

СПИН-ВОЛНОВАЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИКА ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ МУЛЬТИФЕРРОИК – НЕМАГНИТНЫЙ ДИЭЛЕКТРИК

*Д. В. Кулагин, Г. Г. Левченко, А. С. Савченко,
А. С. Тарасенко, С. В. Тарасенко*, В. Г. Шавров*

*Донецкий физико-технический институт им. А. А. Галкина Национальной академии наук Украины
83114, Донецк, Украина*

Поступила в редакцию 27 апреля 2011 г.

На примере двухподрешеточной модели мультиферроика аналитически изучены особенности рефракции (включая эффект Гуса–Хенхена) для объемной электромагнитной волны ТМ- или ТЕ-типа, падающей извне на поверхность кирального магнитоэлектрика с однородным антисимметричным магнитоэлектрическим взаимодействием. В частности, показано, что при реализации свойств левой среды требование одновременной отрицательности диагональных компонент тензоров магнитной и диэлектрической проницаемостей не является необходимым. Полученные результаты обобщены на случай легкоосного ЦАС АФМ со структурой $4_z^\pm 2_x^+ I^-$ в постоянном внешнем магнитном поле, ортогональном легкой магнитной оси. (Отдельные результаты данной работы были предварительно опубликованы в статье [1].)

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время наблюдается резкий рост числа научных публикаций, связанных с анализом как статических, так и динамических свойств магнитных структур, обладающих линейным магнитоэлектрическим взаимодействием и, в частности, мультиферроиков [2–5]. Это связано не только с многообещающими перспективами использования магнитоэлектриков и магнитоэлектрических мультиферроиков (сред, обладающих одновременным дальним магнитным и электрическим упорядочением) в устройствах спиновой электроники, но и с изучением электромагнов — особого класса электродипольноактивных спин-волновых возбуждений, являющихся квазистатическим пределом спектра магнитных поляритонов ТМ- или ТЕ-типов [6].

Однако несмотря на постоянно растущее число как экспериментальных, так и теоретических работ, выполненных в этом направлении, до сих пор оставались в стороне вопросы, связанные с особенностями рефракции объемных и формирования эванесцентных электромагнитных волн на границе раздела немагнитный диэлектрик — магнито-

электрик. В частности, это касается сред, обладающих антисимметричным тензором магнитоэлектрического взаимодействия. В рамках двухподрешеточной ($\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2$ — намагниченности подрешеток, $|\mathbf{M}_1| = |\mathbf{M}_2| = M_0$) модели обменноколлинеарного антиферромагнетика с центром антисимметрии (ЦАС АФМ) плотность энергии пространственно-однородного магнитоэлектрического взаимодействия может быть представлена в виде [7]

$$F_{me} = -\gamma_{\alpha\beta\delta} M_\alpha L_\beta P_\delta. \quad (1)$$

Здесь $\gamma_{\alpha\beta\delta}$ — тензор магнитоэлектрических констант, $\mathbf{M} = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2$ — вектор ферромагнетизма, $\mathbf{L} = \mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2$ — вектор антиферромагнетизма, \mathbf{P} — вектор электрической поляризации. Типичными примерами сред с антисимметричным магнитоэлектрическим взаимодействием может быть мультиферроик [8], для которого

$$F_{me} = -\gamma[\mathbf{M} \times \mathbf{L}] \cdot \mathbf{P}, \quad (2)$$

а также тетрагональные антиферромагнетики со структурой $4_z^\pm 2_x^+ I^-$ [7, 9]. При этом в случае двухподрешеточного ЦАС АФМ со структурой $4_z^\pm 2_x^+ I^-$ или $4_z^- 2_x^+ I^-$ плотность энергии магнитоэлектрического взаимодействия может быть записана соответственно [7, 9] как

*E-mail: s.v.tarasenko@mail.ru

$$F_{me} = -\gamma_1 M_z (L_x P_y - L_y P_x) - \gamma_2 P_z (M_x L_y - M_y L_x) - \gamma_3 L_z (M_x P_y - M_y P_x), \quad (3)$$

$$F_{me} = -[\gamma_1 M_z (L_x P_y + L_y P_x) + \gamma_2 P_z (M_x L_y + M_y L_x) + \gamma_3 L_z (M_x P_y + M_y P_x)]. \quad (4)$$

Таким образом, мультиферроик (2) можно рассматривать как частный случай ЦАС АФМ со структурой $4_z^+ 2_x^+ I^-$ при условии, что в (3) $\gamma_1 = \gamma_2 = -\gamma_3 = \gamma$. Поскольку, как будет показано ниже, для одной и той же магнитооптической конфигурации рефракционные свойства легкоосного (ЛО) антиферромагнетика (АФМ) со структурой $4_z^+ 2_x^+ I^-$ со знаками «+» или «-» перед γ_3 существенно различны, в дальнейшем среду со знаком «-» перед γ_3 в (3) будем называть антиферромагнетиком, а со знаком «+» — мультиферроиком.

Во всех этих случаях для определенных магнитооптических конфигураций возможно одновременное резонансное возбуждение спиновых волн не только переменным магнитным, но и переменным электрическим полем (электромагноны [6]). Это означает, что в отдельных частотных диапазонах как минимум часть компонент тензоров как магнитной, так и диэлектрической проницаемостей пространственно-однородной магнитоэлектрической среды одновременно могут стать отрицательными. Это, в свою очередь, позволяет рассчитывать на формирование дополнительных аномалий при отражении и преломлении электромагнитной волны, падающей извне на поверхность такого магнетика. В первую очередь речь идет об эффекте отрицательной рефракции (проекция на границу раздела сред групповых скоростей падающей и преломленной волн имеют разные знаки) и эффекте отрицательной фазовой скорости (проекция на нормаль к границе раздела сред фазовых скоростей падающей и преломленной волн имеют разные знаки). Если оба перечисленных выше эффекта реализуются одновременно, то такую среду, как известно, принято относить к левым средам [10]. В частном случае оптически изотропной среды для этого необходимо, чтобы одновременно были отрицательны все ненулевые компоненты тензоров как магнитной, так и диэлектрической проницаемостей (по терминологии электродинамики метаматериалов среда становится дважды отрицательной).

Таким образом, можно ожидать формирования целого ряда дополнительных особенностей в рефракционных свойствах границы раздела магнитной и немагнитной сред, индуцированных антисим-

метричным пространственно-однородным магнитоэлектрическим взаимодействием (2)–(4). К настоящему времени уже известен ряд работ, посвященных анализу возможности реализации эффекта левой среды в однофазных магнитоэлектриках [11–15], однако все они основаны на ряде ограничений, существенных с точки зрения данной работы: 1) как правило, рассматривали только изотропное магнитоэлектрическое взаимодействие; 2) если магнитоэлектрическое взаимодействие и считалось анизотропным, то не учитывалась частотная зависимость магнитоэлектрических коэффициентов. Что касается мультиферроиков, то впервые возможность реализации в этом типе пространственно-однородных магнитоэлектрических сред эффекта левой среды обсуждалась в работе [16] (см. также [17]). При этом в качестве необходимого условия выдвигалось требование, чтобы среда была дважды отрицательной (возможное влияние эффектов гиротропии и магнитоэлектрического взаимодействия на условия существования левой среды не обсуждалось). В работе [18] как пример левой среды был изучен легкоосный АФМ со структурой $4_z^+ 2_x^+ I^-$, обладающий антисимметричным магнитоэлектрическим взаимодействием, причем предполагалось, что легкая магнитная ось (z) коллинеарна нормали к границе раздела сред \mathbf{n} . Однако с помощью численных методов в работе [18] был проанализирован только случай нормального падения электромагнитной волны на поверхность магнетика. В результате возможность одновременного существования наряду с эффектом отрицательной фазовой скорости также и эффекта отрицательной рефракции в [18] не обсуждалась. Внешнее магнитное \mathbf{H} и электрическое \mathbf{E} поля в работе [18] предполагались отсутствующими.

В связи с этим целью данной работы является анализ особенностей распространения и локализации электромагнитных волн ТЕ- и ТМ-типов в случае границы раздела магнитного (мультиферроик) и немагнитного полупространств при учете однородного антисимметричного магнитоэлектрического взаимодействия. Полученные результаты обобщены на случай нескомпенсированного легкоосного антиферромагнетика с центром антисимметрии (структура типа $4_z^+ 2_x^+ I^-$) и легкой осью, ортогональной поверхности магнетика.

Работа имеет следующую структуру. В разд. 2 с учетом линейного магнитоэлектрического взаимодействия вида (2), (3) получены материальные соотношения для двухподрешеточной модели легкоосного нескомпенсированного ЦАС АФМ в постоянном магнитном поле, ортогональном легкой магнит-

ной оси z . С их помощью показано, что для направлений, ортогональных внешнему магнитному полю, имеет место независимое распространение нормальных магнитных поляритонов ТЕ- и ТМ-типов. Анализ соответствующих дисперсионных соотношений позволил провести сопоставление относительно положения в k -пространстве сечений поверхностей волновых векторов (ПВВ) нормальных поляритонов s - и p -типов в немагнитной среде и магнитоэлектрике для заданной плоскости падения. На этой основе в разд. 3, 4 проведен анализ особенностей рефракции электромагнитных волн ТЕ- и ТМ-типов, падающих извне на поверхность полугоранично-го мультиферроика (нормаль к поверхности $\mathbf{n} \parallel z$), в зависимости от того, верхнее или нижнее полупространство занимает магнитоэлектрическая среда. В разд. 5 полученные результаты обобщены на случай нескомпенсированного легкоосного антиферромагнетика с центром антисимметрии (структура типа $4_z^\pm 2_x^+ I^-$) и легкой осью, ортогональной поверхности магнетика. В разд. 6 представлен критерий формирования эффекта левой среды для кирального магнитоэлектрика рассматриваемого типа и исследуемой магнитооптической конфигурации. В разд. 7 обсуждена возможность реализации эффекта левой среды для обсуждаемого класса магнитоэлектрических сред в отсутствие эффекта киральности (скомпенсированный АФМ со структурой типа $4_z^\pm 2_x^+ I^-$). В разд. 8 проанализированы условия полного внутреннего отражения и особенности реализации эффекта Гуса – Хенхена для объемной волны ТЕ- или ТМ-типа, падающей извне на границу раздела немагнетик – киральный магнитоэлектрик. В Заключении приведены основные выводы, следующие из полученных результатов.

2. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

В качестве примера однофазной магнитоэлектрической среды выберем двухподрешеточную модель тетрагонального антиферромагнетика структурой $4_z^\pm 2_x^+ I^-$ [7, 9]. Соответствующую плотность энергии с учетом линейного магнитоэлектрического взаимодействия (2)–(4) в терминах векторов ферромагнетизма \mathbf{M} и антиферромагнетизма \mathbf{L} можно представить в виде

$$F = F_m + F_p + F_{me}, \quad (5)$$

$$F_m = \frac{\delta}{2} \mathbf{M}^2 - \frac{b}{2} l_z^2 - \mathbf{M} \cdot \mathbf{H}, \quad (6)$$

$$F_p = \left(\frac{P_x^2 + P_y^2}{2\kappa_\perp} + \frac{P_z^2}{2\kappa_\parallel} - \mathbf{P} \cdot \mathbf{E} \right), \quad (7)$$

$$F_{me} = -\gamma_1 M_z (L_x P_y - L_y P_x) - \gamma_2 P_z (M_x L_y - M_y L_x) \pm \gamma_3 L_z (M_x P_y - M_y P_x), \quad (8)$$

где δ и b — соответственно константы однородного обмена, магнитной анизотропии, \mathbf{E} и \mathbf{H} — соответственно электрическое и магнитное поля, κ_\parallel , κ_\perp — соответственно продольная и поперечная диэлектрические восприимчивости, γ_{1-3} — комбинации магнитоэлектрических констант. Здесь, как уже отмечалось выше, выражение для пространственно-однородного магнитоэлектрического взаимодействия (8) со знаком «-» перед γ_3 отвечает ЛО АФМ со структурой $4_z^+ 2_x^+ I^-$, а со знаком «+» перед γ_3 обобщает выражение для энергии пространственно-однородного магнитоэлектрического взаимодействия в мультиферроике (2) (при $|\gamma_1| = |\gamma_2| = |\gamma_3| = \gamma$ они совпадают). Для описания ЛО АФМ со структурой $4_z^- 2_x^+ I^-$ необходимо в выражениях (5)–(8) заменить (8) на (4).

В рамках феноменологической теории динамические свойства исследуемой модели магнитного кристалла описываются системой дифференциальных уравнений, включающей в себя, помимо уравнений Максвелла, также и уравнения Ландау – Лифшица для векторов \mathbf{M} и \mathbf{L} . Ограничимся в дальнейшем анализом легкоосной фазы, считая, что $b > 0$ ($\mathbf{L}_0 \parallel z$, \mathbf{L}_0 — равновесный вектор антиферромагнетизма). Если $\kappa_\parallel, \kappa_\perp > 0$, то в ненулевом постоянном внешнем магнитном поле $\mathbf{H}_0 \parallel x$ основное состояние рассматриваемого магнетика, как следует из формул (5)–(8), характеризуется следующей равновесной ориентацией векторов ферромагнетизма \mathbf{M}_0 , антиферромагнетизма \mathbf{L}_0 , и электрической поляризации $\mathbf{P}_0 \parallel y$:

$$\mathbf{M}_0 \parallel x, \quad \mathbf{L}_0 \parallel z, \quad \mathbf{P}_0 \parallel y, \quad (9)$$

что согласно работе [19] соответствует нескомпенсированному антиферромагнетнику.

В результате материальные соотношения для рассматриваемой модели киральной магнитоэлектрической среды (5)–(8) в приближении, линейном по амплитуде малых колебаний, будут иметь следующую структуру:

$$\begin{aligned}
\mathbf{M} &= \begin{pmatrix} \chi_{xx}(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & \chi_{yy}(\omega) & -i\chi_*(\omega) \\ 0 & i\chi_*(\omega) & \chi_{zz}(\omega) \end{pmatrix} \times \\
&\times \mathbf{H} + \begin{pmatrix} 0 & \mp\beta_4(\omega) & -i\beta_1(\omega) \\ \pm\beta_3(\omega) & 0 & 0 \\ \pm i\beta_2(\omega) & 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{E}, \\
\mathbf{P} &= \begin{pmatrix} \alpha_{xx}(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{yy}(\omega) & \pm i\alpha_*(\omega) \\ 0 & \mp i\alpha_*(\omega) & \alpha_{zz}(\omega) \end{pmatrix} \times \\
&\times \mathbf{E} + \begin{pmatrix} 0 & \pm\beta_3(\omega) & \mp i\beta_2(\omega) \\ \mp\beta_4(\omega) & 0 & 0 \\ i\beta_1(\omega) & 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{H}.
\end{aligned} \tag{10}$$

Здесь верхний знак в соответствии с (8) отвечает мультиферроику, а нижний — ЛО АФМ $4_2^+ 2_1^+ I^-$.

Расчет показывает, что для $|\mathbf{M}_0| \ll |\mathbf{L}_0|$ (слабое по сравнению с межподрешеточным обменом магнитное поле) и частот ω , малых по сравнению с частотами собственных колебаний сегнетоэлектрической подсистемы, ненулевые компоненты тензоров магнитной, диэлектрической, магнитоэлектрической восприимчивостей в (10) можно представить в виде

$$\begin{aligned}
\chi_{xx} &= T_x \frac{\omega_{AF}^2}{\Delta_{AF}}, \quad \chi_{yy} = T_y \frac{\omega_F^2}{\Delta_F}, \quad \chi_{zz} = T_z \frac{\omega_F^2}{\Delta_F}, \\
\chi_* &= \sqrt{T_y T_z} \frac{\omega_F \omega}{\Delta_F}, \quad \alpha_{xx} = \alpha_{x0} + R_x \frac{\omega_F^2}{\Delta_F}, \\
\alpha_{yy} &= \alpha_{y0} + R_y \frac{\omega_{AF}^2}{\Delta_{AF}}, \quad \alpha_* = \sqrt{R_y R_z} \frac{\omega_{AF} \omega}{\Delta_{AF}}, \\
\alpha_{zz} &= \alpha_{z0} + R_z \frac{\omega_{AF}^2}{\Delta_{AF}}, \quad \beta_1 = \sqrt{R_z T_x} \frac{\omega_{AF} \omega}{\Delta_{AF}}, \\
\beta_2 &= \sqrt{R_x T_z} \frac{\omega_F \omega}{\Delta_F}, \quad \beta_3 = \sqrt{R_x T_y} \frac{\omega_F^2}{\Delta_F}, \\
\beta_4 &= \sqrt{R_y T_x} \frac{\omega_{AF}^2}{\Delta_{AF}}, \quad \Delta_F = \omega_F^2 - \omega^2, \\
\Delta_{AF} &= \omega_{AF}^2 - \omega^2.
\end{aligned} \tag{11}$$

Здесь T_i — статическая магнитная восприимчивость в направлении $i = x, y, z$, α_{i0} — статическая диэлектрическая восприимчивость в направлении $i = x, y, z$ без учета влияния магнитной подсистемы (для (5)–(7) без учета магнитоэлектрического взаимодействия), $\alpha_{i0} + R_i$ — статическая диэлектрическая восприимчивость в направлении $i = x, y, z$ с учетом влияния магнитной подсистемы (для (5)–(7) с учетом магнитоэлектрического взаимодействия (8)), $\omega_{AF, F}$ — частоты однородного

АФМ-резонанса (АФМР) неограниченного антиферромагнетика (5)–(8).

