ЖЭТФ, 2011, том 140, вып. 6 (12), стр. 1185–1190

ВЛИЯНИЕ ПОВЕРХНОСТНОЙ СВОБОДНОЙ ЭНЕРГИИ НА КРИТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ H_{c3}

Е. Р. Подоляк*

Институт физических проблем им. П. Л. Капицы Российской академии наук
119334, Москва, Россия

Поступила в редакцию 11 апреля 2011 г.

Рассмотрена задача о возникновении поверхностной сверхпроводимости в сверхпроводнике первого рода с учетом поверхностной свободной энергии сверхпроводящей фазы. Показано, что пренебрежение поверхностной энергией приводит к значительной ошибке при определении параметра Гинзбурга – Ландау из измерений поля H_{c3}.

В теории Гинзбурга – Ландау [1] принято считать, что поверхностная свободная энергия сверхпроводящей фазы мала, и ее можно не учитывать. Поэтому при описании поверхностной сверхпроводимости получается следующее граничное условие на параметр порядка Ψ:

$$\Psi' = 0. \tag{1}$$

Здесь штрих обозначает производную по нормали к границе сверхпроводник–вакуум. (Здесь и далее мы используем лондоновскую калибровку, в которой на границе нормальная компонента векторного потенциала равна нулю.)

Предположение о малости поверхностной свободной энергии было подтверждено в работе [2], где получено граничное условие

$$\Psi' = \lambda_G \frac{\Psi}{\xi_0}, \tag{2}$$

где $\lambda_G \sim a_0/\xi_0 \ll 1$ имеет порядок отношения межатомного расстояния a_0 к среднему размеру куперовской пары ξ_0. Для рассматриваемых здесь сверхпроводников это малая величина, $\lambda_G \approx 10^{-3}$.

Решение уравнений Гинзбурга – Ландау с граничным условием (1) приводит к известному соотношению между критическим полем поверхностной сверхпроводимости H_{c3} и термодинамическим критическим полем H_c:

$$H_{c3}(\tau) = 1.695\,\kappa\sqrt{2}\,H_c(\tau), \tag{3}$$

где κ — параметр Гинзбурга – Ландау, а $\tau = (T - T_c)/T_c$ — приведенная температура. Подчеркнем, что в теории Гинзбурга – Ландау коэффициент в этом соотношении не зависит от температуры. Поэтому отношение критических полей (3) можно использовать для экспериментального определения параметра κ.

Однако результаты измерений [3, 4] показали, что для некоторых сверхпроводников (Al, In, Sn, Pb) наблюдается изменение отношения H_{c3}/H_c с температурой. При этом величина такого изменения превышает 10 % уже при $\tau \sim 10^{-2} \ll 1$, где не должно быть заметного отклонения от теории Гинзбурга – Ландау.

Естественным способом исправить это противоречие между экспериментальными результатами и теорией является уточнение граничного условия (1). Попытки сделать это в рамках теории БКШ (см. список работ в статье [3]) не дали удовлетворительного результата. До настоящего времени значения параметра κ для указанных сверхпроводников известны с невысокой точностью.

В данной работе мы рассмотрим вариационные граничные условия, определяемые поверхностной свободной энергией сверхпроводящей фазы. При этом поверхностную свободную энергию запишем в наиболее общем виде, соответствующем теории Гинзбурга – Ландау.

Вариационные граничные условия зависят как от поверхностной, так и от объемной свободной энергии. Поскольку нас интересует роль поверхностной свободной энергии, мы ограничимся рассмотрением

*E-mail: podolyak@kapitza.ras.ru

однородного сверхпроводника, объемная энергия которого имеет наиболее простой вид.

