характера этой неустойчивости необходимо провести более детальное исследование зависимости $\omega_{(-)}^2(\mathbf{q})$ вблизи этих точек. Рассмотрим его на примере более существенной для проблемы устойчивости точки $\mathbf{q} = \mathbf{q}_{(1,1)}$, $|\mathbf{q}_{(1,1)}| = \pi/a$. Можно показать, что все опущенные слагаемые в гамильтониане (8) вблизи особой точки $\mathbf{q}_{(1,1)}$ пропорциональны $(\mathbf{q} - \mathbf{q}_{(1,1)})^2$, а в общую формулу для квадрата частоты они входят в виде билинейных комбинаций. Поэтому с точностью до $(\mathbf{q} - \mathbf{q}_{(1,1)})^2$ формула для $\omega_{\pm}(\mathbf{q})$ имеет ту же простую структуру, что и в самой точке $\mathbf{q} = \mathbf{q}_{(1,1)}$, нужно только учесть зависимости коэффициентов A

и D от \mathbf{q} , что дает $\omega_{(\pm)}(\mathbf{q}) = A(\mathbf{q}) \pm \sqrt{D^2(\mathbf{q}) + h^2}$. Тогда получается, что при переходе через линию $A_{(1,1)} = \sqrt{D_{(1,1)}^2 + h^2}$ происходит изменение характера экстремума $\omega_{(-)}^2(\mathbf{q})$, но с точностью до $(\mathbf{q} - \mathbf{q}_0)^2$ значение $\omega_{(-)}^2(\mathbf{q})$ неотрицательно. Только учет слагаемых порядка $(\mathbf{q} - \mathbf{q}_0)^4$, что требует выхода за рамки упрощенного гамильтониана (8), приводит к появлению отрицательных значений функции $\omega_{(-)}^2(\mathbf{q})$ и неустойчивости. Аналитические вычисления здесь достаточно громоздкие, однако простой численный анализ показывает, что при $\sqrt{D_{(1,1)}^2 + h^2} > A_{(1,1)}$ неустойчивость всегда присутствует, см. рис. 4.

Таким образом, неустойчивость антиферромагнитного состояния относительно возмущений с $\mathbf{q} \approx \mathbf{q}_0$ определяется условием

$$h > h_{cr,11} = \sqrt{A_{(1,1)}^2 - D_{(1,1)}^2}.$$

Аналогично, условие неустойчивости колебаний относительно возмущений с малым \mathbf{q} определяется формулой

$$h > h_{cr,0} = \sqrt{A_0^2 - F_0^2},$$

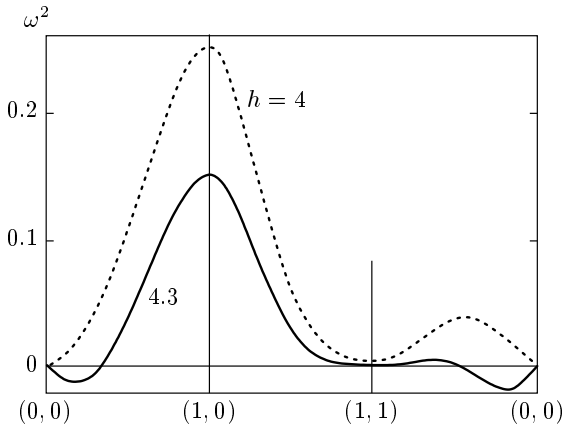


Рис. 5. То же, что на рис. 4, но для массива частиц с умеренным значением анизотропии ($b = 4$) при значениях магнитного поля $h = 4$, при котором состояние устойчиво, и $h = 4.3$, при котором состояние неустойчиво относительно возмущений с малыми q

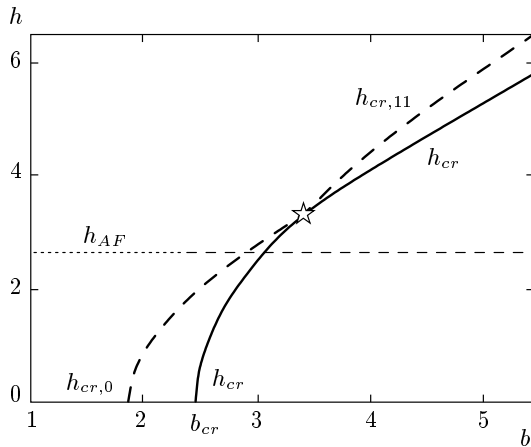


Рис. 6. Зависимость критических полей $h_{cr,11}$ и $h_{cr,0}$ от константы анизотропии, звездочкой указано положение точки изменения характера неустойчивости (h_1, b_1). Сплошной линией проведены участки кривых с минимальным значением поля, которые определяют h_{cr} , остальные части кривых проведены штриховыми линиями. На этом же графике представлено поле термодинамической неустойчивости антиферромагнитного состояния в изинговской модели h_{AF} . Звездочкой обозначена точка пересечения кривых $h = h_{cr,0}$ и $h = h_{cr,11}$

вид функции $\omega^2(\mathbf{q})$ при $h > h_{cr,0}$ и $h < h_{cr,0}$ приведен на рис. 5.

Таким образом, в задаче появляется два характерных поля, $h_{cr,11}$ и $h_{cr,0}$, и при различных зна-

чениях константы анизотропии может быть существенным одно из этих полей, см. рис. 6. Антиферромагнитное состояние устойчиво относительно произвольных малых возмущений при выполнении условия

$$h < h_{cr} \equiv \min\{h_{cr,0}, h_{cr,11}\}. \quad (11)$$

В частности, анализ условия $h < h_{cr,11}$ дает, что при нулевом поле антиферромагнитное состояние может быть устойчиво только для достаточно большого значения анизотропии, $b > b_{cr}$,

$$b_{cr} = -\frac{3}{2}\sigma_C\left(\frac{\pi}{a}, 0\right) - \frac{7-3\sqrt{2}}{8}\sigma(0) \approx 2.4529.$$

В присутствии поля при малой анизотропии, $b < b_1 = 3.3589$, развивается неустойчивость с максимально большими значениями q , а при $b > b_1$ состояние неустойчиво относительно длинноволновых возмущений с $q \ll 1/a$. Значение b_1 соответствует полю $h_1 = 3.30212$. Отметим, что значение h_1 выше, чем поле перехода от антиферромагнитного состояния к насыщенному h_{AF} . Поэтому в области термодинамической устойчивости антиферромагнитного состояния основной сценарий его нестабильности определяется магнонами с квазиимпульсом на краю зоны Бриллюэна подрешетки. С другой стороны, поскольку при немалой анизотропии величина h_{cr} больше, чем термодинамическое поле h_{AF} , антиферромагнитное состояние устойчиво относительно малых возмущений и может существовать как метастабильное при полях, значительно больших h_{AF} , см. рис. 6.

3. АНАЛИЗ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ

Проведенный в предыдущем разделе анализ устойчивости (в линейном приближении) двух простейших коллинеарных состояний, насыщенного ферромагнитного и шахматного антиферромагнитного, показал существенную роль анизотропии. В обоих случаях при малой анизотропии эти состояния могут терять устойчивость даже в тех областях, где они устойчивы в рамках изинговской модели. Линии потери устойчивости относительно планарных возмущений (прямая GBF для ферромагнитного состояния и кривая KEL , построенная по формуле (11) для шахматного антиферромагнитного, см. рис. 1) пересекаются только при достаточно большой анизотропии, $b > 6$, и при меньших значениях b можно ожидать появления неколлинеарных фаз. Необходимость появления

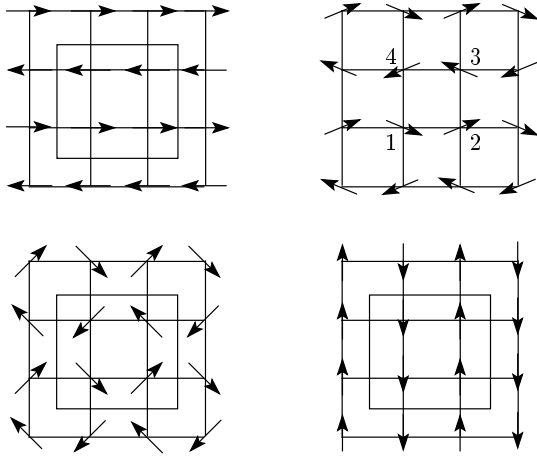


Рис. 7. Структура четырехподрешеточного планарного состояния типа (12), которое реализуется для малой анизотропии при нулевом магнитном поле, для различных значений ψ , слева направо $\psi = 0$, $\psi = 20^\circ$, $\psi = 45^\circ$ и $\psi = 90^\circ$. Нумерация подрешеток указана цифрами 1–4 на центральном плакете второго рисунка, на остальных рисунках квадратом отмечена магнитная элементарная ячейка

таких фаз очевидна ниже линии GB и выше линии KE , где в изинговской модели выгодны соответственно насыщенная и антиферромагнитная фазы, но в общем случае эти фазы неустойчивы относительно планарных возмущений.

