

ПЛАЗМЕННО-ПЫЛЕВЫЕ СТРУКТУРЫ В He–Kr ТЛЕЮЩЕМ РАЗРЯДЕ ПОСТОЯННОГО ТОКА

С. Н. Антипов^{a*}, М. М. Васильев^{a**}, С. А. Майоров^{b***}, О. Ф. Петров^a, В. Е. Фортнов^a

^a Объединенный институт высоких температур Российской академии наук
125412, Москва, Россия

^b Институт общей физики Российской академии наук
119991, Москва, Россия

Поступила в редакцию 27 января 2010 г.

Дрейф ионов в смеси газов обладает рядом особенностей, которые могут быть использованы для формирования ионного потока с требуемыми характеристиками. Например, в сильном поле при значительном разогреве ионов и большом различии атомных весов ионов и атомов возможна очень сильная анизотропия функции распределения ионов по скоростям. Анизотропия распределения ионов в свою очередь может вызывать значительное изменение свойств пылевых структур в плазме. В работе выполнены эксперименты по исследованию пылевых образований в газовом разряде смеси легкого и тяжелого газов — гелия и криптона — и представлены результаты численного моделирования дрейфа ионов и электронов в смеси этих газов.

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследованию свойств образований из заряженных пылевых частиц в газовом разряде посвящено большое число экспериментальных и теоретических работ (см. обзоры [1, 2]), однако вопрос о влиянии состава газа на характеристики пылевых образований практически не изучен. Но разряд в смеси различных газов приводит к весьма значительному изменению характеристик как электронной, так и ионной компонент плазмы. При этом характеристики газового разряда могут сильно зависеть даже от очень небольшой концентрации примеси. Это обстоятельство используется во многих технических приложениях газового разряда, таких как газовые лазеры, панели плазменных дисплеев, реакторы плазменного травления и обработки полупроводниковых материалов, осветительные лампы и вспышки и т. д.

Поскольку кинетические свойства ионного потока играют важную роль в формировании параметров пылевых образований в плазме газового разряда, выбором смеси можно менять и характеристики пылевых образований. Дрейф ионов в смеси газов

обладает рядом особенностей, которые могут быть использованы для формирования ионного потока с требуемыми характеристиками, например, для получения потока с высокой анизотропией распределения ионов по скоростям. Параметры, которые в первую очередь важны при выборе газовой смеси — это потенциал ионизации, атомный вес и поляризуемость атомов. Кроме того, важную роль играет и процентное соотношение между различными газами. Выбором этих параметров можно обеспечить желаемые характеристики ионного потока. Например, разряд в гелии с добавкой незначительного количества тяжелого газа (например, криптона, ксенона) или паров металлов с большим атомным весом позволит получить резкое изменение характеристик ионного потока и следует ожидать, соответственно, значительного изменения свойств пылевых структур в таком разряде.

В сильном поле при значительном разогреве ионов и большом различии атомных весов ионов и атомов возможна очень сильная анизотропия функции распределения ионов. Поскольку анизотропия функции распределения ионов, в свою очередь, может вызывать значительное изменение свойств пылевых структур в плазме, в работе [3] была предложена идея экспериментов по исследованию разряда

*E-mail: antipov@ihed.ras.ru

**E-mail: mixxy@mail.ru

***E-mail: mayorov_sa@mail.ru

в смеси легкого и тяжелого газов — гелия и ксенона. Результаты расчетов для смеси тяжелого, легко ионизируемого газа (а может быть и паров тяжелых металлов — ртути, цезия и т. д.) позволяют прогнозировать сильное влияние состава газа на характеристики плазменно-пылевых структур в разрядах, а именно, получать те особенности, которые обусловлены сверхзвуковым характером течения — конус Маха, анизотропию взаимодействия пылинок и т. д.

Наличие незначительной примеси в рабочих газах также может приводить к сильному (и неконтролируемому) изменению свойств разряда. Этому факту не придается значения при анализе экспериментальных данных. После зажигания разряда в газоразрядной трубке наблюдается изменение характера свечения в течение нескольких минут, что может быть связано, например, с селекцией ионов и атомов в разряде (этот эффект используется для получения сверхчистых газов [4]).

Первые эксперименты по изучению свойств пылевых структур в смеси легкого и тяжелого газов, стимулированные этой работой, уже выполнены двумя экспериментальными группами. В работах [5, 6] представлены результаты исследования пылевых структур в смеси криптона и гелия при низкой концентрации последнего, а в работах [7, 8] — в смеси гелия и аргона. Как и ожидалось, разряд в смесях атомов с сильно различающимися атомными весами открывает новые возможности формирования пылевых структур в газовом разряде.

Другая интересная возможность управления характеристиками ионного потока — формирование дрейфа легких ионов среди тяжелых атомов. Для пылевой плазмы это означает:

- 1) подавление силы ионного увлечения, действующей со стороны ионов на пылинку;
- 2) уменьшение разогрева ионов из-за значительного уменьшения скорости дрейфа.

Дрейф ионов в смеси газов в равной пропорции и с близкими потенциалами ионизации и массами также будет обладать новыми свойствами. Из-за уменьшения концентрации атомов собственного газа будет пропорционально уменьшаться частота столкновений с резонансной перезарядкой и, как следствие, увеличится длина свободного пробега ионов. Параметры разряда соответственно также будут другими — из-за увеличения скорости дрейфа уменьшится плотность ионов, увеличится число Маха.

В работе [9] выполнены расчеты характеристик ионного потока при дрейфе в смесях различных газов. Показано, что эксперименты с пылевой плазмой при разряде в смесях Ne–Hg, Ne–Xe, Ne–Kr, Ne–Ar,

Ne–Ar–Kr, K–Xe, Na–Xe, K–Kr дают новые возможности по формированию пылевых структур.

Функция распределения электронов по энергии (ФРЭЭ) в газовом разряде постоянного тока при пониженном давлении газа сильно отличается от распределения Максвелла (см., например, книги [10–12]). Особенно велики отличия в области энергий, в несколько раз превышающих среднюю энергию электронов (температуру). Однако в большинстве работ по пылевой плазме (см., например, обзоры [1, 2]) полагается, что электроны в газовом разряде имеют максвелловское распределение с температурой, определяемой из эксперимента.

В настоящей работе рассмотрена также и модель электрон-атомных столкновений, позволяющая учитывать энергобаланс электронов с учетом неупругих столкновений. На основе численного эксперимента протабулированы характеристики функции распределения электронов по скоростям, энергетические характеристики дрейфа электронов в постоянном электрическом поле в смеси гелия и криптона. Приведены значения скорости дрейфа, средней энергии электронов, характеристической энергии Таунсенда, средние энергии электрона, приводящие к актам возбуждения и ионизации атомов, соотношение между энергопотерями в упругих и неупругих столкновениях, ионизационный коэффициент Таунсенда.

2. ДРЕЙФ ИОНОВ В СМЕСИ ГАЗОВ

2.1. Дрейф ионов в собственном газе

Однородное внешнее электрическое поле E вызывает дрейф ионов в газе со скоростью, пропорциональной напряженности поля:

$$v_d = \mu E, \quad (1)$$

где коэффициент подвижности ионов $\mu(E, N, T)$, вообще говоря, зависит как от напряженности поля, так и от параметров газа (температуры T , давления $p = NT$, состава). Характер зависимости коэффициента подвижности позволяет сделать вывод о свойствах потенциала взаимодействия ионов с атомами. Определению коэффициентов диффузии и подвижности ионов в газах посвящено большое число экспериментальных работ и можно полагать, что в области слабых и умеренно сильных полей ($E/N < 1000$ Тд) подвижность ионов известна с весьма высокой точностью ($< 1\%$). Эти данные по измерению коэффициентов подвижности и диффузии дают возможность определения сечений столкновений и потенциала взаимодействия, особенно в

случае, когда *a priori* известна функциональная зависимость потенциала взаимодействия и необходимо определить лишь константы аппроксимирующей формулы [9, 12–14].

