К ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ ПОГЛОЩАЮЩЕЙ ОДНООСНОЙ НЕПОЛОЖИТЕЛЬНО ОПРЕДЕЛЕННОЙ (ИНДЕФИНИТНОЙ) СРЕДЫ

Д. Г. Баранов^а, А. П. Виноградов^{а*}, К. Р. Симовский^b, И. С. Нефедов^b, С. А. Третьяков^b

^а Институт теоретической и прикладной электродинамики Российской академии наук 125412, Москва, Россия

^bDepartment of Radio Science and Engineering, School of Electrical and Electronic Engineering, Aalto University FI-00076, AALTO, PO Box 13000, Finland

Поступила в редакцию 24 мая 2011 г.

Показано, что по поверхности полупространства, заполненного одноосным индефинитным поглощающим метаматериалом, может распространяться поверхностный плазмон, длина затухания которого неограниченно растет при приближении к пороговой частоте. На самой пороговой частоте наблюдается новое явление — при падении ТМ-поляризованной волны на поглощающий материал существует действительный угол Брюстера, а в случае пластинки из такого метаматериала наблюдается «безотражательное» отражение, когда на пластинку с двух сторон падают две плоские волны. В последнем случае происходит полная деструктивная интерференция отраженных и прошедших волн.

1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее время огромный интерес вызывают явления, связанные с возбуждением поверхностных плазмонов и объединенные общим термином плазмоника [1–9]. Характерной чертой плазмоники, отличающей ее от обычной оптики и СВЧ-электродинамики, является то, что все события в плазмонике разворачиваются на масштабах, много меньших длины волны в вакууме. Это наделяет плазмонику многими чертами ближнепольной оптики и делает ее востребованной современными нанотехнологиями.

В случае изотропных сред существование поверхностной волны давно известно [10, 11]: выражение для квадрата волнового вектора, параллельного границе раздела (скажем, плоскости z = 0), имеет вид

$$k_{pl}^2 = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} \,. \tag{1}$$

Здесь область $z \ge 0$ содержит среду с $\varepsilon_1 > 0$, а область $z \le 0$ — среду с $\operatorname{Re} \varepsilon_2 < 0$. Локализованное у поверхности решение существует при выполнении условия «полного внутреннего отражения»: $k_{pl}^2 > \varepsilon_1 (\omega/c)^2$, т.е. при $\varepsilon_2 < 0$, $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 < 0$ [1, 2, 10, 11]. Примечательно, что такой поверхностный плазмон отчасти обладает свойством обратной волны: направление вектора Пойнтинга в среде с отрицательной диэлектрической проницаемостью противоположно направлению волнового вектора (фазовой скорости) [2]. В то же время над поверхностью этой среды вектор Пойнтинга направлен вдоль фазовой скорости, так же как и результирующий поток энергии. Поверхностную волну, имеющую аналогичное распределение потоков энергии, будем ниже называть типичным плазмоном¹).

Поверхностный плазмон может наблюдаться в оптическом диапазоне на поверхности благородных металлов, действительная часть диэлектрической проницаемости которых является отрицательной [1–4]. Однако диэлектрическая проницаемость реальных металлов обладает конечной мнимой частью ($\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''$), вследствие чего волновой вектор k_{pl} также обладает мнимой частью: $k_{pl} = k'_{pl} + ik''_{pl}$, а поэтому при распространении поверхностного плазмона вдоль поверхности он будет затухать с харак-

^{*}E-mail: a-vinogr@yandex.ru

¹⁾ В литературе приняты также термины «обыкновенный» и «необыкновенный» плазмоны [2]. В случае анизотропных сред этот термин может внести некоторую путаницу, так как «обыкновенный» и «необыкновенный» плазмоны имеют одну и ту же поляризацию.

терной длиной затухания $l = 1/\operatorname{Im}(k_{pl}(\omega))$. Для границы серебра со свободным пространством на длине волны 400 нм длина затухания (иначе — длина пробега) составляет порядка 50 мкм, что является недостаточным для многих практических приложений.

