ЖЭТФ, 2012, том 141, вып. 4, стр. 748–756 

# ВЛИЯНИЕ «НАКЛОННОЙ» АНИЗОТРОПИИ НА СПИНОВЫЕ СОСТОЯНИЯ ДВУМЕРНОЙ СИЛЬНОАНИЗОТРОПНОЙ ПЛЕНКИ

*Ю. А. Фридман*, Ф. Н. Клевец, Г. А. Гореликов*

*Таврический национальный университет им. В. И. Вернадского*
*95007, Симферополь, Украина*

Поступила в редакцию 9 июля 2011 г.

Изучены спиновые состояния двумерной пленки, обладающей большой легкоплоскостной анизотропией и одноионной «наклонной» анизотропией, ось которой образует некоторый угол с нормалью к плоскости пленки. В такой системе возможна реализация угловой ферромагнитной фазы, пространственно-неоднородного состояния и квадрупольной фазы, реализация которых существенно зависит от величины наклонной анизотропии.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Как известно, при микроскопическом описании магнитных диэлектриков в спиновом гамильтониане возникают слагаемые вида $S_n^i \beta_{ij} S_n^j$, соответствующие энергии одноионной анизотропии, возникновение которой обусловлено спин-орбитальным взаимодействием ($S_n^i$ — $i$-я компонента спинового оператора в узле $n$, $\beta_{ij}$ — компоненты тензора одноионной анизотропии) [1]. Аналогичного вида слагаемые можно выделить из энергии магнитодипольного взаимодействия, однако вклад этого взаимодействия обычно мал по сравнению с одноионной анизотропией. Простейшей магнитной системой, обладающей одноинной анизотропией, является магнетик со спином магнитного иона равным единице. В такой системе тензор одноионной анизотропии является обычно диагональным, причем $\beta_{zz} \neq \beta_{xx} = \beta_{yy}$. Такой вид компонент тензора анизотропии приводит к возникновению в магнетике одноосной одноионной анизотропии. Данная модель хорошо зарекомендовала себя при описании многих магнитных систем, однако технологические сложности, возникающие при создании магнитоупорядоченных систем, приводят к нарушению диагональности тензора анизотропии. Поэтому модель, учитывающая недиагональные компоненты тензора одноионной анизотропии $\beta_{zz} \neq \beta_{xx} = \beta_{yy}$, $\beta_{xz} = \beta_{zx}$, является более реалистичной. Она описывает наклонную анизотропию, лежащую в плоскости $xz$, с осью легкого намагничивания, образующей угол $\varphi$ с осью $z$. Интерес к такого рода моделям обусловлен тем, что они достаточно адекватно описывают энергию анизотропии разориентированных пленок феррит-гранатов. Так, например, в работе [2] показано, что в рамках двухпараметрической модели [3] в (111)-разориентированных пленках реализуется наклонная анизотропия. При этом ось легкого намагничивания лежит в той же плоскости, что и угол разориентации, — в работе [2] это плоскость ($\bar{1}10$). В работе [4] изучались процессы перемагничивания (112)-пленок (частный случай разориентированной (111)-пленки). В этой работе показано, что если внешнее поле приложено в плоскости ($\bar{1}10$), то в той же плоскости лежит и вектор намагниченности. Таким образом, если ввести в плоскости ($\bar{1}10$) координаты $x$ и $z$, то можно показать, что энергия анизотропии будет описываться двумя константами: $\beta_{zz}$ и $\beta_{xz}$ [4, 5].

Практическая ценность исследований систем с наклонной ориентацией легкоосной одноионной анизотропии состоит в том, что такие системы перспективны при создании устройств магнитооптической обработки информации, дефектоскопии, визуализации неоднородных магнитных полей, при исследовании наноструктурных магнитных материалов и др. [6–8].

Системы со сложной одноионной анизотропией, описанные выше, достаточно хорошо изучены для случая малой величины одноионных анизотропий ($\beta_{zz}, \beta_{xz} \ll J_0$). Однако существует больший класс магнитоупорядоченных систем, в которых энергия

*E-mail: frid@tnu.crimea.ua, yuriifridman@gmail.com

одноионной анизотропии достаточно велика. В настоящей работе нами рассмотрен довольно интересный класс магнитных систем, обладающих гигантской легкоплоскостной одноионной анизотропией $\beta_{zz}$, сравнимой или даже превышающей величину обменного взаимодействия $J_0$. Наличие в системе такой анизотропии приводит к целому ряду интересных эффектов, которые имеют чисто квантовый характер и не могут быть объяснены в рамках феноменологических моделей [9–15]. Среди этих эффектов выделим образование так называемых квадрупольных фаз, характеризуемых наличием дальнего магнитного порядка, но не векторного типа (намагниченность системы равна нулю), а тензорного типа [15].