Для обсуждаемой модели магнитоэлектрика (5)–(8) введенные выше компоненты тензоров статической магнитной и диэлектрической восприимчивостей, а также частоты однородного АФМР могут быть представлены в виде

$$\begin{aligned}
T_x &= \frac{1}{\bar{\delta}_{AF}}, \quad T_y = \frac{1}{\bar{\delta}_F}, \quad T_z = \frac{M_0^2}{\bar{\delta}_F M_0^2 + \bar{b} L_0^2}, \\
R_x &= \frac{\kappa_\perp^2 \gamma_3^2 L_0^2}{\bar{\delta}_F}, \quad R_y = \frac{\kappa_\perp^2 \gamma_3^2 L_0^2 (1 - M_0^2 / L_0^2)^2}{\bar{\delta}_{AF}}, \\
R_z &= \frac{(g \gamma_2 \kappa_\parallel L_0 M_0)^2}{\bar{\omega}_{AF}^2}, \quad \alpha_{x0} = \alpha_{y0} = \kappa_\perp, \\
\alpha_{z0} &= \kappa_\parallel, \quad \omega_{AF}^2 = \bar{\delta}_{AF} \bar{\omega}_{AF}^2, \quad \omega_F^2 = \bar{\delta}_F \bar{\omega}_F^2, \\
\bar{\omega}_{AF}^2 &= g^2 L_0^2 [b + M_0^2 (\kappa_\perp \gamma_3^2 - \kappa_\parallel \gamma_2^2)], \\
\bar{\omega}_F^2 &= g^2 (\bar{\delta}_F M_0^2 + \bar{b} L_0^2), \\
\bar{\delta}_F &= \delta + b - \kappa_\perp \gamma_3^2 (L_0^2 - M_0^2), \\
\bar{\delta}_{AF} &= \delta + b - \kappa_\perp \gamma_3^2 (L_0^2 - 5M_0^2), \\
\bar{b} &= b + 2\kappa_\perp \gamma_3 M_0^2 (\gamma_1 + \gamma_3).
\end{aligned} \tag{12}$$

Если магнитоэлектрический эффект отсутствует ($\gamma_{\alpha\beta\gamma} = 0$), то при $\mathbf{M}_0 \parallel x$, $\mathbf{L}_0 \parallel z$ ($b > 0$), $|\mathbf{P}_0| = 0$ ненулевыми являются только следующие компоненты тензоров магнитной и диэлектрической восприимчивостей в (11)

$$\begin{aligned}
\chi_{xx} &= T_x \frac{\omega_{AF}^2}{\Delta_{AF}}, \quad \chi_{yy} = T_y \frac{\omega_F^2}{\Delta_F}, \quad \chi_{zz} = T_z \frac{\omega_F^2}{\Delta_F}, \\
\chi_* &= \sqrt{T_y T_z} \frac{\omega_F \omega}{\Delta_F}, \quad \alpha_{xx} = \alpha_{x0}, \quad \alpha_{yy} = \alpha_{y0}, \\
\alpha_{zz} &= \alpha_{z0}, \quad \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = 0, \\
\Delta_F &= \omega_F^2 - \omega^2, \quad \Delta_{AF} = \omega_{AF}^2 - \omega^2.
\end{aligned} \tag{13}$$

Это полностью соответствует материальным соотношениям используемым для описания спин-волновой электродинамики centrosymmetric некомпенсированных антиферромагнетиков с подобной равновесной магнитной конфигурацией [20].

Совместный анализ соотношений (10)–(11) показывает, что если волновой вектор распространяющихся электромагнитных волн лежит в плоскости yz , то для рассматриваемой модели неограниченного магнитоэлектрика (т. е. при любом знаке перед γ_3 в (8)) и основного состояния (9) возможно независимое распространение нормальных магнитных поляритонов ТЕ- и ТМ-типов.

В результате спектр нормальных магнитных поляритонов ТЕ- и ТМ-типов в неограниченном магнитоэлектрическом мультиферроике (знак плюс перед γ_3 в (8)) или антиферромагнетике со структурой

$4_z^+ 2_x^+ I^-$ (знак минус перед γ_3 в (8)) будет определяться следующими соотношениями:

$$\frac{\mu_{yy}}{\mu_{zz}} k_y^2 + \left(k_z \mp \frac{\omega}{c} \left[\frac{\mu_{zz} \bar{\beta}_3 - \mu_* \bar{\beta}_2}{\mu_{zz}} \right] \right)^2 - \frac{\omega^2 (\mu_{yy} \mu_{zz} - \mu_*^2) (\varepsilon_{xx} \mu_{zz} - \bar{\beta}_2^2)}{c^2 \mu_{zz}^2} = 0 \quad (14)$$

для ТЕ-волны,

$$\frac{\varepsilon_{yy}}{\varepsilon_{zz}} k_y^2 + \left(k_z \mp \frac{\omega}{c} \frac{\varepsilon_{zz} \bar{\beta}_4 - \varepsilon_* \bar{\beta}_1}{\varepsilon_{zz}} \right)^2 - \frac{\omega^2 (\varepsilon_{yy} \varepsilon_{zz} - \varepsilon_*^2) (\mu_{xx} \varepsilon_{zz} - \bar{\beta}_1^2)}{c^2 \varepsilon_{zz}^2} = 0 \quad (15)$$

для ТМ-волны, где c — скорость света, $\hat{\varepsilon}$ и $\hat{\mu}$ — тензоры диэлектрической и магнитной проницаемости, $\bar{\beta}_\lambda = 4\pi\beta_\lambda$ ($\lambda = 1, 2, 3, 4$), см. (10). Верхний знак перед ω/c отвечает мультиферроику.

Для выяснения кинематических особенностей отражения и преломления электромагнитных волн на границе магнитного и немагнитного полупространств удобно совместно рассмотреть уравнения кривых, определяющих сечения ПВВ электромагнитной волны (ТЕ- или ТМ-типов) плоскостью падения $\mathbf{k} \in yz$ [21]. При фиксированной частоте волны ω из (14), (15) следует, что для исследуемого типа магнитоэлектрической среды (5)–(9) форма сечения ПВВ как для волны ТМ-типа, так и для волны ТЕ-типа с $\mathbf{k} \in yz$ определяется соотношением (верхний знак при c_α отвечает мультиферроику)

$$\frac{k_y^2}{a_\alpha^2} + \frac{(k_z \mp c_\alpha)^2}{b_\alpha^2} = 1, \quad \alpha = s, p, \quad (16)$$

$$\begin{aligned} a_s^2 &\equiv \frac{(\mu_{yy} \mu_{zz} - \mu_*^2) (\varepsilon_{xx} \mu_{zz} - \bar{\beta}_2^2) k_0^2}{\mu_{yy} \mu_{zz}}, \\ a_p^2 &\equiv \frac{(\varepsilon_{yy} \varepsilon_{zz} - \varepsilon_*^2) (\mu_{xx} \varepsilon_{zz} - \bar{\beta}_1^2) k_0^2}{\varepsilon_{yy} \varepsilon_{zz}}, \\ b_s^2 &\equiv \frac{k_0^2 (\mu_{yy} \mu_{zz} - \mu_*^2) (\varepsilon_{xx} \mu_{zz} - \bar{\beta}_2^2)}{\mu_{zz}^2}, \\ b_p^2 &\equiv \frac{k_0^2 (\varepsilon_{yy} \varepsilon_{zz} - \varepsilon_*^2) (\mu_{xx} \varepsilon_{zz} - \bar{\beta}_1^2)}{\varepsilon_{zz}^2}, \\ c_s &\equiv k_0 \left[\frac{\mu_{zz} \bar{\beta}_3 - \mu_* \bar{\beta}_2}{\mu_{zz}} \right], \\ c_p &\equiv k_0 \left[\frac{\varepsilon_{zz} \bar{\beta}_4 - \varepsilon_* \bar{\beta}_1}{\varepsilon_{zz}} \right], \quad k_0 \equiv \frac{\omega}{c}. \end{aligned} \quad (17)$$

Что же касается оптически изотропного немагнитного диэлектрика, который граничит с рассматриваемым магнитоэлектриком, то для него сечение

ПВВ нормальной ТЕ- или ТМ-волны плоскостью падения определяется выражением

$$k_y^2 + k_z^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \tilde{\varepsilon}, \quad (18)$$

где $\tilde{\varepsilon}$ — диэлектрическая проницаемость немагнитной среды.

Для анализа (16), (17) введем характерные частоты $\omega_{sy}, \omega_{sz}, \omega_{py}, \omega_{pz}, \Omega_{s1}, \Omega_{s2}, \Omega_{p1}, \Omega_{p2}$, определяемые соотношениями

$$\begin{aligned} \mu_{yy}(\omega_{sy}) &= 0, & \mu_{zz}(\omega_{sz}) &= 0, \\ \varepsilon_{yy}(\omega_{py}) &= 0, & \varepsilon_{zz}(\omega_{pz}) &= 0, \\ \mu_{yy}(\Omega_{s1}) \mu_{zz}(\Omega_{s1}) - \mu_*^2(\Omega_{s1}) &= 0, \\ \varepsilon_{yy}(\Omega_{p1}) \varepsilon_{zz}(\Omega_{p1}) - \varepsilon_*^2(\Omega_{p1}) &= 0, \\ \varepsilon_{xx}(\Omega_{s2}) \mu_{zz}(\Omega_{s2}) - \bar{\beta}_2^2(\Omega_{s2}) &= 0, \\ \mu_{xx}(\Omega_{p2}) \varepsilon_{zz}(\Omega_{p2}) - \bar{\beta}_1^2(\Omega_{p2}) &= 0. \end{aligned} \quad (19)$$

В результате с учетом (10), (11) имеем

$$\begin{aligned} \Omega_{s1}^2 &= \omega_F^2 (1 + 4\pi T_y) (1 + 4\pi T_z), \\ \Omega_{s2}^2 &= \omega_F^2 \left(1 + \frac{4\pi R_x}{\varepsilon_{x0}} \right) (1 + 4\pi T_z), \\ \Omega_{p1}^2 &= \omega_{AF}^2 \left(1 + \frac{4\pi R_y}{\varepsilon_{y0}} \right) \left(1 + \frac{4\pi R_z}{\varepsilon_{z0}} \right), \\ \Omega_{p2}^2 &= \omega_{AF}^2 (1 + 4\pi T_x) \left(1 + \frac{4\pi R_z}{\varepsilon_{z0}} \right), \\ \omega_{sy}^2 &= \omega_F^2 (1 + 4\pi T_y), & \omega_{sz}^2 &= \omega_F^2 (1 + 4\pi T_z), \\ \omega_{py}^2 &= \omega_{AF}^2 \left(1 + \frac{4\pi R_y}{\varepsilon_{y0}} \right), \\ \omega_{pz}^2 &= \omega_{AF}^2 \left(1 + \frac{4\pi R_z}{\varepsilon_{z0}} \right). \end{aligned} \quad (20)$$

Из формулы (20) следует, что при достаточно малых величинах внешнего магнитного поля $|\mathbf{M}_0| \ll |\mathbf{L}_0|$ и «слабом» магнитоэлектрическом эффекте (МЭЭ) имеет место следующая система неравенств:

$$\begin{aligned} \Omega_{s1} &> \omega_{sy} > \Omega_{s2} > \omega_{sz} \\ \text{при } R_x &< \frac{\varepsilon_{x0}(T_y - T_z)}{1 + 4\pi T_z}, & \text{ТЕ-волна,} \\ \Omega_{p2} &> \Omega_{p1} > \omega_{py} > \omega_{pz} \\ \text{при } T_x &> R_y/\varepsilon_{y0}, & \text{ТМ-волна,} \end{aligned} \quad (21)$$

тогда как в условиях «сильного» МЭЭ:

$$\begin{aligned} \Omega_{s2} &> \Omega_{s1} > \omega_{sy} > \omega_{sz} \\ \text{при } R_x &> \varepsilon_{x0} T_y, & \text{ТЕ-волна,} \\ \Omega_{p1} &> \omega_{py} > \Omega_{p2} > \omega_{pz} \\ \text{при } T_x &< \frac{\varepsilon_{y0} R_y - \varepsilon_{z0} R_z}{\varepsilon_{y0} (\varepsilon_{z0} + 4\pi R_z)}, & \text{ТМ-волна.} \end{aligned} \quad (22)$$

Таким образом, в случае сильного МЭЭ (22) характер рефракции объемной волны ТМ-типа будет такой же, как у объемной волны ТЕ-типа в случае слабого магнитоэлектрического эффекта (21) с точностью до формальной замены в индексах характерных частот s на p . Аналогично, в условиях (22) характер рефракции объемной волны ТЕ-типа будет таким же, как у объемной волны ТМ-типа в случае слабого МЭЭ (21) с точностью до формальной замены в индексах характерных частот p на s . Что касается «промежуточных» значений МЭЭ, то для случая ТМ-волны, т. е. при

$$\frac{R_y}{\varepsilon_{y0}} > T_x > \frac{\varepsilon_{y0}R_y - \varepsilon_{z0}R_z}{\varepsilon_{y0}(\varepsilon_{z0} + 4\pi R_z)}$$

справедливо соотношение $\Omega_{p1} > \Omega_{p2} > \omega_{py} > \omega_{pz}$, а для случая ТЕ-волны, т. е. при

$$\varepsilon_{x0}T_y > R_x > \varepsilon_{x0}\frac{T_y - T_z}{1 + 4\pi T_z}$$

выполняется $\Omega_{s1} > \Omega_{s2} > \omega_{sy} > \omega_{sz}$.

Из написанного выше и совместного анализа (16), (17), (21), (22) следует, что, если ввести величины

$$\begin{aligned} \omega_{ab} &\equiv \max\{\omega_{ay}, \omega_{az}\}, & \omega_{aa} &\equiv \min\{\omega_{ay}, \omega_{az}\}, \\ \Omega_{\alpha B} &\equiv \max\{\Omega_{\alpha 1}, \Omega_{\alpha 2}\}, \\ \Omega_{\alpha A} &\equiv \min\{\Omega_{\alpha 1}, \Omega_{\alpha 2}\}, & \alpha &= s, p, \end{aligned} \quad (23)$$

то с учетом (20) для рассматриваемой модели магнитоэлектрика, заданной величины МЭЭ и фиксированного типа поляризации $\alpha = s, p$ объемной электромагнитной волны все рассмотренные выше случаи относительного расположения характеристических частот $\Omega_{\alpha 1}, \Omega_{\alpha 2}, \omega_{ay}, \omega_{az}$ можно свести к двум вариантам неравенств:

$$\Omega_{\alpha B} > \omega_{ab} > \Omega_{\alpha A} > \omega_{aa}, \quad (24)$$

$$\Omega_{\alpha B} > \Omega_{\alpha A} > \omega_{ab} > \omega_{aa}, \quad \alpha = s, p. \quad (25)$$

Это означает, что в силу (16)–(23) и при заданной величине МЭЭ для неограниченных магнитной и немагнитной сред в зависимости от частоты возможен один из указанных на рис. 1 вариантов взаимного расположения в \mathbf{k} -пространстве сечений ПВВ нормальной электромагнитной волны ТМ- или ТЕ-типа плоскостью падения yz (направление групповой скорости волны не учитывается)¹⁾. Что же касается случая (25), то для него при $0 < \omega < \omega_{\alpha a}$ реализуется

¹⁾ Характеристическая частота $\Omega_{\alpha 0}$ для рис. 1 при фиксированной поляризации волны α определяется из формул (16)–(20) условием $k_y = k_z = 0$.

вариант, представленный на рис. 1а, при $\omega_{\alpha a} < \omega < \omega_{\alpha b}$ — на рис. 1б, при $\omega_{\alpha b} < \omega < \Omega_{\alpha A}$ — на рис. 1в, при $\Omega_{\alpha A} < \omega < \Omega_{\alpha B}$ — на рис. 1г, при $\Omega_{\alpha B} < \omega < \Omega_{\alpha 0}$ — на рис. 1д, при $\omega > \Omega_{\alpha 0}$ — на рис. 1е.

При этом для указанной геометрии распространения вектор Пойнтинга \mathbf{S}_α (где $\alpha = p, s$), как следует из работы [22], с учетом типа среды будет определяться следующим образом: в неограниченной немагнитной среде

$$S_s = \{0, k_y, k_z\} \frac{|E_x|^2}{8\pi k_0}, \quad (26)$$

$$S_p = \{0, k_y, k_z\} \frac{|H_x|^2}{8\pi \varepsilon k_0},$$

в неограниченном мультиферроике

$$S_s = \{0, \mu_{yy}k_y, \mu_{zz}(k_z \mp c_s)\} \times \frac{|E_x|^2}{8\pi k_0(\mu_{yy}\mu_{zz} - \mu_*^2)}, \quad (27)$$

$$S_p = \{0, \varepsilon_{yy}k_y, \varepsilon_{zz}(k_z \mp c_p)\} \times \frac{|H_x|^2}{8\pi k_0(\varepsilon_{yy}\varepsilon_{zz} - \varepsilon_*^2)}.$$

Здесь, в соответствии с формулой (10), верхний знак отвечает мультиферроику, а нижний — ЛО АФМ со структурой $4_z^+ 2^+ I^-$.

Ограничимся в дальнейшем анализом тех же относительной ориентации равновесного вектора антиферромагнетизма \mathbf{L}_0 и нормали к границе раздела сред \mathbf{n} , что и в работе [18].

В соответствии с [21] каждый раз, когда на рис. 1 прямая, параллельная оси ординат (а значит, и вектору \mathbf{n}), пересекает только ПВВ нормальной волны с поляризацией ТМ- или ТЕ-типа в немагнитной среде (18), для объемной волны соответствующей поляризации, падающей из немагнитной среды на поверхность рассматриваемого магнитоэлектрика и обладающей соответствующим углом наклона, будет иметь место эффект полного внутреннего отражения (ПВО) [22]. Эффект преломления в магнитную среду реализуется в том случае, если указанная прямая одновременно пересекает ПВВ нормальной электромагнитной волны как в немагнитной среде, так и в граничащем с ней магнитоэлектрике. При этом лежащий в плоскости падения радиус-вектор точки пересечения прямой и ПВВ определяет в \mathbf{k} -пространстве направление фазовой скорости для данного типа волны соответственно в немагнитной (для падающей k_i и отраженной k_r волн) и в магнитной (волна k_{rf}) средах.