Известно, что над поверхностью анизотропного метаматериала с так называемой индефинитной диэлектрической проницаемостью наряду с типичным поверхностным плазмоном может распространяться и нетипичный [2, 12]. Тензор диэлектрической проницаемости $\hat{\varepsilon}$ анизотропной среды называется индефинитным [13], если его компоненты в главных осях имеют разные знаки вещественной части. Отличительной особенностью нетипичного поверхностного плазмона является то, что вектор Пойнтинга в обеих средах направлен в одну сторону [2, 12].

Ниже показано, что по поверхности полупространства, заполненного одноосным индефинитным поглощающим метаматериалом, может распространяться поверхностный плазмон, длина затухания которого неограниченно растет при приближении к пороговой частоте. На самой пороговой частоте наблюдается новое явление — существует действительный угол Брюстера (коэффициент отражения в точности равен нулю) при падении ТМ-поляризованной волны на полупространство, заполненное поглощающим индефинитным материалом, а в случае пластинки из такого метаматериала наблюдается «безотражательное» отражение, когда на пластинку с двух сторон падают две плоские волны. При определенном угле падения происходит полная деструктивная интерференция отраженной и прошедшей волн.

2. ПЛАЗМОН НАД ОДНООСНЫМ ПЛАЗМОННЫМ КРИСТАЛЛОМ

Рассмотрим индефинитный одноосный кристалл с оптической осью, перпендикулярной плоскости раздела. В качестве такого кристалла может выступать композитный материал, состоящий из металлических нанопроволочек, помещенных в матрицу из диэлектрика и расположенных перпендикулярно поверхности. Например, это может быть пористый оксид алюминия, поры которого заполнены серебром. Ниже мы будем предполагать, что среда описывается тензором диэлектрической проницаемости

$$\hat{\varepsilon}_{eff} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{\perp} & 0 & 0\\ 0 & \varepsilon_{\perp} & 0\\ 0 & 0 & \varepsilon_{\parallel} \end{pmatrix}, \qquad (2)$$

где ε_{\perp} — проницаемость в направлении, перпендикулярном проволочкам, и ε_{\parallel} — вдоль проволочек.

Известно, что по поверхности рассматриваемого кристалла может распространяться поверхностный плазмон [2]. Распределение электрического поля в нем имеет вид

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \\ = \begin{cases} \mathbf{v} \exp\left[i(k_{pl}x - \omega t)\right] \exp(-\alpha_1 z), & z \ge 0, \\ \mathbf{u} \exp\left[i(k_{pl}x - \omega t)\right] \exp(\alpha_2 z), & z < 0, \end{cases}$$
(3)

где

$$\mathbf{u} = (u_x, 0, u_z), \quad \mathbf{v} = (v_x, 0, v_z)$$

— векторы поляризации электрического поля, а величины α_1 и α_2 описывают локализацию плазмона в пространстве. Квадрат компоненты волнового вектора плазмона, параллельной плоскости z = 0, равен

$$k_{pl}^{2} = \left(\frac{\omega}{c}\right)^{2} \varepsilon_{\parallel} \varepsilon_{\perp} \frac{\varepsilon_{\perp} - \varepsilon_{1}}{\varepsilon_{\perp} + \varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{1}^{2}}.$$
 (4)

В анизотропном случае, в отличие от изотропного, существуют два вида поверхностных плазмонов. Если элементы тензора (2) являются действительными величинами, то в обоих случаях необходимо, чтобы

$$\varepsilon_{\perp} < 0.$$
 (5)

Однако величина ε_{\parallel} может быть как отрицательной (чему соответствует типичный плазмон),

$$\varepsilon_{\parallel} < \varepsilon_1^2 / \varepsilon_{\perp} < 0,$$
 (5a)