Первые точные экспериментальные измерения скорости дрейфа ионов в сильных полях [15] показали, что она становится пропорциональной квадратному корню напряженности поля: $v_d \propto E^{1/2}$. Этот результат согласуется с приближением постоянного сечения, когда частота столкновений иона с атомами пропорциональна их относительной скорости. Однако, когда из коэффициентов подвижности ионов в газе собственных атомов оценили поперечник ион-атомных столкновений, то он оказался значительно больше размера атома, который достаточно точно определялся из данных о вязкости газов. Причиной такого расхождения оказался эффект туннельной передачи заряда на больших расстояниях между ионом и атомом — эффект резонансной перезарядки иона на собственном атоме. Сечение этого процесса слабо уменьшается с ростом энергии столкновения и в сильном поле столкновения с резонансной перезарядкой будут доминировать, поскольку вероятность столкновений из-за поляризации атомов ионами резко уменьшается с увеличением энергии столкновения [9]. Критерием сильного поля является то, что скорость дрейфа ионов сравнима или превышает тепловую скорость атомов. В этом случае подвижность ионов определяется масштабом сечений при энергиях столкновений, значительно больших тепловой энергии.

Эффект перезарядки был обнаружен в экспериментах [16], на аномально большое значение сечения перезарядки для гелия было указано также в работе [17]. Теория, описывающая влияние перезарядки на скорость дрейфа в сильном поле, была построена в работах Л. А. Сены [18, 19] (эстафетный эффект Л. А. Сена). В работах [20] развита теория процесса перезарядки, получены численные оценки сечений и проведено сравнение с экспериментальными данными. Перенос ионов в случае преобладания столкновений с перезарядкой рассмотрен на основе кинетического уравнения в работах [21, 22], получены функции распределения ионов по скоростям. Теория переноса ионов развита также и в более известных работах [23–25].

На рис. 1 показаны зависимости диффузионного сечения ионов гелия в собственном газе от энергии налетающей частицы [9]. Приведены соотношения между сечениями для взаимодействия различных типов. Из анализа зависимости различных сечений в области энергий, характерных для газового

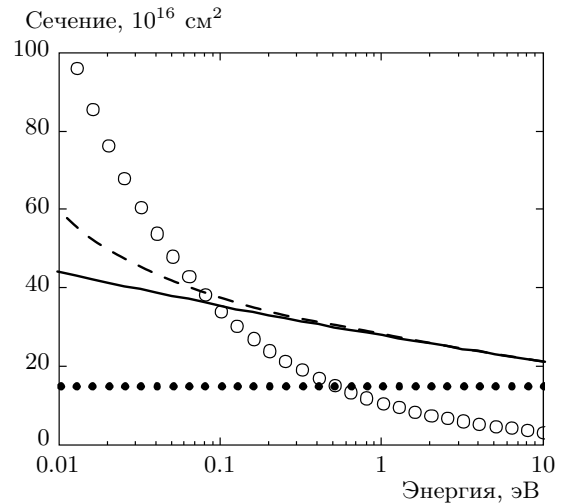


Рис. 1. Зависимости сечений столкновений ионов гелия в собственном газе от энергии налетающей частицы: сплошная кривая — аппроксимация сечения реакции перезарядки [9], штриховая кривая — сечение перезарядки с учетом искривления траекторий и возможного захвата на спиралевидную орбиту в поляризованном потенциале [9], точки и кружки — соответственно газокинетическое и ланжевновское сечения

разряда, 0.01–1 эВ следует, что модель, основанная на учете лишь какого-либо одного типа столкновений, не может даже качественно правильно описать функцию распределения ионов по скоростям.

2.2. Характеристики дрейфа ионов

По аналогии с гидродинамическим приближением часто полагается, что дрейф ионов в сильном поле описывается сдвинутой функцией распределения Максвелла:

$$f_0(\vec{v}) = \left(\frac{m}{2\pi T_i}\right)^{3/2} \times \exp\left(-\frac{m[(u-u_d)^2 + v^2 + w^2]}{2T_i}\right). \quad (2)$$

Это распределение имеет два параметра — среднюю скорость ионов u_d (скорость дрейфа) и температуру ионов T_i , которая определяет тепловой разброс скоростей ионов $V_T = (T_i/m)^{1/2}$, здесь направления поля и дрейфа совпадают с осью x .

Если скорость дрейфа значительно превышает тепловую скорость атомов, $u_d \gg (T_a/m)^{1/2}$, а сечение резонансной перезарядки и средняя длина свободного пробега иона $\lambda_{st} = 1/\sigma_0 n_a$ не зависят от

скорости, то решение уравнения Больцмана для проекции скорости вдоль поля имеет вид [21]

$$f(u) = \Theta(u) \left(\frac{2m}{\pi T_E} \right)^{1/2} \exp \left(-\frac{mu^2}{2T_E} \right), \quad (3)$$

где $\Theta(u)$ — функция Хэвисайда, $T_E \equiv eE\lambda_{st}$. Распределение (3) является половинкой распределения Максвелла с температурой, равной энергии, набираемой ионом на средней длине свободного пробега. Средняя кинетическая энергия ионов, обусловленная движением в направлении поля, для распределения (3) равна

$$\frac{1}{2}m\langle u^2 \rangle = \frac{1}{2}T_E = \frac{1}{2}eE\lambda_{st},$$

средняя скорость ионов (скорость дрейфа)

$$u_d = (2eE\lambda_{st}/\pi m)^{1/2} = (2T_E/\pi m)^{1/2}.$$

Функция распределения по проекции скорости на ось, ортогональную направлению поля, полагается равной распределению Максвелла с температурой атомов:

$$f(w) = \left(\frac{m}{4\pi T_a} \right)^{1/2} \exp \left(-\frac{mw^2}{2T_a} \right). \quad (4)$$

Для учета влияния столкновений часто используется модельный интеграл столкновений Бхатнагара–Гросса–Крука (интеграл БГК): $I_{st} = (\varphi - f)/\tau_0$, который описывает релаксацию функции распределения ионов f к равновесной функции распределения атомов φ с характерным временем релаксации τ_0 , которая полагается константой. Интеграл БГК качественно верно описывает процесс релаксации плазмы к равновесию лишь в случае незначительного отклонения от него (более подробное рассмотрение этого вопроса см. [26, 27]).

Уравнение переноса ионов с интегралом столкновений БГК в пространственно-однородном случае имеет вид $V_E \partial f / \partial u = \varphi(u) - f(u)$, где $V_E = eE\tau_0/m$. Его решение записывается как

$$f_E(u) = \frac{1}{V_E} \int_{-\infty}^u \varphi(u') \exp \left(-\frac{u-u'}{V_E} \right) du'. \quad (5)$$

В случае субтепловой скорости потока, когда $u_d \leq (T/m)^{1/2}$, и максвелловского распределения атомов

$$\varphi(u) = \left(\frac{m}{2\pi T_0} \right)^{1/2} \exp \left(-\frac{mu^2}{2T_0} \right)$$

решение (5) принимает простой вид:

$$f(u) = \varphi(u)(1 + uV_E/V_T^2). \quad (6)$$

Это распределение совпадает с разложением сдвинутого максвелловского распределения (2) при $V_E = u_d \ll (T/m)^{1/2}$.

В случае большой скорости ионного потока $u_d \gg V_T = \sqrt{T_0/m}$ и максвелловского распределения атомов распределение (5) имеет асимптотику

$$f(u) = \frac{\Theta(u)}{V_E} \exp \left(-\frac{u}{V_E} \right). \quad (7)$$

Это распределение описывает равноускоренное движение ионов в постоянном электрическом поле $E > 0$, которые останавливаются после каждого акта столкновения, вероятность которого не зависит от скоростей иона и атома.