Для анализа переходов начнем с исследования ожидаемых неколлинеарных состояний. Эти состояния достаточно сложны, их структура известна только для нулевого поля. В этом случае при достаточно малой анизотропии в безграничной квадратной решетке диполей возникает чисто планарное четырехподрешеточное состояние [6], представленное на рис. 7, которое характеризуется высоким вырождением.

Введем подрешетки для элементарного плакета, как показано на рис. 7. Основному состоянию решетки диполей отвечает планарное расположение магнитных моментов \mathbf{m}_i в плоскости системы, и их естественно описывать углами φ_i , $i = 1-4$, образованными моментами с осью x . Используя параметризацию

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= -\psi, & \varphi_2 &= \psi, \\ \varphi_3 &= \pi - \psi, & \varphi_4 &= \pi + \psi, \end{aligned} \quad (12)$$

можно показать, что дипольная энергия квадратной решетки магнитных моментов не зависит от параметра ψ и определяется (в расчете на одну частицу) величиной $-2.549446m_0M$ [11]. Частным случаем такого состояния являются двухподрешеточные струк-

туры $\mathbf{m}_1 = \mathbf{m}_2$, $\mathbf{m}_3 = \mathbf{m}_4$ или $\mathbf{m}_1 = \mathbf{m}_4$, $\mathbf{m}_2 = \mathbf{m}_3$, которым отвечает параллельная ориентация магнитных моментов, расположенных вдоль некоторых линий типа $(1, 0)$ в решетке, с антипараллельной ориентацией магнитных моментов соседних линий.

При наличии внешнего магнитного поля такие структуры, насколько нам известно, ранее не исследовались. В этом случае уместно начать анализ с прямого численного моделирования различных вариантов неколлинеарных фаз при умеренной анизотропии. Численный анализ проводился для различных геометрий массива, детали приведены ниже в разд. 4. Для нас сейчас существенно, что как при увеличении поля от шахматного антиферромагнитного состояния, так и при уменьшении поля от ферромагнитного состояния, в результате развития неустойчивости получаются похожие структуры, см. рисунки ниже в разд. 4. В них планарные компоненты магнитных моментов организованы в структуру с четырьмя подрешетками, как на рис. 7. Наличие внешнего магнитного поля, перпендикулярного плоскости массива, приводит к появлению ненулевой проекции момента на направление поля. При увеличении поля структура планарной компоненты меняется слабо, только ее амплитуда уменьшается. Поэтому можно сделать вывод, что достаточно обсудить состояния двух типов, группу различных коллинеарных состояний и группу неколлинеарных состояний с четырехподрешеточной структурой в плоскости массива и вызванной полем внеплоскостной структурой.

Для общего описания неколлинеарных состояний будем считать, что для каждой частицы магнитный момент определяется выражением

$$\mathbf{m}_i = \mathbf{e}_z \cos \theta + \mathbf{e}_i^{planar} \sin \theta, \quad (13)$$

где угол θ , описывающий амплитуду внеплоскостной структуры, имеет одинаковое значение для всех частиц, а единичные векторы \mathbf{e}_i^{planar} лежат в плоскости массива (плоскости xy) и определяют четырехподрешеточную планарную структуру, изображенную на рис. 7 для случая нулевого поля.

Исходя из этой модели, энергия системы (на одну частицу) может быть записана в виде

$$\begin{aligned} w^{probe} &= w_{FM} \cos^2 \theta + \left(w^{planar} + \frac{\beta}{2} m_0^2 \right) \sin^2 \theta - \\ &\quad - m_0 H \cos \theta, \end{aligned} \quad (14)$$

где w_{FM} и w^{planar} — энергия (на одну частицу) соответственно насыщенного и планарного состояний, при нулевом поле. Величина $w_{FM} = m_0 H_F / 2$

определяется введенным ранее полем термодинамической неустойчивости насыщенного состояния в рамках изинговской модели, $H_F = 9.03362M$. Что касается w^{planar} , введем обозначение $w^{planar} = -H^{planar}m_0/2$, величину характерного поля H^{planar} обсудим ниже.

Выбор пробной структуры (13) базируется на численном расчете и не противоречит интуитивным представлениям. На его основе можно развить симметричный анализ фазовых переходов между коллинеарными и неколлинеарными состояниями. Получение аналитических результатов весьма важно не только в связи с тем, что численные данные имеют ограниченную точность. Существенно, что численный анализ состояний около переходов второго рода затруднен из-за «критического замедления» релаксации около точки перехода, что проявляется в существенном увеличении времени численного счета. Поэтому прежде всего нужно выяснить возможность существования таких переходов в нашей системе. Еще одна проблема состоит в том, что неколлинеарные состояния очень чувствительны к присутствию границ образца. Этот факт отмечался в работе [36], в которой для треугольной решетки диполей вместо ожидаемого ферромагнитного порядка [8] были обнаружены «макровихревые» состояния с характерным размером порядка размера образца, а также для прямоугольной решетки при анализе топологического спин-флоп-перехода [11]. При численном анализе невозможно избежать влияния границ образца, особо существенных для неколлинеарных состояний. Ниже в разд. 4 мы специально обсудим вопрос о роли границ, а сейчас исследуем магнитные состояния в безграничной системе на основе модели (14).

Насыщение неколлинеарного состояния. Покажем, что насыщение неколлинеарного состояния при увеличении поля происходит на отрезке BG той же прямой линии на рис. 1, на которой насыщенное состояние теряет устойчивость. Из формулы (13) следует, что планарное четырехподрешеточное состояние, существующее при $H = 0$, может быть переведено в насыщенное (ферромагнитное) состояние путем непрерывного изменения параметра θ от значения $\theta = \pi/2$ до $\theta = 0$. Также очевидно, что все состояния с $\theta \neq 0$ имеют более низкую симметрию, чем насыщенное состояние с $\theta = 0$. В силу этого переход от неколлинеарного состояния к насыщенному при увеличении поля может быть фазовым переходом второго рода, и величина θ играет роль параметра порядка. Как мы убедимся, именно эта ситуация реализуется для безграничной системы.

Характер насыщения на основе модельного распределения (13) можно выяснить аналитически. Действительно, из формулы (14) в квадратичном по θ приближении имеем

$$w^{probe} = w_{FM} - m_0H + m_0(H - H_F + H_a - H^{planar})\theta^2/2.$$

Следовательно, насыщенное состояние ($\theta = 0$) устойчиво при выполнении условия $H + H_a \geq H_F + H^{planar}$. Сравнивая эту формулу с полученным выше условием, видим, что насыщенное состояние устойчиво при выполнении неравенства $H > H_{c,FM}$, где $H_{c,FM} \approx 14.132514M$, можно без дополнительных вычислений дипольных сумм найти величину $H^{planar} = H_{c,FM} - H_F = 5.098892M$. Эта величина хорошо согласуется с известным (см. [11]) значением энергии планарного состояния $w^{planar} = -H^{planar}M/2$. Для дальнейшего анализа антиферромагнитного состояния важно, что величина H^{planar} больше, чем характерное поле $H_{AF} = 2.64589M$, определяющее энергию шахматного антиферромагнитного состояния при $H = 0$ и $H_a = 0$.

Минимизируя энергию (14) по θ , легко получить основные закономерности намагничивания планарного состояния. Магнитный момент частицы вдоль оси z , $m_z = m_0 \cos \theta$, равен $m_z = m_0$ при $H \geq H_{c,FM}(b)$, а при $H < H_{c,FM}(b)$ определяется формулой

$$\cos \theta = \frac{H}{H_{c,FM}(b)}, \quad H_{c,FM}(b) = (h_{c,FM} - b)M, \quad (15)$$

т. е. величина $H_{c,FM}(b) \approx (14.132514 - b)M$ определяет значение поля насыщения. Подчеркнем, что соотношение (15) выходит за рамки простейшего (квадратичного по θ) приближения, использованного при выводе условия устойчивости насыщенной фазы и при расчете величины $H_{c,FM}$. Фактически, вывод этого выражения базируется только на модели (13) и значениях полей $H_{c,FM}$ и H_F , которые определяются простыми дипольными суммами и могут быть найдены с любой точностью. Из анализа энергии (14), в частности, из формулы (15), следует, что переход от неколлинеарной фазы к насыщенной происходит как фазовый переход второго рода при $H + bM = H_{c,FM}$, т. е. на отрезке прямой линии GB на рис. 1. Как отмечалось выше, величина $\sin \theta$, определяющая амплитуду планарной неколлинеарной составляющей магнитного момента, играет роль параметра порядка, из формулы (15) следует типичное корневое поведение:

$$\theta = \sqrt{2[H_{c,FM}(b) - H]/H_{c,FM}(b)}.$$

Поле $H_{c,FM}(b)$ имеет смысл поля фазового перехода второго рода между неколлинеарным и насыщенным состояниями. Численный анализ процесса насыщения хорошо согласуется с приведенной выше теорией, см. детали ниже в разд. 4.