Целью настоящей работы является исследование влияния наклонной одноионной легкоосной анизотропии $\beta_{xz}$ на фазовые состояния двумерной магнитной системы с большой легкоплоскостной одноионной анизотропией $\beta_{zz} = \beta$. При этом энергия наклонной анизотропии является самой слабой по сравнению с другими типами взаимодействия (мы рассматриваем случай слаборазориентированных магнитных структур). Двумерность рассматриваемой системы подразумевает существенное влияние магнитодипольного взаимодействия, которое может приводить к реализации пространственно-неоднородных фазовых состояний [16–19]. Спин магнитного иона положим равным единице.

## 2. СПИНОВЫЕ СОСТОЯНИЯ ФЕРРОМАГНЕТИКА С МАЛОЙ ОДНОИОННОЙ АНИЗОТРОПИЕЙ ($\beta, \beta_{xz} \ll J_0$)

Как нам кажется, наиболее интересным является случай тонких ферромагнитных пленок, в которых необходимо учитывать влияние магнитодипольного взаимодействия. Рассмотрим тонкую ферромагнитную пленку со спином $S = 1$. Гамильтониан такой системы можно представить в следующем виде:

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{2}\sum_{n,n'}\left(J_{nn'}\delta_{ij} + V_{nn'}^{ij}\right)S_n^i S_{n'}^j + \\ + \beta\sum_n O_{2n}^0 - \beta_{xz}\sum_n O_{2n}^{xz}, \quad (1)$$

где $J_{nn'}$ — обменный интеграл, $S_n^i$ — $i$-я компонента спинового оператора в узле $n$, $\beta$ — константа легкоплоскостной одноионной анизотропии (базисная плоскость $xy$), $\beta_{xz}$ — константа легкоосной одноионной наклонной анизотропии в плоскости $xz$,

$$O_{2n}^0 = 3(S_n^z)^2 - S(S+1),$$

$$O_{2n}^{xz} = S_n^x S_n^z + S_n^z S_n^x$$

— операторы Стивенса, $V_{nn'}^{ij}$ — компоненты тензора магнитодипольного взаимодействия, фурье-образы которых имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} V_k^{xx} &= \frac{A_0}{3} - \Omega_0 k\cos^2\psi, \\ V_k^{yy} &= \frac{A_0}{3} - \Omega_0 k\sin^2\psi, \\ V_k^{zz} &= -\frac{2}{3}A_0 + \Omega_0 k, \\ V_k^{xy} &= V_k^{yz} = -\frac{\Omega_0 k}{2}\sin 2\psi, \\ V_k^{xz} &= V_k^{zx} = V_k^{yz} = V_k^{zy} = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь

$$A_0 = \frac{3}{2}(g\mu_B)^2\sum_{R\neq 0}R^{-3}, \quad \Omega_0 = \frac{2\pi(g\mu_B)^2}{a^2},$$

$a^2$ — «объем» плоской элементарной ячейки, $g$ — гиромагнитное отношение, $\mu_B$ — магнетон Бора, $\psi$ — угол между направлением волнового вектора $\mathbf{k}$ в базисной плоскости $xy$ и осью $x$. Дальнейшее рассмотрение будем проводить для случая низких температур, много меньших температуры Кюри.

Предположим, что константа легкоплоскостной анизотропии существенно меньше обменного взаимодействия, и в системе реализуется ферромагнитная фаза, в которой намагниченность ориентирована в плоскости $xz$ и составляет некоторый угол $\varphi$ с осью $z$. Подворачивая систему координат в спиновом пространстве вокруг оси $y$, так чтобы ось $z$ была ориентирована вдоль вектора намагниченности, и выделяя среднее поле, получим одноузельный гамильтониан

$$\mathcal{H}(\varphi) = -H_z(\varphi)\sum_n S_n^z - H_x(\varphi)\sum_n S_n^x + \\ + B_{2n}^0(\varphi)\sum_n O_{2n}^0 + \\ + B_{2n}^2(\varphi)\sum_n O_{2n}^2 - B_{2n}^{xz}(\varphi)\sum_n O_{2n}^{xz}, \quad (3)$$