так и положительной (чему соответствует нетипичный плазмон),

$$0 < \varepsilon_1 < \varepsilon_{\parallel}. \tag{5b}$$

Эти условия, однако, полностью справедливы, только если элементы тензора диэлектрической проницаемости (2) являются чисто действительными числами. Если же они являются комплексными, то необходимо потребовать экспоненциального затухания поля при удалении от поверхности раздела z = 0, поэтому очевидно, что для существования поверхностного плазмона необходимо, чтобы

$$\operatorname{Re}\alpha_1 > 0, \quad \operatorname{Re}\alpha_2 > 0. \tag{6}$$

Из уравнений Максвелла могут быть легко получены выражения [2]

$$\alpha_1^2 = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \varepsilon_1^2 \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_{\parallel}}{\varepsilon_{\parallel} \varepsilon_{\perp} - \varepsilon_1^2}, \quad \alpha_2 = -\alpha_1 \frac{\varepsilon_{\perp}}{\varepsilon_1}.$$
(7)



Рис.1. Частотные дисперсии поперечной (a) и продольной (б) составляющих тензора диэлектрической проницаемости (2)

Для нас важно, что при распространении нетипичного плазмона по поверхности анизотропного кристалла поток энергии в обеих средах направлен в одну сторону, что существенно увеличивает перенос энергии плазмоном при фиксированном значении нормальной компоненты электрического поля в среде с $\varepsilon_1 > 0$. Естественно ожидать, что пробег такого плазмона будет больше, чем в изотропном случае. Действительно, следующие ниже оценки подтверждают наше предположение.

3. МОДЕЛЬНАЯ СРЕДА

Рассмотрим диэлектрическую матрицу, в которой параллельно друг другу расположены тонкие серебряные проволочки. Предполагается, что диаметр проволочек меньше толщины скин-слоя, а расстояние между ними меньше всех длин волн, возникающих в задаче.

Поскольку среда однородна в направлении, параллельном проволочкам, электрическое поле непрерывно на границах матрицы и проволочек. Поэтому диэлектрическую проницаемость композита в направлении оптической оси, т. е. по нормали к поверхности, можно оценить следующим образом [14,15]:

$$\varepsilon_{\parallel} = p\varepsilon_{met} + (1-p)\varepsilon_{mat}.$$
 (8)

Здесь ε_{mat} — диэлектрическая проницаемость матрицы из оксида алюминия Al_2O_3 , ε_{met} — диэлектрическая проницаемость серебра, p — объемная концентрация проволочек. В качестве диэлектрических функций ε_{met} и ε_{mat} были использованы экспериментальные данные, полученные в работе [16].

Для оценки є⊥ воспользуемся формулой Максвелла–Гарнетта для двумерного случая [15]:

$$\varepsilon_{\perp} = \varepsilon_{mat} \frac{1 + p \frac{\varepsilon_{met} - \varepsilon_{mat}}{\varepsilon_{met} + \varepsilon_{mat}}}{1 - p \frac{\varepsilon_{met} - \varepsilon_{mat}}{\varepsilon_{met} + \varepsilon_{mat}}}.$$
(9)

Частотные дисперсии проницаемостей показаны на рис. 1. Далее будем рассматривать интересующие нас частотные зависимости, используя в качестве аргумента действительную часть $\varepsilon_{\parallel}(\omega)$, так в этих координатах наиболее наглядно определены области существования плазмонов (5а) и (5b), а выводы становятся менее модельно зависимыми.

На рис. 2 приведены дисперсионные кривые плазмонов для концентрации нанопроволочек $p = p_0 =$ = 0.3, полупространство z > 0 при этом заполнено вакуумом (здесь и далее $\varepsilon_1 = 1$). Как было сказано выше, при отсутствии потерь существуют, согласно условиям (5a) и (5b), два типа поверхностных плазмонов: типичный и нетипичный. Наличие омических потерь меняет ситуацию: нетипичный плазмон может теперь существовать и в области, в которой $0 < \operatorname{Re}\varepsilon_{\parallel} < 1$. Границы областей существования плазмонов при наличии потерь определяются условием $\operatorname{Re} \alpha_1 = 0$ (в интересующем нас диапазоне условие $\operatorname{Re} \alpha_2 > 0$ выполняется всегда) и отмечены вертикальными штриховыми линиями, а сами области показаны стрелками. Проницаемости, соответствующие границам разрешенных зон, обозначены как $\varepsilon_{\parallel}^{up}$ и $\varepsilon_{\parallel}^{low}$. Как видно на вставке к рис. 2, в области $\varepsilon_{\parallel}^{up}$