Наиболее важной на практике характеристикой ионного потока является средняя кинетическая энергия ионов, которая связана с эффективной температурой ионов соотношением

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} T_{eff}. \quad (8)$$

Именно эффективная температура ионов должна учитываться при определении макроскопических характеристик плазмы, например, радиуса Дебая.

Введение ионной температуры, отличающейся от температуры атомов, может оказаться недостаточным для описания функции распределения ионов. Ведь средние энергии хаотического движения ионов вдоль поля и поперек него могут сильно отличаться. Поэтому имеет смысл ввести две различные температуры ионов — вдоль поля T_{\parallel} и поперек поля T_{\perp} . В этом случае средняя энергия иона равна

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{1}{2} m v_d^2 + \frac{3}{2} T_i = \frac{1}{2} m v_d^2 + \frac{1}{2} T_{\parallel} + T_{\perp}. \quad (9)$$

Часто полагается, что распределение ионов описывается сдвинутой максвелловской функцией (2) с температурой ионов, равной температуре атомов, $T_i = T_a$. Соответственно, тепловой разброс скоростей ионов и атомов характеризуется тепловой скоростью атомов $V_T = (T_a/m)^{1/2}$. В этом случае средняя энергия иона складывается из энергии направленного движения и тепловой энергии:

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{1}{2} m v_d^2 + \frac{3}{2} T_a. \quad (10)$$

При дрейфе иона в собственном газе и определяющей роли столкновений с резонансной перезарядкой часто полагается, что средняя энергия иона определяется уравнением [14]

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{\pi}{4} m v_d^2 + \frac{3}{2} T_a. \quad (11)$$

Средняя энергия иона в сильном поле в приближении постоянного времени свободного пробега (поляризационное взаимодействие) определяется с помощью уравнения Ванье [14, 23, 24]

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{1}{2} m v_d^2 + \frac{1}{2} M_a v_d^2 + \frac{3}{2} T_a, \quad (12)$$

которое учитывает столкновения частиц двух сортов — ионов и атомов (или молекул) с массами соответственно m и M_a . Первый член в правой части учитывает энергию направленного движения, второй — хаотизацию приобретенной в поле энергии, третий — хаотическое тепловое движение с температурой атомов T_a .

Число Маха, определяемое в газовой динамике через отношение скорости газа к скорости звука, $M = u/c_s$, является важнейшей характеристикой течения. Тип течения (дозвуковой, трансзвуковой и сверхзвуковой) определяется знаком множителя $(M^2 - 1)$ перед старшей производной в уравнениях газовой динамики, записанных в безразмерном виде. Введем в качестве характеристики ионного потока эффективное число Маха

$$M_{eff}^2 = m u_d^2 / T_i, \quad (13)$$

используя для определения температуры ионов следующее уравнение:

$$\frac{3}{2} T_i = \langle \varepsilon \rangle - \frac{1}{2} m \langle u \rangle^2.$$

Термин «эффективное число Маха» введен, поскольку величина $M = u_d/V_T$, являющаяся скоростью дрейфа ионов, нормированной на тепловую скорость атомов, в работах по пылевой плазме часто называется числом Маха. В сильном поле, когда скорость дрейфа превышает тепловую скорость атомов, $M \gg 1$, температуры ионов и атомов сильно различаются. Поэтому использование тепловой скорости атомов при вычислении чисел Маха ионного потока приводит к принципиально неверному выводу о характере течения. В частности, в большинстве работ по пылевой плазме говорится о сверхзвуковом потоке ионов, в то время, как их разогрев приводит к тому, что поток является дозвуковым.

Эффективное число Маха, вычисленное по формуле (13), оказывается ограниченным сверху, поскольку с увеличением скорости дрейфа пропорционально увеличивается и скорость хаотического движения. Как показывают оценки и расчеты [9, 26, 28] (см. также приведенные ниже результаты расчетов), из-за разогрева ионов при дрейфе в собственном газе значения чисел Маха не могут быть больше двух.

2.3. Характеристики дрейфа ионов в смеси газов

Первые эксперименты по измерению подвижности ионов в смесях газов были выполнены еще в 1908 г. Бланком. Обнаруженная им закономерность гласит, что обратная величина подвижности ионов μ_{AB} в смеси газов А и В является линейной функцией относительного содержания каждой компоненты смеси ω_A , ω_B ($\omega_A + \omega_B = 1$), и называется законом Бланка:

$$\frac{1}{\mu_{AB}} = \frac{\omega_A}{\mu_A} + \frac{\omega_B}{\mu_B}. \quad (14)$$

Здесь μ_A и μ_B — подвижности ионов в чистых газах А и В.

Закон Бланка хорошо выполняется в случае слабого поля или при постоянном сечении в сильном поле, когда средняя энергия ионов значительно больше энергии атомов [3, 4]. Имеются также и другие аппроксимации для транспортных коэффициентов ионов в газовых смесях по данным о дрейфе в чистых газах [3, 4]. Но все они, как правило, ограничены случаями постоянного сечения или постоянной частоты ион-атомных столкновений. К тому же результатом аппроксимации является лишь скорость дрейфа, а остальные важные для моделирования кинетики газового разряда коэффициенты, такие как коэффициенты диффузии вдоль и поперек поля, не определены в силу сложности задачи. Поэтому численный эксперимент является практически единственным надежным инструментом исследования характеристик дрейфа ионов в смеси газов.

В табл. 1 и 2 приведены результаты расчетов характеристик дрейфа ионов криптона в собственном газе и в смеси криптона с гелием. В столбцах таблиц последовательно представлены процентная доля гелия, скорость дрейфа ионов криптона, их температуры в направлении вдоль поля, поперек поля, эффективная температура, а также числа Маха, определяемые через тепловую скорость атомов и тепловую скорость ионов криптона. Температура газа для всех расчетов равна 293 К. Для расчета использовался метод Монте-Карло, при розыгрыше столкновений учитывались резонансная перезарядка, поляризационное взаимодействие ионов с атомами конечного радиуса [9].

Данные, представленные в таблицах, соответствуют случаям высокого и низкого давлений в выполненных в настоящей работе экспериментах.

На рис. 2 для этих же двух значений напряженности поля приведены графики зависимостей скорости дрейфа ионов криптона от процентной доли атомов гелия в гелий-криптоновой смеси. Особенности

Таблица 1. Характеристики потока ионов криптона при их дрейфе в постоянном электрическом поле в собственном газе и смеси криптона с гелием при $E/N = 14.5$ Тд ($E = 2$ В/см, $p = 0.42$ Торр при 293 К)

№	He, %	W , км/с	T_{\parallel}	T_{\perp}	T_{eff}	M	M_{eff}
1	0	0.037	301	296	302	0.216	0.214
2	50	0.068	318	301	322	0.402	0.394
3	80	0.139	376	315	400	0.818	0.765
4	90	0.212	436	327	515	1.56	1.12
5	97	0.346	489	336	791	2.04	1.77
6	99	0.429	447	326	988	2.52	2.27
7	99.5	0.459	406	322	1062	2.70	2.47
8	99.9	0.485	374	315	1129	2.85	2.67
9	99.99	0.492	352	315	1145	2.89	2.74

Таблица 2. Характеристики потока ионов криптона при их дрейфе в постоянном электрическом поле в собственном газе и смеси криптона с гелием при $E/N = 40.5$ Тд ($E = 2$ В/см, $p = 0.15$ Торр при 293 К)

№	He, %	W , км/с	T_{\parallel}	T_{\perp}	T_{eff}	M	M_{eff}
1	0	0.099	350	312	358	0.587	0.557
2	50	0.178	458	342	488	1.05	0.92
3	80	0.336	767	413	912	1.98	1.47
4	90	0.495	1115	478	1518	2.91	1.89
5	97	0.811	1543	539	3096	4.77	2.76
6	99	1.04	1421	506	4467	6.11	3.67
7	99.5	1.13	1114	479	5006	6.65	4.33
8	99.9	1.22	731	441	5568	7.18	5.30
9	99.99	1.24	652	433	5703	7.29	5.55

распределения ионов по скоростям продемонстрированы на рис. 3. На нем представлены функции распределения ионов криптона по проекциям скоростей вдоль и поперек поля при различных процентных долях атомов гелия в гелий-криптоновой смеси.