Антиферромагнитное состояние. Для антиферромагнитного состояния ситуация принципиально иная, чем для рассмотренного выше ферромагнитного состояния, поскольку антиферромагнитная и неколлинеарная фазы не связаны подгрупповой связью. Характерный элемент симметрии антиферромагнитной фазы, трансляция на вектор типа (1,1), отсутствует у неколлинеарной фазы типа (13). С другой стороны, последняя симметрична относительно переноса на вектор элементарной трансляции \mathbf{a}_0 типа (1,0) и отражения в плоскости xy относительно линии, параллельной \mathbf{a}_0 , и этот элемент симметрии отсутствует у антиферромагнитной фазы. Поэтому можно ожидать, что переход между антиферромагнитным и неколлинеарным состояниями должен быть переходом первого рода (альтернативный вариант, переход через менее симметричную фазу, противоречит проведенным выше в разд. 2 расчетам устойчивости антиферромагнитной фазы).

Для анализа этого перехода минимизируем w^{probe} по θ и представим энергию неколлинеарного состояния W_{NC} при заданном значении магнитного поля $H \leq H_{c,FM}(b)$ в простом виде

$$w_{NC} = \frac{1}{2}m_0(H_a - H^{planar}) - \frac{1}{2}m_0 \frac{H^2}{H_{c,FM}(b)}. \quad (16)$$

Сравнивая это выражение с формулой для энергии антиферромагнитной фазы $w_{AFM} = -m_0 H_{AF}/2$, которая не зависит от поля и определяется введенной выше величиной H_{AF} , получаем, что энергии фаз сравниваются при $H = H_{AF-NC}(b)$, где $H_{AF-NC}^2 = H_{c,FM}(b)(H_a - H^{planar} + H_{AF})$. При этом значении поля должен происходить переход между антиферромагнитной и планарной фазами. Как отмечалось, величина H^{planar} больше, чем характерное поле $H_{AF} = 2.645886M$, определяющее энергию шахматного антиферромагнитного состояния. Поэтому величина $H^{planar} - H_{AF} = 2.4530M$ положительна, и при малом поле и малой анизотропии всегда выгодна неколлинеарная фаза. Линия перехода $H = H_{AF-NC}(b)$ начинается при поле $H = 0$ и конечном значении поля анизотропии $H_{a,c} = 2.4530M$, и величина $H_{AF-NC}(b)$ растет с ростом анизотропии,

$$H_{AF-NC}(H_a) = \sqrt{(H_a - H_{a,c})(H_{c,FM} - H_a)}. \quad (17)$$

Зависимость H_{AF-NC} от константы анизотропии b приведена выше на рис. 1; детали этой зависимости

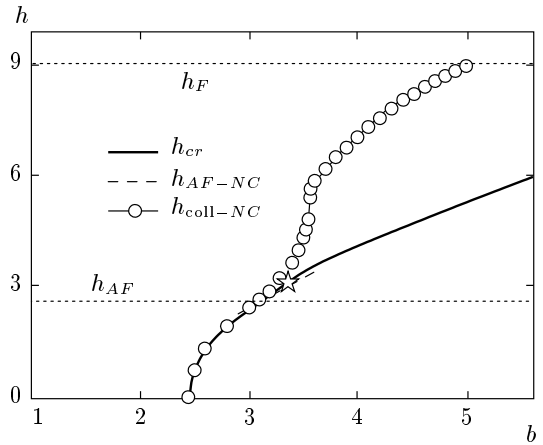


Рис. 8. Зависимость критического магнитного поля h_{cr} от константы анизотропии b , звездочкой указано положение точки кроссовера (h_1, b_1) . На этом же графике представлена линия перехода между коллинеарной ненасыщенной и неколлинеарной фазами $H = H_{coll-NC}$, которая является продолжением линии h_{cr} , а также характерные термодинамические поля H_{AF} и H_F

представлены на рис. 8. Во всей области параметров кривая $H = H_{AF-NC}(b)$ проходит левее, чем кривая, описывающая неустойчивость антиферромагнитной фазы, что подтверждает вывод о том, что переход является переходом первого рода и промежуточная фаза не реализуется. С другой стороны, при малых полях линия перехода $H = H_{AF-NC}(b)$ очень близка к линии неустойчивости антиферромагнитной фазы, $H = H_{cr}(b)$, что свидетельствует о сильном вырождении этого перехода.

Как мы отмечали, при значениях константы анизотропии $b > b_1 = 3.3589$ (и при полях $h > h_1 = 3.30212$, точка (b_1, h_1) отмечена звездочкой на рис. 8) должен реализоваться другой сценарий неустойчивости. В этом случае антиферромагнитная фаза неустойчива относительно слабонеоднородных возмущений. Однако на самом деле характерные значения b_1 и h_1 попадают в область, где в классе коллинеарных состояний вместо чисто антиферромагнитной фазы выгодны состояния с ненулевым средним значением z -проекции момента, $0 < \langle m_z \rangle < m_0$. Получается, что при поле $H_{cr} > H_{AF}$ неколлинеарное состояние конкурирует по энергии с этими частично намагниченными коллинеарными состояниями. Рассмотрим переход между этими фазами.

Переход между ненасыщенными коллинеарными и неколлинеарными состояниями. Понятно, что пе-

переход между ненасыщенными коллинеарными фазами, реализующимися при полях $H > H_{AF} = 2.64589M$, и неколлинеарными состояниями должен быть переходом первого рода. Анализ линии перехода можно провести так же, как это сделано выше, сравнивая энергию неколлинеарной фазы (16) с энергией коллинеарной фазы. Энергия коллинеарных ненасыщенных фаз была найдена только численно, однако для дипольной энергии фаз в областях, близких к ферромагнитной и антиферромагнитной фазам, получены хорошие приближенные выражения, см. формулы (6) и (8) работы [9]. Добавив к этим выражениям зеемановскую энергию, можно получить приближенные формулы в виде

$$\begin{aligned} \frac{\tilde{W}_F}{M} &= \frac{1}{2}H_F - H + (H - H_F)\varepsilon + \frac{H_\Delta}{2\sqrt{2}}\varepsilon^{5/2}, \\ \frac{\tilde{W}_{AF}}{M} &= -\frac{1}{2}H_{AF} + (H_{AF} - H)m + \frac{H_\Delta}{2\sqrt{2}}m^{5/2}, \end{aligned} \quad (18)$$

где $\varepsilon = 1 - m$, величина $0 < m < 1$ дает среднее значение магнитного момента (в единицах m_0) на одну частицу, параметр $H_\Delta = h_\Delta M$, $h_\Delta = 8.892745$ введен в работе [9]. Минимизируя \tilde{W}_F и \tilde{W}_{AF} по m , можно представить энергию ненасыщенной фазы около насыщения $m \rightarrow 1$ и для малого m , $\tilde{W}_F(h)$ и $\tilde{W}_{AF}(h)$, соответственно, в виде

$$\begin{aligned} \frac{\tilde{W}_F(h)}{M^2} &= \frac{h_F}{2} - h - \frac{3}{5}(h_F - h)^{5/3} \left(\frac{4\sqrt{2}}{5h_\Delta} \right)^{2/3}, \\ \frac{\tilde{W}_{AF}(h)}{M^2} &= -\frac{h_{AF}}{2} - \frac{3}{5}(h - h_{AF})^{5/3} \left(\frac{4\sqrt{2}}{5h_\Delta} \right)^{2/3}. \end{aligned} \quad (19)$$

Эти формулы можно непосредственно использовать для значений $\varepsilon = 1 - m < 0.4$ и $m < 0.4$, где они дают очень хорошее описание энергии (см. рис. 9), а в промежуточной области полей можно применить простую линейную интерполяцию. Приравняв соответствующие энергии и численно решив уравнение $W_{NC}(h) = W_{coll}(h)$ для различных значений b , легко построить линию перехода $H = H_{coll-NC}(b)$, представленную выше на рис. 1 и более детально на рис. 8.