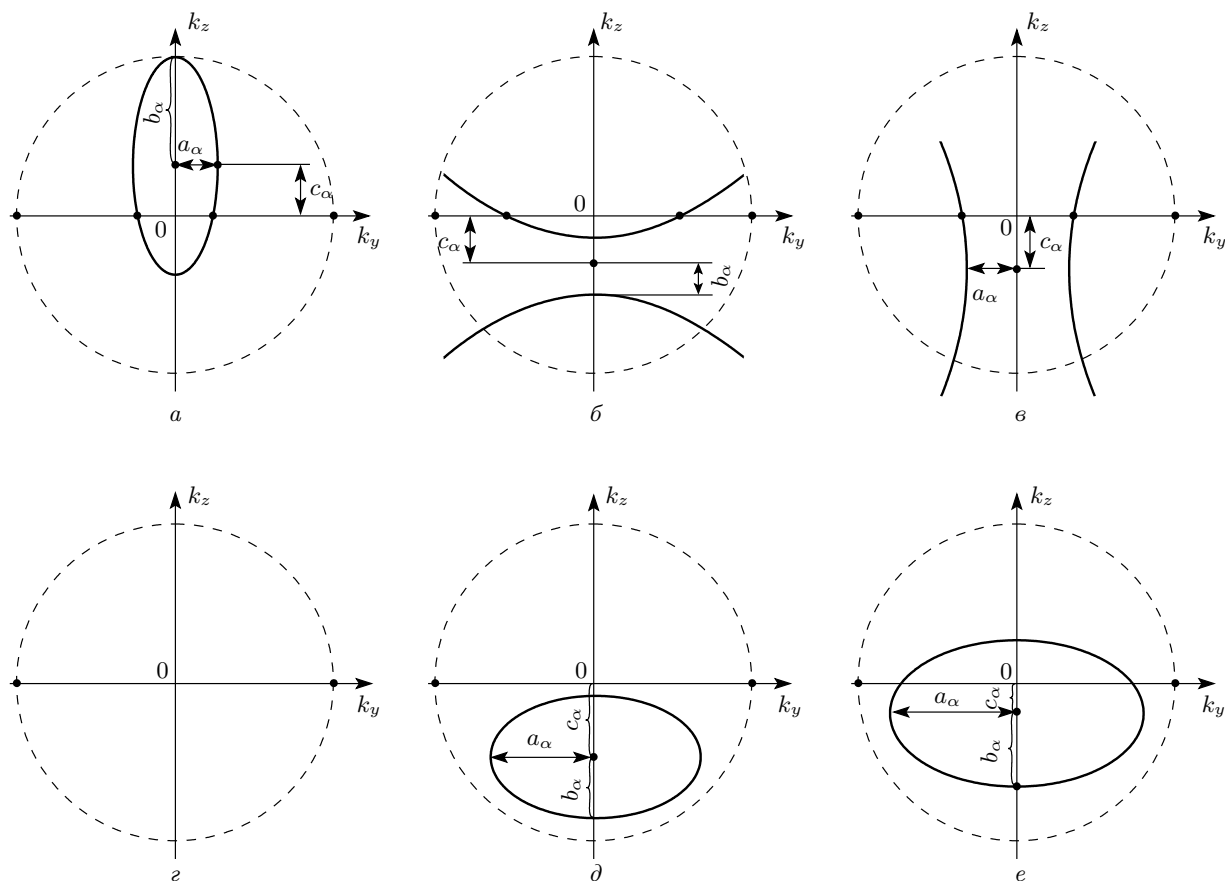


Рис. 1. Возможные варианты сочетания структуры сечений ПВВ нормальной волны ТМ- или ТЕ-типа плоскостью $k_y k_z$ для мультиферроика (14), (15) (сплошные линии) и немагнитной среды (18) (штриховые линии) в зависимости от частоты волны ω . При этом в случае (24) вариант *a* справедлив для $0 < \omega < \omega_{\alpha\alpha}$, *б* — для $\omega_{\alpha\alpha} < \omega < \Omega_{\alpha A}$, *в* — для $\Omega_{\alpha A} < \omega < \omega_{\alpha\beta}$, *г* — для $\omega_{\alpha\beta} < \omega < \Omega_{\alpha B}$, *д* — для $\Omega_{\alpha B} < \omega < \Omega_{\alpha 0}$, *е* — для $\omega > \Omega_{\alpha 0}$

Нормаль к касательной в обсуждаемой точке пересечения прямой и ПВВ определяет направление групповой скорости волны в немагнитной и магнитной средах. Знак проекции групповой скорости на нормаль к границе раздела сред и на границу раздела в случае волн ТМ- или ТЕ-типа как в немагнитной, так и в магнитной среде совпадает со знаком аналогичных проекций вектора Пойнтинга \mathbf{S}_α ($\alpha = p, s$) в соответствующей среде (26), (27).

Из совместного анализа формул (26), (27) и (10)–(12), (19), (20), (23) можно сделать вывод, что в случае, когда частота волны с поляризацией $\alpha = p, s$ удовлетворяет условию $\Omega_{\alpha A} > \omega > \omega_{\alpha\alpha}$, на плоскости $k_y k_z$ вектор групповой скорости (v_g) будет направлен вдоль внутренней нормали к кривой (16), (17), описывающей форму сечения ПВВ сагиттальной плоскостью для соответствующего типа нор-

мальной электромагнитной волны в магнитоэлектрике. Для всех остальных частотных диапазонов и независимо от типа волны вектор групповой скорости будет совпадать с направлением внешней нормали к кривой, определяемой формулами (16), (17).

Таким образом, на основании рис. 1 можно утверждать, что для рассматриваемой магнитооптической конфигурации ($\mathbf{n} \parallel z \parallel \mathbf{L}_0, \mathbf{H}_0 \parallel x$) при фиксированном знаке перед γ_3 в (8) характер рефракции объемной электромагнитной волны ТМ- или ТЕ-типа с $\mathbf{k} \in yz$, падающей извне на поверхность рассматриваемого магнитоэлектрика (5)–(8), зависит от того, нижнее ($z < 0$) или верхнее ($z > 0$) полупространство по отношению к немагнитной среде занимает магнитная среда (это соответствует падению объемной электромагнитной волны из немагнитной среды на верхнюю или нижнюю грань пластины об-

суждаемого магнитоэлектрика с той же магнитооптической конфигурацией²⁾.

Обозначим как А и В варианты, при которых рассматриваемый мультиферроик занимает соответственно нижнее ($z < 0$) или верхнее ($z > 0$) полупространство. В дальнейшем при записи соотношений для формы сечений ПВВ сагиттальной плоскостью yz (16)–(20) будем полагать, что нормаль к границе раздела магнитной и немагнитной сред \mathbf{n} направлена внутрь немагнитной среды.

Пусть частота ω падающей извне на поверхность магнитоэлектрика волны и проекция ее волнового вектора на границу раздела сред (k_{\perp}) являются изменяемыми внешними параметрами. В этом случае из формул (14)–(25) следует, что для обсуждаемой магнитооптической конфигурации $\mathbf{n} \parallel z \parallel \mathbf{L}_0$ ($\mathbf{M}_0 \parallel x$, $\mathbf{P}_0 \parallel y$), $\mathbf{k} \in yz$ на плоскости ω и k_{\perp} в зависимости от величины МЭЭ возможен один из двух вариантов расположения областей существования в магнетике однородных (объемных) и неоднородных (эванесцентных) электромагнитных волн с заданным типом поляризации $\alpha = s, p$ (см. рис. 2). Вариант, отвечающий неравенствам (24), приведен на рис. 2а и одновременно соответствует как волне ТМ-типа при большом МЭЭ, так и волне ТЕ-типа при малом МЭЭ. В противном случае, в соответствии с (24), (25), имеет место вариант рис. 2б.

Таким образом, в дальнейшем для анализа процессов рефракции объемной волны ТМ-типа ($\alpha = p$) или ТЕ-типа ($\alpha = s$) с $\mathbf{k} \in yz$, падающей извне на поверхность магнитоэлектрика (5)–(8), занимающего нижнее (вариант А) или верхнее (вариант В) полупространство ($\mathbf{n} \parallel z \parallel \mathbf{L}_0$, $\mathbf{M}_0 \parallel x$, $\mathbf{P}_0 \parallel y$), достаточно в силу (21), (22) и (24), (25) изучить только случай слабого МЭЭ (21).

3. ОСОБЕННОСТИ РЕФРАКЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ТЕ- И ТМ-ТИПОВ НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА НЕМАГНЕТИК – МУЛЬТИФЕРРОИК. ВАРИАНТ А

Поскольку рассматриваемый мультиферроик занимает нижнее полупространство ($z < 0$), для него из (16), (17) следует, что при $\mathbf{k} \in yz$ сечение ПВВ

²⁾ Необходимо отметить, что для основного состояния (9) рассматриваемой магнитоэлектрической среды (5)–(8) изменение направления \mathbf{M}_0 на противоположное приводит к смене на противоположное также и направления вектора поляризации \mathbf{P}_0 .

нормальной ТЕ- или ТМ-волны плоскостью падения определяется следующим соотношением:

$$\frac{k_y^2}{a_{\alpha}^2} + \frac{(k_z - c_{\alpha})^2}{b_{\alpha}^2} = 1, \quad \alpha = s, p, \quad (28)$$

где, в соответствии с (20):

$$\begin{aligned} a_s^2 &= \varepsilon_x \frac{\omega^2}{c^2} \frac{(\Omega_{s1}^2 - \omega^2)(\Omega_{s2}^2 - \omega^2)}{(\omega_{sy}^2 - \omega^2)(\omega_{sz}^2 - \omega^2)}, \\ a_p^2 &= \varepsilon_z \frac{\omega^2}{c^2} \frac{(\Omega_{p1}^2 - \omega^2)(\Omega_{p2}^2 - \omega^2)}{(\omega_{py}^2 - \omega^2)(\omega_{pz}^2 - \omega^2)}, \\ b_s^2 &= \varepsilon_x \frac{\omega^2}{c^2} \frac{(\Omega_{s1}^2 - \omega^2)(\Omega_{s2}^2 - \omega^2)}{(\omega_{sz}^2 - \omega^2)^2}, \\ b_p^2 &= \varepsilon_y \frac{\omega^2}{c^2} \frac{(\Omega_{p1}^2 - \omega^2)(\Omega_{p2}^2 - \omega^2)}{(\omega_{pz}^2 - \omega^2)^2}, \\ c_s &= \frac{\omega}{c} \frac{R\omega_{sz}^2}{\omega_{sz}^2 - \omega^2}, \quad c_p = \frac{\omega}{c} \frac{T\omega_{pz}^2}{\omega_{pz}^2 - \omega^2}. \end{aligned} \quad (29)$$

Здесь $T \equiv 4\pi\sqrt{R_y T_x}$, $R \equiv 4\pi\sqrt{T_y R_x}$.

Введем для электромагнитной волны с заданной поляризацией $\alpha = s, p$ характеристическое волновое число:

$$k_{\alpha*} = k_y (k_z = 0) = a_{\alpha} \sqrt{1 - \frac{c_{\alpha}^2}{b_{\alpha}^2}}, \quad \alpha = s, p. \quad (30)$$

Из формул (28)–(30) следует, что при заданной величине МЭЭ вид сечений ПВВ плоскостью падения существенным образом зависит как от частоты возбуждаемой в магнетике электромагнитной волны, так и от ее поляризации.

Соотношения (23)–(30) позволяют проанализировать влияние киральных свойств исследуемой АФМ-структуры ($\mathbf{M}_0 \parallel x$) на кинематику преломления объемной ТЕ- или ТМ-волны, падающей извне на поверхность рассматриваемого полуограниченно магнитоэлектрика (5)–(9).

Начнем со случая рефракции объемной волны ТМ- или ТЕ-типа на границе раздела немагнетик – мультиферроик, считая, что соотношение между характерными частотами (20) отвечает случаю (23), (25). Совместный анализ соотношений для потока энергии (26), (27) и формы сечения ПВВ (28), (29) показывает, что в зависимости от частоты падающей на поверхность рассматриваемого мультиферроика ($z < 0$) объемной волны с поляризацией $\alpha = s, p$ и $\mathbf{k} \in yz$ возможны следующие режимы рефракции (см. рис. 3).

1. Для $0 < \omega < \omega_{\alpha\alpha}$ ($c_{\alpha} > 0$) формирование преломленной объемной волны в мультиферроике возможно в интервале углов падения $|k_{\perp}| < a_{\alpha}$

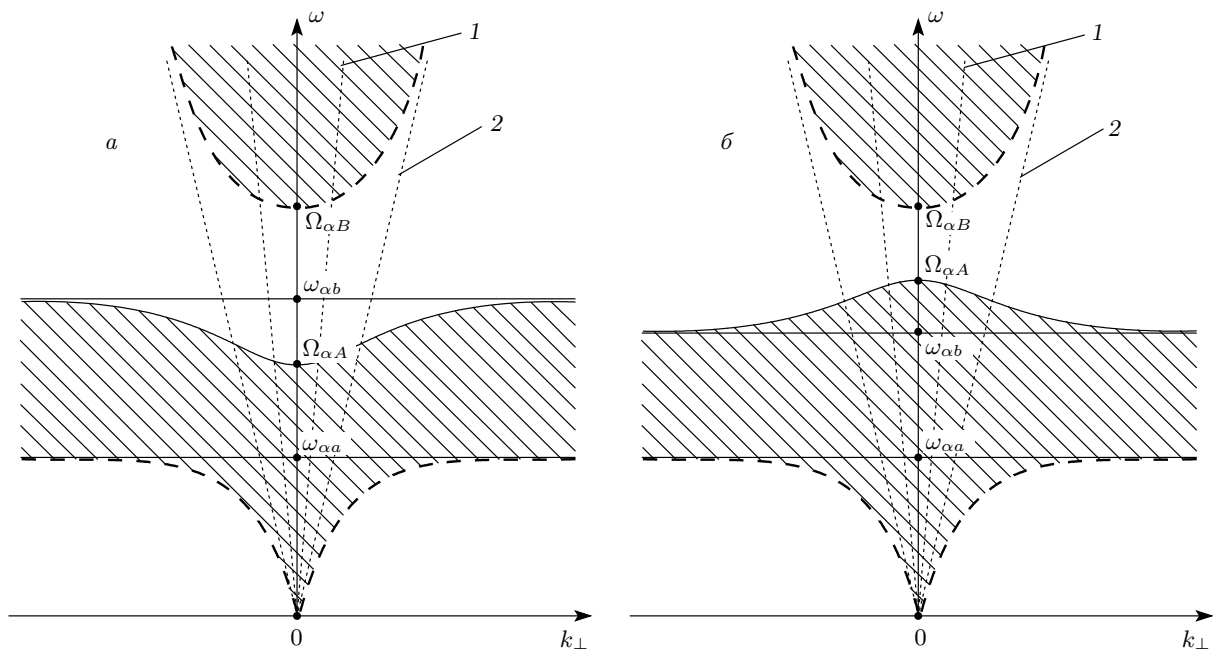


Рис. 2. Области существования на плоскости $\omega-k_{\perp}$ объемных (заштрихованные) и эванесцентных (незаштрихованные) электромагнитных волн с поляризацией $\alpha = p, s$ в магнитоэлектрике (9), (14), (15) при $\mathbf{k} \in yz$ и $\mathbf{n} \parallel \mathbf{L}_0 \parallel z$ в случае (24) — а, в случае (25) — б. Линия 1 — $\omega = ck_{\perp}/\sqrt{\epsilon}$, линия 2 — $\omega = ck_{\perp}/\sqrt{1 + 4\alpha_{0z}}$ для волны p -типа и $\omega = ck_{\perp}/\sqrt{1 + 4\alpha_{0x}}$ для волны s -типа

($\alpha = s, p$). При этом для $|k_{\perp}| < |k_{\alpha^*}|$ реализуется (см. рис. 3а) нормальный механизм преломления (проекции групповых и фазовых скоростей падающей и преломленной волны на нормаль и границу раздела сред имеют одинаковые знаки [22]). В случае $|k_{\alpha^*}| < |k_{\perp}| < |a_{\alpha}|$ имеет место эффект отрицательной фазовой скорости (проекции на нормаль к границе раздела сред векторов фазовых скоростей для падающей и преломленной в мультиферроик объемных волн ТЕ- (ТМ-) типа имеют разные знаки [23]). При $|k_{\perp}| = |a_{\alpha}|$ в магнетике распространяется предельная объемная волна с поляризацией $\alpha = s, p$ (вектор групповой скорости параллелен границе раздела сред). Для нее проекция вектора фазовой скорости на внешнюю нормаль к границе раздела магнитной и немагнитной сред \mathbf{n} есть положительная величина.

2. В случае $\omega_{\alpha\alpha} < \omega < \omega_{\alpha b}$ ($c_{\alpha} < 0$) в рамках данной модели независимо от угла падения (рис. 3б) объемная электромагнитная волна ТМ- или ТЕ-типа будет преломляться в магнитную среду. При этом для $|k_{\perp}| < |k_{\alpha^*}|$ реализуется нормальный механизм преломления. Если $|k_{\alpha^*}| < |k_{\perp}|$, то имеет место эффект отрицательной фазовой скорости.

3. В частотном диапазоне $\omega_{\alpha b} < \omega < \Omega_{\alpha A}$ ($c_{\alpha} < 0$), см. рис. 3в, формирование в магнитоэлектрике преломленной объемной волны p - или s -типа в рамках данной модели возможно в интервале углов падения $|k_{\perp}| < a_{\alpha}$, причем имеет место эффект отрицательной рефракции (проекции групповых скоростей падающей и преломленной волн на границу раздела сред имеют разные знаки). При $|k_{\perp}| = |a_{\alpha}|$ в магнетике распространяется предельная объемная волна с поляризацией $\alpha = s, p$. Однако теперь проекция ее вектора фазовой скорости на внешнюю нормаль к границе раздела магнитной и немагнитной сред \mathbf{n} является отрицательной величиной.

4. Если $\Omega_{\alpha A} < \omega < \Omega_{\alpha B}$ ($c_{\alpha} < 0$), то в рамках данной модели при любом угле падения в мультиферроике будет распространяться только неоднородная (эванесцентная) электромагнитная волна с поляризацией α , что отвечает эффекту ПВО (рис. 3г).

