

РОЖДЕНИЕ e^-e^+ -ПАР ФОТОНОМ ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ В СИЛЬНОЗАМАГНИЧЕННОЙ ТЕРМАЛЬНОЙ БАНЕ

*М. А. Дунаев**, *Н. В. Михеев***

*Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова
150000, Ярославль, Россия*

Поступила в редакцию 2 мая 2011 г.

Рассматривается процесс рождения e^-e^+ -пар фотоном при его распространении в термальной бане как в условиях без магнитного поля, так и в сильном магнитном поле ($B \gg 4.41 \cdot 10^{13}$ Гс). Вычислена длина свободного пробега фотона высокой энергии, распространяющегося сквозь термодинамически равновесный фотонный газ вдоль силовых линий магнитного поля так, что процесс распада $\gamma \rightarrow e^-e^+$ кинематически закрыт. Показано, что сильное магнитное поле подавляет вероятность процесса $\gamma\gamma' \rightarrow e^-e^+$. Рассмотренный процесс может быть полезен при анализе возможных механизмов генерации e^-e^+ -плазмы в окрестностях полярных шапок магнитаров.

1. ВВЕДЕНИЕ

Существует целый ряд астрофизических объектов, где напряженность магнитного поля может достигать значений $10^{14} - 10^{16}$ Гс, что значительно превышает напряженность так называемого критического поля $B_e = m^2/e \approx 4.41 \cdot 10^{13}$ Гс, где m — масса электрона¹⁾. Среди таких объектов можно выделить, например, магнитары и взрывы сверхновых звезд.

В условиях сильного магнитного поля некоторые процессы, кинематически запрещенные в вакууме, становятся допустимыми. Среди них следует указать распад фотона на e^-e^+ -пару, который может быть ответствен за рождение e^-e^+ -плазмы. В ряде работ [1, 2] показано, что в условиях сильного ($B \gg B_e$) магнитного поля данный процесс может быть подавлен по сравнению с процессом распада фотона на пару более мягких фотонов, $\gamma \rightarrow \gamma\gamma$, который также запрещен в вакууме. Это имеет место, даже несмотря на то, что однофотонное рождение пары является процессом первого порядка по теории возмущений, а распад фотона на пару фотонов — третьего.

Сильное магнитное поле является оптически ак-

тивной и весьма плотной средой с массовой плотностью

$$\frac{B^2}{8\pi} \approx 0.4 \cdot 10^{10} \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \left(\frac{B}{10^{16} \text{ Гс}} \right)^2.$$

Следует отметить, что если фотон с энергией ω и проекцией q_z импульса на ось z , которая направлена вдоль поля, движется под острым углом к магнитному полю \mathbf{B} так, что $q_{\parallel}^2 \equiv \omega^2 - q_z^2 < 4m^2$, то процесс $\gamma \rightarrow e^-e^+$ оказывается кинематически запрещенным. Обычно полагается, что при движении фотона в магнитном поле с искривленными силовыми линиями угол между векторами \mathbf{q} и \mathbf{B} увеличивается, а q_z уменьшается так, что величина q_{\parallel}^2 могла бы превысить пороговое значение $4m^2$. Однако, как было отмечено в работах [3–6], учет дисперсии фотона в сильном магнитном поле приводит к специфическому явлению захвата фотона магнитным полем. Таким образом, если фотон родился в кинематической области $q_{\parallel}^2 < 4m^2$, то он в ней и останется, несмотря на искривление силовых линий магнитного поля.

В связи с этим становится интересным процесс столкновения фотона, летящего под острым углом к магнитному полю ($q_{\parallel}^2 < 4m^2$), с мягким термальным фотоном в сильном магнитном поле. В данной работе рассматривается процесс рождения e^-e^+ -пары фотоном большой энергии при его распространении в термальной бане как в условиях без поля, так и в сильном магнитном поле. Показано, что сильное

*E-mail: yarosla@rambler.ru

**E-mail: mikheev@uniyar.ac.ru

¹⁾ Здесь и далее используется система единиц, в которой $c = k_B = \hbar = 1$.

магнитное поле оказывает подавляющее влияние на данный процесс.

2. РОЖДЕНИЕ e^-e^+ -ПАР ФОТОНОМ В ТЕРМАЛЬНОЙ БАНЕ В ОТСУТСТВИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Рассмотрим задачу о рождении e^-e^+ -пар фотоном высокой энергии, распространяющимся сквозь термодинамически равновесный фотонный газ с температурой T . Процесс

$$\gamma(q)\gamma'(q') \rightarrow e^-_{(p)}e^+_{(p')},$$

где p и p' — импульсы электрона и позитрона, описывается двумя диаграммами Фейнмана, изображенными на рис. 1. Используя диаграммную технику Фейнмана, нетрудно показать, что амплитуды, соответствующие диаграммам, имеют вид

$$M^{(1)} = e^2 \bar{U}(p)\hat{\varepsilon}(q) \frac{\hat{p} - \hat{q} + m}{(p - q)^2 - m^2} \hat{\varepsilon}(q')U(-p'), \quad (1)$$

$$M^{(2)} = M^{(1)}|_{(\gamma \leftrightarrow \gamma')},$$

где $U(p)$ — биспинор, описывающий электрон (позитрон), черта над буквой — дираковское сопряжение, $\hat{\varepsilon} = (\varepsilon_\mu \gamma^\mu)$, $\varepsilon_\alpha^{(\lambda)}(q)$ и $\varepsilon_\alpha^{(\lambda')}(q')$ — векторы поляризации фотонов, γ^μ — матрицы Дирака.

