

ВЛИЯНИЕ ПОВЕРХНОСТИ РАЗДЕЛА ВАКУУМ – ЛУННЫЙ РЕГОЛИТ НА ФОРМИРОВАНИЕ РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ КАСКАДНОГО ЛИВНЯ ОТ ЧАСТИЦЫ СВЕРХВЫСОКОЙ ЭНЕРГИИ

*А. Д. Филоненко**

*Восточноукраинский национальный университет им. В. Даля
91034, Луганск, Украина*

Поступила в редакцию 8 ноября 2010 г.
после переработки 26 июля 2011 г.

Представлены результаты расчета поля радиоизлучения электрон-фотонного ливня от частицы сверхвысокой энергии под поверхностью Луны. Рассмотрены два случая распространения каскада: первый в направлении лунный реголит – вакуум под малыми углами к границе раздела; второй в обратном направлении, когда частица вызывает каскад практически сразу же после пересечения границы вакуум – реголит. Для расчета относительной величины плотности энергии вышедшего на поверхность излучения использовался метод разложения сферических волн на плоские. Обнаружено, что интенсивность преломленных волн для высоких частот сильно зависит от угла наклона ливня.

1. ВВЕДЕНИЕ

Новые данные о спектрах космических лучей сверхвысокой энергии (более 10^{19} эВ), полученные за последние несколько лет на детекторах с большой эффективной площадью, могут изменить направление и цели дальнейших исследований. Одна из главных экспериментальных задач физики космических лучей в этой области энергий была связана с вопросом о существовании предела Грейзена – Зацепина – Кузьмина (ГЗК). Основная суть его состоит в том, что вне зависимости от того, насколько велика энергия космического протона, он обязательно потеряет ее при столкновениях с реликтовыми фотонами на пути 50–100 Мпк вплоть до минимального значения, называемого пределом ГЗК.

До недавнего времени существование самого факта обрезания спектра было под вопросом. Результаты наиболее продвинутых экспериментальных установок AGASA и HiRes оказались неоднозначными. На японской экспериментальной установке AGASA площадью около 100 км^2 при общей экспозиции $1.6 \cdot 10^3 \text{ км}^2 \cdot \text{ср} \cdot \text{год}$ наблюдения проводили с 1984 по 2006 гг., но предел ГЗК не обнаружили [1].

С другой стороны, на установке Fly's Eye за время наблюдения с 1997 по 2006 гг. получили достаточное количество событий, которые свидетельствуют о том, что спектр космических лучей вполне совместим с представлением о реликтовом обрезании в области энергий $W_{GZK} \approx 5 \cdot 10^{19}$ эВ [2]. Полная экспозиция установки Fly's Eye составила за этот период величину примерно $3 \cdot 10^3 \text{ км}^2 \cdot \text{ср} \cdot \text{год}$.

Данные AGASA дали повод для разработки ряда моделей, в которых космические лучи сверхвысокой энергии рождались где-то вблизи Земли, так что протон не успевал растерять энергию при столкновениях с реликтовыми фотонами. Это разработанные в работах [3–8] модели (top-down models), привлекающие новые физические идеи для объяснения рождения частиц с энергиями выше предела ГЗК.

Обстановка изменилась, когда были получены энергетические спектры в обсерватории им. Пьера Оже. За время работы установки с января 2004 г. по ноябрь 2008 г. полученные результаты полностью подтвердили существование предела ГЗК, равного примерно $5 \cdot 10^{19}$ эВ, причем, суммарная экспозиция в эксперименте составила $7 \cdot 10^3 \text{ км}^2 \cdot \text{ср} \cdot \text{год}$ [9].

Эти факты позволяют предположить, что поток частиц с энергией, значительно превышающей порог $5 \cdot 10^{19}$ эВ, намного меньше, чем представлялось ра-

*E-mail: filonenko_ad@dsip.net

нее. Однако это не уменьшает интереса к частицам сверхвысоких энергий. Тот факт, что они реально существуют, подтверждает та же установка Fly's Eye, зарегистрировавшая в 1993 г. событие с энергией $3 \cdot 10^{20}$ эВ. Чрезвычайно слабый поток, вероятно, свидетельствует об исключительно экзотическом механизме рождения частиц с такой энергией. Ясно, что для набора таких редких событий необходимо увеличивать эффективную площадь детекторов на порядки. Реализация такого количественного скачка рассматривается в так называемом радиоастрономическом методе, идея которого базируется на теоретически обоснованной возможности регистрации радиоимпульса, сопровождающего электронно-фотонный каскад в лунном реголите.

Ранее было показано [10, 11], что при развитии ливня в газообразной или плотной среде позитроны аннигилируют на лету и выбывают из каскадного диска. Это является одной из причин избытка отрицательного заряда. Поскольку скорость заряженного диска превышает скорость электромагнитных волн в среде, он вызывает черенковское радиоизлучение. В 60-х годах этот эффект пытались использовать для регистрации широких атмосферных ливней с энергией, не превышающей 10^{18} – 10^{19} эВ (см., например, обзор [12]). Однако более перспективным оказалось применение этого эффекта для регистрации частиц с энергией, превышающей 10^{20} эВ. Оценки интенсивности радиоизлучения каскадного диска в лунном реголите показали, что мощность радиосигнала должна быть вполне достаточной для его регистрации на поверхности Земли с помощью радиотелескопа [13]. Известные на настоящий момент несколько попыток [14–19], предпринятых с этой целью, не дали положительных результатов по причине, не выясненной до настоящего времени. Вероятнее всего, она не является единственной, и отсутствие радиоимпульсов лунного происхождения в проведенных экспериментах является следствием наложения теоретических и экспериментальных ошибок.