5. При $\Omega_{\alpha B} < \omega$ ($c_{\alpha} < 0$) преломление в магнетик объемной ТМ- или ТЕ-волны возможно, только если $|k_{\perp}| < a_{\alpha}$, причем оно носит нормальный характер. Случай $|k_{\perp}| = |a_{\alpha}|$ отвечает предельной объемной волне с поляризацией $\alpha = s, p$. Для нее проекция вектора фазовой скорости на внешнюю нормаль к границе раздела магнитной и немагнитной сред \mathbf{n} есть

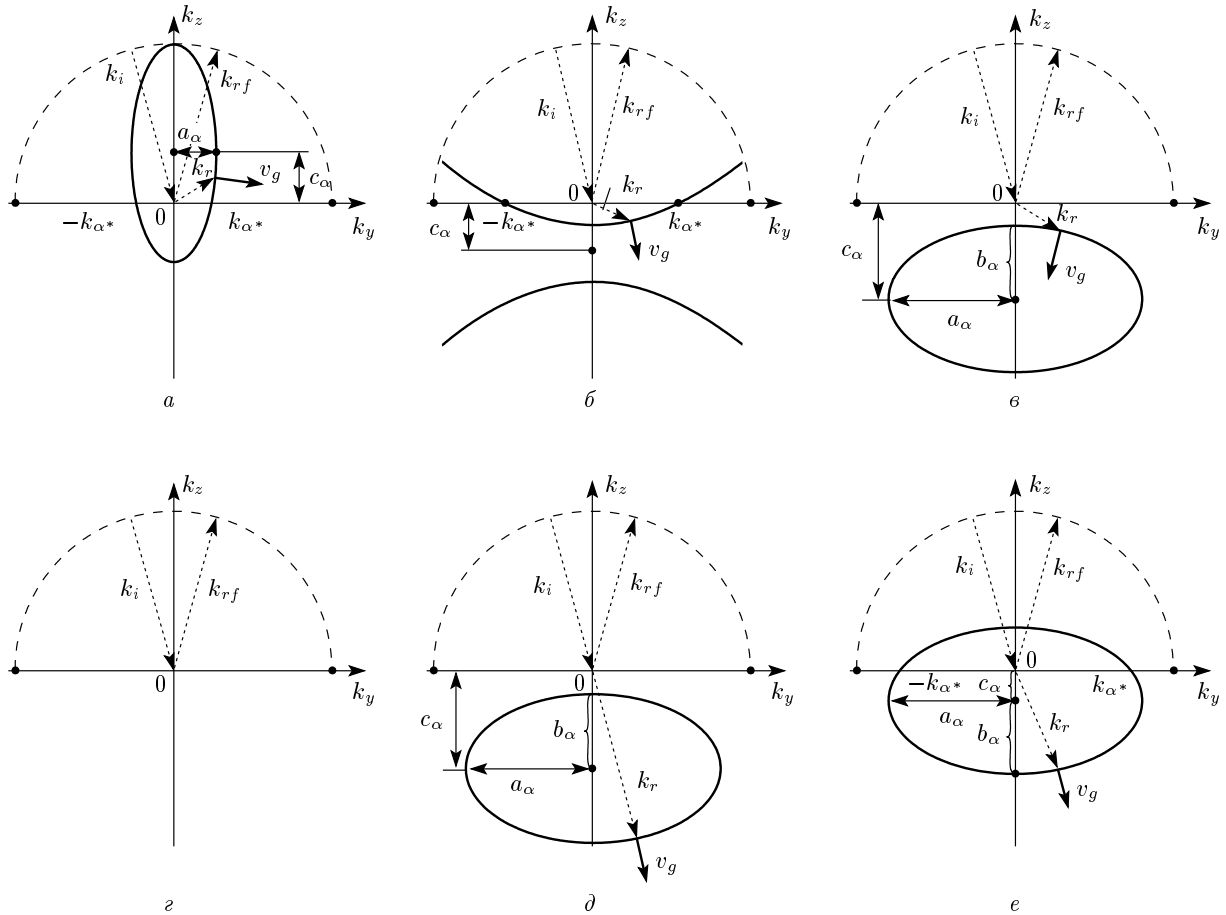


Рис. 3. Структура сечения ПВВ и соответствующие эффекты рефракции при падении объемной волны с $\mathbf{k} \in yz$ и поляризацией $\alpha = p, s$ из немагнитной среды (штриховые линии) на поверхность мультиферроика ($z < 0$, сплошные линии) при $\mathbf{n} \parallel \mathbf{L}_0$ и выполнении (25): *a* — для $0 < \omega < \omega_{\alpha a}$, *б* — для $\omega_{\alpha a} < \omega < \omega_{\alpha b}$, *в* — для $\omega_{\alpha b} < \omega < \Omega_{\alpha A}$, *г* — для $\Omega_{\alpha A} < \omega < \Omega_{\alpha B}$, *д* — для $\Omega_{\alpha B} < \omega < \Omega_{\alpha 0}$, *е* — для $\omega > \Omega_{\alpha 0}$

отрицательная величина. Следует отметить, что в данном случае в зависимости от того, больше или меньше единицы величина $\omega/\Omega_{\alpha 0}$ ($\Omega_{\alpha B}/\Omega_{\alpha 0} < 1$) перечисленные выше эффекты могут быть реализованы с помощью одного из двух вариантов расположения сечения ПВВ (29), (30) относительно границы раздела сред (см. рис. 3*д,е*).

Пусть теперь рассматриваемый мультиферроик (5)–(9) по-прежнему занимает нижнее полупространство ($z < 0$), но для характерных частот (20) выполнено условие (24): $\omega_{\alpha a} < \Omega_{\alpha A} < \omega_{\alpha b}$. В результате по сравнению с рассмотренным выше вариантом (25) для объемной электромагнитной волны с $\mathbf{k} \in yz$ и заданной поляризацией $\alpha = s, p$, падающей извне на поверхность мультиферроика, в частотном диапазоне $\omega_{\alpha a} < \omega < \omega_{\alpha b}$ ($c_\alpha < 0$) возникает ряд отличий в условиях рефракции (см. рис. 4).

Прежде всего, сужается по сравнению с рис. 3*б* область частот, при которых в рамках модели (5)–(9) независимо от угла падения на поверхность мультиферроика объемная электромагнитная волна ТМ- или ТЕ-типа при $|k_{\alpha^*}| < |k_\perp|$ будет испытывать эффект отрицательной фазовой скорости, а при $|k_{\alpha^*}| > |k_\perp|$ — нормальный режим преломления (см. рис. 4*б*). Что же касается частотного диапазона $\Omega_{\alpha A} < \omega < \omega_{\alpha b}$ ($c_\alpha < 0$), то для него в интервале углов падения $|k_\perp| < a_\alpha$ объемная волна с поляризацией ТМ- или ТЕ-типа испытывает эффект ПВО (рис. 4*в*). При $|k_\perp| = |a_\alpha|$ в магнетике распространяется предельная объемная волна с поляризацией $\alpha = s, p$. Проекция ее вектора фазовой скорости на внешнюю нормаль к границе раздела магнитной и немагнитной сред \mathbf{n} является отрицательной величиной. Формирование в магнитоэлектрике преломлен-

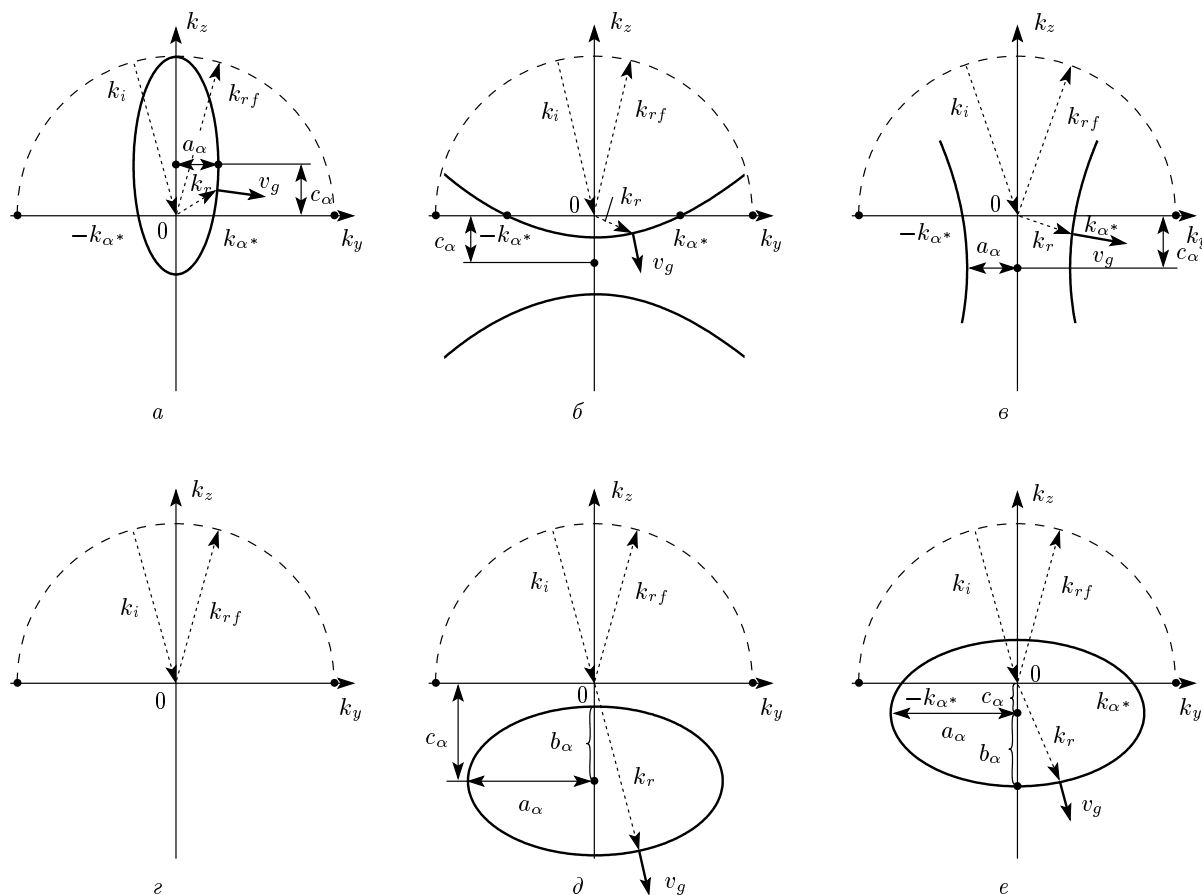


Рис. 4. Структура сечения ПВВ и соответствующие эффекты рефракции при падении объемной волны с $\mathbf{k} \in yz$ и поляризацией $\alpha = p, s$ из немагнитной среды (штриховые линии) на поверхность мультиферроика ($z < 0$, сплошные линии) при $\mathbf{n} \parallel \mathbf{L}_0$ и выполнении (24): *a* — для $0 < \omega < \omega_{\alpha a}$, *b* — для $\omega_{\alpha a} < \omega < \Omega_{\alpha A}$, *в* — для $\Omega_{\alpha A} < \omega < \omega_{\alpha b}$, *г* — для $\omega_{\alpha b} < \omega < \Omega_{\alpha B}$, *д* — для $\Omega_{\alpha B} < \omega < \Omega_{\alpha 0}$, *е* — для $\omega > \Omega_{\alpha 0}$

ной объемной волны ТМ- или ТЕ-типа в рамках данной модели становится возможно для $|k_{\perp}| > a_{\alpha}$. При этом, как следует из формул (16)–(20), (25)–(27), $\partial\omega/\partial k_{\perp} > 0$ и в интервале $|a_{\alpha}| < |k_{\perp}| < |k_{\alpha*}|$ имеет место нормальный режим рефракции объемной волны с поляризацией $\alpha = s, p$. Что же касается интервала $|k_{\alpha*}| < |k_{\perp}|$, то для него реализуется эффект отрицательной фазовой скорости.

Рассмотрим теперь, как для данной магнитооптической конфигурации $\mathbf{n} \parallel z \parallel \mathbf{L}_0, \mathbf{M}_0 \parallel x, \mathbf{P}_0 \parallel y$ и $\mathbf{k} \in yz$ изменится характер рефракции объемных волн ТМ- или ТЕ-типа в случае варианта В: волна по-прежнему падает из немагнитного диэлектрика на рассматриваемый мультиферроик (5)–(9), но теперь он занимает не нижнее, а верхнее полупространство ($z > 0$).

4. ОСОБЕННОСТИ РЕФРАКЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ТЕ- И ТМ-ТИПОВ НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА НЕМАГНЕТИК – МУЛЬТИФЕРРОИК. ВАРИАНТ В

В этом случае из формул (16), (17) следует, что при $\mathbf{k} \in yz$ сечение ПВВ нормальной волны ТЕ- или ТМ-типа плоскостью падения в мультиферроике (5)–(9) с учетом (29) определяется следующим соотношением:

$$\frac{k_y^2}{a_{\alpha}^2} + \frac{(k_z + c_{\alpha})^2}{b_{\alpha}^2} = 1, \quad \alpha = s, p. \quad (31)$$

Как и в предыдущем разделе, начнем анализ со случая, когда для характерных частот (20) выполняются неравенства (23), (25). Совместный анализ

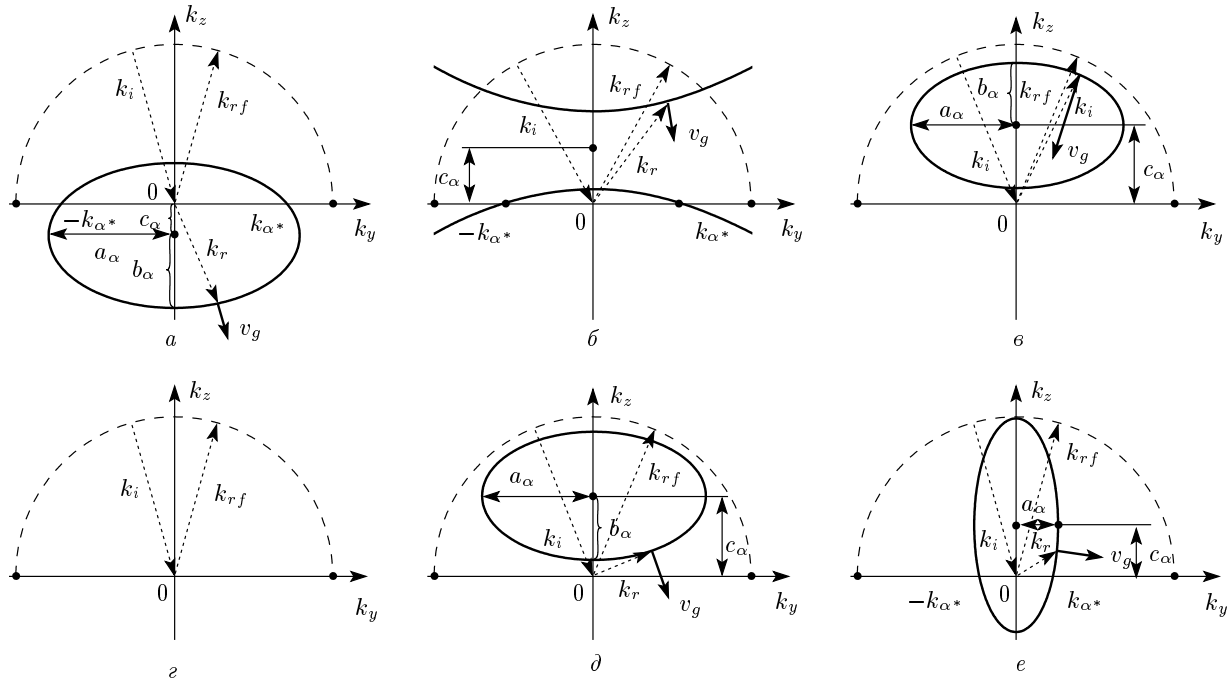


Рис. 5. Структура сечения ПВВ и соответствующие эффекты рефракции при падении объемной волны с $\mathbf{k} \in yz$ и поляризацией $\alpha = p, s$ из немагнитной среды (штриховые линии) на поверхность мультиферроика ($z > 0$, сплошные линии) при $\mathbf{n} \parallel \mathbf{L}$ и при выполнении (25): *a* — для $0 < \omega < \omega_{\alpha a}$, *b* — для $\omega_{\alpha a} < \omega < \omega_{\alpha b}$, *в* — для $\omega_{\alpha b} < \omega < \Omega_{\alpha A}$, *г* — для $\Omega_{\alpha A} < \omega < \Omega_{\alpha B}$, *д* — для $\Omega_{\alpha B} < \omega < \Omega_{\alpha 0}$, *е* — для $\omega > \Omega_{\alpha 0}$

(29), (31) и соотношений для потока энергии (26), (27) показывает, что в зависимости от частоты падающей на поверхность рассматриваемого мультиферроика (5)–(9) ($z > 0$) объемной волны с поляризацией $\alpha = s, p$ и $\mathbf{k} \in yz$ при $\mathbf{n} \parallel z \parallel \mathbf{L}_0$ возможны следующие режимы рефракции (см. рис. 5).

1. При $0 < \omega < \omega_{\alpha a}$ ($c_\alpha > 0$) и углах падения объемной волны ТМ- или ТЕ-типа, таких что $|k_\perp| < a_\alpha$ реализуется тот же режим рефракции, который для волны этого типа был характерен в варианте А для частотного диапазона $\omega > \Omega_{\alpha 0}$.

2. В случае $\omega_{\alpha a} < \omega < \omega_{\alpha b}$ ($c_\alpha < 0$) для данной модели мультиферроика независимо от угла падения (рис. 5б) падающая извне на поверхность мультиферроика объемная электромагнитная волна ТМ- или ТЕ-типа будет испытывать эффект отрицательной фазовой скорости.

3. В частотном диапазоне $\omega_{\alpha b} < \omega < \Omega_{\alpha A}$ ($c_\alpha < 0$) формирование в мультиферроике (5)–(9) преломленной объемной волны с поляризацией $\alpha = s, p$ в рамках данной модели возможно для $|k_\perp| < |a_\alpha|$. При этом проекция групповой скорости преломленной волны на направление внутренней нормали к сечению ПВВ (31) является положительной величиной. В результате, в этом случае наряду с эффектом отрицательной фазовой скорости будет иметь

место и эффект отрицательной рефракции [24]. Одновременное наличие этих двух рефракционных аномалий отвечает, как известно [10], левой среде (см. рис. 5в).