где

$$H_z(\varphi) = \left[J_0 - \frac{A_0}{3}(3\cos^2\varphi - 1)\right]\langle S^z\rangle,$$

$$H_x(\varphi) = \frac{A_0}{2}\sin 2\varphi\langle S^z\rangle,$$

$J_0$ — нулевая компонента фурье-образа обменного интеграла,

$$B_2^0(\varphi) = \frac{\beta}{2}(3\cos^2\varphi - 1) - \frac{\beta_{xz}}{2}\sin 2\varphi,$$
$$B_2^2(\varphi) = \frac{3}{2}\beta\sin^2\varphi + \frac{\beta_{xz}}{2}\sin 2\varphi,$$
$$B_2^{xz}(\varphi) = \frac{3}{2}\beta\sin 2\varphi + \beta_{xz}\cos 2\varphi,$$
$$O_{2n}^2 = (S_n^x)^2 - (S_n^y)^2.$$

Нас интересуют спектры элементарных возбуждений рассматриваемой системы, которые позволяют исследовать не только динамику системы, но и фазовые переходы в ней. Спектры магнонов можно получить, воспользовавшись методом бозонизации операторов Хаббарда [20]. Основная идея метода заключается в построении бозевского аналога гамильтониана (1). Первый этап заключается в диагонализации одноузельного гамильтониана (3) и представлении спиновых операторов через операторы Хаббарда. Далее, хаббардовским операторам $X_n^\alpha$ ставятся в соответствие псевдохаббардовские операторы $\tilde{X}_n^\alpha$, связанные с операторами рождения и уничтожения магнонов, и путем диагонализации вторично квантованного гамильтониана получают спектры элементарных возбуждений.

Выражения для энергетических уровней магнитного иона и собственных функций гамильтониана (3) имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} E_1 &= B_2^0(\varphi) - \kappa(\varphi) - \frac{\left[H_x(\varphi) + B_2^{xz}(\varphi)\right]^2}{\kappa(\varphi)}, \\ E_0 &= -2B_2^0(\varphi) + \frac{4H_x(\varphi)B_2^{xz}(\varphi)}{\kappa(\varphi)}, \\ E_{-1} &= B_2^0(\varphi) + \kappa(\varphi) + \frac{\left[H_x(\varphi) - B_2^{xz}(\varphi)\right]^2}{\kappa(\varphi)}; \end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned} \Psi(1) &= \cos\theta|1\rangle + \\ &+ \frac{H_x(\varphi) + B_2^{xz}(\varphi)}{\sqrt{2}\,\kappa(\varphi)}\,|0\rangle - \sin\theta|-1\rangle, \\ \Psi(0) &= -\frac{H_x(\varphi) + B_2^{xz}(\varphi)}{\sqrt{2}\,\kappa(\varphi)}\,|1\rangle + |0\rangle + \\ &+ \frac{H_x(\varphi) - B_2^{xz}(\varphi)}{\sqrt{2}\,\kappa(\varphi)}\,|-1\rangle, \\ \Psi(-1) &= \sin\theta|1\rangle - \\ &- \frac{H_x(\varphi) - B_2^{xz}(\varphi)}{\sqrt{2}\,\kappa(\varphi)}\,|0\rangle + \cos\theta|-1\rangle; \end{aligned} \tag{5}$$

где

$$\kappa(\varphi) = \sqrt{H_z^2(\varphi) + [B_2^2(\varphi)]^2},$$

$$\cos\theta = \sqrt{\frac{\kappa(\varphi)+H_z(\varphi)}{2\kappa(\varphi)}}, \quad \sin\theta = \sqrt{\frac{\kappa(\varphi)-H_z(\varphi)}{2\kappa(\varphi)}}.$$

На базисе собственных функций магнитного иона (5) построим операторы Хаббарда [20], которые связаны со спиновыми операторами в данном случае следующим образом:

$$\begin{aligned} S_n^z &= \cos 2\theta(X_n^{11} - X_n^{-1-1}) + \\ &+ \sin 2\theta(X_n^{1-1} + X_n^{-11}) - \\ &- \frac{H_x(\varphi) + B_2^{xz}(\varphi)}{\sqrt{2}\,\kappa(\varphi)}\,(X_n^{10} + X_n^{01}) - \\ &- \frac{H_x(\varphi) - B_2^{xz}(\varphi)}{\sqrt{2}\,\kappa(\varphi)}\,(X_n^{0-1} + X_n^{-10}), \\ S_n^+ &= \sqrt{2}\,\left[\cos\theta(X_n^{10} + X_n^{0-1}) + \right. \\ &\left. + \sin\theta(X_n^{-10} - X_n^{01})\right] + \\ &+ \frac{H_x(\varphi) + B_2^{xz}(\varphi)}{\sqrt{2}\,\kappa(\varphi)}\,X_n^{11} - \\ &- \frac{H_x(\varphi) - B_2^{xz}(\varphi)}{\sqrt{2}\,\kappa(\varphi)}\,X_n^{-1-1} + \\ &+ \frac{2B_2^{xz}(\varphi)}{\kappa(\varphi)}\,(X_n^{1-1} - X_n^{00}), \quad S_n^- = (S_n^+)^+. \end{aligned} \tag{6}$$

Одноузельный гамильтониан (3) диагонален в терминах операторов Хаббарда:

$$\mathcal{H}_n(\varphi) = \sum_M E_M X_n^{MM},$$

где $M = \pm 1, 0$. Таким образом, мы завершили первый этап задачи по нахождению магнонных спектров.