Плотность объемной свободной энергии сверхпроводника при постоянном внешнем поле H_0 можно представить в виде [5]

$$F_v = \alpha\tau|\Psi|^2 + \frac{\beta}{2}|\Psi|^4 + + g\left|\left(\nabla - i\frac{2\pi}{\Phi_0}\mathbf{A}\right)\Psi\right|^2 + \frac{B^2}{8\pi} - \frac{BH_0}{4\pi}. \quad (4)$$

Здесь Φ_0 обозначает квант потока, B — индукцию магнитного поля в сверхпроводнике, $\mathbf{A}$ — векторный потенциал. Теперь перейдем к безразмерным переменным. Для этого нам потребуются обозначения теории Гинзбурга–Ландау

$$\xi_0 = \sqrt{\frac{g}{\alpha}}, \quad \kappa = \frac{\Phi_0}{2\pi}\sqrt{\frac{\beta}{8\pi g^2}} \quad (5)$$

и естественные единицы: длины — $\xi(\tau)$, магнитного поля — $H_{c2}(\tau)$ и равновесного значения параметра порядка — $\Psi_0(\tau)$,

$$\xi(\tau) = \frac{\xi_0}{\sqrt{-\tau}}, \quad H_{c2}(\tau) = \frac{\Phi_0}{2\pi\xi_0^2}(-\tau), \quad |\Psi_0(\tau)|^2 = \frac{\alpha}{\beta}(-\tau). \quad (6)$$

В безразмерных переменных

$$\psi = \frac{\Psi}{|\Psi_0|}, \quad \mathbf{a} = \frac{\mathbf{A}}{H_{c2}\xi}, \quad b = \frac{B}{H_{c2}}, \quad h_0 = \frac{H_0}{H_{c2}} \quad (7)$$

плотность объемной энергии (4) имеет вид

$$F_v = \frac{\alpha^2}{\beta}\tau^2\left\{-|\psi|^2 + \frac{1}{2}|\psi|^4 + |\nabla\psi - i\mathbf{a}\psi|^2 + + \kappa^2(b^2 - 2bh_0)\right\}. \quad (8)$$

Отметим, что F_v является суммой инвариантов второго порядка малости по τ.

Опуская общий размерный множитель $\alpha^2\tau^2/\beta$, можно вычислить свободную энергию сверхпроводящей фазы ($|\psi| = 1, b = 0$), равную $-1/2$, и свободную энергию нормальной фазы ($|\psi| = 0$, $b = h_0$), составляющую $-\kappa^2 h_0^2$. Условие сосуществования фаз выполняется в термодинамическом критическом поле $h_0 = h_c = 1/\kappa\sqrt{2}$. Поскольку величина h_0 в рассматриваемой задаче является константой, мы можем отсчитывать свободную энергию сверхпроводника от энергии нормальной фазы, для чего добавим величину $\kappa^2 h_0^2$ к последнему слагаемому в формуле (8):

$$\mathcal{F}_v = -|\psi|^2 + \frac{1}{2}|\psi|^4 + |\nabla\psi - i\mathbf{a}\psi|^2 + \kappa^2(b - h_0)^2. \quad (9)$$

Поверхностную свободную энергию запишем в виде разложения по Ψ_s — значению параметра порядка Ψ на границе сверхпроводника:

$$F_s = (C_0 + C_1\tau)|\Psi_s|^2 + \frac{D_1}{2}|\Psi_s|^4 + + G_1\left|\left(\frac{\partial}{\partial l} - i\frac{2\pi}{\Phi_0}A_l\right)\Psi_s\right|^2. \quad (10)$$

Здесь индекс l обозначает компоненты градиента и векторного потенциала, направленные вдоль границы. В этом выражении присутствует слагаемое первого порядка малости по τ — $C_0|\Psi_s|^2$. Но, как следует из работы [2], коэффициент C_0 мал. Поэтому удерживание слагаемых второго порядка по τ не является превышением точности.

Будем считать, что внешнее поле направлено в плоскости границы вдоль оси z. Тогда, используя стандартную калибровку для одномерной (вдоль x) задачи, в которой векторный потенциал $\mathbf{a} = a(x)\mathbf{e}_y$ также направлен вдоль границы, а параметр порядка $\psi(x) = f(x)$ вещественный, запишем полную энергию в виде

$$E = \int_0^\infty dx\left[(f')^2 + a^2f^2 - f^2 + \frac{1}{2}f^4 + \kappa^2(b - h_0)^2\right] + + f^2(0)\left\{\frac{\lambda_0}{\sqrt{-\tau}} + \left[-\lambda_1 + \gamma_1 a^2(0) + + \frac{\eta_1}{2}f^2(0)\right]\sqrt{-\tau}\right\}, \quad (11)$$

где

$$\lambda_0 = \frac{C_0}{\alpha\xi_0}, \quad \lambda_1 = \frac{C_1}{\alpha\xi_0}, \quad \gamma_1 = \frac{G_1}{g\xi_0}, \quad \eta_1 = \frac{D_1}{\beta\xi_0}. \quad (12)$$

Зависимость поверхностной свободной энергии от температуры в выражении (11) является следствием приведения к безразмерному виду, при котором энергия Гинзбурга–Ландау (выражение под интегралом) от температуры не зависит.