Квадрат амплитуды процесса, просуммированный по поляризациям электронов j, j' и усредненный по поляризациям фотонов λ, λ' , хорошо известен и имеет вид [7]

$$\sum_{\lambda, \lambda', j, j'} \frac{|M^{(1)} + M^{(2)}|^2}{4} = 8e^4 \left[\left(\frac{m^2}{u - m^2} + \frac{m^2}{t - m^2} \right)^2 + \frac{m^2}{u - m^2} + \frac{m^2}{t - m^2} - \frac{1}{4} \left(\frac{u - m^2}{t - m^2} + \frac{t - m^2}{u - m^2} \right) \right], \quad (2)$$

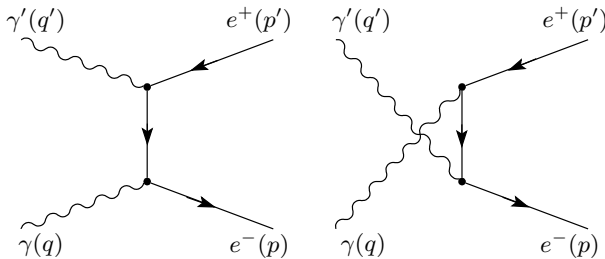


Рис. 1. Диаграммы Фейнмана, описывающие процесс $\gamma\gamma' \rightarrow e^-e^+$

где были введены переменные Манделъстама $t = (q - p)^2$, $u = (q - p')^2$.

Сечение данного процесса после усреднения по поляризациям начальных фотонов имеет вид [8]

$$\sigma(v) = \frac{\pi\alpha^2}{m^2} v(1-v^2) \left(\frac{3-v^4}{2v} \ln \frac{1+v}{1-v} - 2 + v^2 \right), \quad (3)$$

где введена переменная $v = \sqrt{1 - 4m^2/s}$, имеющая физический смысл скорости электрона (позитрона) в системе центра инерции, $\alpha = 1/137$ — постоянная тонкой структуры.

Зная выражение для сечения σ , вероятность процесса в единицу времени можно представить в виде интеграла по импульсам термальных фотонов:

$$W^0 = \int \frac{d^3q'}{(2\pi)^3} \frac{s}{\omega\omega'} \sigma(v) f(\omega'), \quad (4)$$

где $f(\omega') = [\exp(\omega'/T) - 1]^{-1}$ — функция распределения термальных фотонов по энергиям, ω и ω' — соответственно энергии жесткого и термального фотонов, а переменная Манделъстама $s = (q + q')^2$.

Изучение процесса рождения фотоном e^-e^+ -пары при его распространении в термальной бане имеет долгую историю (см., например, работы [9–11]), однако при нахождении вероятности процесса интегрирование по импульсам термальных фотонов обычно проводится с учетом различных приближений. Нами показано, что для изотропного термального распределения задача значительно упрощается и вероятность процесса в единицу времени (4) может быть представлена в виде однократного интеграла:

$$W^0 = \alpha^2 \left(\frac{T}{m} \right)^3 m F^0(a), \quad (5)$$

$$F^0(a) = -\frac{4}{\pi} a^2 \int_0^1 \ln \left[1 - \exp \left(-\frac{a}{1-v^2} \right) \right] \times [(3-v^4)K(v) - 2 + v^2] \frac{v^2 dv}{(1-v^2)^2}, \quad (6)$$

где введены переменная $a = m^2/\omega T$ и функция

$$K(v) = \frac{1}{2v} \ln \frac{1+v}{1-v}.$$

Индекс «0» означает, что расчет проводился без учета магнитного поля.

Подчеркнем, что при выводе формул (5) и (6) не использовались какие-либо кинематические приближения.

Для случая, когда температура фотонного газа равна 1 кэВ, длина свободного пробега фотона $l^0 = 1/W^0$ изображена на рис. 2 (кривая, соответствующая $B = 0$).