Далее хаббардовским операторам $X_n^\alpha$ ставятся в соответствие псевдохаббардовские операторы $\tilde{X}_n^\alpha$, которые связаны с бозевскими операторами рождения и уничтожения следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} \tilde{X}_n^{11} &= 1 - a_n^+a_n - b_n^+b_n, \quad \tilde{X}_n^{00} = a_n^+a_n, \\ \tilde{X}_n^{-1-1} &= b_n^+b_n, \quad \tilde{X}_n^{10} = (1 - a_n^+a_n - b_n^+b_n)\,a_n, \\ \tilde{X}_n^{01} &= a_n^+, \quad \tilde{X}_n^{1-1} = (1 - a_n^+a_n - b_n^+b_n)\,b_n, \\ \tilde{X}_n^{-11} &= b_n^+, \quad \tilde{X}_n^{0-1} = a_n^+b_n, \quad \tilde{X}_n^{-10} = b_n^+a_n. \end{aligned} \tag{7}$$

Здесь $a$ — бозе-операторы, соответствующие переходу иона из состояния $E_1$ в состояние $E_0$ и наоборот, а операторы $b$ соответствуют переходу из состояния $E_1$ в состояние $E_{-1}$ и наоборот.

Перепишем гамильтониан (1) через бозевские операторы:

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}^{(1)} + \mathcal{H}^{(2)}, \tag{8}$$

где

$$\mathcal{H}^{(1)} = -\frac{H_x(\varphi) + B_2^{xz}(\varphi)}{\sqrt{2}\,\kappa(\varphi)} \times \left(J_0 + V_0^{xx}\cos^2\varphi + V_0^{zz}\sin^2\varphi\right) \times \sum_k (a_k^+ + a_k), \quad (9)$$

$$\begin{aligned}\mathcal{H}^{(2)} &= \sum_k (E_0 - E_1) a_k^+ a_k + \sum_k (E_{-1} - E_1) b_k^+ b_k - \\ &- \frac{1}{2}\sum_k \left\{ \left[J_k + V_k^{xx}(\psi)\cos^2\varphi + V_k^{zz}(\psi)\sin^2\varphi\right] \times \right. \\ &\times \left[(1 - \sin 2\theta) \times \left(a_k^+ a_k + \frac{1}{2}(a_k^+ a_{-k}^+ + a_k a_{-k})\right) + \right. \\ &+ \left. \frac{\sqrt{2}\,B_2^{xz}(\varphi)}{\kappa(\varphi)}\left(a_k^+ b_k + b_k^+ a_k + a_k^+ b_{-k}^+ + a_k b_{-k}\right)\right] + \\ &+ [J_k + V_k^{yy}(\psi)] \left[(1 + \sin 2\theta) \times \left(a_k^+ a_k - \frac{1}{2}(a_k^+ a_{-k}^+ + a_k a_{-k})\right) + \right. \\ &+ \left. \frac{\sqrt{2}\,B_2^{xz}(\varphi)}{\kappa(\varphi)}\left(a_k^+ b_k + b_k^+ a_k - a_k^+ b_{-k}^+ - a_k b_{-k}\right)\right] + \\ &+ iV_k^{xy}(\psi)\cos\varphi \left[\cos 2\theta (a_k^+ a_{-k}^+ - a_k a_{-k}) + \right. \\ &+ \left.\left. \frac{2\sqrt{2}\,B_2^{xz}(\varphi)}{\kappa(\varphi)}\left(a_k^+ b_{-k}^+ - a_k b_{-k}\right)\right]\right\}. \quad (10)\end{aligned}$$

Из условия обращения в нуль амплитуды гамильтониана (9) найдем связь между углом ориентации намагниченности и материальными параметрами системы:

$$\operatorname{tg} 2\varphi = -\frac{2\beta_{zx}}{3\beta + A_0}. \quad (11)$$

Подставляя выражение (11) в выражение для эффективной константы анизотропии $B_2^{xz}(\varphi)$, получим

$$B_2^{xz}(\phi) = \beta_{xz}\left(1 - \frac{3\beta}{3\beta + A_0}\right)\cos 2\varphi. \quad (12)$$