Вряд ли в этой ситуации следует успокаивать себя тем, что частицы с энергией выше 10^{20} эВ в природе не существуют или чрезвычайно редки. Анализ проводимых экспериментов показывает, что теоретические предпосылки иногда радикальным образом расходятся с получаемыми результатами. Например, теоретические оценки [15] показали, что в среднем каждые пять минут ожидается одно событие лунного происхождения. Сейчас известно, что в течение последующих 15 лет ни одно событие не было обнаружено.

Физические идеи, заложенные в радиоастрономический метод, не содержат каких-либо гипотез и совершенно прозрачны для понимания. Однако модели источника радиоимпульса и среды, в которой он распространяется, сильно идеализированы, а иногда просто ошибочны. Это стимулирует необходимость тщательного анализа различных факторов, влияющих на результаты измерений.

Одним из таких факторов, вызывающих ослабление радиоимпульса, прошедшего через границу реголит–вакуум, связан с ориентацией направления каскада относительно плоскости раздела. Каскадный диск находится в непосредственной близости от границы, и вследствие этого волновой фронт нельзя считать плоским. Фронт черенковского импульса является результатом когерентного сложения элементарных (точечных) источников излучения, и эффекты прохождения через границу не сводятся только к одному преломлению.

С целью выяснения влияния переходной области реголит–вакуум на интенсивность преломленных волн в настоящей работе исследовано радиоизлучение от каскадного ливня, распространяющегося в непосредственной близости от поверхности Луны. В работе не учитывалось, что слой реголита на поверхности Луны в области выхода излучения может быть неплоским или неоднородным. Для высоких частот это может привести к катастрофическим последствиям при относительно слабой степени неоднородности [20]. Не учитывался также тот факт, что ниже каскадного ливня могут находиться слои с переменной плотностью, которые также могут повлиять на формирование поля вследствие отражения от неоднородностей.

2. ВЕКТОРНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ ТОКА ИЗБЫТОЧНЫХ ЗАРЯДОВ В ОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

Здесь будет найден векторный потенциал электромагнитного поля каскадного ливня, наклоненного под углом $\theta = \pi/2 \pm \Delta\theta$ к нормали с учетом его реальных поперечных и продольных размеров. В этой модели будем считать, что система токов вызвана движением заряженного диска со скоростью, значительно отличающейся от скорости света в вакууме. Толщина диска в лунном реголите составляет несколько миллиметров, т. е. намного меньше рассматриваемых здесь длин волн, и в этой связи можно считать ее бесконечно малой. Поперечный размер диска (т. е. его среднеквадратичный диаметр)

близок к 10–12 см и должен быть учтен при определении потенциала поля. Например, в работе [21] было показано, что спектр радиоизлучения каскада, полученный с учетом этого замечания, не простирается вплоть до 10 ГГц, как считается в работах [14–19], а имеет явно выраженный максимум в области 500–600 МГц, и уже в районе 2–3 ГГц интенсивность на пять–шесть порядков ниже, чем в максимуме.

Для решения задачи, поставленной в настоящей работе, нужно найти потенциал, описывающий поле в однородной среде для ливня, ориентированного под заданным углом к плоскости раздела. Для этого ливень разбивается на такие элементы, все точки которых излучают волны, приходящие с одинаковой фазой к наблюдателю. Каждая точка каскадного диска является источником сферических волн, которые могут быть по известной методике разложены на плоские волны. Это дает возможность применить формулы Френеля для расчета амплитуды преломленных волн. В точке наблюдения эти волны следует сложить с учетом фазы. Конечная цель работы — выяснение зависимости интенсивности преломленных волн от ориентации каскадного ливня относительно границы раздела. Для этого интервал углов $[-0.3 \text{ рад} < \Delta\theta < 0.3 \text{ рад}]$ разбивался на 60 точек, для каждой из которых определялся максимум излучения каскада в точке наблюдения, находящейся на расстоянии, намного превышающем размеры каскадного ливня. Затем были построены графики этой зависимости в виде кубической интерполяции данных.

Пусть нормаль к поверхности направлена внутрь Луны, а направление AB движения нейтрино (и каскадного диска CD) составляет с ней угол $\theta = \pi/2 \pm \Delta\theta$, где $\Delta\theta$ изменяется в пределах $-0.3 < \Delta\theta < 0.3$ (рис. 1). В случае $\theta = \pi/2 + \Delta\theta$ каскадный ливень распространяется вблизи поверхности в направлении реголит \rightarrow вакуум под небольшим углом $\Delta\theta$ к горизонту (рис. 1 соответствует этому случаю). Углы $\theta = \pi/2 - \Delta\theta$ соответствуют ливню от частицы (например, протона), которая движется в направлении вакуум \rightarrow реголит и вызывает каскадный ливень в непосредственной близости от места пересечения границы.

Ось z совпадает с нормалью, причем положительное направление соответствует переходу из вакуума в реголит. Плоскость xy — поверхность Луны. Точка наблюдения $P(x, z)$ находится в вакууме в плоскости xz , а ее радиус-вектор $\mathbf{r}(x, y, z)$ составляет угол φ с осью x . При интегрировании по пространству координаты произвольной точки среды обозна-

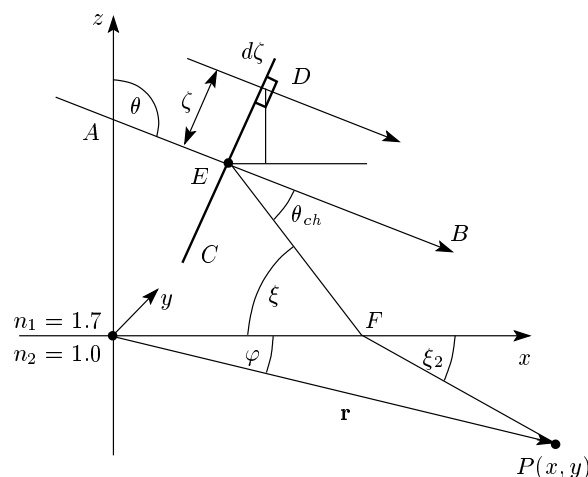


Рис. 1. Проекция каскадного диска CD на плоскость xz : AB — направление движения; EF и FP — примеры падающего и преломленного лучей. Плоскость xy — поверхность Луны. Отрицательная полуось z направлена в вакуум

чим как x', y', z' , но в окончательное выражение для интенсивности радиосигнала они не войдут.