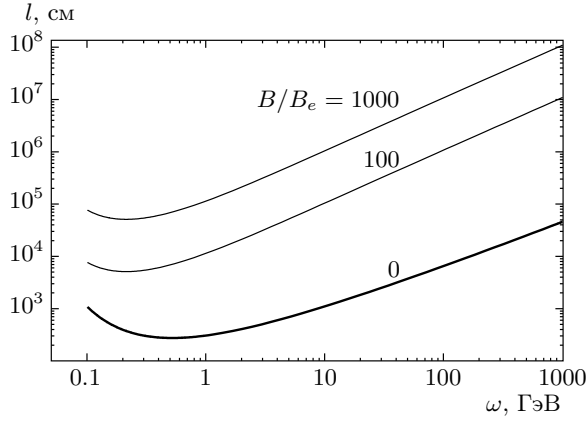


Рис. 2. Зависимость длины свободного пробега от энергии фотона, распространяющегося сквозь термальную баню с температурой $T = 1$ кэВ для реакции $\gamma\gamma' \rightarrow e^-e^+$. Для ветвей графика, соответствующих случаю сильного магнитного поля предполагается, что фотон распространяется под острым углом к силовым линиям магнитного поля так, что выполняется условие $q_{\parallel}^2 \ll m^2$

3. РОЖДЕНИЕ e^-e^+ -ПАР ЖЕСТКИМ ФОТОНОМ В ЗАМАГНИЧЕННОЙ ТЕРМАЛЬНОЙ БАНЕ

В данном разделе рассматривается процесс $\gamma\gamma' \rightarrow e^-e^+$ при распространении жесткого фотона в замагниченной термальной бане, когда параметры задачи — температура T фотонного газа, напряженность B магнитного поля и энергия ω жесткого фотона — связаны соотношением

$$T^2 \ll m^2 \ll eB, \omega^2. \quad (7)$$

Как известно, сильное ($B \gg B_e$) магнитное поле кардинальным образом меняет закон дисперсии фотонов. Состояниями с определенным законом дисперсии являются фотоны с поляризациями [3, 12]

$$\varepsilon_{\alpha}^{(1)} = \sqrt{\mathcal{Z}_1} \frac{(q\varphi)_{\alpha}}{\sqrt{q_{\parallel}^2}}, \quad \varepsilon_{\alpha}^{(2)} = \sqrt{\mathcal{Z}_2} \frac{(q\tilde{\varphi})_{\alpha}}{\sqrt{q_{\perp}^2}}, \quad (8)$$

где $\varphi = F_{\alpha\beta}/B$, $\tilde{\varphi} = \tilde{F}_{\alpha\beta}/B$, $F_{\alpha\beta}$ — тензор электромагнитного поля, а $\tilde{F}_{\alpha\beta} = \varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu} F^{\mu\nu}/2$ — дуальный ему тензор. В данном выражении использовалось разложение 4-вектора на продольную и поперечную компоненты:

$$q_{\parallel} = (\omega, 0, 0, q_z), \quad q_{\perp} = (0, q_x, q_y, 0), \quad q^2 = q_{\parallel}^2 - q_{\perp}^2.$$

Множители $\sqrt{\mathcal{Z}_1}$ и $\sqrt{\mathcal{Z}_2}$ в (8) учитывают перенормировку волновых функций фотонов [3, 12]:

$$\mathcal{Z}_{\lambda}^{-1} = 1 - \frac{\partial \Pi_{\lambda}}{\partial q_{\parallel}^2}, \quad (9)$$

где Π_{λ} — собственные значения поляризационного оператора фотона моды $\lambda = 1, 2$. В пределе сильного магнитного поля в кинематической области ($q_{\parallel}^2, q_{\perp}^2 \ll 4m^2$) эти коэффициенты можно найти из выражений [12, 13]

$$\begin{aligned} \mathcal{Z}_1^{-1} &\approx 1 - \frac{\alpha}{3\pi} \left(\ln \frac{B}{B_e} - 1.79 \right), \\ \mathcal{Z}_2^{-1} &\approx 1 + \frac{\alpha}{3\pi} \frac{B}{B_e} - \frac{\alpha}{3\pi} \left(\ln \frac{B}{B_e} - 1.79 \right). \end{aligned} \quad (10)$$

Видно, что перенормировочный коэффициент $\sqrt{\mathcal{Z}_2}$ может существенно отличаться от единицы, особенно при полях $B \sim 1000B_e$, в то время как отличием коэффициента $\sqrt{\mathcal{Z}_1}$ от единицы можно пренебречь.

Рассматриваемый процесс изображается теми же диаграммами (см. рис. 1), однако в данном случае волновые функции электронов описываются решениями уравнения Дирака в магнитном поле. В пределе сильного магнитного поля электроны и позитроны занимают основной уровень Ландау и выражения, описывающие их волновые функции, значительно упрощаются. Для положительно-частотного решения (электрона) в калибровке $A_{\mu} = (0, 0, xB, 0)$, где магнитное поле направлено вдоль оси z , имеем

$$\psi(x) = \frac{\exp[-i(px)_{\parallel}] \exp[i(py)y]}{\sqrt{2p_0 L_x L_y}} U(x), \quad (11)$$

$$U(x) = U_{p_{\parallel}} \Upsilon(\xi), \quad (12)$$

$$U_{p_{\parallel}} = \left(0, \sqrt{p_0 + m}, 0, -\frac{p_z}{\sqrt{p_0 + m}} \right)^T, \quad (13)$$

$$\Upsilon(\xi) = \left(\frac{eB}{\pi} \right)^{1/4} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2}\right), \quad (14)$$

где $\xi = \sqrt{eB}(x + p_y/eB)$, L_i — нормировочная длина вдоль оси i , при этом нормировочный объем $V = L_x L_y L_z$. Для отрицательно-частотного решения уравнения Дирака, соответствующего позитрону, выражение для волновой функции получается из (11)–(14) сменой знака у энергии p_0 и компонент импульса p_y, p_z частицы.