Минимуму функционала (11) соответствуют уравнения Гинзбурга–Ландау

$$f'' = f\left(a^2 - 1 + f^2\right), \quad a' = b, \quad b' = \frac{f^2}{\kappa^2}a \quad (13)$$

с граничными условиями

$$f'(0) = \lambda f(0) + \eta_1\sqrt{-\tau}\,f^3(0), \quad b(0) = h_0 + \gamma_1\sqrt{-\tau}\,\frac{f^2(0)}{\kappa^2}a(0), \quad (14)$$

где

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{\sqrt{-\tau}} - \lambda_1\sqrt{-\tau} + \gamma_1\sqrt{-\tau}\,a^2(0). \quad (15)$$

Мы получили граничные условия общего вида, которые зависят от четырех параметров (12). Один из этих параметров — параметр де Жена λ_0 — имеет специальную малость. Мы используем обозначение λ_0 вместо λ_G из условия (2), чтобы подчеркнуть, что и знак, и величина параметра λ_0 могут заметно отличаться от значения λ_G, которое является оценкой «по порядку величины». По-видимому, в качестве оценки параметра λ_0 можно использовать выражение, полученное в работе [6]:

$$\lambda_0 \approx \frac{a_0}{\xi_0\sqrt{2}}\,\frac{1}{\Lambda^2} \times \\ \times \int\limits_0^\infty dx\, \frac{N(x)}{N(\infty)}[V(x)N(x) - V(\infty)N(\infty)], \quad (16)$$

где $N(x)$ — локальная плотность состояний на уровне Ферми, $V(x)$ — куперовская константа взаимодействия и $\Lambda = V(\infty)N(\infty)$ ($\Lambda \approx 0.2$–0.3).

Параметр γ_1 определяет поверхностный ток и скачок поля на границе сверхпроводника, происхождение которых можно объяснить нелокальностью соотношения между сверхпроводящим током и векторным потенциалом. Поэтому мы называем γ_1 параметром Пиппарда. Подчеркнем, что количественный анализ параметров (12) выходит за рамки рассматриваемой здесь феноменологической модели и может быть проведен только в терминах микроскопической теории.

Критическое поле h_{sc}, в котором возникает поверхностная сверхпроводимость, можно найти из линеаризованной задачи на собственные значения

$$f'' = f\left(a^2 - 1\right) \quad (17)$$

с граничным условием

$$f'(0) = \lambda f(0), \quad (18)$$

где векторный потенциал $a(x) = h_0(x - x^*)$ соответствует невозмущенному полю. Параметр x^* имеет смысл координаты смены знака сверхпроводящего тока и подбирается так, чтобы поле h_{sc} было максимальным.

Особенностью задачи (17), (18) является то, что параметр λ нельзя рассматривать как независимую величину. Согласно формуле (15) он зависит от значения $a(0)$, которое, в свою очередь, определяется из решения уравнения (17). Поэтому решение задачи (17), (18), представленное на рис. 1, является функцией двух переменных: $h_{sc} = \mathcal{H}(\lambda, \varepsilon)$, где $\varepsilon = \gamma_1\sqrt{-\tau}$.