Величина избыточного заряда ливня с энергией 10^{21} – 10^{23} эВ может быть аппроксимирована в окрестности максимума ливня выражением

$$N(t) = \frac{0.31}{\sqrt{\alpha}} \eta q_0 \exp\left(\alpha - \frac{(vt - \alpha z_0)^2}{D\alpha z_0^2}\right) \propto \exp\left(-\frac{(vt - \alpha z_0)^2}{D\alpha z_0^2}\right), \quad (1)$$

где $\alpha = \ln(W_0/W_{cr})$, η — доля избыточных электронов в ливне, q_0 — заряд электрона, $z_0 \approx 0.14$ м и $W_{cr} \approx 40$ МэВ — соответственно величина лавинной единицы длины и критическая энергия электрона в лунном реголите, W_0 — энергия каскадного ливня. Поскольку в дальнейшем интерес будет представлять только относительная энергия вышедшего излучения (например, относительно значения энергии при каком-либо заданном угле), несущественные множители в выражениях будут опущены. Например, как это сделано в выражении (1).

Здесь нужно сделать несколько замечаний относительно правомерности использования выражения (1). Известно, что для расчета каскадных функций используются современные программные комплексы, которые при высоких начальных энергиях учитывают эффект Ландау–Померанчука–Мигдала для плотных сред. Использование в полной мере этих результатов для поставленной в настоящей работе задачи вряд ли целесообразно прежде всего

по причине, связанной с применением неоправданно огромных вычислительных ресурсов. Кроме того, аналитическое решение сохраняет возможность проверки результатов практически на каждом этапе решения задачи. Поэтому принято параметризовать численные расчеты в виде простых выражений, правильно отображающих численные решения в определенной области значений переменных.

Для решения настоящей задачи аппроксимация каскадной функции должна быть такова, чтобы она сохраняла те свойства численного решения, от которых зависят основные параметры радиоимпульса. В данном случае это, как минимум, ширина диаграммы излучения на полувысоте (т. е. угловая «толщина» черенковского конуса) и энергетический спектр радиоимпульса. Эти параметры, в свою очередь, связаны с эффективной длиной L каскадного ливня (т. е. это путь, проходимый диском, на концах которого число частиц в ливне в два–три раза меньше, чем в максимуме) и с характерным поперечным размером ливня на этом участке пути. В некоторой степени (но не в решающей) на спектр влияет форма каскадной функции внутри отрезка L .

Например, из классической электродинамики известно, что ширина диаграммы излучения одномерной системы токов непосредственно зависит от ее размеров. Точно так же и длина траектории заряда ограниченных размеров формирует диаграмму черенковского излучения, причем размеры заряженного тела практически полностью определяют спектр излучения.

В настоящей работе в качестве каскадной функции использовано выражение (1), которое является упрощенным вариантом аппроксимации [22]

$$N(W_0, \chi) = \frac{0.31}{\sqrt{\alpha}} \exp \left[\chi \left(1 - \frac{3}{2} \ln \frac{3\chi}{\chi + 2\alpha + 2x} \right) \right],$$

где χ — глубина ливня в лавинных единицах. В выражении (1) учтено, что величина $x = \ln(r/r_M)$, где r_M — радиус Мольера, мала по сравнению с $\chi + 2\alpha$. Множитель D не влияет на максимальное число частиц в ливне, но от него однозначно зависит эффективный путь каскадного ливня. Согласно параметризации численного расчета одномерной каскадной функции, эффективная длина каскадного ливня в лунном реголите равна [23]

$$L(x) = 12.7 + \frac{2}{3} \lg \frac{W_0}{10^{20} \text{ эВ}}.$$

При величине энергии $W_0 = 10^{22}$ эВ длина равна $L = 14$ лавинным единицам реголита или $L = 14(x_0/\rho) = 1.82$ м для $\rho = 1.7$ г/см³ и $x_0 =$

$= 22.1$ г/см². Такому значению длины L соответствует $D = 2$ в выражении (1). Радиационная единица длины $x_0 = 22.1$ г/см² и плотность реголита $\rho = 1.7$ г/см³ не являются точно определенными величинами и зависят от местных условий на поверхности Луны. Поэтому реальное значение D может существенно отличаться от $D = 2$. Кроме этого, нужно заметить, что произвольное значение D легко ввести в решение задачи и получить результаты для любой эффективной длины ливня.

Чтобы учесть реальные размеры каскадного диска поступим аналогично работе [21]. Все точки диска являются когерентными источниками, и поскольку продольный размер диска намного меньше поперечного, разность фаз в точке наблюдения будет определяться не толщиной диска, а его поперечными размерами. Выделим на диске узкую полосу шириной $d\zeta$ параллельную плоскости xy , находящуюся на расстоянии ζ от центра диска (см. рис. 1). Выразим плотность тока, вызванного движением узкой горизонтальной полосы диска, посредством δ -функции, т. е. фактически считаем, что горизонтальная полоса диска шириной $d\zeta$ является лежащим в плоскости xz точечным зарядом, величина которого далее обозначена как q_b . Такое допущение оправдано тем, что для любых элементов горизонтальной полосы (т. е. фактически для точечных зарядов, лежащих на ней) разложение потенциала по плоским волнам выглядит одинаково в координатах x, z , а разность фаз на пути к наблюдателю, отдаленному на бесконечность, равна практически нулю. Поэтому суммирование плоских волн от каждого элемента такой полосы сводится к сложению амплитуд с одинаковыми фазами.