 $\operatorname{Re}\varepsilon_{\parallel} < 1$ плазмон трансформируется в волну Ценнека: дисперсионная кривая плазмона лежит



Рис.2. Дисперсионные кривые плазмона в композите при концентрации нанопроволочек $p_0 = 0.3$: кривая 1 — действительная часть продольной составляющей волнового вектора плазмона k_{pl} ; 2 — световая линия; 3 — $\operatorname{Re} \alpha_1$; 4 — $\operatorname{Re} \alpha_2$. Все изображенные величины нормированы на $q = \omega/c$. Области существования плазмонов ($\operatorname{Re} \alpha_1 > 0 \cap \operatorname{Re} \alpha_2 > 0$) отмечены стрелками. На вставке — подробный ход дисперсионной кривой плазмона вблизи границы разрешенной зоны ($\varepsilon_{\parallel}^{up}$) для нетипичного плазмона

ниже светового конуса (прямая 2). Тем не менее дисперсия всех плазмонов описывается одной и той же формулой $[17]^{2}$.

4. ДЛИНА ПРОБЕГА НЕТИПИЧНОГО ПЛАЗМОНА

На рис. З приведена зависимость длины пробега $l = 1/\operatorname{Im}(k(\omega))$ нетипичного плазмона от $\operatorname{Re} \varepsilon_{\parallel}$ при $p = p_0$ с учетом омических потерь. При приближении к частоте, соответствующей границе существования нетипичного плазмона ($\operatorname{Re} \varepsilon_{\parallel}(\omega) = \operatorname{Re} \varepsilon_{\parallel}^{up}$), длина пробега плазмона резко увеличивается, обращаясь на границе в бесконечность.

Согласно выражению (3), зависимость величины электрического (аналогично и для магнитного) поля в средах 1, 2 от координаты z дается экспоненциальным множителем $\exp(-\alpha_i z)$, i = 1, 2, поэтому глубина локализации поля равна $l_i = 1/\operatorname{Re} \alpha_i$. На рис. 3 также изображены зависимости от $\operatorname{Re} \varepsilon_{\parallel}$ глубины проникновения поля в диэлектрик l_1 и в композитный материал l_2 . Последняя на границе зоны существования плазмона имеет отличный от нуля



Рис. 3. Длина пробега плазмона (сплошная линия) и глубины локализации поля в композите (штрихпунктирная) и в диэлектрике (штриховая). Величины приведены к одному масштабу для изображения на одном графике

минимум. Это означает, что поле проникает в анизотропный материал, в котором есть диссипация. Возникает парадокс. С одной стороны, длина пробега обращается в бесконечность, а с другой — существует диссипация энергии, которая должна приводить к затуханию плазмона.

Для выяснения причины резкого увеличения длины пробега рассмотрим, как меняются омические потери плазмона в композите, суммарный поток энергии и глубина локализации поля в зависимости от частоты при некоторой заданной концентрации включений. Мощность потерь в единице объема равна

$$w = \langle \hat{\sigma} \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^* \rangle$$

где $\hat{\sigma} = (\omega/4\pi) \operatorname{Im} \hat{\varepsilon}$, а угловые скобки означают усреднение по объему. Поверхностный плазмон является волной ТМ-типа [1,8]: поляризация электрического вектора в композите имеет вид

$$\mathbf{u} = (u_x, 0, u_z),$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{u} \exp\left[i(kx - \omega t)\right] \exp(\alpha_2 z),$$

(10)

где α_2 — комплексная величина, задающая распределение электромагнитного поля внутри метаматериала.