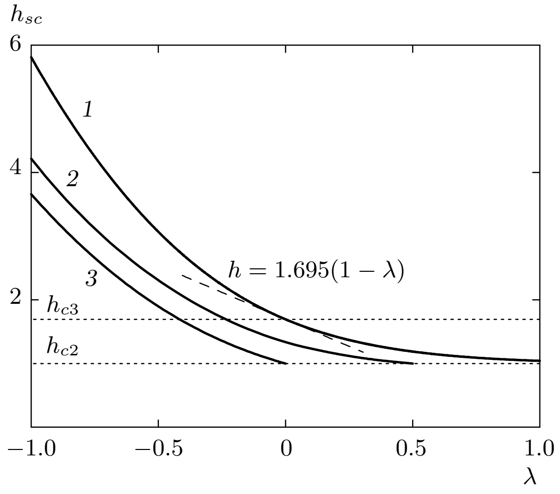

Рис. 1. Зависимость поля $h_{sc} = \mathcal{H}(\lambda,\varepsilon)$ от параметра λ для нескольких значений ε: $\varepsilon = 0$ (*1*), $\varepsilon = 1$ (*2*), $\varepsilon \to \infty$ (*3*)

При $\varepsilon = 0$ зависимость $\mathcal{H}(\lambda, 0)$ была получена в работе [7]. Она изображена кривой *1* на рис. 1. Значению $\lambda = 0$ соответствует поле $h_{sc} = h_{c3} = 1.695$, и при $|\lambda| \ll 1$ справедлива аппроксимация $h_{sc} \approx h_{c3}(1 - \lambda)$. Отметим также, что при $\lambda > 0$ поле $h_{sc} < h_{c3}$, т. е. поверхностная сверхпроводимость подавляется, и при $\lambda \to +\infty$ поле стремится к $h_{sc} \to h_{c2} = 1$.

Чтобы получить температурную зависимость $h_{sc}(\tau)$, необходимо выяснить зависимость $\lambda(\tau)$. Для этого нужно определить значение $a(0)$ в формуле (15). Это можно сделать, используя значение первого интеграла уравнений Гинзбурга–Ландау

$$(f')^2 + \kappa^2(b^2 - h_0^2) = a^2 f^2 - f^2 + \frac{1}{2}f^4 \quad (19)$$

при $x = 0$. Подставив граничные условия (14) и переходя к пределу $f(0) \to 0$, получаем

$$a(0) = h_0\varepsilon - \sqrt{1 + \lambda^2 + h_0^2\varepsilon^2}. \quad (20)$$

Исключая $a(0)$ из (15), получаем уравнение четвертой степени относительно λ:

$$\left[\lambda^2 - \frac{\lambda}{\varepsilon} + K\right]^2 = 4h_0^2\varepsilon^2(1 + \lambda^2 + h_0^2\varepsilon^2), \\ K = \frac{\lambda_0}{\gamma_1(-\tau)} + 1 - \frac{\lambda_1}{\gamma_1} + 2h_0^2\varepsilon^2, \quad (21)$$

которое в неявном виде определяет зависимость $\lambda(\tau)$.

При $h_0\varepsilon \ll 1$ можно использовать приближенное соотношение $a(0) \approx -\sqrt{1+\lambda^2}$ и понизить степень уравнения до второй. Решение этого уравнения

$$\lambda(\tau) = \frac{1 - \sqrt{1 - 4\gamma_1\lambda_0 - \tau\, 4\gamma_1(\lambda_1 - \gamma_1)}}{2\gamma_1\sqrt{-\tau}} \qquad (22)$$

дает искомую температурную зависимость: $h_{sc}(\tau) = \mathcal{H}(\lambda(\tau), 0)$.

В выражении (22) можно выделить характерную температуру

$$\tau^* = \frac{1}{4\gamma_1(\lambda_1 - \gamma_1)}, \qquad (23)$$

которая разделяет два предельных случая. При $(-\tau) \ll \tau^*$ (и $4\gamma_1|\lambda_0| \ll 1$) выражение (22) можно упростить:

$$\lambda(\tau) \approx \frac{1}{\sqrt{-\tau}}\lambda_0 - \sqrt{-\tau}\,(\lambda_1 - \gamma_1), \qquad (24)$$

что соответствует значению $a(0) = -1$. Другой предельный случай $(-\tau) \gg \tau^*$:

$$\lambda(\tau) \approx -\sqrt{\frac{\lambda_1 - \gamma_1}{\gamma_1}} \qquad (25)$$

приводит к линейной зависимости $H_{sc}(\tau)$, которая имеет больший наклон, чем $H_{c3}(\tau)$.