Запишем в плоскости xz уравнение прямой $\mathbf{r}_0(\zeta, t)$, вдоль которой движется центр выделенной полосы (т. е. заряд q_b):

$$x'_0(\zeta, t) = x_1 + vt \sin \theta - \zeta \cos \theta,$$

$$z'_0(\zeta, t) = z_1 + vt \cos \theta + \zeta \sin \theta.$$

Плотность тока, соответствующая этой полосе,

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}', \zeta, t) = \mathbf{v}q_b\delta[\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0(\zeta, t)],$$

где vt — путь, проходимый диском за время t , $\mathbf{v} \approx c = 3 \cdot 10^8$ м/с — скорость каскадного диска, а точка (x_1, z_1) определяет положение «начала» ливня.

Заряд каждой полосы модулируется каскадной функцией, поэтому он может быть выражен как

$$q_b \sim \frac{N(t)\zeta d\zeta}{2\rho_1^2\sqrt{\pi}} \left(\frac{\zeta^2}{2\rho_1^2}\right)^{-1/2} \exp\left(-\frac{\zeta^2}{2\rho_1^2}\right) \equiv N(t)F(\zeta). \quad (2)$$

Интегрирование выражения (2) по ζ в пределах $[-\infty, \infty]$ дает полный заряд диска в произвольный момент времени.

Фурье-компонента плотности тока равна

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}', \zeta, \omega) = \mathbf{e}_v \int_{-\infty}^{\infty} q_b(\zeta, t) \delta[\mathbf{r}' - \mathbf{r}'_0(\zeta, t)] e^{i\omega t} dt,$$

где \mathbf{r}' — радиус-вектор произвольного элемента dV' пространства и \mathbf{e}_v — единичный вектор вдоль оси ливня.

Положим далее $x_1 = 0$, поскольку перемещение ливня параллельно оси x не изменяет вида расположения точечного источника по плоским волнам, кроме его фазы в точке наблюдения. Тогда фурье-компонента плотности тока выразится как

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}', \zeta, \omega) = \mathbf{e}_v \int_{-\infty}^{\infty} q_b(\zeta, t) \delta[x' - (vt \sin \theta - \zeta \cos \theta)] \times \delta[z' - (z_1 + vt \cos \theta + \zeta \sin \theta)] e^{i\omega t} \delta(y') dt.$$

Аргумент второй δ -функции равен нулю при $t = (z' - z_1 - \zeta \sin \theta)/v \cos \theta$. С учетом этого интегрирование по времени дает

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}', \zeta, \omega) \sim \mathbf{e}_v \frac{F(\zeta)}{\cos \theta} \times \exp\left[-\frac{(z' - z_1 - \zeta \sin \theta - \alpha z_0 \cos \theta)^2}{3\alpha z_0^2 \cos^2 \theta}\right] \times \delta[x' - (z' - z_1 - \zeta \sin \theta) \operatorname{tg} \theta + \zeta \cos \theta] \delta(y') \times \exp\left[\frac{i\omega(z' - z_1 - \zeta \sin \theta)}{v \cos \theta}\right],$$

где (см. выражение (2))

$$F(\zeta) = \frac{d\zeta}{\rho_1 \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\left(\frac{\zeta^2}{2\rho_1^2}\right)\right].$$

Спектральная компонента векторного потенциала от любой системы токов с учетом собственного запаздывания есть

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}', \omega)}{R} e^{iknR} dV'. \quad (3)$$

Здесь $k = \omega/c$, $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$, n — показатель преломления реголита, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м — магнитная постоянная и \mathbf{r} — радиус-вектор точки наблюдения. Фактически интегрирование проводится по той области, где токи отличны от нуля.

Проинтегрируем выражение (3) сначала по z' и y' . Для этого запишем оставшуюся δ -функцию $\delta[x' - (z' - z_1 - \zeta \sin \theta) \operatorname{tg} \theta + \zeta \cos \theta]$ в виде $\delta[z' - (x' \operatorname{ctg} \theta + z_1 + \zeta/\sin \theta)]/\operatorname{tg} \theta$, после чего получим

$$\mathbf{A}_1(\mathbf{r}, \omega) \sim \mathbf{e}_v \frac{1}{R'_0} \frac{\exp(iknR'_0)}{\sin \theta} \exp\left(-\frac{\zeta^2}{2\rho_1^2}\right) \times \exp\left[-\frac{[(x' + \zeta \cos \theta) - \alpha z_0 \sin \theta]^2}{D\alpha z_0^2 \sin^2 \theta}\right] \times \exp\left[\frac{i\omega(x' + \zeta \cos \theta)}{v \sin \theta}\right] d\zeta dx', \quad (4)$$

где $\mathbf{A}_1(\mathbf{r}, \omega)$ — потенциал, создаваемый одной полосой $d\zeta$ на участке движения dx' , а расстояние R'_0 от наблюдателя до этой полосы равно

$$R'_0(\mathbf{r}, \theta, \zeta) = \sqrt{(x - x')^2 + [z - (x'/\operatorname{tg} \theta + z_1 + \zeta/\sin \theta)]^2}. \quad (5)$$

Потенциал, наводимый всем диском на пути dx' найдем интегрированием выражения (4) по всем полосам $d\zeta$. Вследствие быстрого убывания функции $F(\zeta)$ за пределами среднеквадратичного радиуса $\rho_1 \approx 5-6$ см, численное интегрирование по ζ можно распространить на интервал, не превышающий, например, $[-0.2, 0.2]$. Интегрирование по всем элементам ливня (т. е. по dx') достаточно провести в интервале $[0, 10]$, так как на границах этого отрезка число частиц в ливне на порядки меньше, чем в максимуме. Векторный потенциал от всего диска в однородной среде окончательно равен