Выражение (12) обращается в нуль при условии, что $\beta \gg A_0$. Дальнейшее рассмотрение будем проводить в этом приближении. Тогда гамильтониан (10) не содержит перекрестных по бозевским операторам слагаемых:

$$\begin{aligned}\mathcal{H}^{(2)} &= \sum_k (E_0 - E_1) a_k^+ a_k + \sum_k (E_{-1} - E_1) b_k^+ b_k - \\ &- \frac{1}{2}\sum_k \left\{ \left[J_k + V_k^{xx}(\psi)\cos^2\varphi + V_k^{zz}(\psi)\sin^2\varphi\right] \times \right. \\ &\times \left[(1 - \sin 2\theta)\left(a_k^+ a_k + \frac{1}{2}(a_k^+ a_{-k}^+ + a_k a_{-k})\right)\right] + \\ &+ [J_k + V_k^{yy}(\psi)](1 + \sin 2\theta) \times \\ &\times \left[a_k^+ a_k - \frac{1}{2}(a_k^+ a_{-k}^+ + a_k a_{-k})\right] + \\ &+ \left. iV_k^{xy}(\psi)\cos\varphi\cos 2\theta (a_k^+ a_{-k}^+ - a_k a_{-k}) \right\}. \quad (13)\end{aligned}$$

Диагонализуя гамильтониан (13) $u$–$v$-преобразованием Боголюбова [21], получим

$$\mathcal{H}^{(2)} = \sum_k \varepsilon_\alpha(k)\alpha_k^+ \alpha_k + \sum_k \varepsilon_\beta(k)\beta_k^+ \beta_k. \quad (14)$$

Здесь $\varepsilon_\alpha(k)$ и $\varepsilon_\beta(k)$ — спектры соответственно низкочастотных и высокочастотных магнонов, имеющие следующий вид:

$$\begin{aligned}\varepsilon_\alpha^2(k) &= \left\{ E_0 - E_1 - \right. \\ &- \frac{1}{2}\left[\left[J_k + V_k^{xx}(\psi)\cos^2\varphi + V_k^{zz}(\psi)\sin^2\varphi\right] \times \right. \\ &\times \left(1 - \frac{B_2^2(\varphi)}{\kappa(\varphi)}\right) + [J_k + V_k^{yy}(\psi)] \times \\ &\times \left.\left.\left(1 + \frac{B_2^2(\varphi)}{\kappa(\varphi)}\right)\right]\right\}^2 - \\ &- \frac{1}{4}\left[\left[J_k + V_k^{xx}(\psi)\cos^2\varphi + V_k^{zz}(\psi)\sin^2\varphi\right] \times \right. \\ &\times \left(1 - \frac{B_2^2(\varphi)}{\kappa(\varphi)}\right) - [J_k + V_k^{yy}(\psi)] \times \\ &\times \left.\left(1 + \frac{B_2^2(\varphi)}{\kappa(\varphi)}\right)\right]^2 - [V_k^{xy}(\psi)]^2\cos^2\varphi\cos^2 2\theta, \quad (15)\end{aligned}$$

$$\varepsilon_\beta(k) = E_{-1} - E_1. \quad (16)$$

Очевидно, что спектр высокочастотных магнонов (16) является бездисперсионным, и мы сфокусируем наше внимание на наиболее интересном низкочастотном спектре (15). Напомним, что волновой вектор $\mathbf{k}$ ориентирован в плоскости $xy$ и составляет некоторый угол $\psi$ с осью $x$. Не нарушая общности рассматриваемой задачи, но существенно упрощая ее, мы можем рассмотреть два предельных случая ориентации волнового вектора: параллельно оси $x$ ($\psi = 0$) и параллельно оси $y$ ($\psi = \pi/2$). Фурье-образы компонент тензора магнитодипольного взаимодействия в указанных случаях имеют следующий вид:

$$1.\quad \psi = 0: \quad V_k^{xx} = \frac{A_0}{3} - \Omega_0 k, \quad V_k^{yy} = \frac{A_0}{3},$$
$$V_k^{zz} = -\frac{2}{3}A_0 + \Omega_0 k, \quad V_k^{ij} = 0 \quad (i \neq j), \tag{17}$$

$$2.\quad \psi = \frac{\pi}{2}: \quad V_k^{xx} = \frac{A_0}{3}, \quad V_k^{yy} = \frac{A_0}{3} - \Omega_0 k,$$
$$V_k^{zz} = -\frac{2}{3}A_0 + \Omega_0 k, \quad V_k^{ij} = 0 \quad (i \neq j). \tag{18}$$

Теперь рассмотрим каждый из этих случаев более подробно.