4. Если $\Omega_{\alpha A} < \omega < \Omega_{\alpha B}$ ($c_\alpha < 0$), то в рамках данной модели при любом угле падения в рассматриваемом магнитоэлектрике будет распространяться только неоднородная (эванесцентная) электромагнитная волна с поляризацией $\alpha = s, p$, что отвечает эффекту ПВО (см. рис. 5г).

5. При $\Omega_{\alpha B} < \omega < \Omega_{\alpha 0}$ (см. рис. 5д) $c_\alpha < 0$ и преломление в магнетик объемной ТМ- или ТЕ-волны возможно, только если $|k_\perp| < a_\alpha$. В этом случае имеет место эффект отрицательной фазовой скорости. Случай $|k_\perp| = |a_\alpha|$ отвечает предельной объемной волне с поляризацией $\alpha = s, p$. Для нее проекция вектора фазовой скорости на внешнюю нормаль к границе раздела магнитной и немагнитной сред \mathbf{n} есть положительная величина.

6. Наконец, в случае $\omega > \Omega_{\alpha 0}$ преломление в магнетик объемной волны ТМ- или ТЕ-типа возможно, только если $|k_\perp| < a_\alpha$, при этом реализуется тот же режим рефракции, который для волны этого типа был характерен в варианте А, но для частотного диапазона $0 < \omega < \omega_{\alpha a}$ (см. рис. 5е).

В случае (23), (24) по сравнению с рассмот-

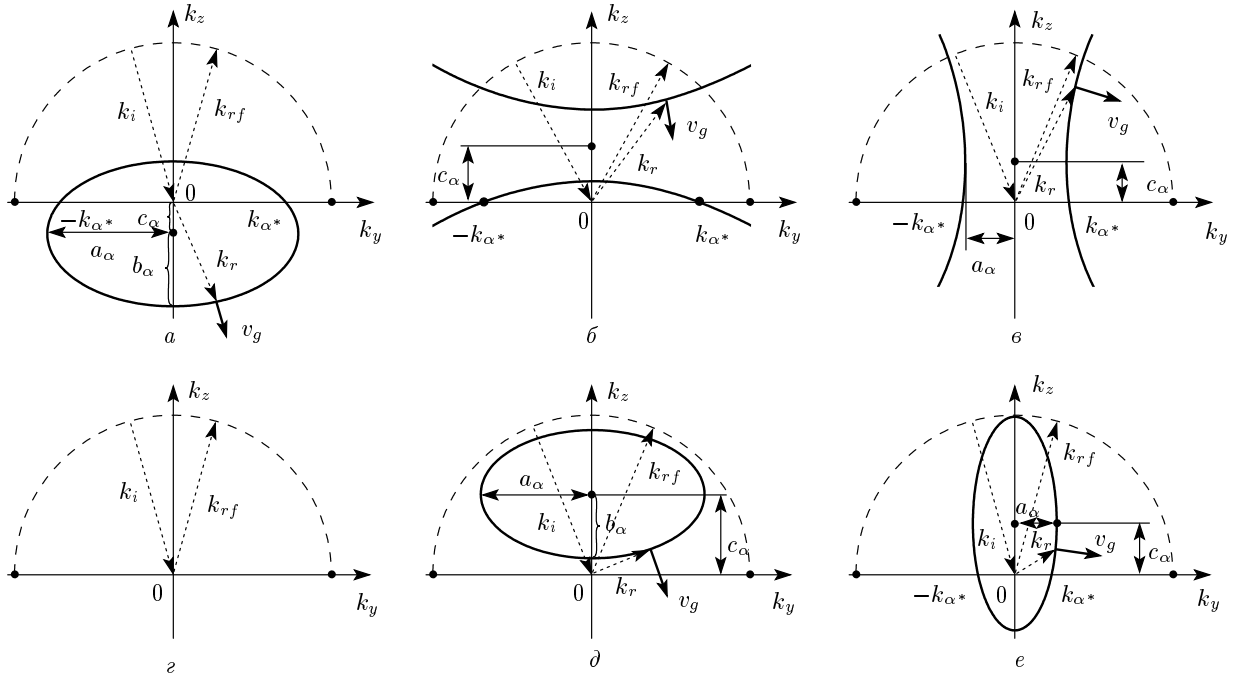


Рис. 6. Структура сечения ПВВ и соответствующие эффекты рефракции при падении объемной волны с $\mathbf{k} \in yz$ и поляризацией $\alpha = p, s$ из немагнитной среды (штриховые линии) на поверхность мультиферроика ($z > 0$, сплошная линия) при $\mathbf{n} \parallel \mathbf{L}_0$ и при выполнении (24): а — для $0 < \omega < \omega_{\alpha a}$, б — для $\omega_{\alpha a} < \omega < \Omega_{\alpha A}$, в — для $\Omega_{\alpha A} < \omega < \omega_{\alpha b}$, г — для $\omega_{\alpha b} < \omega < \Omega_{\alpha B}$, д — для $\Omega_{\alpha B} < \omega < \Omega_{\alpha 0}$, е — для $\omega > \Omega_{\alpha 0}$

ренным выше вариантом (25) различия в характере рефракции объемных волн ТЕ- и ТМ-типов, падающих извне на поверхность рассматриваемого мультиферроика, занимающего верхнее полупространство ($z > 0$), связаны с тем, что теперь $\omega_{\alpha b} > \Omega_{\alpha A} > \omega_{\alpha a}$, $\alpha = s, p$ (см. рис. 6).

Из сравнения рис. 5 и рис. 6 следует, что в данной магнитооптической конфигурации сужается интервал частот ($\omega_{\alpha a} < \omega < \Omega_{\alpha A}$, $c_\alpha < 0$), для которого в рамках модели (5)–(9) независимо от угла падения преломленная в мультиферроик объемная электромагнитная волна ТМ- или ТЕ-типа будет демонстрировать эффект отрицательной фазовой скорости (рис. 6б).

Что же касается частотного диапазона $\Omega_{\alpha A} < \omega < \omega_{\alpha b}$ ($c_\alpha < 0$), то для него формирование в магнитоэлектрике преломленной объемной волны ТМ- или ТЕ-типа в рамках данной модели возможно для $|k_\perp| > a_\alpha$. При этом, как следует из формул (16)–(20), (25)–(27), $\partial\omega/\partial k_\perp > 0$, т. е. имеет место эффект отрицательной фазовой скорости (рис. 6в). В интервале углов падения $|k_\perp| < a_\alpha$ в рассматриваемом мультиферроике возможно формирование только эванесцентных волн с поляризацией $\alpha = s, p$ (т. е. реализуется эффект ПВО). Случай

$|k_\perp| = |a_\alpha|$ отвечает предельной объемной волне с поляризацией $\alpha = s, p$ и положительной проекцией вектора фазовой скорости на внешнюю нормаль к границе раздела магнитной и немагнитной сред \mathbf{n} .

Используя результаты проведенного выше анализа возможных режимов рефракции на границе раздела немагнетик–мультиферроик и соотношения (16), (17), (26), (27), обсудим для данной магнитооптической конфигурации (в вариантах А или В) особенности рефракции волн ТМ- и ТЕ-типов с $\mathbf{k} \in yz$ в случае, когда в качестве киральной магнитоэлектрической среды выступает полуограниченный ЛО АФМ со структурой $4_z^\pm 2_x^+ I^-$ в постоянном внешнем магнитном поле $\mathbf{H}_0 \parallel x$ (9)–(12).

5. ОСОБЕННОСТИ РЕФРАКЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ТЕ- И ТМ-ТИПОВ НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА НЕМАГНЕТИК – НЕСКОМПЕНСИРОВАННЫЙ ЛО АФМ СО СТРУКТУРОЙ $4_z^\pm 2_x^+ I^-$

Начнем со случая ЛО АФМ со структурой $4_z^\pm 2_x^+ I^-$ и $\mathbf{H}_0 \parallel x$. Как уже отмечалось выше, выражения для энергии однородного линейного магнитоэлектрического взаимодействия для мультиферрои-

ка и ЛО АФМ со структурой $4_z^+ 2_x^+ I^-$ различаются знаком перед константой γ_3 в (8), а от знака γ_3 , как следует из (10), (11), (16), (17), зависит знак c_α в (28) и (31). В результате, если рассматриваемый ЛО АФМ со структурой $4_z^+ 2_x^+ I^-$ занимает верхнее полупространство ($z > 0$), то для объемной волны ТЕ- или ТМ-типа, падающей извне на его поверхность, рефракционная картина будет той же, что и в случае мультиферроика (5)–(9), занимающего нижнее полупространство (вариант А). Соответственно, когда полуграниченный ЛО АФМ со структурой $4_z^+ 2_x^+ I^-$ занимает нижнее полупространство ($z < 0$), характер объемной волны с поляризацией $\alpha = s$ или $\alpha = p$ волны рефракции будет таким же, как в случае мультиферроика (5)–(9), заполняющего верхнее полупространство $z > 0$ (вариант В).

В случае ЛО АФМ со структурой $4_z^- 2_x^+ I^-$ и энергией, определяемой соотношениями (4), (5)–(7), расчет показывает, что при $\mathbf{H}_0 \parallel x$ в нем также реализуется основное состояние (9). В результате материальные соотношения с учетом (11) могут быть представлены в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \begin{pmatrix} \chi_{xx}(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & \chi_{yy}(\omega) & -i\chi_*(\omega) \\ 0 & i\chi_*(\omega) & \chi_{zz}(\omega) \end{pmatrix} \times \\ &\times \mathbf{H} + \begin{pmatrix} 0 & \beta_4(\omega) & -i\beta_1(\omega) \\ \beta_3(\omega) & 0 & 0 \\ i\beta_2(\omega) & 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{E}, \\ \mathbf{P} &= \begin{pmatrix} \alpha_{xx}(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{yy}(\omega) & -i\alpha_*(\omega) \\ 0 & i\alpha_*(\omega) & \alpha_{zz}(\omega) \end{pmatrix} \times \\ &\times \mathbf{E} + \begin{pmatrix} 0 & \beta_3(\omega) & -i\beta_2(\omega) \\ \beta_4(\omega) & 0 & 0 \\ i\beta_1(\omega) & 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{H}. \end{aligned} \quad (32)$$

Таким образом, спектр нормальных магнитных поляритонов ТЕ- и ТМ-типов с $\mathbf{k} \in yz$ в такой неограниченной антиферромагнитной среде с антисимметричным магнитоэлектрическим взаимодействием (4) будет описываться следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} \frac{\mu_{yy}}{\mu_{zz}} k_y^2 + \left(k_z - \frac{\omega}{c} \left[\frac{\mu_{zz} \bar{\beta}_3 - \mu_* \bar{\beta}_2}{\mu_{zz}} \right] \right)^2 - \\ - \frac{\omega^2}{c^2} \frac{(\mu_{yy} \mu_{zz} - \mu_*^2)(\varepsilon_{xx} \mu_{zz} - \bar{\beta}_2^2)}{\mu_{zz}^2} = 0 \end{aligned} \quad (33)$$

для ТЕ-волны,

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon_{yy}}{\varepsilon_{zz}} k_y^2 + \left(k_z + \frac{\omega}{c} \frac{\varepsilon_{zz} \bar{\beta}_4 - \varepsilon_* \bar{\beta}_1}{\varepsilon_{zz}} \right)^2 - \\ - \frac{\omega^2}{c^2} \frac{(\varepsilon_{yy} \varepsilon_{zz} - \varepsilon_*^2)(\mu_{xx} \varepsilon_{zz} - \bar{\beta}_1^2)}{\varepsilon_{zz}^2} = 0 \end{aligned} \quad (34)$$

для ТМ-волны.

Это означает, что в зависимости от того, занимает ли рассматриваемая магнитоэлектрическая среда (ЛО АФМ со структурой $4_z^- 2_x^+ I^-$) нижнее ($z < 0$) или верхнее ($z > 0$) полупространство, сечение ПВВ нормальной электромагнитной волны ТЕ- или ТМ-типа плоскостью падения yz определяется с учетом (17), (20), (29) одним из следующих соотношений:

$$\begin{aligned} \frac{k_y^2}{a_p^2} + \frac{(k_z + c_p)^2}{b_p^2} &= 1, \\ \frac{k_y^2}{a_s^2} + \frac{(k_z - c_s)^2}{b_s^2} &= 1, \quad z < 0, \\ \frac{k_y^2}{a_p^2} + \frac{(k_z - c_p)^2}{b_p^2} &= 1, \\ \frac{k_y^2}{a_s^2} + \frac{(k_z + c_s)^2}{b_s^2} &= 1, \quad z > 0. \end{aligned} \quad (35)$$

Следует отметить, что и для данного типа магнитоэлектрической среды выполнены соотношения (23)–(25).

Сравним соотношения (17), (29), (35) с результатами изученного выше на основании (28), (29), (31) характера рефракции объемной электромагнитной волны ТЕ- или ТМ-типа, падающей извне на поверхность мультиферроика с однородным линейным магнитоэлектрическим взаимодействием (5)–(9).

Анализ показывает, что и при $z < 0$, и при $z > 0$ характер рефракции для объемной электромагнитной волны ТЕ-типа, падающей извне на поверхность рассматриваемого ЛО АФМ со структурой $4_z^- 2_x^+ I^-$, совпадает с рассмотренным выше для волны этой поляризации на примере границы раздела немагнетик–мультиферроик. Рассмотрим теперь падение извне на поверхность рассматриваемого ЛО АФМ со структурой $4_z^- 2_x^+ I^-$ объемной электромагнитной волны ТМ-типа. Из формул (33)–(35) следует, что и при $z < 0$, и при $z > 0$ характер рефракции для объемной электромагнитной волны ТМ-типа, падающей извне на поверхность рассматриваемого кирального магнитоэлектрика, совпадает с изученным выше для волны этой поляризации на примере границы раздела немагнетик–ЛО АФМ со структурой $4_z^+ 2_x^+ I^-$. Сделанные утверждения справедливы как в случае (23), (24) так и в случае (23), (25).

Таблица. Влияние антисимметричного магнитоэлектрического взаимодействия на условия формирования эффекта левой среды для волны ТМ- или ТЕ-типа с учетом типа антиферромагнитной структуры

	Слабый МЭЭ	Сильный МЭЭ
Мультиферроик, $z > 0$	$\alpha = p$	$\alpha = s$
ЛО АФМ ($4_z^+ 2_x^+ I^-$), $z < 0$	$\alpha = p$	$\alpha = s$
ЛО АФМ ($4_z^- 2_x^+ I^-$), $z < 0$	$\alpha = p$	$\alpha = s$
ЛО АФМ ($4_z^- 2_x^+ I^-$), $z > 0$	$\alpha = s$	$\alpha = p$

Таким образом, для магнитоэлектриков рассматриваемого типа отмеченный выше режим рефракции, отвечающий левой среде в зависимости от поляризации волны, падающей извне на поверхность магнетика, ($\mathbf{n} \parallel z \parallel \mathbf{L}_0, \mathbf{M}_0 \parallel x, \mathbf{k} \in yz$) будет иметь место в частотном диапазоне $\omega_{ab} < \omega < \Omega_{\alpha A}$. При этом условия его реализации будут зависеть как от поляризации волны и величины магнитоэлектрического эффекта, так и от относительного положения магнитной и немагнитной сред (см. таблицу).

Что касается промежуточных значений магнитоэлектрического эффекта (по отношению к (21), (22)), то для указанных в таблице типов магнитоэлектриков и занимаемых ими полупространств проявление эффекта левой среды возможно для обоих типов поляризаций электромагнитной волны.

6. КРИТЕРИЙ РЕАЛИЗАЦИИ ЭФФЕКТА ЛЕВОЙ СРЕДЫ ПРИ НАЛИЧИИ АНТИСИММЕТРИЧНОГО МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Из анализа выражений (28), (31), (35), (36) следует, что, если частота ω падающей на поверхность магнетика объемной волны ТМ- или ТЕ-типа такова, что

$$\max\{\omega_{\alpha y}, \omega_{\alpha z}\} < \omega < \min\{\Omega_{\alpha 1}, \Omega_{\alpha 2}\}, \quad (36)$$

$$\alpha = s, p,$$

то угол между направлениями групповой скорости и фазовой скорости волны с поляризацией $\alpha = s, p$ в каждой точке сечения ПВВ является тупым. Однако

в рассматриваемом случае выполнение соотношения (36) является только необходимым, но не достаточным условием формирования эффекта левой среды (одновременного существования как эффекта отрицательной рефракции, так и эффекта отрицательной фазовой скорости).

Если ввести радиус-вектор \mathbf{c}_α центра кривой, описывающей форму сечения ПВВ, то из анализа (28), (31), (35) следует, что для реализации в рассматриваемой магнитооптической конфигурации ($\mathbf{n} \parallel z \parallel \mathbf{L}_0, \mathbf{M}_0 \parallel x, \mathbf{P}_0 \parallel y, \mathbf{k} \in yz$) эффектов, отвечающих левой среде, помимо (36) необходимо также и выполнение условия

$$\mathbf{c}_\alpha \cdot \mathbf{n} > 0, \quad \alpha = s, p. \quad (37)$$

Если условие (37) не выполнено, то для падающей волны с частотой, удовлетворяющей (36), в исследуемой магнитооптической конфигурации (магнитная среда занимает нижнее полупространство) будет иметь место только эффект отрицательной рефракции. Такая чувствительность рефракционных эффектов к относительной ориентации векторов \mathbf{n} и $\mathbf{M}_0 \times \mathbf{P}_0$ связана с тем, что с точки зрения электродинамических свойств рассматриваемая магнитная среда (5)–(9) во многом аналогична омега-среде (точнее, является гиротропной, магнитоэлектрической омега-средой), для которой как раз и характерно наличие выделенной оси и анизотропия электродинамических свойств вдоль нее [25].

Следует отметить, что в интервале частот, удовлетворяющем (36), для волны с поляризацией $\alpha = s$ имеем $\mu_{yy} > 0, \mu_{zz} > 0$, тогда как в случае волны с поляризацией $\alpha = p$ имеем $\varepsilon_{yy} > 0, \varepsilon_{zz} > 0$.