Для вычисления лидирующего вклада будем использовать пропагатор электрона в пределе сильного поля в виде частичного фурье-разложения в продольном подпространстве (0,3):

$$S(x, y) = \frac{ieB}{2\pi} \exp[i\Phi(x, y)] \exp\left[-\frac{eB}{4}(x_{\perp} - y_{\perp})^2\right] \times \\ \times \int \frac{d^2p_{\parallel}}{(2\pi)^2} \frac{\exp[-i(p(x-y))_{\parallel}]}{p_{\parallel}^2 - m^2} (\hat{p}_{\parallel} + m) \Pi_{-}. \quad (15)$$

Здесь

$$\Phi(x, y) = -eB(x_1 + y_1)(x_2 - y_2)/2$$

— калибровочно- и трансляционно-неинвариантная фаза, $\Pi_{-} = (1 - i\gamma_1\gamma_2)/2$ — проекционный оператор, $\hat{p} = (p_{\mu}\gamma^{\mu})$, $d^2p_{\parallel} = dp_0 dp_3$.

Использование указанного фермионного пропагатора приводит к тому, что при вычислении лидирующего вклада амплитуда данного процесса равна нулю, если по крайней мере один из фотонов имеет поляризацию $\varepsilon_{\alpha}^{(1)}$.

Рассмотрим более детально процесс $\gamma\gamma' \rightarrow e^{-}e^{+}$, когда оба фотона имеют поляризацию $\varepsilon_{\alpha}^{(2)}$. В данном случае можно выделить две кинематические области, обусловленные законом дисперсии. Будем полагать, что жесткий фотон движется под острым углом θ к силовым линиям магнитного поля ($0 < \theta < 2m/\omega$) так, что $q_{\parallel}^2 < 4m^2$ и процесс $\gamma \rightarrow e^{-}e^{+}$ кинематически запрещен. Напомним, что в данной кинематической области имеет место «захват» фотона силовыми линиями магнитного поля [3–6].

S -матричный элемент S_{if} и амплитуда процесса M_{22} в данном случае связаны соотношением

$$\frac{S_{if}}{(2\pi)^3} = i\delta^2(p_{\parallel} + p'_{\parallel} - q_{\parallel} - q'_{\parallel})\delta(p_2 + p'_2 - q_2 - q'_2) \times \\ \times (2\omega V \cdot 2\omega' V \cdot 2p_0 L_2 L_3 \cdot 2p'_0 L_2 L_3)^{-1/2} M_{22}, \quad (16)$$

а выражение для амплитуды процесса с учетом δ -функций можно представить (выкладки приведены в Приложении) в виде

$$M_{22} \approx \mathcal{Z}_2 \frac{8i\pi\alpha m(q\varphi q') (q'\tilde{\varphi}q)}{eB \sqrt{Q_{\parallel}^2 q_{\parallel}^2 q'^2_{\parallel}}} \times \\ \times \frac{(qq')_{\parallel}^2 - 4m^2(qq')_{\parallel} - v^2(q'\tilde{\varphi}q)^2}{(qq')_{\parallel}^2 - v^2(q\tilde{\varphi}q')^2}, \quad (17)$$

где $Q = q + q'$. Индексы у амплитуды соответствуют поляризациям фотонов, участвующих во взаимодействии. Соотношение $Q^2 \geq 4m^2$, определяющее порог реакции в отсутствие поля, в данном случае модифицируется к виду $Q_{\parallel}^2 \geq 4m^2$.

Важно подчеркнуть, что при сложении амплитуд, соответствующих каждой из диаграмм (см.

рис. 1), член разложения порядка m^2/eB был удержан, поскольку именно он дает наибольший вклад при вычислении вероятности процесса в единицу времени. Таким образом, из-за сильного подавления вкладов от разных диаграмм не оправдались ожидания, что основной вклад в сечение процесса будут давать взаимодействия фотонов с поляризацией $\varepsilon_{\alpha}^{(2)}$. В этом случае необходимо учитывать также и взаимодействия, в которых участвуют фотоны с поляризацией $\varepsilon_{\alpha}^{(1)}$, поскольку учет пропагатора электронов в виде разложения по уровням Ландау приведет к тому, что амплитуды этих процессов будут одного порядка с M_{22} [14]. Используя результат работы [14], в которой исследовался процесс комптон-рассеяния фотона на электроны, амплитуды рассматриваемого процесса с участием фотонов с поляризацией $\varepsilon_{\alpha}^{(1)}$ представим в виде