1. $\psi = 0$. В этом случае спектр низкочастотных магнонов в длинноволновом пределе имеет следующий вид:

$$\varepsilon_\alpha^2(k) = \Big\{ 2\beta_{xz}\sin 2\varphi - 3\beta\cos 2\varphi - \\ - \frac{A_0}{3}(4\cos 2\varphi - \sin^2\varphi) + \frac{1}{J_0}\Big[\big(B_2^2(\varphi)\big)^2 + H_x^2(\varphi) + \\ + 6H_x(\varphi)B_2^{xz}(\varphi) + \big(B_2^{xz}(\varphi)\big)^2\Big] + \Omega_0 k\cos 2\varphi + \alpha k^2\Big\} \times \\ \times \Big\{\beta_{xz}\sin 2\varphi - 3\beta\cos^2\varphi - A_0\cos^2\varphi + \\ + \frac{1}{J_0}\Big[\big(B_2^2(\varphi)\big)^2 + H_x^2(\varphi) + 6H_x(\varphi)B_2^{xz}(\varphi) + \\ + \big(B_2^{xz}(\varphi)\big)^2\Big] + \alpha k^2\Big\}, \tag{19}$$

где $\alpha = J_0 R_0^2$, $R_0$ — радиус обменного взаимодействия. Прежде всего, в выражении (19) необходимо обратить внимание на слагаемое вида $\Omega_0 k\cos 2\varphi$, знак которого определяется величиной угла $\varphi$. Очевидно, что когда угол ориентации намагниченности больше $\pi/4$, то $\cos 2\varphi < 0$ и мы получим так называемый «неоднородный» спектр элементарных возбуждений — знаки при линейных и квадратичных по $k$ слагаемых будут разные. В результате минимуму энергии элементарных возбуждений соответствует не $k = 0$, а некоторое критическое значение $k = k^*$, причем одному значению энергии могут соответствовать разные значения волнового вектора. Если угол ориентации намагниченности меньше, чем $\pi/4$, тогда $\cos 2\varphi > 0$ и мы получим «стандартный» вид спектра элементарных возбуждений с минимум при $k = 0$.

Напомним, что мы рассматриваем случай слаборазориентированных магнитных пленок, т. е. $\beta_{xz} < A_0$, $\Omega_0 < \beta < J_0$. В этом случае выражение (11), определяющее связь между ориентацией намагниченности и соотношением материальных параметров в рассматриваемой системе, имеет единственное решение:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{3\beta + A_0}{\beta_{xz}}, \tag{20}$$

которое соответствует ориентации намагниченности близкой к базисной плоскости: $\operatorname{tg}\varphi \gg 1$, следовательно, $\varphi \le \pi/2$, при этом

$$\cos 2\varphi = -\frac{(3\beta + A_0)^2 - \beta_{xz}^2}{(3\beta + A_0)^2 + \beta_{xz}^2} < 0.$$

Таким образом, в системе возможна реализации пространственно-неоднородной фазы с периодом $1/k^* = 2\alpha/\Omega_0$. С учетом равенства (20) щель в спектре (19) обращается в нуль при

$$\beta_x^C = \frac{2}{3}\left(\sqrt{J_0^2 - \frac{5}{3}J_0 A_0 - \beta_{xz}^2 + \frac{J_0\Omega_0^2}{4\alpha}} - J_0\right), \tag{21}$$

что соответствует фазовому переходу из угловой фазы в пространственно-неоднородную.

2. $\psi = \pi/2$. В этом случае спектр низкочастотных магнонов в длинноволновом пределе имеет следующий вид:

$$\varepsilon_\alpha^2(k) = \big\{2\beta_{xz}\sin 2\varphi - 3\beta\cos^2\varphi - A_0\cos 2\varphi + \\ + \frac{1}{J_0}\Big[\big(B_2^2(\varphi)\big)^2 + H_x^2(\varphi) + 6H_x(\varphi)B_2^{xz}(\varphi) + \\ + \big(B_2^{xz}(\varphi)\big)^2\Big] - \Omega_0 k\sin^2\varphi + \alpha k^2\Big\} \times \\ \times \Big\{\beta_{xz}\sin 2\varphi - 3\beta\cos^2\varphi - A_0\cos^2\varphi + \\ + \frac{1}{J_0}\Big[\big(B_2^2(\varphi)\big)^2 + H_x^2(\varphi) + 6H_x(\varphi)B_2^{xz}(\varphi) + \\ + \big(B_2^{xz}(\varphi)\big)^2\Big] + \Omega_0 k + \alpha k^2\Big\}. \tag{22}$$

Как и в предыдущем случае, при такой ориентации волнового вектора также возможна реализация неоднородной фазы. Учитывая равенство (20), получим, что щель в магнонном спектре (22) обращается в нуль при

$$\beta_y^C = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{J_0\Omega_0^2}{\alpha} - 4J_0 A_0 - 4\beta_{xz}^2}\,. \tag{23}$$

При этом также происходит фазовый переход из угловой фазы в «неоднородную».