При $h_0\varepsilon \gg \sqrt{1+\lambda^2}$ из формулы (20) следует

$$a(0) \approx -\frac{1+\lambda^2}{2h_0\varepsilon} \to 0, \qquad (26)$$

что позволяет пренебречь последним слагаемым в формуле (15). В этом случае получается температурная зависимость $h_{sc}(\tau) = \mathcal{H}(\lambda(\tau), \infty)$, где

$$\lambda(\tau) \approx \frac{\lambda_0}{\sqrt{-\tau}} - \lambda_1\sqrt{-\tau}. \qquad (27)$$

Приведенные выше рассуждения достаточно хорошо описывают зависимость $\lambda(\tau)$, но для функции $\mathcal{H}(\lambda, \varepsilon)$ необходимо использовать численную аппроксимацию. Кроме того, при $h_0\varepsilon \sim 1$ зависимость $h_{sc}(\tau)$ можно получить только численным решением задачи (17), (18).

Чтобы сравнивать полученные результаты с экспериментом, удобно ввести (как это было сделано в экспериментальных работах) эффективное значение $\kappa_{sc}(\tau)$ и его отклонение от параметра κ

$$\kappa_{sc}(\tau) = \frac{h_{sc}(\tau)}{h_{c3}}\,\kappa, \quad \frac{\delta\kappa(\tau)}{\kappa} = \frac{h_{sc}(\tau) - h_{c3}}{h_{c3}}. \qquad (28)$$

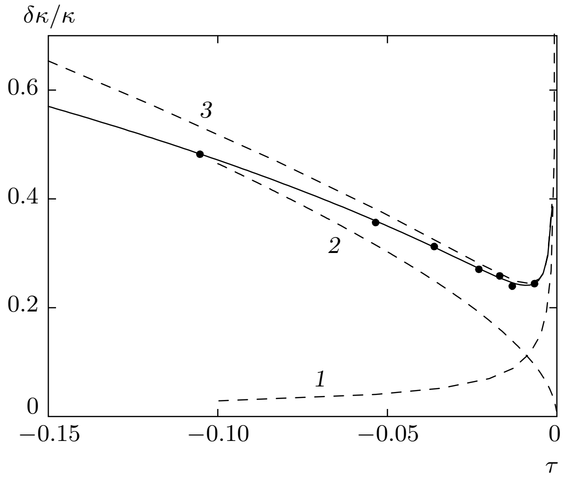

Рис. 2. Зависимость относительного изменения κ_{sc} от приведенной температуры τ для различных $\lambda(\tau)$. Сплошная линия — расчет по формуле (22) с параметрами $\lambda_0 = -9.1 \cdot 10^{-3}$, $\lambda_1 = 1.76$, $\gamma_1 = 0.72$. Штриховыми линиями обозначены следующие аппроксимации: *1* — $\lambda_0/\sqrt{-\tau}$, *2* — $\sqrt{-\tau}(\gamma_1 - \lambda_1)$, *3* — формула (24). Точки — данные работы [3] для олова

Эти выражения оказываются удобными, поскольку при малых λ и ε справедливо соотношение

$$\frac{\delta\kappa(\tau)}{\kappa} \approx -\lambda(\tau). \qquad (29)$$

На рис. 2 приведена зависимость $\delta\kappa(\tau)/\kappa$ для олова по данным работы [3], которая получена с помощью модели (22) с параметрами $\lambda_0 = -9.1 \cdot 10^{-3}$, $\lambda_1 = 1.76$, $\gamma_1 = 0.72$. Здесь важно отметить, что из-за медленного убывания функции $1/\sqrt{-\tau}$ существование второго слагаемого в формуле (24), пропорционального $\sqrt{-\tau}$, на рисунке не видно. Наоборот, из рисунка следует, что левая часть кривой — это слабо изогнутая линейная зависимость, которую можно «гладко» экстраполировать в $\tau = 0$. Но такая экстраполяция, как видно на рисунке, дает оценку для κ, завышенную на 20 %. Действительно, для олова в работе [3] из экстраполяции в $\tau = 0$ получено значение $\kappa \approx 0.093$, в то время как аппроксимация (22) дает $\kappa \approx 0.075$. В работе [4] зависимость $\kappa_{sc}(\tau)$ для олова существенно отличается от приведенной в работе [3], тем не менее мы получили близкое значение, $\kappa \approx 0.073$.