Обсудим характер линии перехода. Понятно, что при достаточно малых $b < 3.06$ (это значение отвечает точке пересечения кривых $h_{(cr,0)}$ и h_{AF}) энергии фаз сравниваются в области стабильности антиферромагнитной фазы и поле перехода описывается формулой (17). При дальнейшем росте b поле перехода резко возрастает, см. рис. 8. Переход существует только при $b < h^{planar} \approx 5.099$. Действительно, анализ энергии фаз показывает, что при $b \approx h^{planar}$

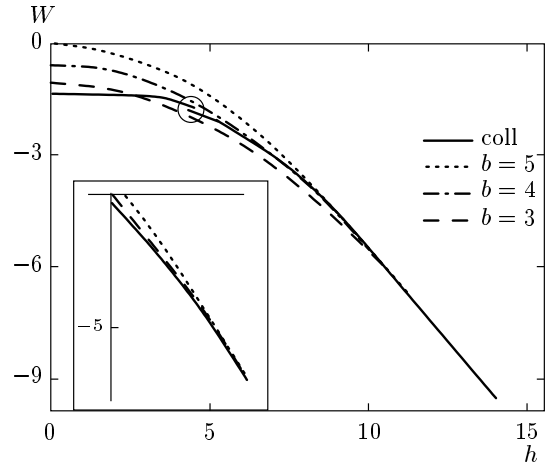


Рис. 9. Зависимости энергии различных фаз от магнитного поля. Сплошная линия отвечает коллинеарной фазе, энергия которой не содержит b , значения при малых и больших полях построены по формулам (19), кружком отмечена та область, где заметно небольшое рассогласование выражений для $\tilde{W}_F(h)$ и $\tilde{W}_{AF}(h)$. Остальные линии представляют энергию неколлинеарной фазы при различных значениях b . Все кривые сходятся при значении поля насыщения, $h_{c,FM}(b) = h_{FM} + h^{planar} - b$, пересечение кривых при $h < h_{c,FM}$ дает точку перехода первого рода. При малых $b = 3$ пересечение происходит в области стабильности антиферромагнитной фазы (горизонтальная часть кривой $\tilde{W}_{AF}(h)$), далее при умеренных значениях b ($b = 4$) поле перехода резко возрастает. При больших $b \geq h^{planar} \approx 5.099$ пересечение исчезает, т. е. коллинеарная фаза всегда выгодней и перехода нет. На вставке внизу — детали поведения в районе пересечения для $b = 4$ и $b = 5$, даже в этом масштабе пересечение для $b = 5$ не видно глазом

значение $h_{coll-NC}$ близко к h_F . Используя малости величин $h^{planar} - b$ и $h_F - h_{coll-NC}$, легко получить асимптотическую формулу для поля перехода в области сильных полей:

$$\begin{aligned} H_{coll-NC} &= \\ &= H_F - \frac{3}{5} \left(\frac{4\sqrt{2}}{H_\Delta} \right)^{2/3} (H^{planar} - H_a)^{5/3}. \end{aligned} \quad (20)$$

Заметим, однако, что область применимости этой формулы оказывается достаточно узкой, и уже при $h < 8$ эта формула не очень хорошо описывает численные значения поля перехода.

4. ПЕРЕХОДЫ В КОНЕЧНЫХ СИСТЕМАХ

Анализ роли границ образца для конечных систем представляет большой интерес, поскольку все искусственные сверхструктуры являются хотя и большими (включающими тысячи или десятки тысяч элементов), но конечными системами. Для них следует ожидать значительно большей роли граничных элементов (поверхности) в формировании свойств перехода. Как и атомы в обычных кристаллах, магнитные элементы на границе имеют меньшее «координационное число» и можно ожидать появления различных типов поверхностных переходов (типа поверхностного спин-флоп-перехода для антиферромагнитных состояний). Понятно, что возможность реализации этого интересного явления в значительной степени определяется качеством поверхности, и при реальной (не атомарно-гладкой) поверхности кристалла его наблюдение затруднительно. Поэтому, например, поверхностный спин-флоп-переход, предсказанный для кристаллических антиферромагнетиков [37, 38], наблюдался впервые для магнитных сверхструктур [39, 40]. И в двумерном случае искусственные сверхструктуры могут оказаться более удачным экспериментальным объектом для наблюдения подобных эффектов.

Для дипольно-связанных систем можно ожидать, что «локальное уменьшение» величины координационного числа около поверхности не так существенно, как для систем с ближкодействием. С другой стороны, в силу дальнедействующего характера дипольного взаимодействия эффекты поверхности, проявляющиеся в появлении макроскопических неоднородных полей, могут быть гораздо более существенными для частиц в объеме системы. Поэтому вопрос о характере основного состояния конечных систем с дальнедействием не столь прост.

Для коллинеарных структур при больших значениях анизотропии было показано, что при наличии границы разрушение шахматного антиферромагнитного состояния развивается путем переворота магнитных моментов точек в «слабых участках», сначала на углу массива, затем около протяженных участков поверхности, и лишь потом распространяется на весь объем массива [10]. При этом значение критического поля, при котором разрушается это состояние, значительно ниже того, что характерно для идеальной безграничной системы. В противоположность этому сценарию, разрушение насыщенного состояния при уменьшении поля всегда начинается в центре образца. В этом случае присутствие границы уменьшает значение поля насыщения, величина

этого поля зависит от геометрии образца.

Для планарных структур можно ожидать, что роль поверхности еще более существенна и даже может принципиально изменить характер магнитной структуры [36]. Мы исследовали эту проблему численно для массивов различной формы. Анализ проводился так: мы выбирали в качестве начального условия одну из коллинеарных фаз, затем переходили в ту область параметров, где эта фаза нестабильна, и численно минимизировали энергию с использованием стандартного алгоритма Гаусса–Зейделя. Спецификой данной проблемы является присутствие одноузельной анизотропии $b \neq 0$. Без одноузельных слагаемых достаточно проводить итерации путем «доворота» магнитного момента данной частицы вдоль эффективного поля, создаваемого остальными частицами. Но при наличии одноузельной анизотропии нужно на каждом шаге итераций точно находить направление эффективного поля на данном узле, с учетом как взаимодействия с соседями, так и поля одноузельной анизотропии. Расчет продемонстрировал достаточно быструю сходимость итерационной процедуры.

Отметим, что при применении техники «доворота момента» для конечных систем медленность сходимости магнитного дипольного взаимодействия не играет существенной роли, значительно сложнее было учесть одноузельные слагаемые. Для выбранных размеров системы (чаще всего 30×30) программа работала достаточно быстро и применение каких-либо ускоряющих техник не требовалось. Использованная программа была хорошо апробирована в наших ранних исследованиях, см., например, работу [10] и ссылки в ней. Поэтому другие проверки работы программы (например, путем дополнительных расчетов на основе микромагнитного пакета Object Oriented Micromagnetic Framework (ООММФ) [41]) нами не проводились. Отметим, что пакет ООММФ мог бы быть очень полезен при выходе за рамки принятого нами приближения точечного диполя, которое заведомо нарушается для достаточно плотных массивов, где расстояние между частицами мало по сравнению с размерами частицы. Однако анализ этой сложной проблемы выходит за рамки данной работы.

Для анализа фазовых переходов между состояниями программа автоматически вычисляла энергию и z -проекцию суммарного магнитного момента для полученного равновесного состояния. Значения энергии использовались для поиска поля перехода первого рода (см. рис. 10), а анализ значений магнитного момента удобен для исследования насыщения системы, которое происходит при увеличении поля

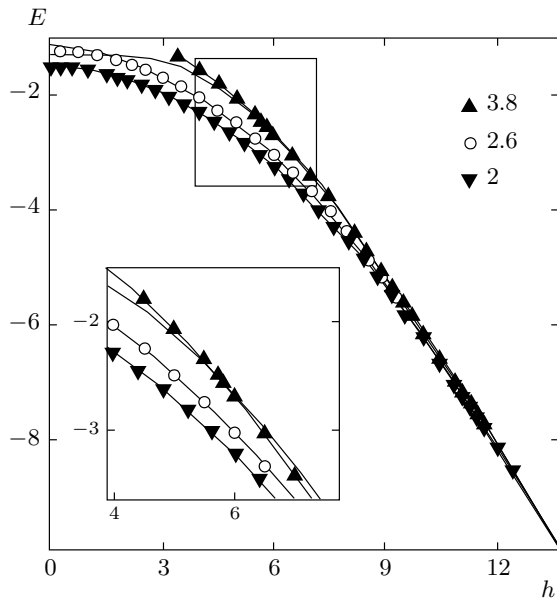


Рис. 10. Зависимость энергии массива E (на одну частицу в массиве) от магнитного поля. Энергия коллинеарного состояния изображена сплошной линией, энергии неколлинеарных состояний для различных значений безразмерной константы анизотропии (указаны на рисунке) изображены линиями с символами. Внизу слева — детальное изображение области пересечения кривых для $b = 3.8$

как переход второго рода. Анализ показал, что если система далека от насыщения, то значения характерных полей практически совпадают с теоретическими данными. В частности, для конечных массивов хорошо воспроизводится значение $b_{cr} \approx 2.45$, полученное из анализа спектра антиферромагнитной фазы для безграничной системы. При увеличении поля до значений выше $h \sim 7-8$ отклонения несколько увеличиваются, что обусловлено повышением роли макроскопического магнитного момента системы.

Численный анализ проведен для массивов различной формы, которые выбраны таким образом, чтобы исследовать влияние границ системы различного типа. Численное моделирование проведено для массивов в форме восьмиугольника, «косого квадрата» со сторонами вдоль векторов типа $(1,1)$ и $(-1,1)$, и массива приближенно круговой формы, вырезанных из решетки размером 30×30 , а также «прямого квадрата» различного размера, 30×30 (см. рис. 11) и меньшего размера, с приблизительно таким же числом частиц, как в косом квадрате, см. ниже рис. 15.