После интегрирования по z выражения для мощности потерь w найдем величину потерь в слое единичной толщины (вдоль оси y) в единицу времени:

²⁾ На этот факт внимание авторов обратил Б. С. Лукьянчук.

$$Q = \int_{-\infty}^{0} w(z) dz = \frac{\omega}{2\pi \operatorname{Re} \alpha_2} \times \left(\varepsilon_{\perp}'' |u_x|^2 + \varepsilon_{\parallel}'' |u_z|^2 \right) \exp(-2k''x). \quad (11)$$

Тангенциальные компоненты вектора Пойнтинга в средах 1 и 2 равны

$$S_{x2} = -\frac{c}{8\pi} \operatorname{Re}(u_z u_{my}^*) \exp(-2k'' x) \exp(-2\alpha_2 z),$$
$$S_{x1} = -\frac{c}{8\pi} \operatorname{Re}(v_z v_{my}^*) \exp(-2k'' x) \exp(2\alpha_1 z).$$

Здесь u_{my} и v_{my} — компоненты векторов поляризации магнитного поля. После интегрирования выражений для S_{xi} по z получим выражение для суммарного потока энергии:

$$I \equiv I_x = -\frac{c}{16\pi} \times \left(\frac{\operatorname{Re}(u_z u_{my}^*)}{\operatorname{Re}\alpha_2} + \frac{\operatorname{Re}(v_z v_{my}^*)}{\operatorname{Re}\alpha_1}\right) \exp(-2k''x). \quad (12)$$

Теперь воспользуемся уравнением непрерывности для энергии электромагнитного поля:

$$\frac{\partial S_x}{\partial x} + \frac{\partial S_z}{\partial z} = -w. \tag{13}$$

После интегрирования по z получим

$$dI + \left(\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial S_z}{\partial z} dz\right) dx = -Q \, dx = -\frac{Q}{I} I(x) \, dx.$$
(14)

Отношение Q/I, как видно из (11) и (12), является не зависящей от x константой, а следовательно,

$$I(x) = I(0) \exp\left(-\frac{Q}{I}x\right).$$
(15)

Мы приходим к важному выводу: отношение Q/I обратно пропорционально длине пробега плазмона, т. е. $2/l = 2 \operatorname{Im}(k_{pl}(\omega))$, поскольку скорость затухания потока энергии в два раза выше, чем скорость затухания поля.

Поскольку глубина проникновения в композит конечна, конечна и удельная диссипация. Обращение длины пробега в бесконечность связано с обращением в бесконечность потока энергии. Так как, по определению, на границе существования плазмона значение $\operatorname{Re} \alpha_1$ обращается в нуль, то поверхностный плазмон превращается в падающую плоскую волну, суммарный поток энергии которой обращается в бесконечность, как это следует из (12), причем омические потери остаются конечными. Затухание



Рис.4. Отношение длины пробега плазмона к глубине локализации поля в диэлектрике при $p = p_0$

поверхностного плазмона не происходит вследствие подкачки энергии в композит из верхнего полупространства, где поток энергии бесконечно велик.

С практической точки зрения оказывается чрезвычайно важным, что вблизи границы существования плазмона отношение длины пробега плазмона к глубине локализации в диэлектрике является конечной величиной порядка нескольких десятков (рис. 4). Иными словами можно говорить о поверхностном плазмоне, имеющем большую длину пробега.

5. УГОЛ БРЮСТЕРА В СЛУЧАЕ ДИССИПАТИВНЫХ СИСТЕМ

Таким образом, в точке, где Re α_1 обращается в нуль, поверхностный плазмон превращается в плоскую волну, безотражательно падающую на полупространство, заполненное поглощающей анизотропной индефинитной средой. Иными словами, при падении TM-волны на индефинитный поглощающий материал существует действительный угол Брюстера.