Как уже отмечалось выше, в работе [18] для магнитооптической конфигурации ($\mathbf{n}_0 \parallel z \parallel \mathbf{L}_0$) с помощью численных методов также изучалась возможность реализации эффекта левой среды в ЛО АФМ со структурой $4_z^\pm 2_x^\pm I^\mp$, занимающем нижнее полупространство ($z < 0$). При этом предполагалось, что $|\mathbf{H}_0| = 0$, а в основном состоянии

$$\mathbf{L}_0 \parallel z, \quad |\mathbf{P}_0| = |\mathbf{M}_0| = 0, \quad (38)$$

что согласно [19] отвечает скомпенсированному антиферромагнетизму. Кроме того, исследовался только случай нормального падения объемной электромагнитной волны ТМ- или ТЕ-типа извне на поверхность магнитоэлектрической среды. В результате авторами был сделан следующий вывод. В АФМ с МЭЭ в узком интервале вблизи частот спиновых волн действительные части магнитной и диэлектрической проницаемостей, а также одного из корней

дисперсионного уравнения одновременно принимают отрицательные значения. Это говорит о том, что рассматриваемый АФМ с МЭЭ в данной области частот является примером «левой» среды.

Полученные выше материальные соотношения (10)–(12), (32) и соответствующие им выражения для спектра нормальных магнитных поляритонов ТМ- и ТЕ-типов, в отличие от [18], пренебрегают эффектом пространственной дисперсии. Кроме того, они ограничены областью частот ω , малых по сравнению с частотами собственных колебаний сегнетоэлектрической подсистемы. Однако это дает возможность проанализировать задачу о рефракции на границе раздела немагнетик–скомпенсированный ЛО АФМ со структурой $4_z^\pm 2_x^+ I^-$ в обсуждаемом в работе [18] частотном интервале аналитически и для произвольного угла падения.

7. ОСОБЕННОСТИ РЕФРАКЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ТЕ- И ТМ-ТИПОВ НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА НЕМАГНЕТИК – СКОМПЕНСИРОВАННЫЙ ЛО АФМ ТИПА $4_z^\pm 2_x^+ I^-$

Для основного состояния (38) электромагнитные свойства рассматриваемой антиферромагнитной среды $4_z^\pm 2_x^+ I^-$ в линейном по амплитуде малых колебаний приближении будет определяться следующими материальными соотношениями:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \chi_\perp(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & \chi_\perp(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{H} + \begin{pmatrix} 0 & \beta(\omega) & 0 \\ \sigma\beta(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{E}, \quad (39)$$

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} \alpha_\perp(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_\perp(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{zz}(\omega) \end{pmatrix} \mathbf{E} + \begin{pmatrix} 0 & \sigma\beta(\omega) & 0 \\ \beta(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{H}. \quad (40)$$

Здесь $\sigma = -1$ отвечает ЛО АФМ со структурой $4_z^+ 2_x^+ I^-$, тогда как $\sigma = 1$ — ЛО АФМ со структурой $4_z^- 2_x^+ I^-$.

Структура ненулевых компонент тензоров магнитной, диэлектрической и магнитоэлектрической

восприимчивостей, входящих в формулы (39), (40), может быть представлена следующим образом:

$$\begin{aligned} \chi_\perp(\omega) &= T_\perp \frac{\bar{\omega}_0^2}{\bar{\omega}_0^2 - \omega^2}, \\ \alpha_\perp(\omega) &= \alpha_{\perp 0} + R_\perp \frac{\bar{\omega}_0^2}{\bar{\omega}_0^2 - \omega^2}, \quad \alpha_{zz}(\omega) = \alpha_{z0}, \\ \beta(\omega) &= \sqrt{T_\perp R_\perp} \frac{\bar{\omega}_0^2}{\bar{\omega}_0^2 - \omega^2}, \quad T_\perp = \frac{1}{\bar{\delta}}, \\ R_\perp &= \frac{(\gamma_3 \kappa_\perp L_0)^2}{\bar{\delta}}, \quad \bar{\omega}_0^2 = \bar{\delta} g^2 L_0^2 b, \\ \bar{\delta} &= \delta + b - \kappa_\perp \gamma_3^2 L_0^2. \end{aligned} \quad (41)$$

Здесь T_\perp — статическая магнитная восприимчивость в направлении $i = x, y$; $\alpha_{\perp 0}$ и α_{z0} — статические диэлектрические восприимчивости без учета МЭЭ в направлении соответственно $i = x, y$ и оси z ; $\alpha_{\perp 0} + R_\perp$ — статическая диэлектрическая восприимчивость в направлении $i = x, y$ с учетом МЭЭ; $\bar{\omega}_0$ — частота однородного АФМР неограниченного антиферромагнетика (5)–(8). Таким образом, соотношения (39)–(41) совпадают с результатами работ [9, 18] с учетом отмеченных выше приближений.

Отметим, что рассматриваемая система материальных соотношений (39)–(41) является частным случаем выражений (10), (11) в пределе $\mathbf{M}_0 = \mathbf{P}_0 = 0$. При этом в (10), (11)

$$\begin{aligned} \chi_* &= \alpha_* = R_z = T_z = 0, \\ \alpha_{xx}(\omega) &= \alpha_{yy}(\omega) = \alpha_\perp(\omega), \\ \alpha_{zz} &= \alpha_{z0}, \quad \beta_1 = \beta_2 = 0, \\ \chi_{xx}(\omega) &= \chi_{yy}(\omega) = \chi_\perp(\omega), \\ \chi_{zz} &= 0, \quad \beta_3(\omega) = \beta_4(\omega) = \beta(\omega); \end{aligned} \quad (42)$$

$$T_x = T_y = T_\perp, \quad R_x = R_y = R_\perp. \quad (43)$$

Расчет показывает, что вследствие (39)–(41) дисперсионные соотношения для независимо распространяющихся нормальных магнитных поляритонов ТЕ- и ТМ-типов с $\mathbf{k} \in yz$ могут быть представлены в виде (см. также [9])

$$\frac{\mu}{\mu_{zz}} k_y^2 + \left(k_z - \frac{\omega\sigma}{c} \frac{\beta}{\mu_{zz}} \right)^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon\mu = 0 \quad (44)$$

для ТЕ-волны,

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{zz}} k_y^2 + \left(k_z + \frac{\omega}{c} \frac{\beta}{\varepsilon_{zz}} \right)^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon\mu = 0 \quad (45)$$

для ТМ-волны,

$$\begin{aligned} \mu &= \mu_{xx} = \mu_{yy} \equiv \frac{\omega_\mu^2 - \omega^2}{\bar{\omega}_0^2 - \omega^2}, \quad \mu_{zz} \equiv 1, \\ \beta &\equiv \frac{4\pi\sqrt{R_\perp T_\perp} \bar{\omega}_0^2}{\bar{\omega}_0^2 - \omega^2}, \\ \varepsilon &= \varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} \equiv \varepsilon_\perp \frac{\omega_\varepsilon^2 - \omega^2}{\bar{\omega}_0^2 - \omega^2}, \\ \varepsilon_{zz} &\equiv 1 + 4\pi\kappa_\parallel, \quad \varepsilon_\perp \equiv 1 + 4\pi\kappa_\perp, \\ \omega_\mu^2 &\equiv \bar{\omega}_0^2(1 + 4\pi T_\perp), \quad \omega_\varepsilon^2 \equiv \bar{\omega}_0^2 \left(1 + \frac{4\pi R_\perp}{\varepsilon_\perp}\right). \end{aligned} \quad (46)$$

Таким образом, в соответствии с [26] уже в неограниченном легкоосном скомпенсированном АФМ-кристалле со структурой $4_z^\pm 2_x^+ I^-$ и антисимметричным магнитоэлектрическим взаимодействием спектр нормальных магнитных поляритонов как ТЕ-, так и ТМ-типа с $\mathbf{k} \in yz$ не является взаимным относительно инверсии направления распространения волны, если оно не совпадает с осью y .

Отсюда следует, что в зависимости от того, занимает ли скомпенсированный ЛО АФМ со структурой $4_z^\pm 2_x^+ I^-$ нижнее ($z < 0$) или верхнее ($z > 0$) полупространство, сечение ПВВ ТМ- или ТЕ-типов плоскостью падения yz определяется выражениями (44)–(46) и величиной магнитоэлектрического взаимодействия.

В условиях слабого МЭЭ при $T_\perp > R_\perp/\varepsilon_\perp$ (т. е. при $|\gamma_3| < \gamma_c \equiv \sqrt{\varepsilon_\perp}/\kappa_\perp L_0$), в (45) $\omega_\mu > \omega_\varepsilon$, тогда как для достаточно больших значений констант магнитоэлектрического взаимодействия $|\gamma_3| > \gamma_c$ (сильный МЭЭ, $T_\perp < R_\perp/\varepsilon_\perp$) имеет место $\omega_\mu < \omega_\varepsilon$.

Из сопоставления (44)–(46) и (14), (15) можно сделать вывод, что и в данном случае для анализа эффектов преломления в рассматриваемый магнетик волны ТМ- или ТЕ-типа можно воспользоваться характерными частотами, введенными в формулах (20), (23) для нескомпенсированного ЛО АФМ. Однако теперь в случае слабого магнитоэлектрического взаимодействия ($T_\perp > R_\perp/\varepsilon_\perp$) выполняются соотношения

$$\begin{aligned} \Omega_{sB} &= \Omega_{pB} = \omega_{sb} = \omega_\mu, \\ \Omega_{pA} &= \Omega_{sA} = \omega_{pb} = \omega_\varepsilon, \\ \omega_{sa} &= \omega_{pa} = \omega_0, \end{aligned} \quad (47)$$

тогда как в условиях «сильного» магнитоэлектрического взаимодействия ($T_\perp < R_\perp/\varepsilon_\perp$)

$$\begin{aligned} \Omega_{sB} &= \Omega_{pB} = \omega_{pb} = \omega_\varepsilon, \\ \Omega_{pA} &= \Omega_{sA} = \omega_{sb} = \omega_\mu, \\ \omega_{sa} &= \omega_{pa} = \omega_0. \end{aligned} \quad (48)$$

Таким образом, с учетом (23) соотношения (24), (25) в случае скомпенсированного антиферромагнетика со структурой $4_z^\pm 2_x^+ I^-$ и основного состояния (38) соответственно примут вид

$$\begin{aligned} \Omega_{sB} > \Omega_{sA} = \omega_{sb} > \omega_{sa}, & \left\{ \begin{array}{l} T_\perp < R_\perp/\varepsilon_\perp \\ \Omega_{pB} = \omega_{pb} > \Omega_{pA} > \omega_{pA}, \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} \text{(сильный МЭЭ)}, \\ \Omega_{sB} = \omega_{sb} > \Omega_{sA} > \omega_{sa}, \\ \Omega_{pB} > \Omega_{pA} = \omega_{pb} > \omega_{pA}, \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} T_\perp > R_\perp/\varepsilon_\perp \\ \text{(слабый МЭЭ)}. \end{array} \right. \end{aligned} \quad (49)$$

Анализ показывает, что на плоскости параметров $\omega-k_\perp$, в отличие от случая нескомпенсированного ЛО АФМ (рис. 2), для скомпенсированного ЛО АФМ со слабым МЭЭ и основным состоянием (38) вследствие (47), (49):

1) для волны ТЕ-типа исчезает область ПВО при любом угле падения;

2) для волны ТМ-типа становится невозможной реализация эффекта левой среды (см. рис. 7).

Что же касается случая сильного МЭЭ (48), то из совместного анализа выражений (44)–(46) следует невозможность реализации в скомпенсированном ЛО АФМ со структурой $4_z^\pm 2_x^+ I^-$ эффекта левой среды для объемной волны ТЕ-типа ($\Omega_{sA} = \omega_{sb} = \omega_\mu$, $\Omega_{pB} = \omega_\varepsilon$) и эффекта ПВО при любом угле падения для объемной волны ТМ-типа ($\omega_{pb} = \Omega_{pB} = \omega_\varepsilon$). Отметим, что невозможность реализации этих режимов рефракции в рассматриваемом типе скомпенсированного ЛО АФМ не связана со знаком перед магнитоэлектрической константой γ_3 в выражении для плотности энергии (8).

Рассмотренный в работе [18] частотный диапазон, в котором одновременно $\varepsilon_{yy} < 0$ и $\mu_{xx} < 0$ ($\varepsilon_{xx} < 0$ и $\mu_{yy} < 0$), в случае слабого МЭЭ реализуется при $\omega_0 < \omega < \omega_\varepsilon$, а в случае сильного МЭЭ — при $\omega_0 < \omega < \omega_\mu$. Анализ показывает, что в обоих этих вариантах независимо от знака перед γ_3 и относительного расположения магнитной и немагнитной сред для рассматриваемого скомпенсированного ЛО АФМ со структурой $4_z^\pm 2_x^+ I^-$ при $\mathbf{L}_0 \parallel \mathbf{n} \parallel z$ ($|\mathbf{M}_0| = |\mathbf{P}_0| = 0$) отсутствует эффект отрицательной рефракции. Аналогичный вывод следует также и из выражения для потока энергии (27) при учете (42), (43). Таким образом, для обсуждаемой магнитооптической конфигурации (38) и наклонного падения магнитоэлектрическая среда (39)–(41) по своим рефракционным свойствам не может быть примером «левой» среды.

Как следует из формул (44)–(46) с учетом (41), характер рефракции объемной волны ТМ- или ТЕ-типа, падающей извне на поверхность рассматриваемого скомпенсированного ЛО АФМ со струк-

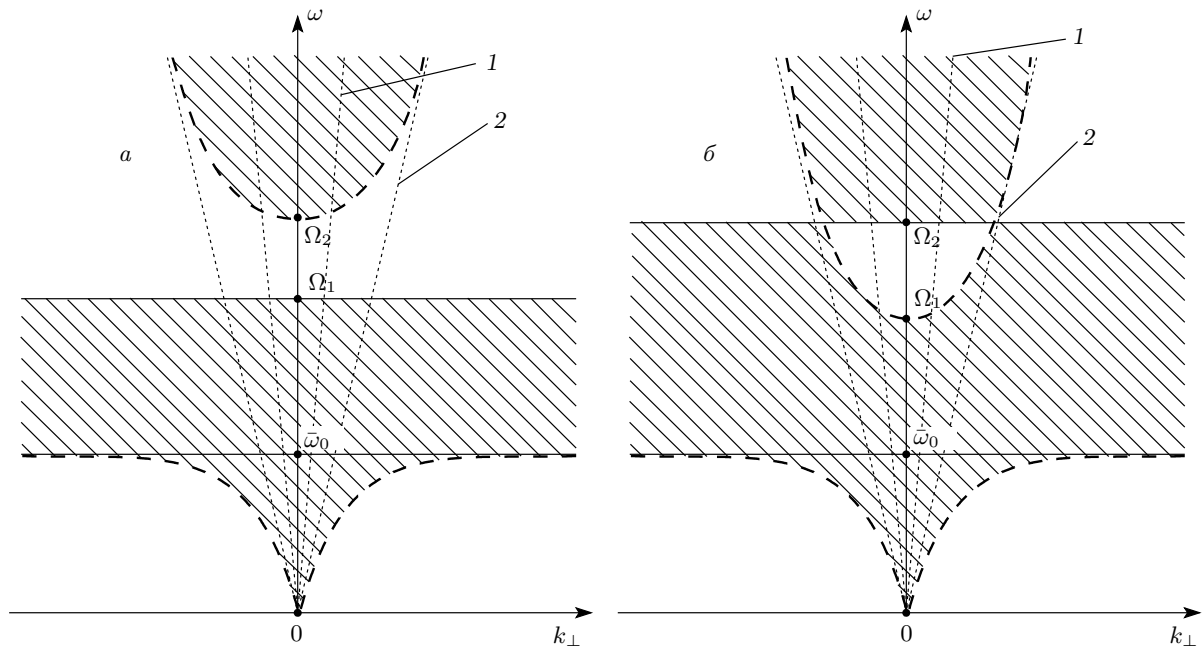


Рис. 7. Области существования на плоскости $\omega-k_{\perp}$ объемных (заштрихованные) и эванесцентных (незаштрихованные) электромагнитных волн с поляризацией $\alpha = p, s$ для скомпенсированного ЛО АФМ типа $4_z^{\pm} 2_x^{\pm} I^{-}$ (38), (44), (45) при $\mathbf{k} \in yz$ и $\mathbf{n} \parallel \mathbf{L}_0 \parallel z$: *a* — для ТМ-волны при $\gamma_3 < \gamma_c$ ($\Omega_1 = \omega_{\varepsilon}$, $\Omega_2 = \omega_{\mu}$) и ТЕ-волны при $\gamma_3 > \gamma_c$ ($\Omega_1 = \omega_{\mu}$, $\Omega_2 = \omega_{\varepsilon}$); *б* — для ТЕ-волны при $\gamma_3 < \gamma_c$ ($\Omega_1 = \omega_{\varepsilon}$, $\Omega_2 = \omega_{\mu}$) и ТМ-волны при $\gamma_3 > \gamma_c$ ($\Omega_1 = \omega_{\mu}$, $\Omega_2 = \omega_{\varepsilon}$)

турой $4_z^{\pm} 2_x^{\pm} I^{-}$ при $\mathbf{L}_0 \parallel \mathbf{n} \parallel z$, $\mathbf{k} \in yz$ ($z < 0$) в зависимости от ее частоты, угла падения и величины МЭЭ может быть представлен с помощью рис. 4–6. В частности, в случае $T_{\perp} < R_{\perp}/\varepsilon_{\perp}$ (большой величины МЭЭ) характер рефракции p -поляризованной волны может быть представлен в виде рис. 5а для диапазона $0 < \omega < \bar{\omega}_0$, рис. 5б для $\bar{\omega}_0 < \omega < \omega_{\mu}$, рис. 6в для $\omega_{\mu} < \omega < \omega_{\varepsilon}$ и рис. 4а для $\omega > \omega_{\varepsilon}$. Что же касается случая слабого МЭЭ ($T_{\perp} > R_{\perp}/\varepsilon_{\perp}$), то для описания эффектов рефракции объемной волны той же поляризации (ТМ-типа) справедливы рис. 5а при $0 < \omega < \bar{\omega}_0$, рис. 5б при $\bar{\omega}_0 < \omega < \omega_{\varepsilon}$, рис. 6г при $\omega_{\varepsilon} < \omega < \omega_{\mu}$, рис. 4а при $\omega > \omega_{\mu}$.