Поскольку для рассматриваемых данных величина $h_0\varepsilon$ изменяется в диапазоне $0.1 < h_0\varepsilon < 0.7$ и условие $h_0\varepsilon \ll 1$, при котором получена аппроксимация (22), не выполнено, мы также определили параметр κ, используя прямое решение задачи (17), (18). При этом получилось несколько большее значение, $\kappa \approx 0.079$.

Завышение параметра κ при экстраполяции $\kappa_{sc}(\tau)$ в $\tau = 0$ имеет место и для индия. Экстраполяция [3] дает $\kappa \approx 0.062$, в то время как из аппроксимации (22) следует $\kappa \approx 0.05$.

Отметим, что целью экспериментальных работ было изучение зависимости $\kappa_{sc}(\tau)$ для ее последующей экстраполяции в $\tau = 0$. При этом поведение кривой в ближайшей окрестности T_c приписывалось размерным эффектам и детальные измерения в этой области температур не проводились.

Недавние исследования поверхностной сверхпроводимости свинца [8], в которых измерения проводились в непосредственной окрестности T_c, показали хорошее согласие между наблюдаемой зависимостью $h_{sc}(\tau)$ и представленной здесь моделью. В указанной работе для свинца получено значение параметра Гинзбурга–Ландау, равное $\kappa \approx 0.2$.

В граничном условии (18), (15) отсутствует параметр η_1. Это естественно, поскольку в линейной задаче мы пренебрегаем слагаемым, пропорциональным $f^4(0)$. Однако этот параметр также можно определить из эксперимента. Дело в том, что в поле $h_{sc}(\tau)$ возможны два сценария: 1) возникает локализованное поверхностное состояние, которое устойчиво в некотором диапазоне полей и температур, или 2) возникает неустойчивое состояние, и сверхпроводимость сразу распространяется на весь объем образца. Если не учитывать поверхностную свободную энергию, то выбор сценария определяется значением параметра κ. Эта задача была рассмотрена в работе [9], в которой определено критическое значение параметра Гинзбурга–Ландау $\kappa_F \approx 0.405$ (точка Федера). При $\kappa < \kappa_F$ в поле h_{c3} возникает объемная сверхпроводимость, а при $\kappa > \kappa_F$ существуют устойчивые поверхностные состояния [10].

Если поверхностная свободная энергия отлична от нуля, то положение критической точки Федера зависит не только от параметра Гинзбурга–Ландау, но и от параметров (12) поверхностной свободной энергии. Рассмотрим устойчивость поверхностного состояния вблизи кривой $h_{sc}(\tau)$ при $f \to 0$. Это проще всего сделать, если вычислить значение энергии E_0 в экстремуме функционала (11). Для этого проинтегрируем слагаемое $(f')^2$ в формуле (11) по частям и подставим выражение (13) для $f''(x)$ и (14) для $f'(0)$:

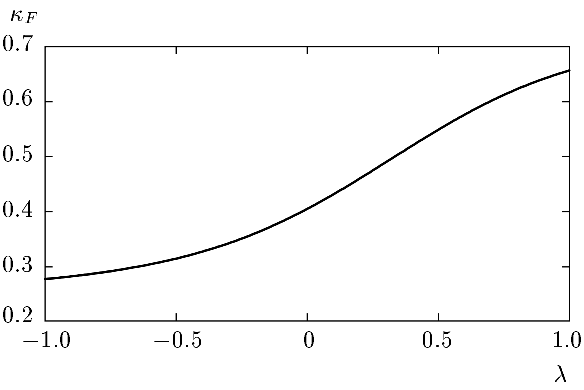

Рис. 3. Зависимость критического значения $\kappa_F(\lambda)$ при $\gamma_1 = \eta_1 = 0$. Значению $\lambda = 0$ соответствует $\kappa_F \approx 0.405$

$$E_0 = \int_0^\infty \left[\kappa^2 (b - h_0)^2 - \frac{1}{2} f^4\right] dx - \frac{\eta_1}{2} f^4(0). \qquad (30)$$