Выполненные расчеты позволяют сделать следующие выводы о характере изменений ионного потока при разбавлении криптона гелием.

1) Скорость дрейфа ионов криптона при разбавлении гелием увеличивается в 12 раз.

2) Максимум разогрева ионов криптона наблюдается при концентрации гелия примерно 97 %.

3) Энергия ионов криптона при разбавлении криптона гелием увеличивается в 18 раз (с учетом направленного движения ионов).

4) Эффективное число Маха для потока ионов криптона при разбавлении криптона гелием увеличивается в 10 раз.

5) Влияние собственного газа наблюдается вплоть до концентраций 0.01 %.

Результаты этих расчетов позволяют прогнозировать сильное влияние состава газа на характеристики плазменно-пылевых структур в разрядах, а именно, можно получать те особенности, которые

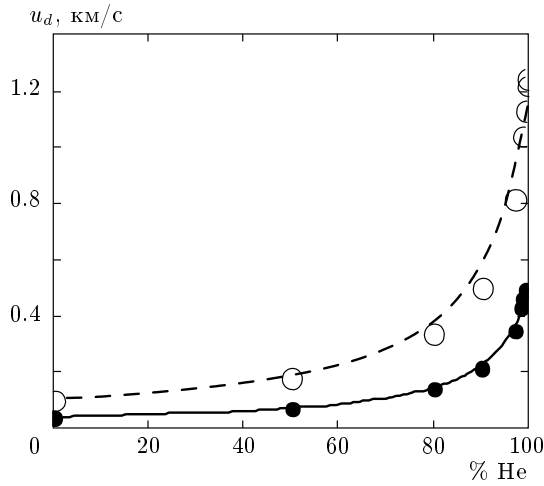


Рис. 2. Зависимости скорости дрейфа ионов криптона в смеси газов гелия и криптона от концентрации гелия. Точки — результаты численного моделирования методом Монте-Карло при $E/N = 14.5$ (●), 40.5 (○) Тд, сплошная и штриховая кривые — аппроксимация на основе закона Бланка (14) для дрейфа ионов в смеси газов

обусловлены сверхзвуковым характером течения — конус Маха, анизотропию взаимодействия пылинок и т. д.

Использование разряда в гелии с добавкой незначительного количества тяжелого газа (например, криптона, ксенона) или паров металлов с большим атомным весом (цезия, ртути и т. д.) позволит получить резкое изменение характеристик ионного потока и следует ожидать, соответственно, значительного изменения свойств пылевых структур в таком разряде. Кстати, наличие незначительной примеси в рабочих газах также может приводить к сильному (и неконтролируемому) изменению свойств разряда. Этому факту не придается значения при анализе экспериментальных данных.

3. ДРЕЙФ ЭЛЕКТРОНОВ В СМЕСИ ГАЗОВ

3.1. Характеристики дрейфа электронов

При дрейфе в электрическом поле электроны приобретают энергию от электрического поля. За счет джоулева нагрева при дрейфе в постоянном и однородном электрическом поле за единицу времени электрон приобретает в среднем энергию

$$Q_{EW} = eEW, \tag{15}$$

где W — скорость дрейфа электрона. Рассмотрим случай, типичный для газового разряда, когда энергия электронов значительно превышает энергию атомов. Тогда в стационарном, пространственно-однородном случае энергия, получаемая электроном, теряется в упругих столкновениях с атомами, затрачивается на возбуждение атомных уровней и ионизацию, кроме того электроны уносят или приобретают энергию при рекомбинации:

$$Q_{EW} = Q_{ea} + Q_{ex} + Q_{ion} + Q_{rec}. \tag{16}$$

Здесь в правой части представлены соответствующие средние энергопотери одного электрона за единицу времени (при рекомбинации электрон может и приобретать энергию, например, при тройной рекомбинации).

При низкой напряженности электрического поля характеристики дрейфа электрона в одноатомном газе определяются только упругими столкновениями с атомами. Кинетическое уравнение для функции распределения электронов по скоростям может быть записано в виде [10]:

$$-\left(\frac{eE}{m}\right)^2 \frac{1}{\sigma_{el} N_0 c} \frac{df_0}{dc} = \frac{3m}{M} \sigma_{el} N_0 c^2 f_0 + \sigma_0 N_0 c \langle C^2 \rangle \frac{df_0}{dc}. \tag{17}$$

Здесь m , M — массы электрона и атома, N_0 — числовая плотность атомов газа, σ_{el} — сечение упругих столкновений, f_0 — симметричная часть функции распределения по скоростям, нормированная на единицу:

$$1 = 4\pi \int_0^\infty c^2 f_0(c) dc. \tag{18}$$

Левая часть уравнения (17) описывает набор энергии электронами в поле, в правой части стоит столкновительный поток в пространстве скоростей, обусловленный электрической силой.

Если приращение скорости электрона между упругими столкновениями превышает скорость атомов, то решение уравнения (17) имеет вид

$$f_0(v) = A \exp\left(-\frac{3m}{M} \left(\frac{mN}{eE}\right)^2 \int_0^v c^2 \sigma_{el}^2(c) dc\right), \tag{19}$$

где константа A определяется из условия нормировки (18). При степенной зависимости сечения от скорости, $\sigma_{el}(c) = \sigma_0(c/c_0)^r$, интеграл в (19) вычисляется. В случае постоянной частоты столкновений