$$M_{11} \approx \frac{8i\pi\alpha m}{eB} \frac{(q\varphi q')(q\tilde{\varphi}q')}{\sqrt{Q_{\parallel}^2 q_{\parallel}^2 q'^2_{\parallel}}}, \quad (18)$$

$$M_{12} \approx \sqrt{\mathcal{Z}_2} \frac{8i\pi\alpha m}{eB} \frac{(qq')_{\perp}(q'Q)_{\parallel}}{\sqrt{Q_{\parallel}^2 q_{\perp}^2 q'^2_{\parallel}}}, \quad (19)$$

$$M_{21} \approx \sqrt{\mathcal{Z}_2} \frac{8i\pi\alpha m}{eB} \frac{(qq')_{\perp}(qQ)_{\parallel}}{\sqrt{Q_{\parallel}^2 q_{\parallel}^2 q'^2_{\perp}}}. \quad (20)$$

Первый индекс у амплитуд соответствует поляризации жесткого фотона, второй — поляризации термального фотона.

Чтобы найти вероятность рождения $e^{-}e^{+}$ -пар в единицу времени жестким фотоном в термальной бане, необходимо просуммировать по всем возможным квантовым состояниям выражение

$$W_{\lambda\lambda'}^B = \int \frac{|S_{if}|^2}{\tau} dn_{e^{-}} dn_{e^{+}} dn_{\gamma'},$$

где τ — полное время взаимодействия. Начальное состояние S_{if} -матричного элемента в данном случае следует понимать как фотоны с фиксированными поляризациями, $\gamma\lambda\gamma\lambda'$.

Интегрирование по $dn_{e^{-}}$ = $dp_2 dp_3 L_2 L_3 / (2\pi)^2$ и $dn_{e^{+}}$ не вызывает затруднений, а интегрирование по импульсам термальных фотонов,

$$dn_{\gamma'} = \frac{d^3q' V}{(2\pi)^3} \frac{1}{\exp(\omega'/T) - 1},$$

в том случае, когда они имеют поляризацию $\varepsilon_{\alpha}^{(2)}$ усложняется. Это связано с тем, что закон дисперсии таких фотонов в сильном магнитном поле отличается от вакуумного, что изменяет фазовый объем.

При дополнительном условии, что жесткий фотон распространяется под очень острым углом к полю так, что $q_{\parallel}^2 \ll 4m^2$, закон дисперсии имеет вид

$$q_{\parallel}^2 = Z_2 q_{\perp}^2, \quad Z_2^{-1} = 1 + \frac{\alpha}{3\pi} \frac{B}{B_e}.$$

В этом случае при интегрировании по \mathbf{q}' удобно сделать замену переменных

$$q' = (\omega', \mathbf{q}'_{\perp}, q'_3) \rightarrow (\omega', \sqrt{Z_2} \mathbf{q}'_{\perp}, q'_3)$$

и перейти к сферическим координатам. Вероятность процесса в единицу времени можно представить в виде однократного интеграла:

$$W_{22}^B \approx \alpha^2 \frac{B_e}{B} \left(\frac{T}{m} \right)^3 \frac{m F^B(a)}{Z_2}, \quad (21)$$

$$F^B(a) = -2a^2 \int_0^1 \ln \left[1 - \exp \left(-\frac{a}{1-v^2} \right) \right] \times \frac{dv}{(1-v^2)^2}, \quad (22)$$

где $a = m^2/\omega T$. Вычисления вероятностей процессов с участием фотонов с поляризацией $\varepsilon_{\alpha}^{(1)}$ дают следующий результат:

$$\begin{aligned} W_{12}^B &\approx W_{22}^B, \\ W_{11}^B &\approx W_{21}^B \approx Z_2 W_{22}^B. \end{aligned} \quad (23)$$

Для случая, когда жесткий фотон имеет достаточно большую энергию, чтобы выполнялось условие $a \ll 1$, справедливо следующее разложение:

$$W_{22}^B \approx \alpha^2 \frac{B_e}{B} \frac{T^2}{\omega} \frac{1}{Z_2} \times \left[\frac{\pi^2}{6} + \left(\ln 2 - \frac{1}{2} \right) a \ln a + \frac{1}{4} a \ln^2 a \right]. \quad (24)$$

В итоге, для вероятности в единицу времени W^B процесса рождения e^-e^+ -пары неполяризованным жестким фотоном при взаимодействии с термальным фотонным газом можно записать:

$$W^B \approx \frac{\pi^2}{3} \alpha^2 \frac{B_e}{B} \left(1 + \frac{\alpha}{6\pi} \frac{B}{B_e} \right) \left(\frac{T}{m} \right)^3 ma, \quad (25) \\ a \ll 1.$$

Отметим, что при малых a формулы (24) и (25) справедливы в кинематической области $q_{\parallel}^2 < 4m^2$, а не $q_{\parallel}^2 \ll 4m^2$, как это имеет место для формул (21) и (22).