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, \omega) \sim \mathbf{e}_v \int_0^{10} \int_{-0.2}^{0.2} \frac{\exp(ikn_1 R'_0)}{R'_0} \times \chi(x', \theta, \zeta, \omega) dx' d\zeta', \quad (6)$$

где

$$\chi(x', \theta, \zeta, k) = \frac{1}{\sin \theta} \exp\left[-\frac{\zeta^2}{2\rho_1^2} - \frac{[(x' + \zeta \cos \theta) - \alpha z_0 \sin \theta]^2}{D\alpha z_0^2 \sin^2 \theta} + \frac{ik(x' + \zeta \cos \theta)}{\sin \theta}\right]. \quad (7)$$

Выражения (6), (7) дают поле $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$, интенсивность которого равна

$$J(r, k, \varphi) \sim \left| \int_0^{10} \int_{-0.2}^{0.2} \chi(x', \theta, \zeta, k) [\nabla \psi_1 \times \mathbf{e}_v] dx' d\zeta \right|^2, \quad (8)$$

$$\psi_1 = \exp(ikn_1 R'_0) / R'_0.$$

Если в выражениях (6)–(8) положить $\theta = \pi/2$, $n_1 = n_2 = 1.7$, $r \approx 100\text{--}200$ м и учесть, что $x = r \cos \varphi$, $z = -r \sin \varphi$, то непосредственной проверкой можно убедиться, что при различных величинах k интенсивность численно совпадает с результатами, полученными в работе [21] для $D = 3$:

$$J(\varphi, k) \sim |\mathbf{B}|^2 = |\text{rot } \mathbf{A}|^2 \sim k^2 \times \exp \left[-\frac{3}{2} \alpha k^2 z_0^2 (1 - n \cos \varphi)^2 - k^2 n^2 \rho_1^2 \sin^2 \varphi \right] \times \sin^2 \varphi. \quad (8')$$

Нужно при этом иметь в виду, что в работе [21] каскадная функция более примитивна, поскольку используемая в ней величина $\alpha = 10$ соответствует только одному значению энергии $W_0 = 10^{22}$ эВ. В настоящей работе величина α связана с энергией каскада выражением $\alpha = \ln(W_0/W_{cr})$ и для $W_0 \sim 10^{22}$ эВ приблизительно равна $\alpha \approx 33$ (при $W_{cr} = 0.4 \cdot 10^8$ эВ). Поэтому значение $\alpha^2/2 = 50$ из работы [21] совпадает с величиной $D\alpha/2 \approx 50$ в настоящей работе, и, как следствие, максимум спектра также приходится на частоту 500–600 МГц.

Если в выражениях (5)–(8) пренебречь значением $x' \text{ctg } \theta + z_1 + \zeta / \sin \theta$ по сравнению с расстоянием до наблюдателя (оставив его лишь в фазе) и проинтегрировать по ζ и x' в пределах $[-\infty, \infty]$, то выражение (6) полностью примет вид (8') из работы [21].

3. РАЗЛОЖЕНИЕ ПОЛЯ ИЗЛУЧЕНИЯ КАСКАДНОГО ЛИВНЯ ПО ПЛОСКИМ ВОЛНАМ

Поле, вызванное током избыточных электронов в ливне реальных размеров, представлено теперь суперпозицией полей, наводимых точечными источниками ψ_1 (8), причем каждый из таких источников имеет амплитуду $\chi(x', \theta, k, \zeta) dx'$. Во второй среде поле точечного источника ψ_1 представляется суммой плоских волн (см., например, [24–27]):

$$\psi_2(x, z) = -\frac{ikn_1 n_2^2}{n_1^2} \times \int_{\pi/2}^{i\infty} t_{\parallel} \exp(ikn_1 z_{01} \sin \xi - ikn_2 z \sin \xi_2) \times J_0(kn_1 x \cos \xi) \cos \xi d\xi, \quad (9)$$

где ξ — угол между лучом, выходящим из точки (x', z') и осью x ,

$$z_{01} = x' \text{ctg } \theta + z_1 + \zeta / \sin \theta,$$

$$t_{\parallel} = 2n_2^2 \left(n_2^2 \sin \xi + \sqrt{n_1^2 (n_2^2 - n_1^2 \cos^2 \xi)} \right)^{-1} \sin \xi$$

— коэффициент Френеля, $J_n(z)$ — функция Бесселя соответствующего порядка и

$$\sin \xi_2 = \sqrt{1 - (n_1/n_2)^2 \cos^2 \xi}$$

(см. рис. 1).

Спектральная плотность полной энергии (т. е. энергия, приходящаяся на 1 Гц и на 1 м² за все время излучения) во второй среде, $I_2(\varphi, \theta, k)$, пропорциональна квадрату суммы амплитуд элементарных источников с учетом набега фазы. Аналогично (8) найдем $\mathbf{B}_2 = \text{rot } \mathbf{A}_2$:

$$\mathbf{B}_2(\mathbf{r}, \omega) \sim \int_0^{10} \int_{-0.2}^{0.2} \chi(x', \theta, \zeta) [\nabla \psi_2 \times \mathbf{e}_v] dx' d\zeta.$$

Учтем далее, что

$$|\nabla \psi_2 \times \mathbf{e}_v| \sim (\mathbf{e}_x b_1 + \mathbf{e}_z b_2) \times (\mathbf{e}_x \sin \theta + \mathbf{e}_z \cos \theta) = |\mathbf{e}_z \times \mathbf{e}_x| b_2 \sin \theta + |\mathbf{e}_x \times \mathbf{e}_z| b_1 \cos \theta \sim b_2 \sin \theta - b_1 \cos \theta,$$