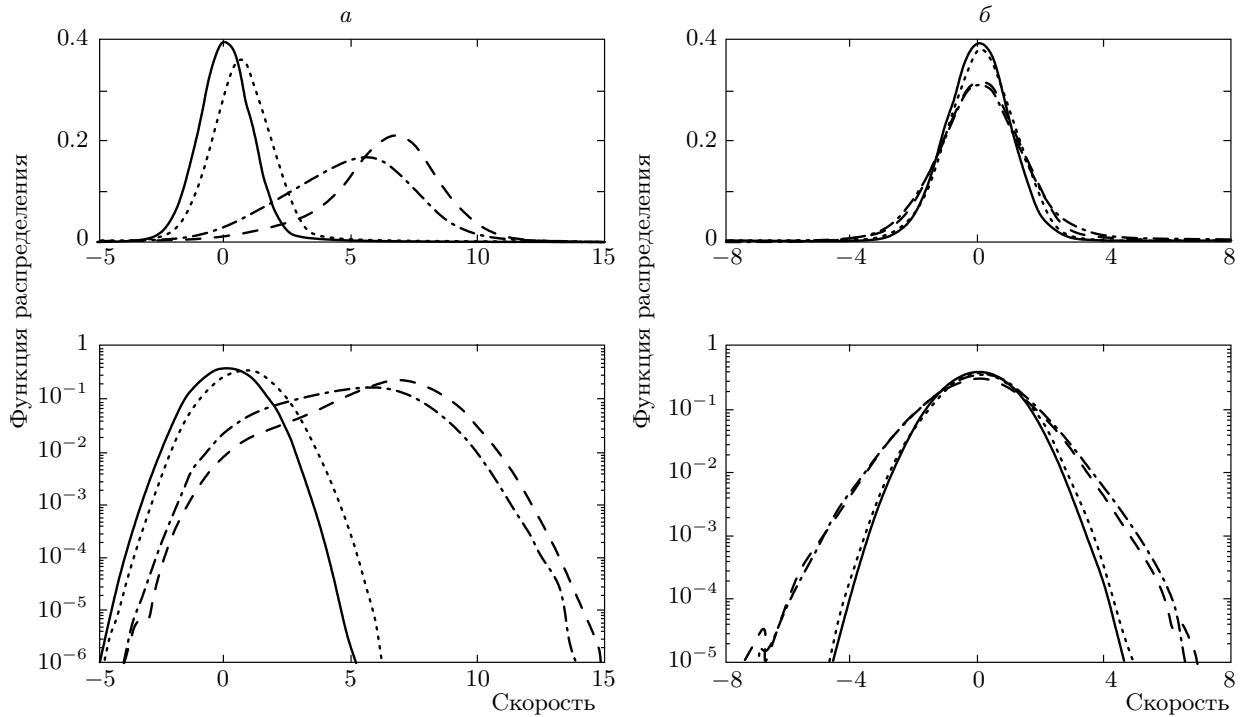


Рис. 3. Результаты расчета функции распределения ионов криптона по скоростям при $E/N = 40.5$ Тд ($E = 2$ В/см, $p = 0.15$ Торр при 293 К) для направлений вдоль (а) и поперек (б) электрического поля. Сплошные кривые — распределение Максвелла, пунктирные, штрихпунктирные и штриховые кривые — распределения при концентрации атомов гелия в гелий-криптоновой смеси соответственно 0 (чистый криптон), 97, 99 %

$\sigma_{el}(c) = \sigma_0(c/c_0)^{-1/2}$ и распределение (19) переходит в распределение Максвелла; при постоянном сечении, $\sigma_{el}(c) = \sigma_0$, распределение (19) переходит в распределение Дривестейна [10–12].

При дрейфе электрона в смеси газов запись уравнения баланса энергии электрона имеет вид, аналогичный уравнению (17):

$$-\left(\frac{eE}{m}\right)^2 \frac{1}{\sigma_0 N_0 c} \frac{df_0}{dc} = 3mc^2 f_0 \sum_k \frac{\sigma_k N_k}{M_k} + \sigma_0 N_0 c \langle C^2 \rangle \frac{df_0}{dc}. \quad (20)$$

Определим сечение упругих электрон-атомных столкновений в смеси газов как $\sigma_0 = \sum_k \sigma_k$, обозначим долю k -го сорта газа как $\omega_k = N_k/N_0$, где полная числовая плотность атомов $N_0 = \sum_k N_k$, здесь суммирование ведется по всем сортам газа. Тогда уравнение (20) принимает вид

$$(V^2 + \langle C^2 \rangle) \frac{df_0}{dc} = -3mc^2 f_0 \sum_k \frac{\sigma_k \omega_k}{\sigma_0 M_k}, \quad (21)$$

где введено обозначение $V = eE/m\sigma_0 N_0 c$ для приращения скорости электрона между упругими столкновениями. Решение этого уравнения имеет вид

$$f_0(v) = A \exp \left(-m \int_0^v \sum_k \frac{\sigma_k \omega_k}{\sigma_0 M_k} \frac{3c dc}{V^2 + \langle C^2 \rangle} \right). \quad (22)$$

3.2. Моделирование дрейфа электронов

Процессы возбуждения, ионизации и рекомбинации в реальных условиях газового разряда не могут быть учтены в рамках пространственно-однородной модели. Тем не менее, для анализа энергобаланса электронов в газовом разряде рассмотрим для простоты пространственно-однородный стационарный поток электронов. Будем полагать, что выполнены следующие условия.

1) Атомы газа имеют максвелловское распределение по скоростям и не меняют своей температуры из-за столкновений с электронами.

2) Упругие электрон-атомные столкновения происходят как столкновения твердых сфер, т.е. при столкновении происходит изотропное рассеяние в системе центра масс, но сечение столкновения полагается зависящим от энергии их относительного движения.

3) Потери электронов на возбуждение атомных

уровней невозможны, т. е. полагается, что возбужденные атомы теряют энергию возбуждения в режиме объемного высвечивания, метастабильные атомы диффундируют за границы рассматриваемого объема.

4) При ионизации электронным ударом налетающий на атом электрон теряет энергию, равную сумме энергии ионизации и кинетической энергии второго электрона. Соответственно, после акта ионизации его энергия полагается равной $\varepsilon'_1 = \varepsilon_1 - I - \varepsilon'_2$. Положим, что энергия первого электрона с равной вероятностью принимает все возможные значения:

$$\varepsilon'_1 = (\varepsilon_1 - I)R, \quad (23)$$

где $0 < R < 1$ — случайное число, энергия второго электрона $\varepsilon'_2 = (\varepsilon_1 - I)(1 - R)$.

5) Процессы рекомбинации электронов и атомов, тушения возбужденных уровней и переноса резонансного излучения не меняют энергию электронов.

Для расчета характеристик дрейфа электронов в чистом газе и в смеси различных газов использовался метод Монте-Карло, аналогичный тому, который применялся в работе [9] для моделирования ион-атомных столкновений, в работе [29] были рассчитаны и протабулированы характеристики дрейфа электрона в неоне. После каждого столкновения проводилось интегрирование уравнения движения электрона в постоянном поле и, в соответствии с известными сечениями упругих и неупругих процессов, определялась вероятность того или иного события.

3.3. Результаты расчетов характеристик дрейфа электрона

В табл. 3 и 4 представлены результаты расчетов характеристик дрейфа электрона в гелии и в смеси криптона с гелием при температуре газа 293 К и различных концентрациях гелия. В большей части справочников и книг приводятся лишь скорость дрейфа электронов и наблюдаемая в экспериментах величина eD_{\perp}/μ , называемая также характеристической энергией Таунсенда. В случае максвелловского распределения характеристическая энергия Таунсенда совпадает с температурой электронов. Но для реальных распределений электронов по энергии соответствия между средней энергией электронов и значением характеристической энергии Таунсенда нет, поэтому, помимо значений eD_{\perp}/μ , в таблицах приведены также значения эффективной температуры, которая определяется по средней кинетической энергии электронов:

Функция распределения

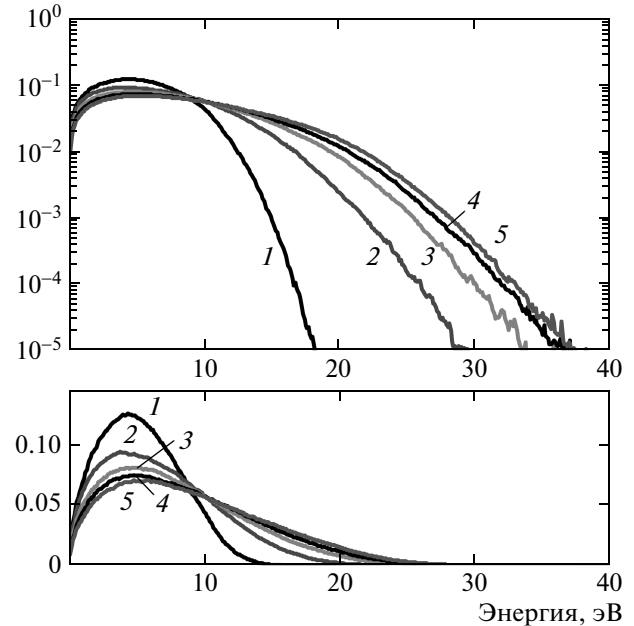


Рис. 4. Функции распределения электронов по энергии для $E/N = 40.5$ Тд при концентрации гелия в криптон-гелиевой смеси 0 (1), 90 (2), 97 (3), 99 (4), 100 (5) % (расчеты 1, 4, 5, 6, 9 из табл. 4)

$$\langle \varepsilon \rangle = \int_0^{\infty} \varepsilon f(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{3}{2} T_{eff}.$$

В таблицах приведены также коэффициенты продольной и поперечной диффузии электронов, умноженные на числовую плотность атомов.