Сравнение выражений (21) и (23) показывает, что критические значения одноинной анизотропии существенно различаются для разных ориентаций волнового вектора. Данный результат хорошо согласуется с полученными нами ранее результатами [18].

Анализ выражений (21) и (23) также указывает на то, что реализация пространственно-неоднородной фазы возможна не при произвольных значениях константы наклонной анизотропии, а только при определенных условиях и изменяется в зависимости от ориентации волнового вектора в плоскости пленки. Например, в случае ориентации волнового вектора вдоль оси $x$

$$\beta_{xz}^{x} \leq \sqrt{J_0\left[\frac{\Omega_0^2}{4\alpha}-\frac{5}{3}A_0\right]},$$

а в случае ориентации волнового вектора вдоль оси $y$ —

$$\beta_{xz}^{y} \leq \sqrt{J_0\left[\frac{\Omega_0^2}{4\alpha}-A_0\right]}.$$

Это связано с тем, что в фазе с пространственно-неоднородным распределением намагниченности существенную роль играет волновой вектор $\mathbf{k}$, определяющий направление распространения спиновых волн. И поскольку мы выбрали наклонную анизотропию таким образом, что она действует в плоскости $xz$, ее влияние будет ослабевать по мере отклонения волнового вектора от оси $x$ и будет наименьшим, когда волновой вектор параллелен оси $y$. В последнем случае наклонная анизотропия может принимать наибольшее максимальное значение, так как ее влияние является наименьшим.

## 3. СПИНОВЫЕ СОСТОЯНИЯ ФЕРРОМАГНЕТИКА С БОЛЬШОЙ ОДНОИОННОЙ АНИЗОТРОПИЕЙ ($\beta > J_0$)

Предположим теперь, что энергия легкоплоскостной одноионной анизотропии $\beta$ существенно превышает все остальные взаимодействия, включая энергию обменного взаимодействия $J_0$: $\beta > J_0 \gg A_0 > \beta_{xz}$. Как было показано в работах [9–12, 15, 22, 23], для случая $\beta_{xz} = 0$ в сильноанизотропном легкоплоскостном магнетике возможна реализация магнитоупорядоченного состояния с $\langle S^z\rangle = 0$, характеризуемого не векторным, а тензорным параметром порядка. Это фазовое состояние получило название квадрупольной фазы. В квадрупольной фазе параметрами порядка являются следующие величины: $q_2^0 = \langle O_2^0\rangle$, $q_2^2 = \langle O_2^2\rangle$ и $q_2^{xz} = \langle O_2^{xz}\rangle$. Чтобы упростить задачу выполним, как и ранее, поворот системы координат в спиновом пространстве на угол $\varphi$. Это приведет к диагонализации тензора квадрупольных параметров порядка ($q_2^{xz} = 0$), при этом геометрическим образом квадрупольной фазы станет бесконечно тонкий диск в плоскости $xy$ в повернутой системе координат [24]. После этого унитарного преобразования константы эффективных одноионных анизотропий в квадрупольной фазе будут иметь следующий вид:

$$B_2^0 = \frac{\beta}{4} + \frac{1}{4}\sqrt{9\beta^2+4\beta_{xz}^2},$$

$$B_2^2 = \frac{3}{4}\beta - \frac{1}{4}\sqrt{9\beta^2+4\beta_{xz}^2},$$

$B_2^{xz} = 0$. В этом случае одноузельный гамильтониан (3) примет более простой вид:

$$\mathcal{H}(\varphi) = B_{2n}^0(\varphi)\sum_n O_{2n}^0 + B_{2n}^2(\varphi)\sum_n O_{2n}^2. \qquad (24)$$

Как и ранее, будем исследовать систему при температурах, много меньших температуры Кюри. Решая с гамильтонианом (24) одноузельную задачу, найдем энергетические уровни магнитного иона в квадрупольной фазе и собственные функции гамильтониана (24):

$$\begin{gathered} E_1 = \beta, \quad E_0 = -\frac{\beta}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{9\beta^2+4\beta_{zx}^2}, \\ E_{-1} = \frac{1}{2}\sqrt{9\beta^2+4\beta_{zx}^2} - \frac{\beta}{2}, \end{gathered} \qquad (25)$$

$$\begin{gathered} \Psi(1) = \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|-1\rangle, \quad \Psi(0) = |0\rangle, \\ \Psi(-1) = \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|-1\rangle. \end{gathered} \qquad (26)$$

Из выражений (25) видно, что в системе происходит инверсия энергетических уровней, и низшим энергетическим уровнем становится $E_0$ ($E_0 < E_1 < E_{-1}$).