и затем окончательно получим выражение

$$I_2(\mathbf{r}, \varphi, \theta, k) \sim |B_2(\mathbf{r}, k, \theta, \varphi)|^2 \sim \left| \int_0^{10} \chi(x', k, \theta) (b_2 \sin \theta - b_1 \cos \theta) dx' \right|^2, \quad (10)$$

где

$$\frac{\partial \psi_2(x, z)}{\partial x} \equiv b_1 = ik^2 n_2^2 \int_{\pi/2}^{i\infty} \times t_{\parallel} \exp(ikn_1 z_{01} \sin \xi + ikn_2 r \sin \varphi \sin \xi_2) \times J_1(kn_1 (r \cos \varphi - x') \cos \xi) \cos^2 \xi d\xi,$$

$$\frac{\psi_2(x, z)}{\partial z} \equiv b_2 = -\frac{k^2 n_1 n_2^3}{n_1^2} \int_{\pi/2}^{i\infty} t_{\parallel} \times \\ \times \exp(ikn_1 z_{01} \sin \xi + ikn_2 r \sin \varphi \sin \xi_2) \times \\ \times J_0(kn_1(r \cos \varphi - x') \cos \xi) \sqrt{1 - (n_1/n_2)^2 \cos^2 \xi} \times \\ \times \cos \xi d\xi,$$

$z_{01} = x' \operatorname{ctg} \theta + z_1 + \zeta / \sin \theta$ и сделана замена $x = r \cos \varphi$, $z = -r \sin \varphi$. Для получения выражений, удобных для расчета, интервал интегрирования следует разбить на два: от $\pi/2$ до 0 и от 0 до $i\infty$.

Если в (10) положить $n_1 = n_2 = 1.7$, $\theta = \pi/2$, то выражение для $I_2(\varphi, \theta, k)$ в точности повторит результаты работы [21]. Точно так же результат, полученный с помощью выражения (10), совпадет со значениями, даваемыми выражением (8), которое можно записать в виде

$$J \sim \left| \int_0^{10} k \cos(\theta - \varphi) \int_{-0.2}^{0.2} d\zeta dx' \times \right. \\ \times \exp \left[iknR'_0(\varphi, x', \zeta) - \frac{\zeta^2}{2\rho_1^2} - \right. \\ \left. - \frac{[(x' + \zeta \cos \theta) - \alpha z_0 \sin \theta]^2}{D\alpha z_0^2 \sin^2 \theta} + \frac{ik(z' + \zeta \cos \theta)}{\sin \theta} \right] \times \\ \left. \times [R'_0(\varphi, x', \zeta)]^{-1} \right|^2, \quad (11)$$

где

$$R'_0(\varphi, x', \zeta) = \\ = \sqrt{(r \cos \varphi - x')^2 + [r \sin \varphi + x' \operatorname{ctg} \theta + z_1 + \zeta / \sin \theta]^2}$$

и при дифференцировании векторного потенциала опущены слагаемые, пропорциональные $1/r^2$. Такая проверка косвенно указывает на правильный результат разложения по плоским волнам.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА ДЛЯ СИЛЬНОНАКЛОННЫХ ЛИВНЕЙ

При движении ливня параллельно поверхности раздела угол падения черенковского излучения является углом полного внутреннего отражения. В реальном случае, когда длина каскада и поперечный размер диска имеют конечные размеры, диаграмма излучения не является бесконечно «тонким» конусом, и при движении диска параллельно поверхности раздела часть излучения выходит на поверх-

ность. Рассмотрим далее два случая, соответствующих наклонам ливня $\theta = \pi/2 \pm \Delta\theta$. Анализ результатов проводился для двух характерных частот, $\nu \approx 150$ МГц ($k = 3$) и $\nu \approx 500$ МГц ($k = 10$). Ограничение сверху ($k < 10$) вызвано нецелесообразностью использования области высоких частот вследствие слабой интенсивности излучения [21]. В частности, такой же вывод сделан в работе [17] (использованный диапазон частот составлял 115–180 МГц), в котором авторы прямо указали на тот факт, что разработчики экспериментов, подобных GLUE, выбрали для наблюдения неоправданно высокую частоту (2.2 ГГц).

4.1. $\theta = \pi/2 + \Delta\theta$

Этот случай имеет место, например, при регистрации нейтрино с энергией 10^{21} – 10^{22} эВ, которое после прохождения отрезка пути l (несколько десятков километров) под поверхностью Луны с некоторой вероятностью может вызывать каскад на глубине 10–15 м. Есть основания считать, что в этом случае радиоимпульс, вызванный таким каскадом, может быть доступен для наблюдения радиотелескопом [13]. Угол между траекторией каскада и поверхностью Луны составляет $(\Delta\theta)_M = \theta - \pi/2 \approx l/2R_m$, где $R_m = 1.7 \cdot 10^6$ м — радиус Луны. Например, для характерного расстояния $l \approx 70$ км (так называемая длина взаимодействия нейтрино с энергией 10^{21} – 10^{22} эВ) угол $(\Delta\theta)_M \approx 1^\circ$. При частотах наблюдения $\nu \approx 2$ ГГц ($k = 40$), часто используемых для наблюдения [14–16, 18, 19], полуширина диаграммы излучения (11) в однородной среде, составляет приблизительно 1.9° , т. е. практически $2(\Delta\theta)_M$ (для значения $\alpha = 33$, которое соответствует энергии $W_0 = 10^{22}$ эВ). Вывод о том, что в этом случае максимум интенсивности вышедшего на поверхность излучения должен быть близок по величине к такому же максимуму интенсивности в однородной среде, составляет часть методики, используемой в радиоастрономическом методе.