В исследуемом диапазоне электрических полей функция распределения электронов по скоростям с очень хорошей точностью изотропна по направлению. Поэтому для иллюстрации влияния концентрации гелия на распределение электронов по скоростям достаточно привести функцию распределения по модулю скорости или энергии. На рис. 4 приведены результаты расчетов ФРЭЭ для $E/N = 40.5$ Тд при концентрации гелия в криптон-гелиевой смеси 0, 90, 97, 99, 100 % (расчеты 1, 4, 5, 6, 9 из табл. 4).

Как и ожидалось, добавка гелия в криптон не меняет значительно среднюю энергию электронов, более существенным оказывается изменение скорости дрейфа электронов. Большее влияние оказывается также и на число электронов с большой энергией (> 10 эВ), что может оказывать существенное влияние на зарядку пылевых частиц. В работе [29] приведены результаты расчета ФРЭЭ для случая E/N , соответствующего типовым параметрам разрядов в

Таблица 3. Характеристики потока электронов при их дрейфе в постоянном электрическом поле в смеси гелия с криптоном в разных пропорциях при $E/N = 14.5$ Тд ($E = 2$ В/см, $p = 0.42$ Торр при 293 К)

№	He, %	W , км/с	T_{eff}	eD_{\perp}/μ	ND_{\parallel} , $10^{22}/\text{см}\cdot\text{с}$	ND_{\perp} , $10^{22}/\text{см}\cdot\text{с}$
1	0	7.7	3.2	8.1	1.82	4.33
2	50	11.6	3.2	5.4	2.08	4.27
3	80	17.0	3.3	4.2	3.09	4.91
4	90	20.9	3.5	4.1	4.03	5.91
5	97	22.0	3.9	4.0	4.03	6.07
6	99	28.8	4.3	4.5	8.57	8.95
7	99.5	30.3	4.5	4.6	9.43	9.53
8	99.9	31.4	4.7	4.8	10.6	10.4
9	99.99	31.8	4.8	4.8	11.0	10.6
10	100	31.9	4.8	4.7	10.7	10.3

Таблица 4. Характеристики потока электронов при их дрейфе в постоянном электрическом поле в смеси гелия с криптоном в разных пропорциях при $E/N = 40.5$ Тд ($E = 2$ В/см, $p = 0.15$ Торр при 293 К)

№	He, %	W , км/с	T_{eff}	eD_{\perp}/μ	ND_{\parallel} , $10^{22}/\text{см}\cdot\text{с}$	ND_{\perp} , $10^{22}/\text{см}\cdot\text{с}$
1	0	17.7	3.6	8.3	1.51	3.62
2	50	25.5	3.8	6.0	2.03	3.79
3	80	39.4	4.2	5.3	3.39	5.16
4	90	51.3	4.6	5.3	5.23	6.63
5	97	71.6	5.4	5.5	9.77	9.75
6	99	85.0	5.9	5.6	13.7	11.8
7	99.5	89.3	6.1	5.7	13.9	12.5
8	99.9	93.2	6.2	5.9	16.4	13.7
9	99.99	95.2	6.3	5.8	16.6	13.5
10	100	95.0	6.3	6.0	16.6	14.1

экспериментах с пылевой плазмой. Проведены также сравнения с ФРЭЭ Максвелла и Дрювестейна, а также с распределением, соответствующим линейному росту сечения упругих столкновений, по энергии:

$$f(\varepsilon) \propto \varepsilon^{1/2} \exp[-(\varepsilon/\varepsilon_0)^3].$$

Следует отметить, что распределение электронов не описывается ни максвелловской, ни дрювестейновской функциями распределениями [29]. Но деталь-

ный анализ задачи о ФРЭЭ в смеси газов выходит за рамки настоящей работы.

Перечислим только основные особенности дрейфа электронов в гелий-криптоновой смеси при низкой концентрации последнего.

1) Повышение концентрации гелия приводит к незначительному повышению средней энергии электронов.

2) Число актов ионизации гелия и криптона сравнивается при концентрации криптона 0.1 %.

3) Но даже при такой низкой концентрации атомов криптона из-за большой частоты возбуждения атомов гелия плотность ионов криптона будет выше, чем ионов гелия из-за ионизации в реакции Пеннинга.

4) Энергопотери электронов в основном определяются затратами на возбуждение атомов гелия.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

4.1. Экспериментальная установка

Для получения данных об особенностях пылевой структуры в тлеющем разряде постоянного тока в смеси газов использовалась стандартная экспериментальная установка для исследования пылевой плазмы стратифицированного тлеющего разряда постоянного тока, схематично изображенная на рис. 5.

В данной установке разряд создается в расположенной вертикально стеклянной газоразрядной трубке с холодными электродами. Электроды размещаются в боковых отростках, чтобы не мешать пролету пылевых частиц, в верхнем отростке — анод, в нижнем — катод. Частицы микронных размеров содержались в металлическом контейнере с сетчатым дном, расположенном в верхней части трубки. Это позволяет вводить макрочастицы в область разряда при встряхивании контейнера. Трубка предварительно откачивалась с помощью вакуумной системы до остаточного давления приблизительно 10^{-3} Па

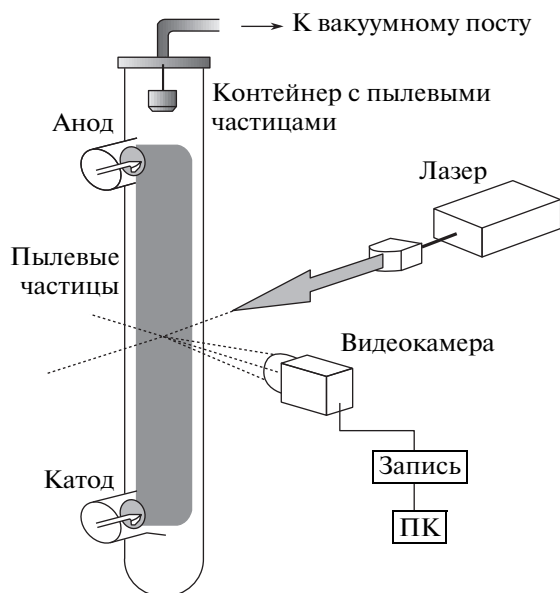


Рис. 5. Схема экспериментальной установки

и затем заполнялась инертным газом до давлений 0.1–1 Торр.

Для целей настоящего исследования установка была оснащена системой напуска смеси газов в заданной пропорции, которая позволяла менять соотношение газов в смеси с точностью до 1%. При прикладывании к электродам напряжения около 1 кВ в трубке зажигался стратифицированный разряд при токах порядка 0.1 мА.

Для стабилизации разряда и формирования стоячих страт в нижнюю часть газоразрядной трубки помещалась стеклянная вставка в форме цилиндрической трубки, сужающейся с одного конца в форме «бутылочного горлышка». Поскольку функция $\frac{E_p}{p}(pR)$ в тлеющем разряде постоянного тока в области малых значений pR быстро уменьшается (E_p — электрическое поле разряда, R — радиус разряда), при прохождении разряда через область сужения вставки возникает скачок потенциала, который и способствует возникновению страт в положительном столбе разряда.

В ходе эксперимента исследовались пылевые структуры из частиц меламинформальдегида плотностью 1.51 г/см^3 и диаметрами 1.8 и 5.0 мкм. Визуализация пыли осуществлялась при помощи подсветки широким лучом, освещающим структуру целиком, либо плоским лазерным пучком («лазерный нож») твердотельного лазера с диодной накачкой с длиной волны 532 нм и мощностью в несколько десятков мВт. Плоский пучок имел следующие характерные параметры: толщина перетяжки 100 мкм, ширина 1 см, и располагался вертикально или горизонтально, что позволяло получать различные сечения плазменно-пылевых образований. Рассеянный свет регистрировался ПЗС-видеокамерой с частотой съемки 25 кадр./с и эти данные записывались в персональный компьютер (ПК).