Анализ показал, что при малой анизотропии, $b < 3$, практически всегда формировалась структу-

ра типа (12) с четырьмя подрешетками, как выше на рис. 7, но со значением параметра ψ , зависящим от положения частицы в массиве. Как и предполагалось при построении теории, внешнее магнитное поле слабо меняет структуру планарной компоненты, но приводит к появлению ненулевой проекции момента на направление поля. Заметим, что в нулевом поле в области стабильности неколлинеарных состояний $b < b_{cr} \approx 2.45$ в численном расчете возникают небольшие отклонения момента (типа шахматной антиферромагнитной структуры) от плоскости массива, с чередованием знаков. Однако в центральной области массива величина отклонений не превышает 0.01° . Уже при очень малом поле, $h \leq 0.05$, отрицательные значения z -проекции магнитного момента в центре массива исчезают. Однако особенностью задачи с анизотропией является то, что для некоторых геометрий задачи для частиц вблизи границ массива уже при малых b возникают состояния с отрицательными m_z и такие состояния наблюдаются при полях порядка 2–3. На рис. 11 такие поверхностные состояния видны для восьмиугольника и круга, но отсутствуют для прямого квадрата.

В центре массива и около границ типа (1,1) наблюдалось значение $\psi \approx 45^\circ$, но структура около границ массива типа (1,0) была другой, с $\psi \approx 0$, $\psi \approx 90^\circ$, и так далее, см. рис. 11. Исключение составляет массив в форме косого квадрата, для которого при значениях поля $h \leq 3$ выгодна структура с $\psi < 30^\circ$, но даже в этом случае структура типа (12) с $\psi = 45^\circ$ существует как метастабильная с несколько более высокой энергией, см. рис. 12.

Для неколлинеарного состояния вблизи границы выгодной является параллельная границе ориентация планарных компонентов магнитных моментов. Дополнительно к этому, выгодно образование «макровихревой» ориентации моментов в образце, с корреляцией направлений моментов во всех участках типа (1,0) или (0,1) вдоль всей границы, см. рис. 11. Понятно, что такая структура совместима с «идеальной» четырехподрешеточной структурой, изображенной на рис. 7, только для границ типа (1,0) или (0,1). Поэтому эти тенденции должны проявляться по-разному для образцов различной формы. Детальное рассмотрение большого объема численных данных для этих случаев выходит за рамки этой работы, и мы ограничимся обсуждением общих закономерностей поведения массивов различной формы для характерных областей фазовой плоскости (h, b) .

Большие поля, насыщение. Начнем с анализа характера насыщения массива при увеличении поля.

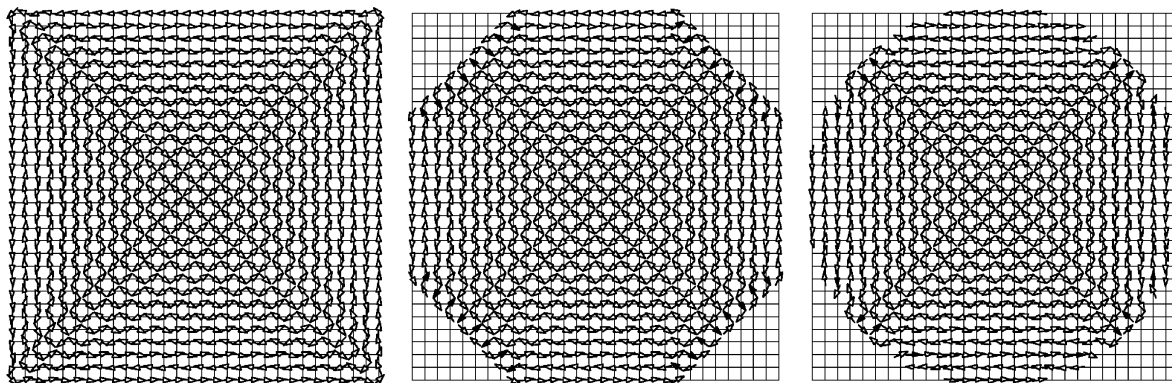


Рис. 11. Некоторые примеры массивов магнитных точек, использованных в численных расчетах (слева направо — прямой квадрат, восьмиугольник, круг), и их структуры при магнитном поле $h = 1$ и малой константе анизотропии $b = 1$. Здесь и далее на рисунках планарные компоненты магнитного момента частиц (достаточно большие, при $|\sin \theta| \geq \sin \theta_*$) изображены светлыми и темными стрелками соответственно для частиц с положительной и отрицательной перпендикулярной проекцией магнитного момента

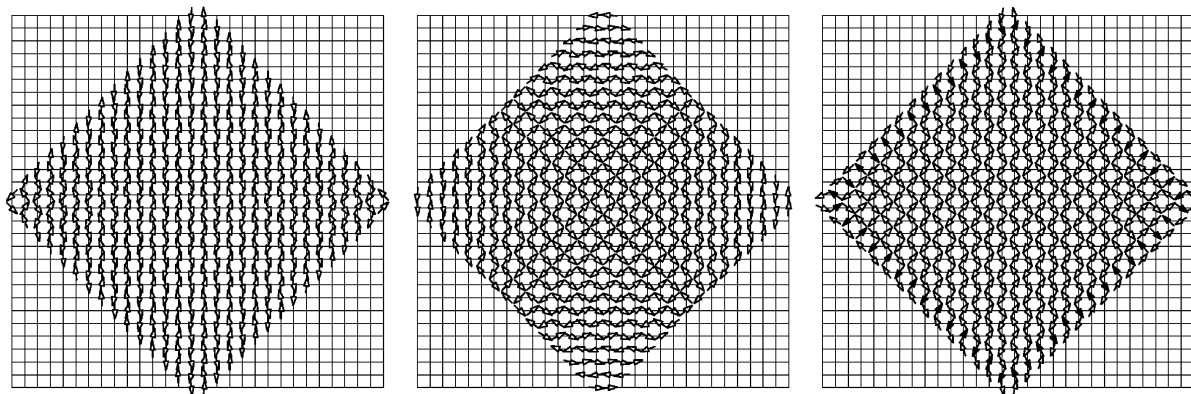


Рис. 12. Распределение планарных компонент магнитного момента частиц для массива магнитных точек в форме косоугольного квадрата, магнитное поле $h = 1$, слева направо — $b = 0$, стабильное состояние $\psi < 30^\circ$; $b = 0$, метастабильное состояние $\psi \approx 45^\circ$; энергии этих состояний равны соответственно -1175.73 и -1171.81 в единицах m_z^2/a^3 ; $b = 1$, восстанавливается структура с $\psi \approx 45^\circ$, но появляются магнитные моменты с $m_z < 0$ (темные стрелки)

Здесь важно то, что для конечного массива макроскопическое эффективное поле неоднородно. В центре массива амплитуда размагничивающего поля (т. е. суммарного поля, созданного всеми частицами массива), направленного антипараллельно магнитным моментам частиц, меньше, чем в центре массива, примерно в соотношении 9:6:3, см. работу [10]. В силу этого обстоятельства магнитное поле в центре массива меньше, чем на краях, и любая неустойчивость ферромагнитного состояния зарождается в центре массива. Для изинговской области параметров (в случае большой анизотропии $b > 5$) возникает «облако» частиц с перевернутыми магнитными моментами, плотность которых мала вблизи насыщения [10].

Численный анализ показал, что при практически любом значении константы анизотропии, $b < 5$, в центре системы появляется компактная центральная область неколлинеарной фазы с малой амплитудой планарной компоненты, см. рис. 13. Форма этой области зависит от геометрии границ массива. Поле насыщения $H_{sat} = h_{sat}M$ слабо зависит от геометрии образца и для всех рассмотренных систем оно варьируется в пределах $h_{sat} = 13.5-13.6$ для $b = 0$ и уменьшается с ростом b как $h_{sat}(b) = h_{sat} - b$.