На рис. 2а показаны максимальные значения интенсивности излучения I_{max} для ливней (при $k = 10$ и $k = 3$), которые направлены в сторону границы раздела реголит–вакуум под углом $\theta = \pi/2 + \Delta\theta$ к нормали. Эти результаты существенно уточняют принятые ранее положения. Во-первых, превышать частоту $\nu = 500$ МГц ($k \approx 10$) не имеет смысла. Это следует из расчетов, проведенных в настоящей работе и в [21]. Во-вторых, из рис. 2а видно, что интенсивность преломленного радиоимпульса растет по мере увеличения угла наклона θ , а не остается постоян-

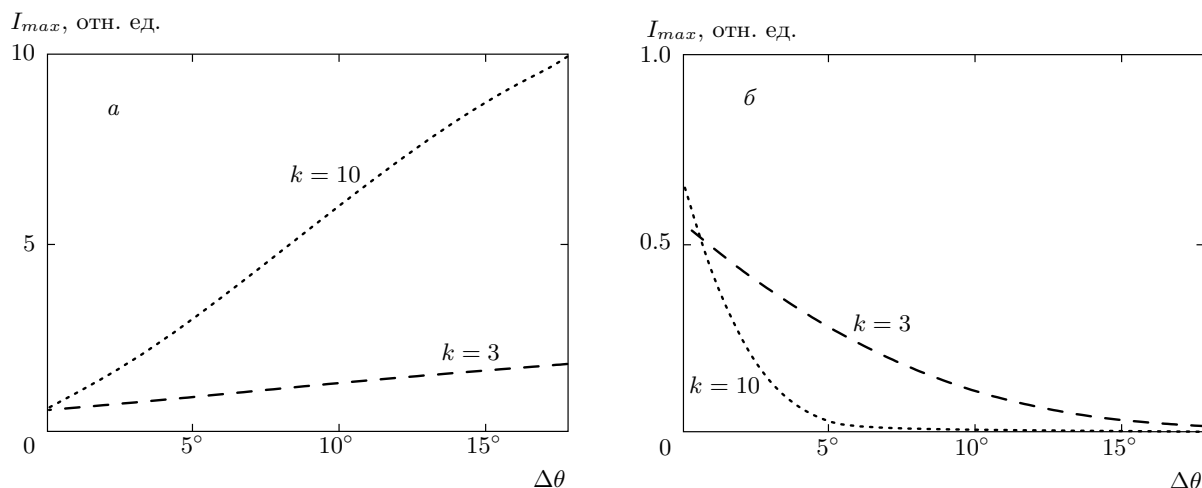


Рис. 2. Зависимости максимальной интенсивности поля излучения, вызванного ливнем, распространяющимся в направлении реголит–вакуум (а) и вакуум–реголит (б). $\Delta\theta$ — угол между горизонтом и направлением движения диска

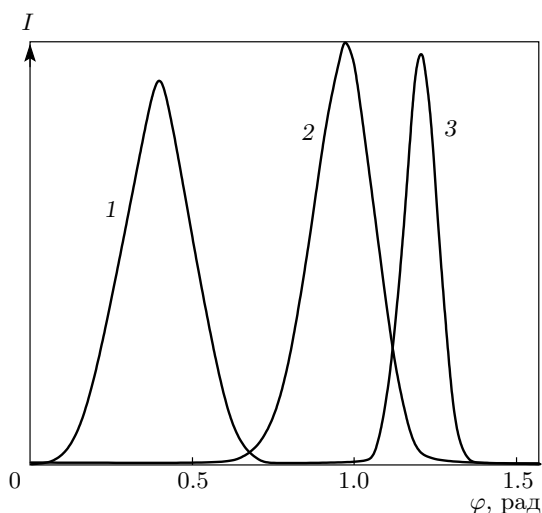


Рис. 3. Распределения интенсивности излучения в плоскости xz : кривая 1 соответствует $\Delta\theta = 0^\circ$, полуширина $\Delta\varphi_{1/2} = 18^\circ$; кривая 2 — $\Delta\theta = 17^\circ$, $\Delta\varphi_{1/2} = 10^\circ$; кривая 3 (однородная среда, $n = 1.7$) — $\Delta\theta = 17^\circ$, $\Delta\varphi_{1/2} = 7^\circ$

ной. Например, интенсивность радиоэмиссии ливня при $k = 10$ ($\nu \approx 500$ МГц) и $\Delta\theta = 0$ (т. е. для горизонтального ливня) приблизительно в 10 раз меньше, чем для угла $\Delta\theta = 17^\circ$. Для низких частот ($k = 3$) это отношение составляет всего лишь примерно 3. Для горизонтальных ливней при $k = 10$ и $k = 3$ интенсивности вышедшего излучения практически одинаковы.

Такая зависимость отчасти понятна и в рамках геометрической оптики. На рис. 3 в разных масштабах представлены диаграммы пространственного распределения излучения ($k = 10$) для трех случаев. Представленные здесь результаты получены для ливней с $\alpha = 33$ ($W_0 = 10^{22}$ эВ), $z_0 = 0.14$ м, $\rho_1 = 0.06$ м, $r = 100$ м и $D = 3$. Значительное уширение (а следовательно, и падение интенсивности) прошедшего радиоимпульса, по-видимому, связано с сильной зависимостью угла преломления ϑ_r от угла падения ϑ_i и (особенно в области значений $\vartheta_r \approx \pi/2$):

$$\frac{d\vartheta_r}{d\vartheta_i} = \frac{n_1 \cos \vartheta_i}{n_2 \cos \vartheta_r}.$$

Какой-либо зависимости параметров от глубины z_1 ливня в пределах $0 < z_1 < 5$ не обнаружено. Для больших значений $z_1 > 5$ этот факт не проверялся, поскольку проверка имеет смысл только при одновременном увеличении расстояния r от ливня до наблюдателя. Кроме того, из общих соображений понятно, что если и существует такая зависимость, то она должна проявляться при $z_1 \leq \lambda$. В данном случае длина волны входит в этот диапазон.