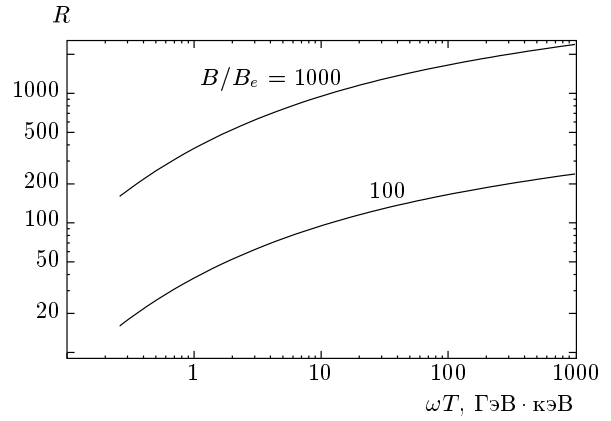


Рис. 3. Зависимость фактора подавления реакции $\gamma\gamma' \rightarrow e^-e^+$ сильным магнитным полем

Таким образом, длина свободного пробега неполяризованного фотона при $T = 1$ кэВ, $\omega = 100$ ГэВ, $B = 100 B_e$ составит величину $l^B \sim 20$ км. Графически зависимость $l^B(\omega) = 1/W^B$ представлена на рис. 2 (кривые 1 и 2).

Сопоставление выражений (5) и (25) показывает, что сильное магнитное поле подавляет рассматриваемый процесс. Для оценки фактора подавления можно использовать отношение длин свободного пробега:

$$R(a) = \frac{l^B}{l^0} \approx \frac{1}{2} \frac{B}{B_e} \left(1 + \frac{\alpha}{6\pi} \frac{B}{B_e} \right)^{-1} \frac{F^0(a)}{F^B(a)}, \quad (26)$$

где функции $F^0(a)$ и $F^B(a)$ определены соответственно выражениями (6) и (22). Зависимость фактора подавления R от энергии фотона приведена на рис. 3.

Как известно, одной из особенностей магнитаров, в отличие от пульсаров, является практически полное отсутствие излучения в радиодиапазоне [15]. В связи с этим определенным интересом представляет собой рассмотрение процесса $\gamma\gamma' \rightarrow e^-e^+$ в условиях, характерных для областей в окрестности полярных шапок магнитаров, которые, вероятно, являются источниками фотонов высоких энергий $\omega \geq 100$ ГэВ. За счет вращения магнитного диполя в окрестности полюсов формируется электрическое поле, параллельное магнитному, $\mathbf{E} \parallel \mathbf{B}$. Разность потенциалов развивается в относительно тонком слое около поверхности звезды, толщиной порядка 100 м (смотри, например, [16]). Заряженные частицы подхватываются этим полем и разгоняются до энергий, характеризующихся большим лоренц-фактором $\zeta \gg 1$. Его значение зависит от модели (конфигурации поля, периода вращения звезды, ее радиуса и других

параметров), но во всяком случае не превышает максимального значения $\zeta_{max} \sim 10^8$. Заряженные частицы, ускоренные продольным электрическим полем, могут быть источником жестких фотонов. Эти фотоны, как было сказано ранее, могут распространяться в сильном магнитном поле исключительно под крайне острыми углами к магнитному полю В. Поскольку длина свободного пробега фотона данного процесса сопоставима с радиусом нейтронной звезды, интересно проследить зависимость вероятности процесса в единицу времени от высоты над полярной шапкой. Эта зависимость будет обусловлена, прежде всего, конечностью размеров излучающей поверхности — разогретой полярной шапки.

Для упрощения задачи будем считать, что полярная шапка представляет собой круг радиуса $R_{p.c.}$, много меньшего радиуса нейтронной звезды, излучающий как черное тело с температурой около 1 кэВ, а магнитное поле однородным и направленным перпендикулярно излучающей поверхности. Процесс будем рассматривать непосредственно над полюсами на удалении от поверхности звезды не более чем несколько радиусов $R_{p.c.}$ полярной шапки.

Оказывается, учет конечности размеров излучающей поверхности не сильно усложняет задачу. При интегрировании по импульсам термальных фотонов необходимо учесть изменение функции распределения, которое можно свести лишь к ограничению максимального полярного угла θ'_{max} . Этот угол соответствует максимальному углу, под которым термальные фотоны приходят к точке взаимодействия, и находится из геометрических соображений. Вероятность в единицу времени процесса $\gamma\gamma' \rightarrow e^-e^+$ над полярной шапкой принимает вид

$$W_{p.c.}^B(h) \approx \frac{1}{2} W^B N(h), \quad (27)$$

где введена функция

$$N(h) = 1 - \cos(\theta'_{max}(h)) = 1 - \frac{h}{\sqrt{1+h^2}},$$

и h — относительная высота над излучающей поверхностью в долях радиуса полярной шапки.