Рассмотрим падение волны из вакуума на такую среду и найдем амплитуду отраженной волны. Фиксируем частоту волны и концентрацию включений так, чтобы оказаться точно на границе области существования нетипичного поверхностного плазмона. Из формул Френеля следует следующее выражение для коэффициента отражения необыкновенной волны:

$$r(\theta) = \frac{k_{z1} - k_{z2}/\varepsilon_{\perp}}{k_{z1} + k_{z2}/\varepsilon_{\perp}},\tag{16}$$

где θ — угол падения. На рис. 5 приведена угловая зависимость квадрата модуля коэффициента отражения. Отчетливо видно, что у такой системы имеется угол Брюстера, при котором величина $|r|^2$ об-



Рис. 5. Угловые зависимости коэффициента отражения по интенсивности от метаматериала (сплошная кривая) и серебра (штриховая)



Рис. 6. Зависимости действительной (сплошная кривая) и мнимой (штриховая кривая) частей $\cos^2 \theta$ от длины волны при заданной концентрации проволочек $p = p_0$. Отмеченные точки соответствуют действительному углу Брюстера

ращается точно в нуль. Действительно, условие отсутствия отражения можно записать в виде

$$\cos^2 \theta = \frac{\varepsilon_{\parallel} - 1}{\varepsilon_{\parallel} \varepsilon_{\perp} - 1}.$$
 (17)

Вблизи найденного нами угла падения угол Брюстера становится действительной величиной (рис. 6).

6. РАСПРОСТРАНЕНИЕ НЕТИПИЧНОГО ПЛАЗМОНА ПО ПЛЕНКЕ АНИЗОТРОПНОГО ИНДЕФИНИТНОГО МАТЕРИАЛА

Рассмотрим задачу о распространении поверхностного плазмона по пластинке конечной толщины *d*. Закон дисперсии для плазмонов в такой системе может быть получен таким же образом, как и ранее, за одним исключением: электромагнитное поле внутри пластинки следует искать теперь в виде суммы двух плоских волн, поскольку нет оснований требовать экспоненциального затухания поля при удалении от одной из границ пластинки внутри нее [2]. Из этого вытекает, что магнитное поле поверхностного плазмона следует искать в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(\mathbf{r},t) &= \\ &= \begin{cases} \mathbf{H}_{1} \exp\left[i(k_{pl}x - \omega t)\right] \exp(-\alpha_{1}z), \ z > d/2, \\ &\mathbf{H}_{+} \exp\left[i(k_{pl}x - \omega t)\right] \exp(-\alpha_{2}z) + \\ &+ \mathbf{H}_{-} \exp\left[i(k_{pl}x - \omega t)\right] \exp(\alpha_{2}z), \ -d/2 < \\ &\quad (18) \\ &\quad (z < d/2, \\ &\mathbf{H}_{3} \exp\left[i(k_{pl}x - \omega t)\right] \exp(\alpha_{3}z), \ z < -d/2. \end{cases} \end{aligned}$$

Рассматриваемая волна имеет ТМ-поляризацию. Далее процедура поиска дисперсионной зависимости стандартная: из уравнения Френеля для каждой из сред получаем соотношения для компонент волновых векторов и используем условия непрерывности соответствующих компонент электрического и магнитного полей на границах раздела сред. Для упрощения выкладок сразу же отметим, что наиболее интересен случай, когда области 1 и 3 заняты одной и той же средой, поэтому положим $\varepsilon_1 = \varepsilon_3 = \varepsilon$. Получим уравнения для компонент волновых векторов:

$$k_{pl}^{2} - \alpha_{1}^{2} = \varepsilon (\omega/c)^{2},$$

$$k_{pl}^{2} - \alpha_{3}^{2} = \varepsilon (\omega/c)^{2},$$

$$k_{pl}^{2}\varepsilon_{\perp} - \alpha_{2}^{2}\varepsilon_{\parallel} = \varepsilon_{\perp}\varepsilon_{\parallel}(\omega/c)^{2}.$$
(19)