4.2. $\theta = \pi/2 - \Delta\theta$

В этом случае каскадный ливень может быть вызван сильновзаимодействующей тяжелой частицей (например, протоном) после пересечения границы в направлении вакуум \rightarrow реголит. Очевидно, что угол $\Delta\theta$ должен быть таким, чтобы каскадный диск (радиусом 5–6 см) мог полноценно развиваться в среде.

Поскольку максимум ливня в лунном реголите достигается на пути не менее 4–5 м, при угле $\Delta\theta \approx 1^\circ$ это условие уже выполняется, т. е. диск не «заходит» в вакуум. На рис. 2б показаны максимальные значения интенсивности преломленного излучения для ливней, направление которых соответствует выбранным углам $\pi/2 - \Delta\theta$.

Очевидно, в этом случае низкие частоты намного предпочтительнее для измерения потоков частиц, поскольку наблюдения в таком режиме обеспечивают детектору существенно большую апертуру при относительно малом падении амплитуды.

Поскольку энергия радиоимпульса пропорциональна квадрату энергии ливня, можно ожидать, что частотный диапазон 100–200 МГц будет наиболее перспективным для измерения потоков частиц сверхвысокой энергии. Ясно, что недостаток мощности радиосигнала нужно компенсировать увеличением эффективной площади антенны. В настоящее время уже существуют проекты больших антенн, и в ближайшие годы такие установки уже смогут работать. Например, радиотелескоп LOFAR, предназначенный для астрономических наблюдений на низких радиочастотах 10–240 МГц, после завершения работ его эффективная площадь будет составлять около 1 км^2 [28]. Он будет самым большим телескопом до 2017 г., когда начнет работу радиотелескоп SKA с рабочим диапазоном частот от 100 МГц до 25 ГГц и с эффективной площадью более 1 км^2 [29].

В заключение можно добавить, что сейчас известны несколько проектов измерения потока частиц сверхвысокой энергии с использованием Луны в качестве мишени. И не только с помощью радиотелескопов. По ряду причин более привлекательным представляется проведение измерений на борту орбитального модуля Луны или ледяных планет Солнечной системы [30]. Проблема взаимодействия радиоизлучения каскадного ливня с границей раздела и в этом случае будет также актуальной.

ЛИТЕРАТУРА

1. M. Takeda et al. (AGASA Collab.), *Astropart. Phys.* **19**, 447 (2003).
2. R. U. Abbasi et al. (High Resolution Fly's Eye Collab.), arXiv:astro-ph/0208243.
3. В. А. Царев, *ЭЧАЯ* **35**, 186 (2004).
4. Г. А. Гусев, Б. Н. Ломоносов, К. М. Пичхадзе и др., *Космич. исслед.* **44**, 22 (2006).
5. В. А. Рябов, В. А. Царев, А. М. Цховребов, *УФН* **178**, 1129 (2008).
6. В. А. Бедняков, *ЭЧАЯ* **33**, 1146 (2002).
7. A. Gangui, arXiv:astro-ph/0110285.
8. T. Stanev, arXiv:astro-ph/0411113.
9. J. Abraham, P. Abreu, M. Aglietta et al., arXiv:0806.4302(astro-ph).
10. Г. А. Аскарьян, *ЖЭТФ* **41**, 616 (1961).
11. Г. А. Аскарьян, *ЖЭТФ* **48**, 988 (1965).
12. А. Д. Филоненко, *УФН* **172**, 439 (2002).
13. Р. Д. Дагкесаманский, И. М. Железных, *Письма в ЖЭТФ* **50**, 233 (1989).
14. А. Р. Березняк, Р. Д. Дагкесаманский, И. М. Железных и др., *Астрон. ж.* **82**, 149 (2005).
15. T. H. Hankins, R. D. Ekers et al., *Month. Not. Roy. Astron. Soc.* **283**, 1027 (1996).
16. P. W. Gorham, K. M. Liewer, C. J. Naudet et al., arXiv:astro-ph/0310232.
17. S. Buitink, J. Bacelar, R. Braun et al., arXiv:0808.1878(astro-ph).
18. T. R. Jaeger, R. L. Mutel, and K. G. Gayley, arXiv:0910.5949(astro-ph).
19. O. Scholten, S. Buitink, J. Bacelar et al., arXiv:0910.4745(astro-ph).
20. А. Д. Филоненко, *Письма в ЖЭТФ* **91**, 483 (2010).
21. А. Д. Филоненко, *Письма в ЖЭТФ* **86**, 339 (2007).
22. С. Хаякава, *Физика космических лучей*, Мир, Москва (1973).
23. O. Scholten, J. Bacelar, R. Braun et al., arXiv:astro-ph/0508580.
24. Л. М. Бреховских, *Волны в слоистых средах*, Наука, Москва (1973).
25. М. Б. Виноградова, О. В. Руденко, А. П. Сухоруков, *Теория волн*, Наука, Москва (1979).
26. Б. З. Каценеленбаум, *Высокочастотная электродинамика*, Наука, Москва (1966).
27. Л. М. Бреховских, *УФН* **38**(5), 1 (1949).
28. M. A. Garrett, H. Rampadarath, E. Lenc, and O. Wucknitz, arXiv:0902.2534(astro-ph).
29. J. Lazio, arXiv:0910.0632(astro-ph).
30. Г. А. Гусев, Б. Н. Ломоносов, В. А. Рябов и др., *УФН* **180**, 957 (2010).