Аналогичный анализ может быть проведен и в случае падения извне на поверхность скомпенсированного ЛО АФМ ($z < 0$) со структурой $4_z^{\pm} 2_x^{\pm} I^{-}$ объемной ТЕ-поляризованной волны при условии, что $\mathbf{L}_0 \parallel \mathbf{n} \parallel z$, $\mathbf{k} \in yz$. Как следует из формулы (44), в этом случае характер рефракции электромагнитной волны зависит от четности магнитной структуры.

Если ЛО АФМ обладает структурой $4_z^{-} 2_x^{+} I^{-}$, то в случае слабого МЭЭ рефракция s -поляризованной электромагнитной волны соответствует рис. 4а в интервале $0 < \omega < \bar{\omega}_0$, рис. 4б для $\bar{\omega}_0 < \omega < \omega_{\varepsilon}$, рис. 4в для $\omega_{\varepsilon} < \omega < \omega_{\mu}$ и рис. 4е для $\omega > \omega_{\mu}$.

Если же МЭЭ является сильным, то для рассматриваемого типа падающей на магнитоэлектрик волны при $0 < \omega < \bar{\omega}_0$ также имеет место рис. 4а, при $\bar{\omega}_0 < \omega < \omega_{\mu}$ — рис. 4б, при $\omega_{\mu} < \omega < \omega_{\varepsilon}$ — рис. 4з, при $\omega > \omega_{\varepsilon}$ — рис. 4е.

Для структуры $4_z^{+} 2_x^{+} I^{-}$ и рассматриваемого типа магнитоэлектрической среды в случае слабого МЭЭ ($T_{\perp} > R_{\perp}/\varepsilon_{\perp}$) в зависимости от диапазона частот будут иметь место следующие режимы рефракции для s -поляризованной волны: рис. 4е при $0 < \omega < \bar{\omega}_0$, рис. 5б при $\bar{\omega}_0 < \omega < \omega_{\varepsilon}$, рис. 6в при $\omega_{\varepsilon} < \omega < \omega_{\mu}$ и рис. 4а при $\omega > \omega_{\mu}$. Если $T_{\perp} < R_{\perp}/\varepsilon_{\perp}$ (сильный МЭЭ), то в этой же магнитооптической конфигурации для описания эффектов рефракции волны ТЕ-типа при $0 < \omega < \bar{\omega}_0$ справедлив рис. 4е, при $\bar{\omega}_0 < \omega < \omega_{\mu}$ — рис. 5б, при $\omega_{\mu} < \omega < \omega_{\varepsilon}$ — рис. 4з, при $\omega > \omega_{\varepsilon}$ — рис. 4а. Таким образом, из проведенного анализа следует, что для рассматриваемой модели скомпенсированного магнитоэлектрика при $\mathbf{L}_0 \parallel \mathbf{n} \parallel z$, $\mathbf{k} \in yz$ эффект левой среды будет отсутствовать.

С другой стороны, анализ на основании формул (10)–(12) и (14), (15) эффектов рефракции объемной волны ТМ- или ТЕ-типа, падающей извне на поверхность рассматриваемого ЛО АФМ, в отсутствие

антисимметричного магнитоэлектрического взаимодействия (формально $\gamma_{\alpha\beta\delta} \equiv 0$) также не приводит к формированию эффекта левой среды.

Это означает, что гибридизация эффекта киральности и антисимметричного магнитоэлектрического взаимодействия может быть одним из механизмов формирования эффекта левой среды в обсуждаемом типе магнитоэлектрика.

8. УСЛОВИЯ ПОЛНОГО ВНУТРЕННЕГО ОТРАЖЕНИЯ И ЭФФЕКТ ГУСА – ХЕНХЕНА ДЛЯ ОБЪЕМНОЙ ВОЛНЫ ТЕ- ИЛИ ТМ-ТИПА, ПАДАЮЩЕЙ ИЗВНЕ НА ГРАНИЦУ РАЗДЕЛА НЕМАГНЕТИК – МУЛЬТИФЕРРОИК

До сих пор обсуждались только кинематические особенности отражения объемной ТМ- или ТЕ-волны от поверхности полуограниченного мультиферроика или нескомпенсированного ЛО АФМ со структурой $4_z^\pm 2_x^+ I^-$ ($\mathbf{L}_0 \parallel \mathbf{n} \parallel z$). Вместе с тем из формул (16)–(20) следует, что в режиме ПВО формирующаяся в рассматриваемом мультиферроике (5)–(9) ($z < 0$) эванесцентная электромагнитная волна ТЕ- или ТМ-типа с $\mathbf{k} \in yz$ за счет влияния линейного магнитоэлектрического взаимодействия имеет более сложную, по сравнению со случаем $\gamma_{\alpha\beta\delta} = 0$ (центросимметричный антиферромагнетик), пространственную структуру вдоль нормали к границе раздела сред:

$$\begin{aligned} E_x(z) &= A^s \exp[(q_{re}^s + i q_{im}^s)z], & q_{im}^s &= \pm |\gamma_s| k_0, \\ H_x(z) &= A^p \exp[(q_{re}^p + i q_{im}^p)z], & q_{im}^p &= \pm |\gamma_p| k_0, \end{aligned} \quad (50)$$

где знак плюс в соответствии с (8) отвечает мультиферроику, а минус — ЛО АФМ со структурой $4_z^+ 2_x^+ I^-$.

С учетом формул (10), (11) для эванесцентной волны ТЕ- и ТМ-типа в (50) имеем

$$\begin{aligned} q_{re}^s &= \sqrt{\frac{\mu_{yy}}{\mu_{zz}} k_\perp^2 - k_0^2 \frac{(\mu_{yy}\mu_{zz} - \mu_*^2)(\varepsilon_{xx}\mu_{zz} - \bar{\beta}_2^2)}{\mu_{zz}^2}}, \\ \gamma_s &= \left| \frac{\mu_{zz}\bar{\beta}_3 - \mu_*\bar{\beta}_2}{\mu_{zz}} \right|, \\ q_{re}^p &= \sqrt{\frac{\varepsilon_{yy}}{\varepsilon_{zz}} k_\perp^2 - k_0^2 \frac{(\varepsilon_{yy}\varepsilon_{zz} - \varepsilon_*^2)(\mu_{xx}\varepsilon_{zz} - \bar{\beta}_1^2)}{\varepsilon_{zz}^2}}, \\ \gamma_p &= \left| \frac{\varepsilon_{zz}\bar{\beta}_4 - \varepsilon_*\bar{\beta}_1}{\varepsilon_{zz}} \right|. \end{aligned} \quad (51)$$

Таким образом, при $q_{re}^\alpha < q_{im}^\alpha$ амплитуда неоднородной поляритонной волны ТМ- или ТЕ-типа по

мере удаления от поверхности вглубь магнитоэлектрической среды может осциллировать с периодом $2\pi/q_{im}^\alpha$, одновременно уменьшаясь по величине пропорционально $\exp(q_{re}^\alpha z)$.

Дальнейшее изучение особенностей рефракции на границе раздела немагнетик – мультиферроик в условиях ПВО требует также и анализа коэффициента отражения.

Для расчета коэффициента отражения учтем, что на границе раздела магнитной и немагнитной сред $z = 0$ стандартная система электродинамических граничных условий может быть представлена в виде

$$\mathbf{E}_\tau = \tilde{\mathbf{E}}_\tau, \quad \mathbf{H}_\tau = \tilde{\mathbf{H}}_\tau. \quad (52)$$

Здесь $\boldsymbol{\tau}$ — единичный двумерный вектор, лежащий в плоскости границы раздела магнитной и немагнитной сред ($\boldsymbol{\tau} \in xy$). Если немагнитная среда оптически изотропна ($\tilde{\varepsilon} = \text{const}$), то ее материальные соотношения имеют вид

$$\tilde{\mathbf{B}}_i = \tilde{\mathbf{H}}_i, \quad \tilde{\mathbf{D}}_i = \tilde{\varepsilon} \tilde{\mathbf{E}}_i, \quad i = x, y, z. \quad (53)$$

Можно ввести в рассмотрение поверхностные импедансы Z^α и \tilde{Z}^α ($\alpha = s, p$) для электромагнитной волны с поляризацией α , распространяющейся вдоль границы раздела магнитной и немагнитной сред ($z = 0$). Если начать со случая скомпенсированного ЛО АФМ со структурой $4_z^\pm 2_x^+ I^-$ и основным состоянием (38), то для $\mathbf{n} \parallel \mathbf{L}_0 \parallel z$ с учетом (39)–(41)

$$\begin{aligned} Z^s &= \frac{icq_{re}^s}{\omega\mu}, & \tilde{Z}^s &= \frac{ic\tilde{q}}{\omega}, \\ Z^p &= -\frac{icq_{re}^p}{\omega\varepsilon}, & \tilde{Z}^p &= -\frac{ic\tilde{q}}{\omega\tilde{\varepsilon}}, \end{aligned} \quad (54)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{q} &= \sqrt{k_\perp^2 - \tilde{\varepsilon}k_0^2}, & q_{re}^s &= \sqrt{\frac{\mu}{\mu_{zz}} k_\perp^2 - k_0^2 \mu \varepsilon}, \\ q_{re}^p &= \sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{zz}} k_\perp^2 - k_0^2 \mu \varepsilon}, & k_\perp &\equiv k_y. \end{aligned} \quad (55)$$

Здесь q_{re}^α — действительная часть показателя уменьшения амплитуды электромагнитной волны вдоль оси z ; величина q_{re}^α характеризует в условиях ПВО обратную глубину проникновения нормальной поляритонной волны в рассматриваемый ЛО АФМ ($\alpha = p, s$), \tilde{q} — в немагнитный диэлектрик.

В этом случае амплитудный коэффициент отражения объемной ТЕ- или ТМ-волны R^α (соответственно $\alpha = s$ или $\alpha = p$) с $\mathbf{k} \in yz$, падающей из-

вне на поверхность исследуемого полуограниченного магнитоэлектрика имеет вид

$$R^\alpha = \frac{\tilde{Z}^\alpha - Z^\alpha}{\tilde{Z}^\alpha + Z^\alpha}. \quad (56)$$

Если по-прежнему рассматривать частоту ω и волновое число k_\perp как заданные внешние параметры, то из формул (54)–(56) следует, что незаштрихованные участки на рис. 7 отвечают эванесцентным электромагнитным волнам ТМ- или ТЕ-типа в магнетике. Для этих областей объемная электромагнитная волна соответствующей поляризации, падающая извне на поверхность рассматриваемого ЛО АФМ со структурой $4_z^+ 2_x^+ I^-$, будет испытывать полное внутреннее отражение. При этом (56) примет вид $R^\alpha = \exp(i\varphi_\alpha)$, а фазовый сдвиг φ_α ($\alpha = p, s$) волны, отраженной от границы раздела магнитной и немагнитной сред, может быть представлен в виде

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi_s}{2} = \frac{Z^s}{\tilde{Z}^s}, \quad \operatorname{tg} \frac{\varphi_p}{2} = \frac{Z^p}{\tilde{Z}^p} \quad (57)$$

или с учетом (54), (55)

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi_s}{2} = \frac{\sigma_s}{|\mu_\perp|} \frac{\sqrt{(\sin^2 \theta_s - \varepsilon_\perp \mu_\parallel / \tilde{\varepsilon}) \mu_\perp / \mu_\parallel}}{\cos \theta_s},$$

$$\sigma_s = \begin{cases} -1, & \mu_\perp > 0, \\ 1, & \mu_\perp < 0, \end{cases} \quad (58)$$

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi_p}{2} = \frac{\sigma_p \tilde{\varepsilon}}{|\varepsilon_\perp|} \frac{\sqrt{(\sin^2 \theta_p - \mu_\perp \varepsilon_\parallel / \tilde{\varepsilon}) \varepsilon_\perp / \varepsilon_\parallel}}{\cos \theta_p},$$

$$\sigma_p = \begin{cases} -1, & \varepsilon_\perp > 0, \\ 1, & \varepsilon_\perp < 0. \end{cases}$$

Принимая во внимание закон перестановочной двойственности [27], в качестве примера можно ограничиться анализом сдвига Гуса–Хенхена [28] ($\Delta_\alpha = -\partial\varphi_\alpha/\partial|k_\perp|$, $\alpha = s, p$) для волны ТЕ-типа.

В рассматриваемой магнитооптической конфигурации ($\mathbf{L}_0 \parallel \mathbf{n} \parallel z$) для скомпенсированного ЛО АФМ с учетом (46):

$$\mu_\perp = \mu_{yy}, \quad \mu_\parallel = \mu_{zz}, \quad \varepsilon_\perp = \varepsilon_{xx}$$

в случае ТЕ-волны,

$$\varepsilon_\perp = \varepsilon_{yy}, \quad \varepsilon_\parallel = \varepsilon_{zz}, \quad \mu_\perp = \mu_{xx}$$

в случае ТМ-волны,

(59)

поэтому знак сдвига Гуса–Хенхена для пучка объемных волн ТЕ- или ТМ-типа, падающих извне на поверхность ЛО АФМ с $4_z^+ 2_x^+ I^-$ или $4_z^- 2_x^+ I^-$, не будет зависеть от частотного интервала и поляризации падающей на поверхность магнетика объемной электромагнитной волны ($\Delta_\alpha > 0$).

Включение внешнего магнитного поля одновременно, ортогонального как легкой магнитной оси (z) (9), так и сагиттальной плоскости, существенно изменяет характер реализации эффекта Гуса–Хенхена для падающей извне на поверхность магнетика объемной волны ТМ- или ТЕ-типа по сравнению с описанным выше. Считая, что $\mathbf{n} \parallel z$ и $\mathbf{M}_0 \parallel x$, и используя граничные условия (52), (53), для объемной волны ТЕ- или ТМ-типа с $\mathbf{k} \in yz$, падающей извне на поверхность рассматриваемого кирального магнитоэлектрика с $\mathbf{L}_0 \parallel z$ и основным состоянием (9), можно получить выражение для коэффициента отражения, структурно аналогичное (56). Однако теперь с учетом формул (50), (51) и (10)–(12), (32) выражения для импедансов магнитной среды принимают вид

$$Z^s = \frac{ic\mu_{zz}}{\omega(\mu_{yy}\mu_{zz} - \mu_*^2)} \left(q_{re}^s - \frac{\mu_*}{\mu_{zz}} k_y \right),$$

$$\tilde{Z}^s = \frac{ic\tilde{q}}{\omega}, \quad (60)$$

$$Z^p = -\frac{ic\varepsilon_{zz}}{\omega(\varepsilon_{yy}\varepsilon_{zz} - \varepsilon_*^2)} \left(q_{re}^p + \sigma_1 \frac{\varepsilon_*}{\varepsilon_{zz}} k_y \right),$$

$$\tilde{Z}^p = -\frac{ic\tilde{q}}{\omega\tilde{\varepsilon}},$$

где $\sigma_1 = 1$ для мультиферроика, $\sigma_1 = -1$ для ЛО АФМ.

В результате для условий полного внутреннего отражения фазовый сдвиг отраженной от поверхности полуограниченного нескомпенсированного магнитоэлектрика как для ТМ-волны, так и для ТЕ-волны может быть с помощью формул (50), (51), (60) по-прежнему представлен в виде (57).

Совместный анализ соотношений (57) и (50), (51), (60) показывает, что в данном случае на плоскости внешних параметров $\omega-k_\perp$ в области существования эванесцентных волн становится возможной реализация не только положительного ($\Delta_\alpha > 0$), но и отрицательного эффекта Гуса–Хенхена ($\Delta_\alpha < 0$), см. рис. 8 (тонируемые области).