Отсюда видно, что $\alpha_1 = \pm \alpha_3$, однако, для того чтобы волна имела поверхностный характер, должно быть выполнено условие $\operatorname{Re} \alpha_1 > 0$, $\operatorname{Re} \alpha_3 > 0$. Поэтому будем искать только решения с $\alpha_1 = \alpha_3 = \alpha$. Условия непрерывности электромагнитного поля при $z = \pm d/2$ дают



Рис.7. Дисперсионные кривые (*a*, *b*) и длины пробега (*b*, *c*) плазмона для симметричной (*a*, *b*) и антисимметричной (*b*, *c*) мод; толщина пластинки *d* = 10 нм

$$H_{+} \exp(-\rho_{2}) + H_{-} \exp(\rho_{2}) = H_{1} \exp(-\rho),$$

$$H_{+} \exp(\rho_{2}) + H_{-} \exp(-\rho_{2}) = H_{3} \exp(-\rho),$$

$$\frac{\alpha_{2}}{\varepsilon_{\perp}} (-H_{+} \exp(-\rho_{2}) + H_{-} \exp(\rho_{2})) =$$

$$= -\frac{\alpha}{\varepsilon} H_{1} \exp(-\rho),$$

$$\frac{\alpha_{2}}{\varepsilon_{\perp}} (-H_{+} \exp(\rho_{2}) + H_{-} \exp(-\rho_{2})) =$$

$$= \frac{\alpha}{\varepsilon} H_{3} \exp(-\rho),$$
(20)

где введены обозначения $\rho = \alpha d/2$, $\rho_2 = \alpha_2 d/2$. Симметрия системы относительно плоскости z = 0 позволяет сделать заключение, что поляризация магнитного поля вне пластины такова, что $\mathbf{H}_1 = \mathbf{H}_3$ либо $\mathbf{H}_1 = -\mathbf{H}_3$. В соответствии с этим будем различать симметричную и антисимметричную моды плазмона. Уравнения (20) для симметричной моды тогда принимают вид

$$H_{1} = H_{3} = H,$$

$$H_{+} = H_{-} = H_{2},$$

$$\frac{\alpha_{2}}{\varepsilon} \operatorname{th} \frac{\alpha_{2}d}{\varepsilon} = -\frac{\alpha}{\varepsilon},$$

(21)

а для антисимметричной —

$$H_{1} = -H_{3} = H,$$

$$H_{+} = -H_{-} = H_{2},$$

$$\frac{\alpha_{2}}{\varepsilon} \operatorname{cth} \frac{\alpha_{2}d}{\varepsilon} = -\frac{\alpha}{\varepsilon}.$$
(22)

На рис. 7 приведены дисперсионные кривые и частотные зависимости отношения длины пробега l к глубине локализации поля в вакууме l_{loc} при концентрации нанопроволочек $p_0 = 0.3$ и толщине пластинки d = 10 нм.

Таким образом, при распространении плазмона по пластинке длина пробега может становиться бесконечно большой. Однако теперь это решение, соответствующее поверхностному плазмону, переходит не в одну падающую волну, а в две, падающие с разных сторон на пластинку. Отраженные и преломленные волны после прохождения пластинки испытывают деструктивную интерференцию по обе стороны от нее, так что остаются только падающие плоские волны.

В целом оказывается справедлива тенденция, состоящая в том, что длина пробега симметричной моды оказывается выше, чем у антисимметричной при той же толщине пластинки. Причина этой тенденции вновь заключается в механизме переноса энергии плазмоном в толще пластинки. В случае асимметричной моды магнитные поля двух волн (22) внутри пластинки направлены в противоположные стороны, поэтому в середине пластинки поле равно нулю, а суммарный поток энергии становится значительно меньше, чем при распространении симметричной моды.

Для симметричной моды длина пробега превышает глубину локализации поля в окружающем вакууме $1/\operatorname{Re}\alpha_1$ в несколько сотен раз, что является гораздо лучшим результатом по сравнению с тем, который был получен для двух полубезграничных сред, где это отношение составляет несколько десятков (см. рис. 4).