4.2. Результаты экспериментальных исследований

При исследовании формирования плазменно-пылевых структур в гелий-криптоновой смеси пылевые частицы, как и в случае чистых газов, могли формировать так называемые цепочечные структуры. Это структуры с выделенным направлением, которое обычно совпадает с направлением разрядной оси и/или с вертикальным направлением. В этом направлении структуры характеризуются ярко выраженной упорядоченностью, при которой пылевые частицы расположены строго друг под другом, об-

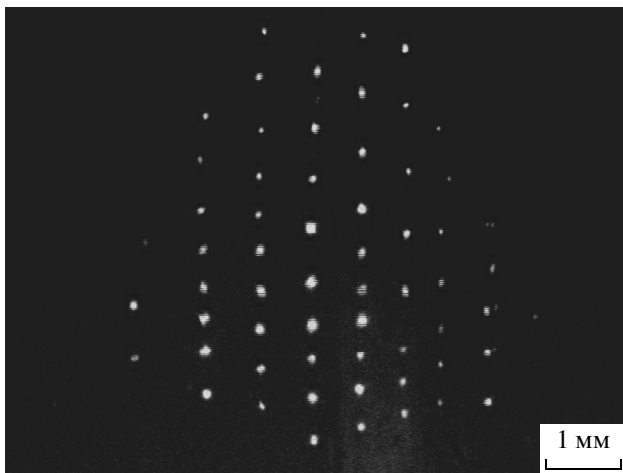


Рис. 6. Вид осевого вертикального сечения пылевой структуры в смеси гелия и криптона для давления 0.35 Торр, тока разряда 0.5 мА и доли криптона в смеси 1 %

разуя так называемые пылевые цепочки (пылевые нити — см. рис. 6).

Пылевые цепочки, в свою очередь, могут сильно взаимодействовать между собой и формировать таким образом трехмерную анизотропную кристаллическую структуру. Подобные трехмерные пылевые кристаллы обычно состоят из нескольких единиц или нескольких десятков таких цепочек. Они могут существовать как отдельные структуры, а также входить в состав более сложных пылевых структур, состоящих из нескольких частей, характеризующихся разной степенью упорядоченности.

В экспериментах при содержании криптона в смеси 3 %–10 % одной из особенностей формирующихся плазменно-пылевых кристаллических структур по сравнению со структурами в чистых газах являлась значительно более сильная связь между частицами в цепочках. Формирующиеся при этом вертикальные пылевые цепочки характеризовались исключительной жесткостью — пылевые частицы выстраивались в практически идеальные прямые (см. рис. 6).

В смесях газов колебания частиц в узлах цепочек были практически неразрешимы используемой видеотехникой, в отличие от случая цепочек в чистых инертных газах, где амплитуда их колебаний обычно составляла порядка десятых долей периода цепочки. Такое поведение позволяет говорить об увеличении степени взаимодействия (усилении связи) между пылевыми частицами в вертикальном направлении, т. е. в направлении дрейфа ионов в разряде, что, в свою очередь, указывает на существен-

ное влияние механизма образования пылевых цепочек, связанного со специфическим распределением ионов вокруг пылевых частиц, находящихся во внешнем поле. Данный механизм может быть связан с диполь-дипольным взаимодействием пар частица — ионный фокус.

Частицы в формирующихся после вброса структурах сепарировались по высоте в зависимости от размера. Обычно в пылевом образовании наблюдались 2–3 части (фракции), разделенные строгой границей и различающиеся концентрацией и упорядоченностью частиц в них. В нижней, наиболее разреженной части структуры, наблюдался почти кристаллический порядок, в верхних частях могли наблюдаться конвективное движение и жидкостной порядок. Основываясь на предыдущих исследованиях [30], можно говорить о том, что нижняя кристаллическая часть структуры состояла из агломерированных частиц, а верхняя — из частиц мелкой фракции.

При наблюдении формирования плазменно-пылевых структур из частиц двух размеров в смеси при 10 %-ном содержании криптона было обнаружено неожиданное явление. Часть частиц в структуре приобретала значительную кинетическую энергию — на 2–3 порядка выше энергии остальных частиц в структуре (до 10^3 эВ). Такое увеличение кинетической энергии пылевых частиц наблюдалось в верхней части структуры при увеличении тока разряда до 1–1.5 мА и при давлениях 0.2–0.3 Торр (см. рис. 7 — треки этих частиц на фотографии выглядят в виде отрезков, а не светящихся точек).

При наблюдаемом аномальном разогреве частиц в верхней части структуры возникало облако частиц мелкой фракции в количестве 10–20, которые двигались со скоростями 2–5 см/с вокруг находящихся вблизи оси разряда частиц. Особенностью поведения большинства частиц было орбитальное движение вокруг приосевой области структуры по различным финитным траекториям. Вращаясь по пересекающимся орбитам, частицы могли взаимодействовать с другими частицами через упругие столкновения, после чего движение частиц продолжалось в произвольном направлении.

Было проведено исследование зависимости межчастичных расстояний от давления газа и процентного состава газов в смеси — при содержании криптона 1 %–10 %. В вертикальном и горизонтальном сечениях структуры наблюдалось уменьшение межчастичного расстояния при увеличении давления при заданном соотношении Кг–Не в смеси, а также увеличение межчастичного расстояния при

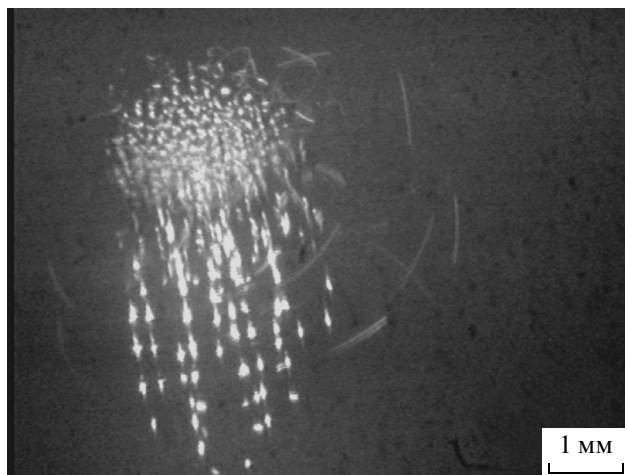


Рис. 7. Характерный вид пылевой структуры с быстрыми частицами в разряде ($p = 0.3$ Торр, $i = 1.2$ мА) в смеси гелия и криптона (10 %) при освещении структуры широким лазерным пучком (наблюдение сверху под углом 40° – 50° к вертикальной оси)

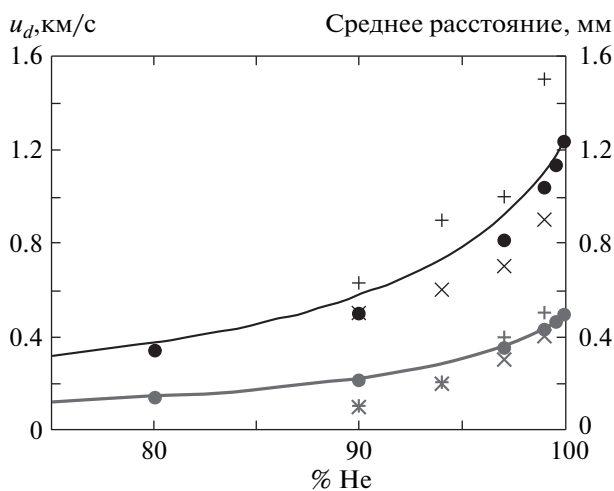


Рис. 8. Зависимости характеристик разряда и пылевых структур от концентрации гелия в смеси. Данные эксперимента — средние расстояния между пылевыми частицами в вертикальном (+) и горизонтальном (x) направлениях; расчетные данные скоростей дрейфа ионов криптона (в км/с) — жирные точки, сплошные кривые — их аппроксимация по закону Бланка (14)

уменьшении процентного содержания криптона в гелий-криптоновой смеси. На рис. 8 представлены средние расстояния между пылевыми частицами в вертикальном и горизонтальном направлениях. Для сравнения также представлены расчетные данные

скоростей дрейфа ионов криптона и их аппроксимация по закону Бланка (14). Серым цветом выделены данные для смеси криптона с гелием при $E/N = 14.5$ Тд ($E = 2$ В/см, $p = 0.42$ Торр при 293 К) — см. табл. 1; черным цветом — при $E/N = 40.5$ Тд ($E = 2$ В/см, $p = 0.15$ Торр при 293 К) — см. табл. 2.