Таким образом, получается, что для насыщенного состояния граница образца является «отталкивающей неоднородностью» как для изинговских коллинеарных состояний, включающих перевернутые спины, так и для неколлинеарных состояний. Этот

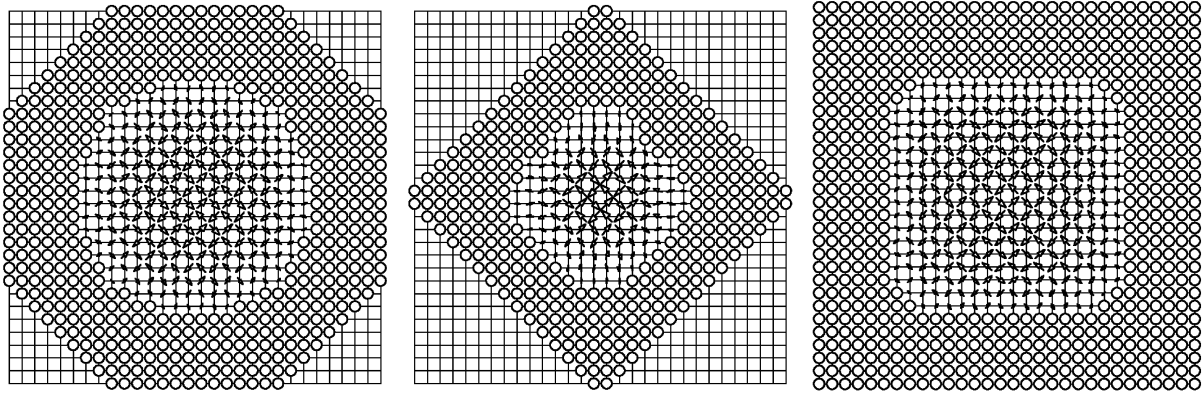


Рис. 13. Магнитная структура состояния массива частиц около насыщения при $b = 2$. Планарные компоненты магнитного момента частиц изображены светлыми стрелками, максимальное значение угла для всех массивов порядка $7-8^\circ$. Частицы, для которых угол $\theta < \theta_* = 4^\circ$, изображены светлыми кружками. Слева направо: восьмиугольник, $h_{sat}(b = 2) = 11.5$, $h = 11.4$, $m_0 - \langle m \rangle = 1.8m_0 \cdot 10^{-3}$; косой квадрат, $h_{sat}(b = 2) = 11.6$, $h = 11.45$, $m_0 - \langle m \rangle = 1.6m_0 \cdot 10^{-3}$; квадрат, $h_{sat}(b = 2) = 11.5$, $h = 11.41$, $m_0 - \langle m \rangle = 1.7m_0 \cdot 10^{-3}$

вывод подтверждается и тем фактом, что для насыщенного состояния существует особая мода коллективных колебаний, локализованная вблизи поверхности, но частота которой, однако, выше континуума коллективных мод для безграничной системы для всех значений квазиимпульса [44]. Таким образом, «классического» поверхностного эффекта, типа поверхностного спин-флоп-перехода [37–40, 42, 43], когда зарождение неоднородности идет вблизи границы системы и затем распространяется в объем образца, для насыщенного состояния при уменьшении внешнего магнитного поля нет ни при каком значении анизотропии.

Несмотря на присутствие неоднородности ψ и другие отклонения реальной структуры от модели (13), численный анализ процесса насыщения качественно согласуется с теорией, построенной в разд. 3. В частности, хорошо воспроизводится линейная зависимость магнитного момента от поля как при больших, так и при малых значениях константы анизотропии, см. рис. 14. Также сохраняется линейное уменьшение поля насыщения с ростом анизотропии по закону $h = \text{const} - b$, см. (15). Отметим только, что численные значения поля неустойчивости ФМ-состояния заметно меньше (примерно на 10%), чем теоретические. Фактически найденная численно величина $h_{c,FM}/M$ меньше, чем в теории для безграничной системы. Происхождение такого несогласия понятно: здесь явно проявляется дальнедействующий характер дипольного взаимодействия (медленная сходимость дипольных сумм), эффект которого

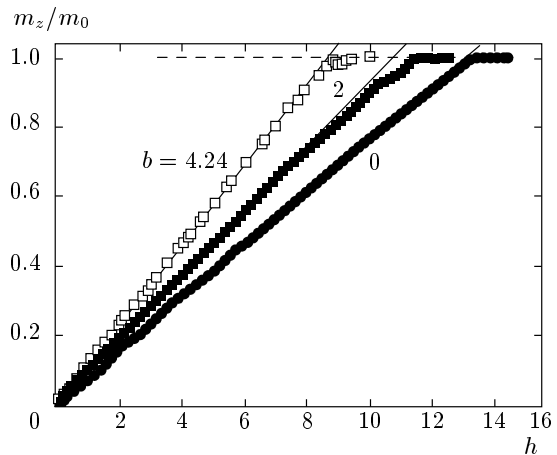


Рис. 14. Магнитный момент (в расчете на одну частицу) как функция поля для массива в форме восьмиугольника при различных значениях b , символы — данные численного анализа

для антиферромагнитного состояния пренебрежимо мал (знакопеременные суммы, характерные для антиферромагнитного состояния, сходятся гораздо быстрее). Если в формулах (14) и (15) использовать значение дипольных сумм, получающихся при суммировании до $n = 30$, вместо их точных значений, то данные нашего численного анализа процесса насыщения хорошо воспроизводятся.

Малые поля, малая анизотропия. Влияние формы образца на неколлинеарное состояние, которое

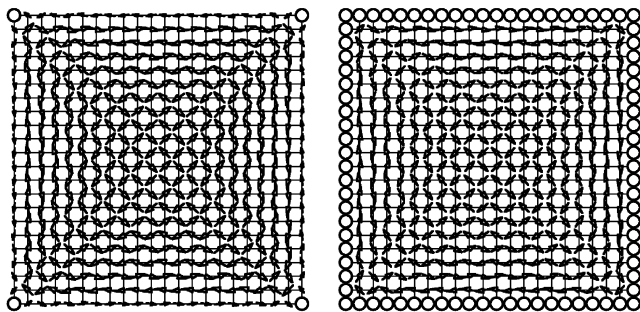


Рис. 15. Магнитная структура массива в форме прямого квадрата при $b = 2$ и значениях поля $h = 5.8$ (слева) и $h = 7$ (справа). Планарные компоненты магнитного момента частиц изображены стрелками, частицы с направлениями магнитных моментов, близкими к нормали к плоскости массива, т. е. имеющими угол $0 < \theta < \theta_*$, изображены светлыми кружками. Здесь и на рисунках ниже выбрано значение $\theta_* = 21^\circ$

реализуется в слабых полях и при достаточно малой анизотропии, оказалось более заметным, чем вблизи поля насыщения. Отметим, что это влияние также более существенно, чем для реализующегося при сильной анизотропии антиферромагнитного состояния с диполями, перпендикулярными поверхности. Коллинеарное основное состояние с шахматным порядком существует на границе системы в широком интервале полей [10]. Для неколлинеарной структуры распределение диполей вблизи границы отличалось от того, что наблюдалось внутри системы практически при всех значениях параметров.

Для массивов различной формы обнаружилось большое разнообразие приповерхностных структур, особенно их поведения при увеличении поля. Основную роль здесь играет относительный вес участков границы с наиболее выгодной ориентацией типа $(0,1)$ и $(1,0)$ для данного массива. Для частиц на линиях типа $(0,1)$ и $(1,0)$ магнитные моменты параллельны, в то время как на невыгодных участках границы типа $(1,1)$ и $(1,-1)$ структура центральной части навязывает невыгодную антипараллельную ориентацию планарных компонент моментов. Соответственно, амплитуды планарных компонент моментов на невыгодных участках меньше, чем на выгодных. По существу, невыгодные участки представляют собой «слабое звено» для процесса намагничивания. Это наглядно представлено на рис. 15 и 16, где частицы, для которых угол θ меньше некоторого значения θ_* , обозначены светлыми кружками. Предельными случаями являются квадратные

массивы, для косоугольного (или прямого) квадрата невыгодной (или выгодной) является вся граница. Отсутствие выгодных участков и объясняет отмеченное выше отличие структуры центральной части массива для «косоугольного квадрата» от всех остальных, см. выше рис. 11, 12. Для прямого квадрата вся граница состоит из выгодных линий и существенное уменьшение планарной компоненты возникает в более сильном поле, чем для косоугольного квадрата.

При увеличении поля первая частица с $\theta < \theta_*$ возникает при значениях поля $h_{1-st} = 6.9, 7.3, 7.7, 7.8$ соответственно для круга, косоугольного квадрата, восьмиугольника и прямого квадрата, что и свидетельствует о разной устойчивости границы при изменении поля. Соответственно, значения поля, при котором вся граница имеет малое значение $\theta < \theta_*$, суть $h_{border} = 9.9, 8.5, 9.0, 9.0$ (в той же последовательности), см. рис. 16. Приведенные выше поля получены при $b = 0$, при конечной анизотропии они уменьшаются с ростом b как $h(b) = h - b$.

Значение разности этих характерных полей h_{border} и h_{1-st} тоже в существенной мере зависит от формы массива. Для круга значение h_{1-st} минимально, а величина h_{border} , напротив, максимальна, и $h_{border} - h_{1-st} = 3$. Это обусловлено тем, что граница в этом случае достаточно нерегулярна, и вместе с сильно невыгодными участками есть и отдельные частицы в выгодных позициях, которые достаточно долго «сопротивляются» действию поля. Для образцов с регулярной поверхностью важно, насколько острыми являются углы. Например, величины $h_{border} - h_{1-st}$ близки, равны соответственно 2.2 и 2.3 для прямого квадрата за счет углов, и для восьмиугольника, имеющего как выгодные, так и невыгодные участки поверхности. Для них получается, что значение θ на невыгодных участках или на углах быстро уменьшается, в то время как частицы на выгодных участках поверхности намагничиваются медленнее. Величина $h_{border} - h_{1-st} = 1.2$ для косоугольного квадрата с невыгодной границей заметно меньше. Несмотря на то что обсуждаемые значения полей зависят от произвольного выбранного значения угла θ_* , соотношение этих полей достаточно показательно.