Этот ответ обладает достаточной общностью. Если положить $\theta'_{max} = \pi/2$, то ответ будет соответствовать задаче с бесконечной плоскостью, излучающей как черное тело, т. е. пределу малой высоты над полярной шапкой. Если положить $\theta'_{max} = \pi$, то ответ будет соответствовать случаю с термодинамически равновесным изотропным фотонным газом, который рассматривался ранее.

Таким образом, учет конечных размеров излучающей поверхности приводит к уменьшению вероятности образования e^-e^+ -пар.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена задача о распространении фотона высокой энергии, движущегося под острым углом к силовым линиям сильного магнитного поля через фотонный газ. Ввиду явления «захвата» фотона сильным магнитным полем, его распад на e^-e^+ -пару кинематически закрыт даже в неоднородном магнитном поле. Образование e^-e^+ -пары становится возможным при взаимодействии жесткого фотона с термальными фотонами в процессе $\gamma\gamma' \rightarrow e^-e^+$. Проведен расчет вероятности рождения e^-e^+ -пары в единицу времени и показано, что в условиях сильного магнитного поля данный процесс существенно подавлен. По этой причине при рассмотрении механизмов образования e^-e^+ -плазмы, например, в окрестности полярных шапок магнитаров, очень важно учитывать влияние магнитного поля.

В работе [17], в которой сравнивались длины свободного пробега жестких фотонов в процессах $\gamma \rightarrow e^-e^+$, $\gamma \rightarrow \gamma\gamma$, $\gamma\gamma' \rightarrow e^-e^+$ в условиях, характерных для окрестности полярных шапок магнитаров, влияние сильного магнитного поля на последний процесс не было учтено и был сделан вывод, что длина свободного пробега фотона в процессе $\gamma\gamma' \rightarrow e^-e^+$ может быть наименьшей. Согласно нашим расчетам, учет влияния магнитного поля напряженностью $B = 100B_e$ приведет к тому, что процесс $\gamma\gamma' \rightarrow e^-e^+$ будет подавлен более чем на порядок при энергиях, обсуждаемых в работе [17]. Для более энергичных фотонов имеет место еще более сильное подавление указанного процесса. Это означает, что вклад процесса $\gamma\gamma' \rightarrow e^-e^+$ в механизмах образования плазмы в окрестности полярных шапок магнитаров был существенно завышен.

Авторы выражают благодарность Д. А. Румянцеву за полезные замечания и плодотворные дискуссии.

Исследование проведено в рамках реализации Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг. (Госконтракт № П2323), при частичной финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ по программе «Развитие научного потенциала высшей школы» (проект № 2.1.1/13011) и РФФИ (грант № 11-02-00394-а).

ПРИЛОЖЕНИЕ

Амплитуда процесса $\gamma_2 + \gamma'_2 \rightarrow e^-e^+$ в сильном магнитном поле

Следующие выражения описывают S -матричный элемент и амплитуду $M^{(1)}$ первой диаграммы процесса $\gamma + \gamma' \rightarrow e^-e^+$ в сильном магнитном поле:

$$\frac{S_{if}}{(2\pi)^3} = i\delta^2(Q_{\parallel} - p_{\parallel} - p'_{\parallel})\delta(Q_2 - p_2 - p'_2) \times (2\omega V \cdot 2\omega' V \cdot 2p_0 L_2 L_3 \ 2p'_0 L_2 L_3)^{-1/2} M, \quad (28)$$

$$M^{(1)} = e^2 \exp\left(i\frac{q\varphi q'}{2eB}\right) \exp\left(-\frac{q_{\perp}^2 + (q')_{\perp}^2}{4eB}\right) \times \overline{U_{p_{\parallel}}^{(+)} \hat{\varepsilon}_q^{(\lambda)}} \frac{\hat{p}_{\parallel} - \hat{q}_{\parallel} + m}{(p - q)_{\parallel}^2 - m^2} \Pi_{-} \hat{\varepsilon}_{q'}^{(\lambda')} U_{p'_{\parallel}}^{(-)}, \quad (29)$$

где $Q = q + q'$. Амплитуда $M^{(2)}$ второй диаграммы получается из $M^{(1)}$ перестановкой импульсов жесткого q и мягкого q' фотонов: $M^{(2)} = M^{(1)}|_{(q \leftrightarrow q')}$. Общая амплитуда процесса $M = M^{(1)} + M^{(2)}$. Биспинор $U^{(+)}$ соответствует электрону — положительно-частотному решению уравнения Дирака, $U^{(-)}$ — позитрону.