Поскольку при приближении к кривой $h_{sc}(\tau)$ имеем $f \to 0$ и $(b - h_0) \propto f^2$, энергия (30) обращается в нуль как $E_0 \approx c f^4(0)$. При этом коэффициент c меняет знак в критической точке. Поэтому можно выразить η_1 через решение $a(x)$, $f(x)$ линейной задачи (17), (18)

$$\eta_1 = \frac{1}{f^4(0)} \int_0^\infty \left[\frac{2}{\kappa^2}\, u^2(x) - f^4(x)\right] dx,$$
$$u(x) = \int_x^\infty a(\tilde{x}) f^2(\tilde{x})\, d\tilde{x}. \qquad (31)$$

Таким образом, зная положение точки Федера на кривой $h_{sc}(\tau)$ и три параметра, определяющие граничное условие (15) линейной задачи, можно определить и значение параметра η_1. В качестве иллюстрации влияния параметров (12) на критическое значение κ_F на рис. 3 приведена зависимость $\kappa_F(\lambda)$ при $\gamma_1 = \eta_1 = 0$.

Если рассматривать поверхностную свободную энергию как температурную поправку к энергии Гинзбурга–Ландау, то возникает вопрос о поправках следующего порядка малости по τ. Это поправки к плотности объемной энергии (4), имеющие малость порядка τ^3. Они были рассмотрены в работе [11], где показано, что при $(-\tau) \ll 1$ такие поправки приводят к зависимости

$$\frac{\delta\kappa(\tau)}{\kappa} \approx 0.41(-\tau). \qquad (32)$$

Как и следовало ожидать, вблизи T_c величина эффектов, рассмотренных в данной работе, значительно больше, чем значение из формулы (32).

Поскольку толщина поверхностного состояния порядка $\xi(\tau)$ пропорциональна $1/\sqrt{-\tau}$, можно заключить, что поправки к объемной энергии приводят к целым степеням τ в зависимости $\kappa_{sc}(\tau)$, а слагаемые в поверхностной энергии — к полуцелым степеням. Это утверждение согласуется с результатами, которые получаются в рамках теории БКШ. В частности, в работе [12] была получена корневая зависимость $\kappa_{sc}(\tau)$ из анализа условий отражения электронов от границы с вакуумом.

Последний вопрос, который следует обсудить в данной работе, касается критической температуры поверхностной сверхпроводимости в нулевом поле. При температурах выше T_c объемная энергия меняет знак и становится положительной, а поверхностная свободная энергия остается отрицательной (при $\lambda_0 < 0$) и конечной. Потому полная энергия поверхностного состояния остается отрицательной вплоть до некоторой температуры τ_s, где сверхпроводимость исчезает [13]. Можно показать, что τ_s удовлетворяет уравнению

$$\tau_s = (\lambda_0 + \lambda_1 \tau_s)^2 \lesssim \lambda_0^2. \qquad (33)$$

Существование поверхностной сверхпроводимости выше T_c экспериментально обнаружить очень трудно из-за малой величины параметра λ_0.

Автор выражает глубокую признательность В. И. Марченко и И. Н. Хлюстикову за многочисленные полезные обсуждения. На начальном этапе работа была выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 06-02-17294а).

ЛИТЕРАТУРА

1. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Статистическая физика*, ч. 2, Наука, Москва (2000).

2. П. Де Жен, *Сверхпроводимость металлов и сплавов*, Мир, Москва (1968).

3. J. Feder and D. S. McLachlan, Phys. Rev. **177**, 763 (1969).

4. И. Н. Хлюстиков, ЖЭТФ **129**, 294 (2006).

5. М. Тинкхам, *Введение в сверхпроводимость*, Атомиздат, Москва (1980).

6. И. М. Суслов, частное сообщение; ЖЭТФ **95**, 949 (1989); ЖЭТФ **111**, 717 (1997).

7. H. J. Fink and W. C. H. Joiner, Phys. Rev. Lett. **23**, 120 (1969).

8. И. Н. Хлюстиков, ЖЭТФ **140**, 1181 (2011).

9. J. Feder, Sol. St. Comm. **5**, 299 (1967).

10. В. И. Марченко, Е. Р. Подоляк, ЖЭТФ **124**, 172 (2003).

11. Л. П. Горьков, ЖЭТФ **37**, 833 (1959).

12. G. Lüders, Z. Phys. **209**, 219 (1968).

13. И. Н. Хлюстиков, А. И. Буздин, УФН **155**, 47 (1988).