Таким образом, для случая малой анизотропии ($b < 2$) в отличие от изотропного случая появляются качественные особенности структуры границы. При малых полях на границе возникают магнитные моменты с отрицательной проекцией $m_z < 0$. Однако при дальнейшем росте поля все $m_z > 0$ и эволюция структуры определяется описанными выше закономерностями: около границы появляется область (об-

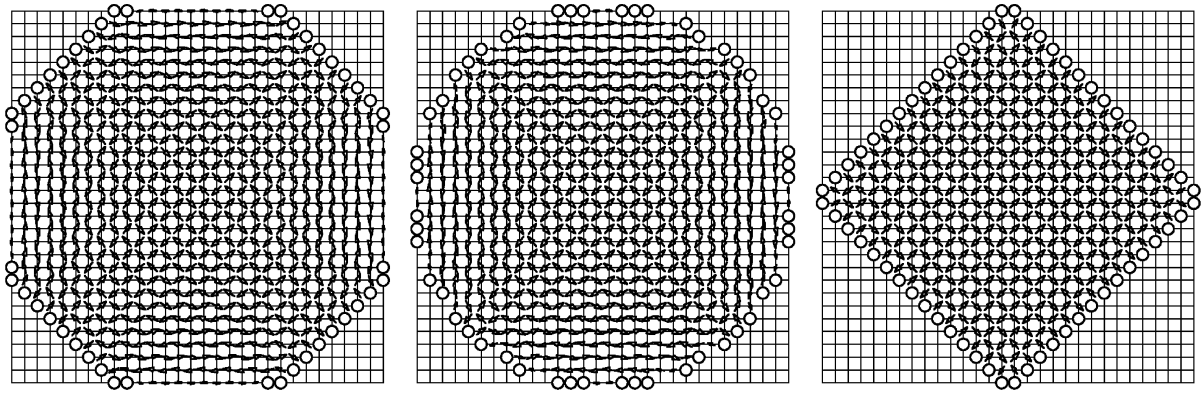


Рис. 16. Магнитная структура для массивов различной формы при $b = 2$ и $h = 6.6$. Слева для массива в форме восьмиугольника при наличии поля $\theta < \theta_*$ только на невыгодных участках границы; справа, при том же поле для массива в форме круга положения частиц с $\theta < \theta_*$ достаточно нерегулярны; для массива в форме косоугольного квадрата при том же поле $\theta < \theta_*$ на всей границе

ласти) с малым θ , а при дальнейшем увеличении поля эти области распространяются к центру системы, как показано выше на рис. 13. Это объясняет эффективность простой теории, базирующейся на однородной пробной функции (12) для описания конечных систем. Но при увеличении анизотропии поведение системы становится более сложным.

Малые поля, умеренная анизотропия. При малом значении анизотропии, особенно, вблизи линии перехода к антиферромагнитному состоянию (или близкому к нему ненасыщенному коллинеарному состоянию), т. е. при $b \sim 3-4$ и поле $h < 5$ вблизи поверхности распределение моментов существенно модифицируется. Здесь характер структуры определяется конкуренцией неколлинеарного и коллинеарного состояний, в силу чего для некоторых частиц появляются состояния с большой отрицательной перпендикулярной проекцией магнитного момента, см. рис. 17.

Напомним, что ситуация здесь обратная к случаю насыщения, и неколлинеарное состояние выгодно в больших полях. При уменьшении поля (или росте константы анизотропии) на описанных выше «слабых участках» границы сначала возникают такие же структуры с одной линией частиц с малым значением угла $\theta < \theta_*$, как и при малой анизотропии. Однако дальнейшее поведение существенно иное: частицы в следующей линии приобретают значения угла θ близкие к 180° (темные кружки на рисунках отвечают значениям $\pi - \theta_* \leq \theta \leq 180^\circ$). Фактически, вблизи границы массива формируются области, занятые структурой, близкой к шахматной антиферромагнитной.

Таким образом, антиферромагнитная фаза возникает около поверхности и распространяется в глубь системы при уменьшении поля. В этом случае можно говорить о поверхностном переходе такого типа, как обсуждался ранее для спин-флоп-перехода в ограниченном магнетике [37–40, 42, 43]. Около линии перехода в системе формируется существенно неоднородное состояние, состоящее из участков типичной неколлинеарной структуры в объеме системы и поверхностных участков с локальной структурой, близкой к антиферромагнитной. Для такого состояния вдоль некоторых направлений имеет место достаточно резкая (близкая к гауссовой) локализация области с неколлинеарной структурой и с большими значениями угла θ . Интересно, что такие структуры с большими участками антиферромагнитного состояния устойчивы при значениях поля $h > 3$, когда антиферромагнитная структура для безграничной системы неустойчива (рис. 18, слева).

Поскольку разные участки границы ориентированы по-разному, при дальнейшем расширении различных областей с локальной структурой близкой к антиферромагнитной может наблюдаться несогласование подрешеток, что может приводить к эффектам фрустрации. При этом формируются узкие границы с магнитными моментами с большими значениями угла θ . В пределе области с неколлинеарной структурой превращаются в отдельные линии с моментами со значениями угла $\theta \sim 50^\circ$, а в остальной части массива структура близка к антиферромагнитной (рис. 18, справа). Подчеркнем, что такие состояния не являются метастабильными, они имеют заметно более низкую энергию, чем коллинеар-

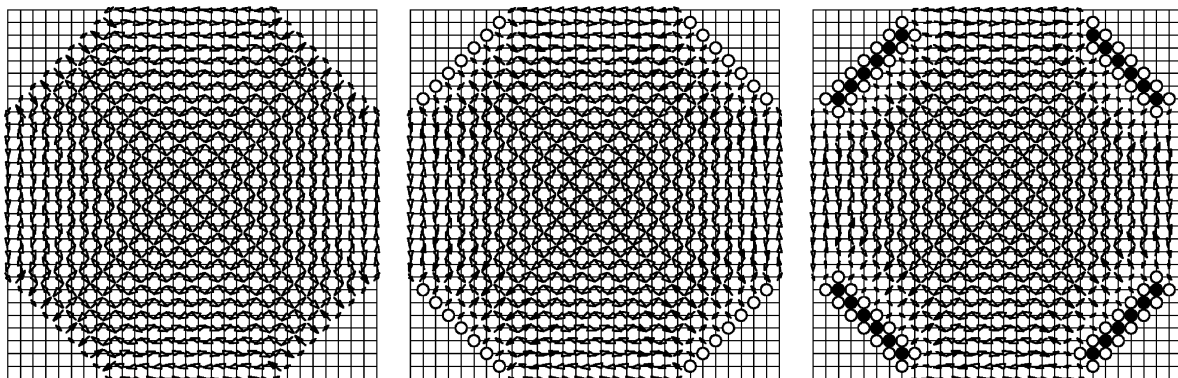


Рис. 17. Магнитная структура массива частиц при немалой анизотропии, слева направо; $h = 1.5, b = 2.6$; $h = 2.5, b = 2.6$; $h = 2.5, b = 3.2$. Планарные компоненты магнитного момента частиц, если они достаточно велики, $\sin \theta > \sin \theta_*$, изображены соответственно светлыми стрелками при $m_z \geq 0$ и темными при $m_z < 0$. Частицы с направлениями магнитных моментов, близкими к нормали к плоскости массива, т.е. имеющими угол $0 \leq \theta < \theta_*$ или $\pi - \theta_* < \theta \leq \pi$, изображены соответственно темными и светлыми кружками. Здесь, как и выше, выбрано значение $\theta_0 = 21^\circ$

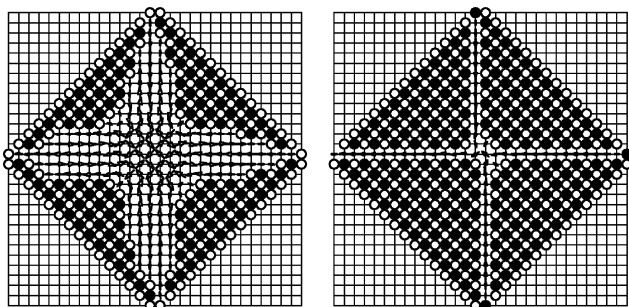


Рис. 18. Магнитная структура массива в форме косого квадрата при различных значениях поля и константы анизотропии; слева — $h = 3.2, b = 3.36$, справа — $h = 2.5, b = 3.52$

ное состояние при том же значении поля. В силу возможности уменьшения энергии неколлинеарных состояний за счет формирования таких неоднородных структур, линия перехода от неколлинеарного состояния к коллинеарным смещается в сторону малых полей (или больших анизотропий). Эти эффекты отличаются большим разнообразием, но детальное их исследование выходит за рамки нашей работы.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, основное состояние массива ододоменных магнитных частиц с перпендикулярной

анизотропией, упорядоченных в квадратную двумерную решетку, при наличии внешнего магнитного поля, перпендикулярного плоскости системы, демонстрирует два класса состояний. Для достаточно большой анизотропии реализуются только коллинеарные состояния, в которых магнитные моменты всех частиц перпендикулярны плоскости массива. Коллинеарные состояния включают насыщенное ферромагнитное состояние при большом поле и шахматное антиферромагнитное состояние при малом поле, а также широкий спектр ненасыщенных состояний при промежуточных значениях поля.