7. ВЫВОДЫ

Показано, что метаматериал с индефинитным тензором диэлектрической проницаемости может поддерживать поверхностный плазмон, длина пробега которого даже при наличии диссипации может быть сколь угодно большой. Основная причина эффекта заключается в делокализации поля плазмона в диэлектрике, граничащем с метаматериалом. Однако отношение длины пробега плазмона к глубине его локализации в диэлектрике является конечной величиной порядка нескольких десятков. Иными словами, поверхность индефинитного метаматериала является плазмонным волноводом эффективно большой длины.

В области расширения существования плазмона $\varepsilon_{\parallel}^{up} < \operatorname{Re} \varepsilon_{\parallel} < 1$, возникшей из-за наличия диссипации, существуют два решения, имеющие одно и то же значение действительной части тангенциального волнового числа k_{pl} : падающая и отраженная плоские волны с ненулевым коэффициентом отражения, для которых $k_x = \operatorname{Re} k_{pl}$ (дисперсионное уравнение в вакууме имеет вид $k_z^2 + k_x^2 = (\omega/c)^2$), и волна Ценнека (она же нетипичный плазмон), для волнового

вектора которой справедливо дисперсионное уравнение $k_{pl}^2 - \alpha_1^2 = (\omega/c)^2$. На границе области существования нетипичного плазмона вырождение снимается — остается только падающая плоская волна, но она сохраняет свойство волны Ценнека — коэффициент ее отражения равен нулю.

Таким образом, в анизотропном индефинитном материале может существовать действительный угол Брюстера даже при наличии диссипации.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 10-02-91750-аф_А, 10-02-92115-ЯФ_а, 10-02-90466-Укр_а, 11-02-92475-МНТИ_а).

ЛИТЕРАТУРА

- 1. В. М. Агранович, Д. Л. Миллс, Поверхностные поляритоны. Электромагнитные волны на поверхностях и границах раздела сред, Наука, Москва (1985).
- 2. Н. Л. Дмитрук, В. Г. Литовченко, В. Л. Стрижевский, Поверхностные поляритоны в полупроводниках и диэлектриках, Наука, Киев (1989).
- L. Novotny and B. Hecht, *Principles of Nano-Optics*, Cambridge Univ. Press, Cambridge (2006).
- 4. В. Климов, *Наноплазмоника*, Физматлит, Москва (2009).
- Plasmonic. Nanoguides and Circuits, ed. by S. I. Bozhevolnyi, Pan Stanford Publishing, Singapore (2009).
- S. A. Maier, Plasmonics: Fundamentals and Applications, Springer Science + Business Media LLC, New York (2007).
- W. Cai and V. Shalaev, Optical Metamaterials, Springer Science + Business Media LLC, New York (2010).
- H. Raether, Surface Plasmons on Smooth and Rough Surfaces and Gratings, Springer-Verlag, Berlin-Heidenberg-New York-London-Paris-Tokyo (1988).
- S. Zouhdi, A. Sihvola, and A. P. Vinogradov, Metamaterials and Plasmonics: Fundamentals, Modelling, Applications, Springer, Dordecht (2009).

- 10. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред, Наука, Москва (1982).
- 11. P. S. Epstein, Proc. Nat. Acad. Sci. USA 40, 1158 (1954).
- 12. В. В. Брыксин, Д. Н. Мирлин, И. И. Решина, Письма в ЖЭТФ 16, 445 (1972).
- D. R. Smith and D. Schurig, Phys. Rev. Lett. 90, 077405 (2003).

- **14**. А. П. Виноградов, Электродинамика композитных материалов, УРСС, Москва (2003).
- 15. G. W. Milton, *The Theory of Composites*, Cambridge Univ. Press, Cambridge (2004).
- 16. P. B. Johnson and R. W. Christy, Phys. Rev. B 6, 4370 (1972).
- **17**. Л. А. Вайнштейн, Электромагнитные волны, Радио и Связь, Москва (1988).