При этом из расчета следует, что точечные линии на рис. 8 отвечают закону дисперсии поверхностной электромагнитной волны соответствующей поляризации на границе раздела киральный магнитоэлектрик–среда с экстремальными электромагнитными параметрами [29]. В частности, для волны ТМ-типа — это граница раздела с идеальным металлом (формально $1/\tilde{\varepsilon} \rightarrow 0$). Для волны ТЕ-типа — это граница раздела магнитоэлектрик–идеальный магнетик (формально $1/\tilde{\mu} \rightarrow 0$). Соответствующие дисперсионные соотношения, полученные с помощью (10), (11), можно представить в следующем виде:

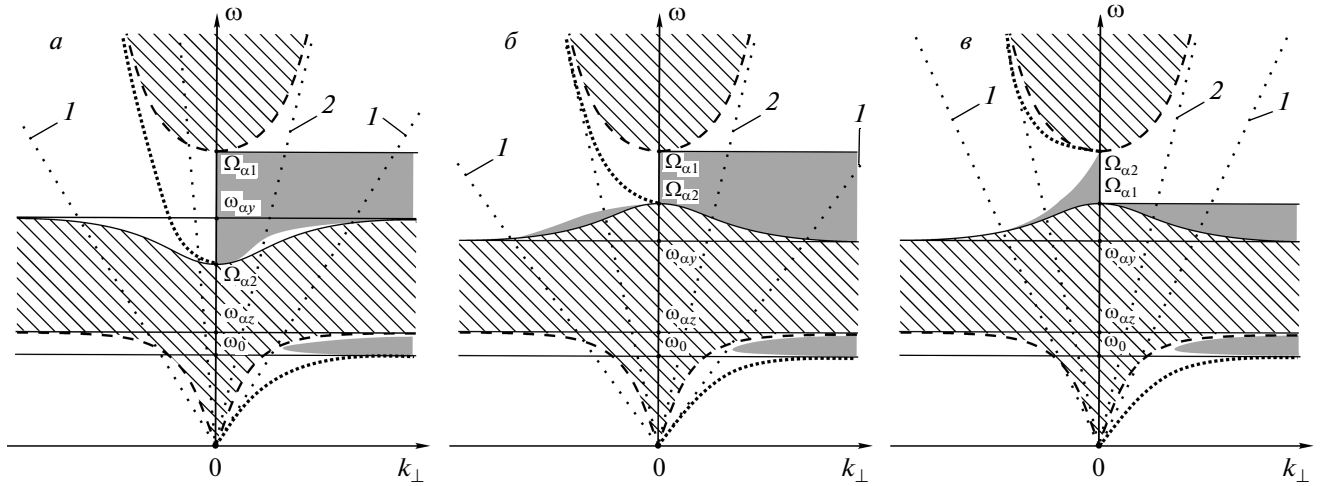


Рис. 8. Области существования на плоскости $\omega-k_{\perp}$ отрицательного (серые области) и положительного (области без заливки) сдвига Гуса–Хенкена электромагнитной волны с поляризацией $\alpha = s, p$ на границе раздела мультиферроика с немагнитным диэлектриком в случае (9) при $\mathbf{k} \in yz$ и $\mathbf{n} \parallel \mathbf{L}_0 \parallel z$. Для ТЕ-волны ($\omega_0 \equiv \omega_F$): а – при $R_x < \epsilon_x(T_y - T_z)/(1 + 4\pi T_z)$, б – при $\epsilon_x T_y > R_x > \epsilon_x(T_y - T_z)/(1 + 4\pi T_z)$, в – при $R_x > \epsilon_x T_y$. Для ТМ-волны ($\omega_0 \equiv \omega_{AF}$): а – при $T_x < (\epsilon_y R_y - \epsilon_z R_z)/\epsilon_y(\epsilon_z + 4\pi R_z)$, б – при $R_y/\epsilon_y > T_x > (\epsilon_y R_y - \epsilon_z R_z)/\epsilon_y(\epsilon_z + 4\pi R_z)$, в – при $R_y/\epsilon_y < T_x$.

$$k_{\perp}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left(\epsilon_{xx} \mu_{zz} - \bar{\beta}_2^2 \right),$$

$$\frac{\mu_{zz}^*}{\mu_{zz}} k_{\perp} > 0, \quad s\text{-тип},$$

$$k_{\perp}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left(\mu_{xx} \epsilon_{zz} - \bar{\beta}_1^2 \right),$$

$$\frac{\epsilon_{zz}^*}{\epsilon_{zz}} k_{\perp} > 0, \quad p\text{-тип}.$$
(61)

Таким образом, закон дисперсии рассматриваемого типа поверхностных электромагнитных волн не обладает взаимностью относительно инверсии знака направления распространения волны вдоль границы раздела сред. Подчеркнем, что в формировании этого типа локализованных электромагнитных волн принципиально важную роль играет сочетание гиротропии магнитной подсистемы и пространственно-однородного МЭЭ. При этом, как показывает расчет, расположение на плоскости внешних параметров частота–волновое число участков с $\Delta_{\alpha} < 0$ и $\Delta_{\alpha} > 0$ зависит от значений магнитоэлектрических констант γ_1 – γ_3 и от величины постоянного внешнего магнитного поля, определяющих величину антисимметричного магнитоэлектрического взаимодействия. Так, для электромагнитной волны s -поляризации и при слабом МЭЭ ($R_x < \epsilon_x(T_y - T_z)/(1 + 4\pi T_z)$) расположение на плоскости $\omega-k_{\perp}$ областей с $\Delta_{\alpha} < 0$ и $\Delta_{\alpha} > 0$ отвечает рис. 8а. В случае промежуточной величины МЭЭ ($\epsilon_x T_y > R_x > \epsilon_x(T_y - T_z)/(1 + 4\pi T_z)$) будет

иметь место рис. 8б. Наконец, в условиях сильного МЭЭ ($R_x > \epsilon_x T_y$) условия отрицательного и положительного сдвига Гуса–Хенкена для заданных частот и углов падения электромагнитной s -волны отображены на рис. 8в. Отметим, что проведенный для электромагнитной волны s -типа анализ сдвига Гуса–Хенкена будет также справедлив и в случае границы раздела немагнитный диэлектрик–ЛО АФМ со структурой $4_z^{\pm} 2_x^+ I^-$.

Расположение на плоскости внешних параметров частота–волновое число областей положительного и отрицательного смещений Гуса–Хенкена для волны p -типа на границе ЛО АФМ ($4_z^{\pm} 2_x^+ I^-$) и немагнитного диэлектрика для сильного МЭЭ ($T_x < (\epsilon_y R_y - \epsilon_z R_z)/\epsilon_y(\epsilon_z + 4\pi R_z)$) отражено на рис. 8а. Тогда как в случае промежуточных величин МЭЭ ($R_y/\epsilon_y > T_x > (\epsilon_y R_y - \epsilon_z R_z)/\epsilon_y(\epsilon_z + 4\pi R_z)$) сдвиг Гуса–Хенкена на плоскости $\omega-k_{\perp}$ отвечает рис. 8б. Наконец, случаю слабого МЭЭ ($R_y/\epsilon_y < T_x$) отвечает рис. 8в.

Аналогичный характер зависимости продольного сдвига от величины магнитоэлектрического эффекта на плоскости $\omega-k_{\perp}$ сохраняется и в случае пучка волн p -типа, отраженного от поверхности мультиферроика в немагнитный диэлектрик. Однако теперь области с $\Delta_{\alpha} < 0$ и $\Delta_{\alpha} > 0$ по сравнению с рис. 8 будут зеркально отражены относительно оси ординат.

Совместный анализ формул (57), (60) показыва-

ет, что несимметричность расположения на плоскости внешних параметров частота–волновое число областей с отрицательным смещением Гуса–Хенхена связана с тем, что в рассматриваемом киральном магнитоэлектрике в условиях полного внутреннего отражения ($(q_{re}^{\alpha})^2 > 0$) имеет место гибридизация двух механизмов формирования отрицательного сдвига пучка отраженных волн. Для наглядности на примере ТЕ-волны представим выражение для набега фазы в виде суммы симметричного и антисимметричного относительно k_{\perp} слагаемых:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \frac{\varphi_s}{2} &= A_1 + A_2, \\ A_1 &= \frac{-\mu_{zz}}{\mu_{yy}\mu_{zz} - \mu_*^2} \frac{q_{re}^s}{k_{\parallel}}, \\ A_2 &= \frac{\mu_*}{\mu_{yy}\mu_{zz} - \mu_*^2} \frac{k_{\perp}}{k_{\parallel}}, \\ k_{\parallel} &= \sqrt{\varepsilon k_0^2 - k_{\perp}^2}. \end{aligned} \quad (62)$$

Вклад, определяемый в формуле (62) как A_1 ($A_1(k_{\perp}) = A_1(-k_{\perp})$), связан с возможностью формирования в оптически менее плотной среде (в данном случае ЦАС АФМ) эванесцентной электромагнитной волны с поляризацией $\alpha = p, s$. Наличие резонансных особенностей в компонентах тензоров магнитной, диэлектрической и магнитоэлектрической проницаемостей приводит к тому, что в отдельных частотных диапазонах знак проекции вектора Пойнтинга (27) на границу раздела сред для обсуждаемой эванесцентной волны может быть отрицательным (не только в левой среде, но и в правой). Реализация в условиях ПВО данного механизма формирования отрицательного сдвига Гуса–Хенхена возможна даже в том случае, когда оптически менее плотная среда не является гиротропной ($\varepsilon_* = 0, \mu_* = 0$) [30]. При этом для заданной поляризации волны в пучке $\alpha = p, s$ частота волны ω должна одновременно удовлетворять условиям:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{yy} < 0, \quad \varepsilon_{zz} < 0 & \text{ для волны ТМ-типа,} \\ \mu_{yy} < 0, \quad \mu_{zz} < 0 & \text{ для волны ТЕ-типа.} \end{aligned} \quad (63)$$

Что касается второго механизма формирования отрицательного эффекта Гуса–Хенхена, определенного в (62) как A_2 ($A_2(-k_{\perp}) = -A_2(k_{\perp})$), то он характерен только для отражения от киральной среды. В рассматриваемой конфигурации ($\mathbf{k} \in yz, \mathbf{n} \parallel \mathbf{L}_0 \parallel z, \mathbf{M}_0 \parallel x$) гиротропия индуцирует дополнительный (по отношению к негиротропной среде в тех же условиях) сдвиг фазы у отраженной волны, который пропорционален углу падения, и, как следствие,

дополнительный сдвиг Гуса–Хенхена. Другим возможным механизмом влияния на знак (и величину) эффекта Гуса–Хенхена может быть изменение на противоположный знака равновесного вектора ферромагнетизма $\mathbf{M}_0 \parallel x$, поскольку, как следует из (62), $A_2(-M_0) = -A_2(M_0)$. Для волны ТЕ-типа подобная невзаимность ранее обсуждалась в работе [31] на примере полуограниченного ЛО АФМ в коллинеарной фазе в постоянном внешнем магнитном поле, одновременно коллинеарном легкой магнитной оси и ортогональном сагиттальной плоскости.

Кроме того, как известно (см., например, [32]), при падении объемной p -поляризованной волны на поверхность оптически менее плотной немагнитной среды имеет место усиление интенсивности эванесцентных волн ТМ-типа при условии, что угол падения отвечает предельному углу ПВО (обе граничащие среды предполагались оптически изотропными). В рассматриваемом в данной работе случае отражения объемной ТМ- или ТЕ-волны, падающей извне, от поверхности магнитоэлектрика (5)–(9) и при $\mathbf{L}_0 \parallel \mathbf{n} \parallel z$, подобный эффект усиления в условиях ПВО также имеет место. Однако теперь максимум эффекта будет достигаться не при угле падения, равном предельному углу ПВО, а на кривых (61), если частота ω и угол наклона падающей на магнетик волны ТМ- или ТЕ-типа одновременно удовлетворяют этим соотношениям.

9. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе изучены особенности рефракции объемной волны ТМ- или ТЕ-типа, падающей извне под произвольным углом на поверхность полуограниченного мультиферроика с антисимметричным пространственно-однородным магнитоэлектрическим взаимодействием. В качестве примера рассмотрена двухподрешеточная модель нескомпенсированного ЛО АФМ со структурой $4_z^{\pm}2_x^{\pm}I^-$ при условии, что легкая магнитная ось одновременно коллинеарна нормали к поверхности магнитоэлектрика \mathbf{n} и ортогональна направлению равновесного вектора ферромагнетизма ($\mathbf{M}_0 \parallel x, \mathbf{L}_0 \parallel z, \mathbf{P}_0 \parallel y, \mathbf{n} \parallel z$).

На основе анализа полученных материальных соотношений показано, что в зависимости от частоты и угла падения имеет место формирование ряда новых особенностей при распространении объемной волны ТМ- или ТЕ-типа через границу раздела киральной магнитоэлектрической и немагнитной сред.

1. Существует эффект отрицательной фазовой скорости (проекции на нормаль к границе раздела сред векторов фазовых скоростей для падающей и преломленной в мультиферроик объемных волн ТЕ- или ТМ-типа имеют разные знаки), причем возможны несколько вариантов сечений ПВВ, ответственных за этот эффект.

2. Происходит формирование предельной объемной волны ТМ- или ТЕ-типа (вектор групповой скорости ортогонален нормали к границе раздела сред) с вектором фазовой скорости, который в зависимости от магнитооптической конфигурации может образовывать острый или тупой угол с направлением внешней нормали к поверхности магнетика, тогда как вектор групповой скорости строго параллелен границе раздела сред.

3. Имеет место эффект отрицательной рефракции скорости (проекции на границу раздела сред векторов групповых скоростей для падающей и преломленной в мультиферроик объемной волны ТЕ- или ТМ-типа имеют разные знаки).

4. Для выбранной магнитооптической конфигурации и структуры магнитоэлектрического взаимодействия характер рефракции зависит от того, верхнее или нижнее полупространство занимает рассматриваемый магнитоэлектрик.

5. Существует диапазон частот и углов падения, при которых полуограниченный мультиферроик по своим рефракционным свойствам является левой средой (одновременно реализуются эффекты отрицательной рефракции и отрицательной фазовой скорости).

6. Определены условия, при выполнении которых сдвиг пучка волн ТМ- или ТЕ-типа, отраженных от поверхности мультиферроика в немагнитную среду, становится отрицательным. Показано, что в данном случае формирование отрицательного сдвига Гуса–Хенхена может быть обусловлено двумя различными механизмами.

7. Отмеченные выше для мультиферроика особенности рефракции характерны также и для рефракции объемной волны ТМ- или ТЕ-типа, падающей извне на поверхность легкоосного нескомпенсированного антиферромагнетика со структурой $4_z^{\pm}2_x^+I^-$ в той же магнитооптической конфигурации.

8. Для ЛО АФМ с центром антисимметрии определены условия, при выполнении которых на границе раздела немагнетик–киральные магнитоэлектрик имеет место усиление интенсивности эванесцентных волн ТМ- или ТЕ-типа в магнитной среде.

9. Перечисленные выше эффекты чувствительны к тому, левую или правую тройку образует равнове-

сная ориентация вектора ферромагнетизма, нормаль к границе раздела сред и волновой вектор волны p - или s -поляризации.

10. Поскольку рассматриваемые особенности спин-волновой электродинамики мультиферроика являются результатом гибридизации киральных и магнитоэлектрических свойств среды, частотный диапазон существования некоторых рассмотренных выше эффектов (в частности, эффекта левой среды и отрицательного сдвига Гуса–Хенхена) растет с увеличением соотношения $|M_0/L_0|$.

Отметим, что аналогичные аномалии в поляритонной динамике будут наблюдаться и для других магнитооптических конфигураций нескомпенсированного АФМ с магнитной структурой рассматриваемого типа ($4_z^{\pm}2_x^+I^-$), например, в случае, когда $M_0 \parallel z$, $I_0 \parallel y$, $P_0 \parallel x$, $k \in xy$, $n \parallel y$ или $I_0 \parallel z$, $P_0 \parallel x$, $M_0 \parallel y$, $k \in xz$, $n \parallel z$.

Особенности поверхностной спин-волновой электродинамики этого класса магнитоэлектриков в случае, когда одновременно $M_0 \parallel x$, $L_0 \parallel z$, $P_0 \parallel y$ и $n \parallel y$ требуют отдельного рассмотрения.

Работа выполнена в рамках конкурса совместных российско-украинских исследовательских проектов 2010 г. (РФФИ–ДФФДУ) (№№ 11-02-90425, Ф40.2/100).

ЛИТЕРАТУРА

1. Д. В. Кулагин, Г. Г. Левченко, А. С. Савченко, А. С. Тарасенко, С. В. Тарасенко, Письма в ЖЭТФ **97**, 563 (2010).
2. Th. Michael and S. Trimper, Phys. Rev. B **83**, 134409 (2011).
3. R. L. Stamps, Adv. Funct. Mater. **20**, 2380 (2010).
4. K. L. Livsey and R. L. Stamps, Phys. Rev. B **81**, 094405 (2010).
5. V. Gunawan and R. L. Stamps, J. Phys.: Condens. Matter **23**, 105901 (2011).
6. A. Pimenov, A. A. Mukhin, V. Yu. Ivanov et al., Nature Phys. **2**, 97 (2006).
7. Е. А. Туров, А. В. Колчанов, В. В. Меньшин и др., *Симметрия и физические свойства антиферромагнетиков*, Физматлит, Москва (2001).
8. R. de Sousa and J. E. Moore, Appl. Phys. Lett. **92**, 022514 (2008).

9. В. Д. Бучельников, В. Г. Шавров, ЖЭТФ **109**, 706 (1996).
10. W. Cai and V. Shalaev, *Optical Metamaterials: Fundamentals and Applications*, Springer, Dordrecht, Heidelberg, London, New York (2010).
11. Jian Qi Shen, Phys. Rev. B **73**, 045113 (2006).
12. Cheng-Wei Qiu and Said Zouhdi, Phys. Rev. B **75**, 196101 (2007).
13. Jian Qi Shen, Phys. Rev. B **75**, 196102 (2007).
14. Cheng-Wei Qiu, Hai-Ying Yao, Le-Wei Lee et al., Phys. Rev. B **75**, 155120 (2007).
15. Cheng-Wei Qiu, Hai-Ying Yao, Le-Wei Lee et al., Phys. Rev. B **75**, 245214 (2007).
16. D. W. Ward, E. Statz, K. J. Webb et al., arXiv: cond-mat/0401046.
17. K. F. Wang, J.-M. Liua, and Z. F. Ren, Adv. Phys. **58**, 321 (2009).
18. В. Д. Бучельников, В. В. Риве, Письма в ЖЭТФ **84**, 470 (2006).
19. С. В. Вонсовский, *Магнетизм*, Наука, Москва (1971).
20. А. И. Ахиезер, В. Г. Барьяхтар, С. В. Пелетминский, *Спиновые волны*, Наука, Москва (1967).
21. Ю. И. Сиротин, М. П. Шаскольская, *Основы кристаллофизики*, Мир, Москва (1982).
22. В. А. Кизель, *Отражение света*, Наука, Москва (1973).
23. G. T. Mackay and A. Lakhtakia, Phys. Rev. B **79**, 235121 (2009).
24. *Metamaterials: Physics and Engineering Explorations*, ed. by N. Engheta, R. W. Ziolkowski, Wiley-IEEE Press, New Jersey (2006).
25. I. V. Lindell, A. H. Sihvola, S. A. Tretyakov, and A. J. Viitanen, *Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-isotropic Media*, Artech House, London (1994).
26. Ю. Н. Веневцев, В. В. Гагулин, В. Н. Любимов, *Сегнетомагнетики*, Наука, Москва (1982).
27. А. Г. Гуревич, *Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках*, Наука, Москва (1973).
28. T. M. Grzegorzczuk, X. Chen, J. Pacheco Jr. et al., Progr. Electromagn. Res. **51**, 83 (2005).
29. A. Sihvola, Metamaterials **1**, 2 (2007).
30. S. A. Ramakrishna, Rep. Progr. Phys. **68**, 449 (2005).
31. F. Lima, T. Dumelow, E. L. Albuquerque, and J. A. P. daCosta, J. Opt. Soc. Amer. **28**, 306 (2011).
32. Л. Новотный, Б. Хехт, *Основы нанооптики*, Физматлит, Москва (2009).