При малой анизотропии основному состоянию системы отвечают неколлинеарные состояния, включающие сложную четырехподрешеточную структуру для компонент магнитных моментов в плоскости массива и ненулевую проекцию моментов частиц на направление поля. Размер области их существования уменьшается с ростом константы анизотропии b . При $b < b_{cr} \approx 2.4532$ такие состояния являются единственными ненасыщенными состояниями и существуют от нулевого поля до поля насыщения $H_{c,FM}(b) = M(h_{c,FM} - b)$, $h_{c,FM} = 14.132514$. Если же $b_{cr} < b < h^{planar} \approx 5.098892$, то при увеличении поля перестройка магнитной структуры идет следующим образом, от коллинеарных состояний (антиферромагнитного или ненасыщенного) к неколлинеарным, а затем к насыщенному. Интервал полей, при которых существует неколлинеарное состояние, уменьшается с ростом константы анизотропии и исчезает при $b \rightarrow h^{planar}$.

Для ограниченных массивов частиц в неколлинеарном состоянии особо существенна роль границ образца. В результате влияния границ при умеренных значениях поля и анизотропии в системе могут реализоваться существенно неоднородные неколлинеарные состояния, для которых вблизи границ состояние близко к коллинеарному, а в центральной части массива реализуется типичное четырехподрешеточное неколлинеарное состояние. При некоторых условиях размеры обеих этих областей порядка размера образца. Указанные поверхностные эффекты могут представлять интерес для описания реальной экспериментальной ситуации. Действительно, все практически реализуемые сверхструктуры являются хотя и большими (до десятков тысяч частиц в системе), но конечными системами, и для них следует ожидать значительно большей роли граничных элементов (поверхности) в формировании свойств системы. В частности, можно ожидать появления описанных выше поверхностных слоев и сильнонеоднородных состояний.

Мы признательны В. Г. Барьяхтару за полезное обсуждение результатов работы. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и НАН Украины (совместный грант № 220-10) и Украинского научно-технического центра STCU (№ 5210). Одним из авторов (Б. А. И.) работа выполнялась в рамках Государственной программы Украины «Нанотехнологии и наноматериалы» (проект 225-10).

ЛИТЕРАТУРА

1. А. И. Ахиезер, В. Г. Барьяхтар, С. В. Пелетминский, *Спиновые волны*, Наука, Москва (1967).
2. К. П. Белов, А. К. Звездин, А. М. Кадомцева, Р. З. Левитин, *Ориентационные переходы в редкоземельных магнетиках*, Наука, Москва (1979).
3. Е. А. Туров, А. В. Колчанов, В. В. Меньшенин, И. Ф. Мирсаев, В. В. Николаев, *Симметрия и физические свойства антиферромагнетиков*, Физматлит, Москва (2001).
4. J. M. Luttinger and L. Tisza, *Phys. Rev.* **70**, 954 (1946).
5. П. И. Белобров, Р. С. Гехт, В. А. Игнатченко, *ЖЭТФ* **84**, 1097 (1983).
6. J. G. Brankov and D. M. Danchev, *Physica A* **144**, 128 (1987); S. Prakash and C. L. Henley, *Phys. Rev. B* **42**, 6574 (1990).
7. K. Yu. Guslienko, *Appl. Phys. Lett.* **75**, 394 (1999).
8. В. М. Розенбаум, В. М. Огенько, А. А. Чуйко, *УФН* **161**, 79 (1991).
9. J. E. L. Bishop, A. Yu. Galkin, and B. A. Ivanov, *Phys. Rev. B* **65**, 174403 (2002).
10. А. Ю. Галкин, Б. А. Иванов, А. Ю. Меркулов, *ЖЭТФ* **128**, 1260 (2005).
11. А. Ю. Галкин, Б. А. Иванов, *Письма в ЖЭТФ* **83**, 450 (2006).
12. Б. А. Иванов, В. Е. Киреев, *Письма в ЖЭТФ* **90**, 848 (2009).
13. A. Yu. Galkin, B. A. Ivanov, and C. E. Zaspel, *J. Magn. Magn. Mater.* **286**, 351 (2005)
14. A. Yu. Galkin, B. A. Ivanov, and C. E. Zaspel, *Phys. Rev. B* **74**, 144419 (2006).
15. P. V. Bondarenko, A. Yu. Galkin, B. A. Ivanov, and C. E. Zaspel, *Phys. Rev. B* **81**, 224415 (2010).
16. S. V. Maleev, *Sov. Phys. JETP* **43**, 1240 (1976).
17. P. Bruno, *Phys. Rev. B* **43**, 6015 (1991).
18. B. A. Ivanov and E. V. Tartakovskaya, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 386 (1996).
19. R. Skomski, *J. Phys.: Condens. Matter* **15**, R841 (2003); *Advanced Magnetic Nanostructures*, ed. by D. J. Sellmyer and R. Skomski, Springer, New York (2006).
20. R. Antos, Y. Otani, and J. Shibata, *J. Phys. Soc. Jpn.* **77**, 031004 (2008).
21. W. Wernsdorfer, *Adv. Chem. Phys.* **118**, 99 (2001).
22. B. Hillebrands, C. Mathieu, C. Hartmann et al., *J. Magn. Magn. Mater.* **175**, 10 (1997).
23. C. Miramond, C. Fermon, F. Rousseaux et al., *J. Magn. Magn. Mat.* **165**, 500 (1997).
24. E. F. Wassermann, M. Thielen, S. Kirsch et al., *J. Appl. Phys.* **83**, 1753 (1998).
25. K. Runge, T. Nozaki, U. Okami et al., *J. Appl. Phys.* **79**, 5075 (1996).
26. R. P. Cowburn, D. K. Koltsov, A. O. Adeyeye et al., *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1042 (1999).
27. C. B. Murrey, D. Weller, L. Folks, and A. Moser, *Science* **287**, 198 (2000).
28. P. D. Ye, D. Weiss, K. von Klitzing et al., *Appl. Phys. Lett.* **67**, 1441 (1995).

29. G. Meier, M. Kleiber, D. Grundler et al., *Appl. Phys. Lett.* **72**, 2168 (1998).
30. C. A. Ross, M. Hwang, M. Shima et al., *Phys. Rev. B* **65**, 144417 (2002).
31. R. P. Cowburn and M. E. Welland, *Science* **287**, 1466 (2000).
32. V. V. Kruglyak, S. O. Demokritov, and D. Grundler, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **43**, 264001 (2010).
33. В. Г. Барьяхтар, Б. А. Иванов, *ЖЭТФ* **72**, 1504 (1977).
34. Y. Yafet and E. M. Gyorgy, *Phys. Rev. B* **38**, 9145 (1988).
35. P. Politi and M. G. Pini, *Phys. Rev. B* **66**, 214414 (2002).
36. P. Politi, M. G. Pini, and R. L. Stamps, *Phys. Rev. B* **73**, 020405(R) (2006).
37. D. L. Mills, *Phys. Rev. Lett.* **20**, 18 (1968).
38. F. Keffer and H. Chow, *Phys. Rev. Lett.* **31**, 1061 (1973).
39. R. W. Wang, D. L. Mills, E. E. Fullerton et al., *Phys. Rev. Lett.* **72**, 920 (1994).
40. R. W. Wang, D. L. Mills, E. E. Fullerton et al., *Phys. Rev. B* **53**, 2627 (1996).
41. M. Donahue and D. G. Porter, <http://math.nist.gov/oommf>.
42. S. Rakhmanova, D. L. Mills, and E. E. Fullerton, *Phys. Rev. B* **57**, 476 (1998).
43. B. A. Ivanov, C. E. Zaspel, and A. Yu. Merkulov, *J. Appl. Phys.* **89**, 7198 (2001); *Phys. Rev. B* **68**, 212403 (2003).
44. Б. А. Иванов, П. В. Бондаренко, А. Ю. Галкин, К. Э. Заспел, Д. Д. Шека, *Изв. РАН (сер. физ.)* **71**, 1539 (2007).