4.3. Анализ результатов экспериментов

Приведенные в табл. 1–4 данные о характеристиках дрейфа ионов и электронов в постоянном электрическом поле в гелий-криптоновой смеси позволяют провести на качественном уровне анализ первых экспериментальных данных. К сожалению, в количественном отношении экспериментальных данных недостаточно для полного анализа, но основные закономерности уже вполне ясны. Перечислим некоторые из них.

Во-первых, при низкой концентрации криптона увеличивается анизотропия взаимодействия пылинок, что наиболее сильно проявляется в большом различии расстояний между пылинками в цепочке и между цепочками при 1 % криптона и низком давлении. Этот факт естественным образом ассоциируется с гиперзвуковым характером ионного потока, см. табл. 2 и рис. 8.

Во-вторых, в гелий-криптоновой смеси даже при очень низкой концентрации криптона (значительно меньше 1 %) практически нет ионов гелия и характеристики ионного потока обусловлены именно примесными атомами. Это требует по-новому взглянуть на хорошо известную проблему влияния примесей на разряд, но в исследованиях по пылевой плазме этому вопросу не уделялось должного внимания.

В-третьих, при высоком давлении изменение концентрации криптона влияет более значительно на средние расстояния между пылевыми частицами, причем расстояния в цепочке и между цепочками приблизительно равны (см. рис. 8 — серые кривые и точки). Этот факт может быть связан с тем обстоятельством, что, как показывают расчеты (см. табл. 3), изменение концентрации криптона сильнее влияет на среднюю энергию электронов из-за больших энергозатрат на возбуждение атомов гелия при практически полном отсутствии его ионизации.

Более полный анализ требует расчетов характеристик разряда в целом — определения плотности электронов, учета нелокальности в распределении электрического поля. Необходимо также пересмотреть и кинетику зарядки пылевых частиц с учетом отклонений функции распределения электрона от

максвелловской и пониженным числом связанных ионов (из-за уменьшения частоты соударения ионов с атомами собственного газа).

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе проведены экспериментальные исследования пылевых структур в плазме тлеющего разряда в смеси газов двух типов: «легкого» Не и «тяжелого» Кг. Приведенные результаты численного моделирования и теоретического анализа характеристик дрейфа ионов и электронов в газовых смесях позволяют сделать вывод о том, что использование разряда в смесях различных газов открывает новые перспективы в исследованиях пылевой плазмы.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 08-02-00791-а, 08-02-01172-а, 08-08-12226-офи), Министерства энергетики и минеральных ресурсов Республики Казахстан (грант КТМ-2), Американского фонда гражданских исследований и разработок CRDF (грант RUP2-2891-МО-07) и Нидерландского научного общества NWO (грант 047.017.2006.007).

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Е. Фортов, А. Г. Храпак, С. А. Храпак, В. И. Молотков, О. Ф. Петров, УФН **174**, 495 (2004).
2. А. М. Игнатов, Физика плазмы **31**, 52 (2005).
3. С. А. Майоров, Кратк. сообщ. по физике ФИАН, № 7, 44 (2007).
4. Л. В. Шибкова, В. М. Шибков, *Разряд в смесях инертных газов*, Физматлит, Москва (2005).
5. Д. В. Попова, С. А. Майоров, С. Н. Антипов, О. Ф. Петров, *Тезисы докладов XXXV Междунар. (Звенигородской) конф. по физике плазмы и УТС*, Москва, (2008), с. 270; *Тезисы XXIII Междунар. конф. «Уравнения состояния вещества»*, Эльбрус (2008), с. 214.
6. D. V. Porova, S. A. Maiorov, S. N. Antipov, O. F. Petrov, and V. E. Fortov, *Book of Abstracts of Fifth Int. Conf. on Physics of Dusty Plasmas*, Ponta Delgada, Azores (2008), p. 139.
7. S. A. Maiorov, T. S. Ramazanov, K. N. Dzhumagulova, A. N. Jumabekov, and A. N. Dosbolaev, *Book of Abstracts of Fifth Int. Conf. on Physics of Dusty Plasmas*, Ponta Delgada, Azores (2008), p. 82.
8. S. A. Maiorov, T. S. Ramazanov, K. N. Dzhumagulova, A. N. Jumabekov, and A. N. Dosbolaev, *Phys. Plasmas* **15**, 093701 (2008).
9. С. А. Майоров, Физика плазмы **35**, 869 (2009).
10. Л. Хаксли, Р. Кромптон, *Диффузия и дрейф электронов в газах*, Мир, Москва (1977).
11. Л. М. Биберман, В. С. Воробьев, И. Т. Якубов, *Кинетика неравновесной плазмы*, Наука, Москва (1982).
12. Б. М. Смирнов, *Физика слабоионизованного газа в задачах с решениями*, Наука, Москва (1985).
13. И. Мак-Даниэль, *Процессы столкновений в ионизованных газах*, Мир, Москва (1967).
14. И. Мак-Даниэль, Э. Мэсон, *Подвижность и диффузия ионов в газах*, Мир, Москва (1976).
15. G. A. Hornbeck and G. H. Wannier, *Phys. Rev.* **82**, 458 (1951).
16. A. Dempster, *Phil. Mag.* **3**, 115 (1927); H. Kallmann and B. Rosen, *Z. Phys.* **61**, 61 (1930).
17. H. S. W. Massey, and C. B. O. Mohr, *Proc. Roy. Soc. London A* **144**, 188 (1933).
18. Л. А. Сена, ЖЭТФ **9**, 1320 (1939).
19. Л. А. Сена, ЖЭТФ **16**, 734 (1946); *Столкновения электронов и ионов с атомами газа*, Гостехиздат, Москва (1948).
20. Б. М. Палюх, Л. А. Сена, ЖЭТФ **20**, 481 (1950); О. Б. Фирсов, ЖЭТФ **21**, 1001 (1951).
21. Ю. М. Каган, В. И. Перель, ДАН СССР **98**, 575 (1954); ЖЭТФ **29**, 884 (1955).
22. В. И. Перель, ЖЭТФ **32**, 526 (1957).
23. G. H. Wannier, *Phys. Rev.* **83**, 281 (1951).
24. G. H. Wannier, *Bell Syst. Techn. J.* **32**, 170 (1953).
25. T. Holstein, *J. Phys. Chem.* **56**, 832 (1952).
26. С. А. Майоров, Физика плазмы **31**, 749 (2005); **32**, 802 (2006).
27. Г. Бёрд, *Молекулярная газовая динамика*, Мир, Москва (1981).
28. С. А. Майоров, Кратк. сообщ. по физике ФИАН, № 6, 37 (2009).
29. С. А. Майоров, Кратк. сообщ. по физике ФИАН, № 10, 37 (2009).
30. S. N. Antipov, O. F. Petrov, and V. E. Fortov, in *Proc. XVth Int. Conf. on Gas Discharges and their Applications*, Toulouse, France (2004), other accepted contributions.