Рассмотрим процесс $\gamma_2 + \gamma'_2 \rightarrow e^-e^+$, когда оба фотона имеют поляризацию $\varepsilon_{\alpha}^{(2)}$. Выражение для $M_{22} = M_{22}^{(1)} + M_{22}^{(2)}$ можно значительно упростить, используя свойства матриц Дирака и учитывая δ -функции. При исключении из выражения, например, импульса p'_z за счет $\delta(Q_z - p_z - p'_z)$ останется δ -функция от сложного аргумента $\delta(Q_0 - p_0(p_z) - p'_0(Q_z - p_z))$, которую можно представить как сумму двух простых: $\delta(p_z \pm p^*(Q_z, Q_0))$. Учитывая это, можно показать справедливость следующих соотношений для произвольного 4-вектора k^{μ} :

$$\overline{U_{p_{\parallel}}^{(+)} \hat{k}_{\parallel}} U_{p'_{\parallel}}^{(-)} = (k\tilde{\varphi}Q) \frac{2m}{\sqrt{Q_{\parallel}^2}}, \quad (30)$$

$$\overline{U_{p_{\parallel}}^{(+)} (\gamma\tilde{\varphi}k)} U_{p'_{\parallel}}^{(-)} = -(kQ)_{\parallel} \frac{2m}{\sqrt{Q_{\parallel}^2}}. \quad (31)$$

В итоге амплитуды рассматриваемого процесса можно представить в виде

$$M_{22}^{(1)} \approx Z_2 \frac{8\pi\alpha m \sqrt{Q_{\parallel}^2 q_{\parallel}^2 q'_{\parallel}^2}}{(qq')_{\parallel}^2 - v^2(q\tilde{\varphi}q')^2} \times \left(1 + i\frac{q\varphi q'}{2eB} - \frac{q_{\perp}^2 + (q')_{\perp}^2}{4eB}\right) \left[\frac{q'\tilde{\varphi}q}{Q_{\parallel}^2 q_{\parallel}^2 q'_{\parallel}^2} \times \left((qq')_{\parallel}^2 - 4m^2(qq')_{\parallel} - v^2(q'\tilde{\varphi}q)^2\right) \pm v\right], \quad (32)$$

$M^{(2)} = M^{(1)}|_{(q \leftrightarrow q')}$ и $v = \sqrt{1 - 4m^2/Q_{\parallel}^2} \leq 1$. Знак « \pm » соответствует различным корням в разложении сложной δ -функции. Следует отметить, что выражения $q\tilde{\varphi}q'$ и $q\varphi q'$ антисимметричны относительно замены импульсов фотонов $q \leftrightarrow q'$.

Анализ показывает, что первое слагаемое в квадратных скобках в (32) много больше единицы, поскольку, согласно иерархии (7), оно оказывается пропорциональным отношению самого большого параметра задачи ω к самому малому T . В итоге, пренебрегая членами q_{\perp}^2/eB и $(q')_{\perp}^2/eB$, выражение для M_{22} приводим к виду

$$M_{22} \approx Z_2 \frac{8i\pi\alpha m (q\varphi q')(q'\tilde{\varphi}q)}{eB \sqrt{Q_{\parallel}^2 q_{\parallel}^2 q'_{\parallel}^2}} \times \frac{(qq')_{\parallel}^2 - 4m^2(qq')_{\parallel} - v^2(q'\tilde{\varphi}q)^2}{(qq')_{\parallel}^2 - v^2(q\tilde{\varphi}q')^2}. \quad (33)$$

Еще раз подчеркнем, что существенным моментом при вычислении M_{22} является то, что нельзя пренебрегать членами, следующими за единицей в разложении $\exp(q\varphi q'/2eB)$. Полученный результат согласуется с результатами работы [14], в которой рассматривался комpton-эффект в условиях сильного магнитного поля.

ЛИТЕРАТУРА

1. M. G. Baring and A. K. Harding, *Astrophys. J.* **507**, L55 (1998).
2. M. G. Baring and A. K. Harding, *Astrophys. J.* **547**, 929 (2001).
3. А. Е. Шабад, Труды ФИАН СССР «Поляризационные эффекты во внешних калибровочных полях», Наука, Москва (1988), т. 192.
4. А. Е. Shabad, *Nuovo Cim.* **3**, 457 (1972).
5. А. Е. Shabad and V. V. Usov, *Nature* **295**, 215 (1982).
6. В. В. Усов, А. Е. Шабад, Письма в ЖЭТФ **42**, 17 (1985).

7. В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Квантовая электродинамика*, Наука, Москва (1989).
8. J. M. Jauch and F. Rohrlich, *Theory of Photons and Electrons*, Addison-Wesley, Massachusetts (1955).
9. А. И. Никишов, ЖЭТФ **41**, 549 (1961).
10. R. J. Gould and G. P. Schreder, Phys. Rev. **155**, 1404 (1967).
11. J. V. Jelley, Phys. Rev. Lett. **16**, 479 (1966).
12. A. V. Kuznetsov and N. V. Mikheev, *Electroweak Processes in External Electromagnetic Fields*, Springer-Verlag, New York (2003).
13. А. Е. Шабад, ЖЭТФ **125**, 210 (2004).
14. D. A. Romyantsev and M. V. Chistyakov, Int. J. Mod. Phys. A **24**, 3995 (2009).
15. И. Ф. Малов, *Радиопульсары*, Наука, Москва (2004).
16. M. A. Ruderman and P. G. Sutherland, Astrophys. J. **196**, L51 (1975).
17. M. Zhang, Astrophys. J. **562**, L59 (2001).