Дальнейшее рассмотрение будем проводить, используя технику операторов Хаббарда, описывающих переход системы из состояния $\Psi_n(M)$ в состояние $\Psi_n(M')$ [9, 20]. Связь спиновых операторов с операторами Хаббарда в квадрупольной фазе также существенно упрощается по сравнению со случаем, рассмотренным выше, и имеет вид

$$\begin{gathered} S_n^z = X_n^{-11} + X_n^{1-1}, \\ S_n^+ = X_n^{10} - X_n^{01} + X_n^{0-1} + X_n^{-10}, \\ S_n^- = (S_n^+)^+. \end{gathered} \qquad (27)$$

Воспользовавшись выражениями (27), найдем параметры порядка в квадрупольной фазе:

$$\begin{gathered} \langle S^z\rangle = 0, \quad q_2^0 = \langle O_2^0\rangle = -2, \\ q_2^2 = \langle O_2^2\rangle = 0, \quad q_2^2 = \langle O_2^{xz}\rangle = 0. \end{gathered} \qquad (28)$$

Как хорошо известно, спектры элементарных возбуждений определяются полюсами функции Грина [25]:

$$G^{\alpha\alpha'}(n,\tau;n',\tau') = -\langle \hat{T}\tilde{X}_n^{\alpha}(\tau)\tilde{X}_{n'}^{\alpha'}(\tau')\rangle, \qquad (29)$$

где $\hat{T}$ — оператор Вика, $\tilde{X}_n^\alpha(\tau) = \exp(-\mathcal{H}\tau)X_n^\alpha \times \exp(\mathcal{H}\tau)$ — операторы Хаббарда в представлении взаимодействия, причем усреднение ведется с полным гамильтонианом (1), $\alpha$ — так называемые корневые векторы, определяемые алгеброй операторов Хаббарда [9, 20].

Поскольку вычисления проводятся в приближении среднего поля, нам в дальнейшем понадобится только «поперечная» часть обменного гамильтониана, которую в терминах операторов Хаббарда можно представить следующим образом:

$$\mathcal{H}_{int}^{\perp} = -\frac{1}{2}\sum_{\substack{n,n'\\ \alpha,\beta}} B_n(\alpha)\hat{A}_{nn'}B_{n'}^T(\beta)X_n^\alpha X_{n'}^\beta, \qquad (30)$$

где $\mathbf{B}(\alpha) = \big(\gamma_\parallel(\alpha)\gamma_\perp(\alpha)\gamma_\perp^*(\alpha)\big)$, $\gamma_{\parallel(\perp)}(\alpha)$ определяются из связи спиновых операторов с операторами Хаббарда:

$$S_n^+ = \sum_\alpha \gamma_\perp(\alpha)X_n^\alpha, \quad S_n^- = \sum_\alpha \gamma_\perp^*(-\alpha)X_n^\alpha,$$

$$S_n^z = \sum_\alpha \gamma_\parallel(\alpha)X_n^\alpha,$$

$$\hat{A}_{nn'} = \begin{pmatrix} J_{nn'} + V_{nn'}^{zz} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4}(V_{nn'}^{xx} - V_{nn'}^{yy} - iV_{nn'}^{xy}) & \frac{1}{4}(2J_{nn'} + V_{nn'}^{xx} + V_{nn'}^{yy} + iV_{nn'}^{xy}) \\ 0 & \frac{1}{4}(2J_{nn'} + V_{nn'}^{xx} + V_{nn'}^{yy} - iV_{nn'}^{xy}) & \frac{1}{4}(V_{nn'}^{xx} - V_{nn'}^{yy} + iV_{nn'}^{xy}) \end{pmatrix}.$$

Дисперсионное уравнение для функции Грина (29) в приближении среднего поля имеет следующий вид:

$$\det \parallel \delta_{ij} + G_0^\alpha(\varepsilon_n)b(\alpha)B_{ij}(\alpha) \parallel = 0, \qquad (31)$$

где $G_0^\alpha(\varepsilon_n) = [i\varepsilon_n + \boldsymbol{\alpha}\cdot\mathbf{E}]^{-1}$ — нулевая функция Грина, $b(\alpha) = \langle\boldsymbol{\alpha}\cdot\mathbf{X}\rangle_0$ — концевые множители. Уравнение (31) справедливо при любом соотношении материальных констант в рассматриваемой системе, а его решение позволяет найти спектры элементарных возбуждений:

$$\varepsilon_1^2(k) = \left(\frac{3}{2}\beta + \frac{1}{2}\sqrt{9\beta^2 + 4\beta_{xz}^2}\right) \times \left[\frac{3}{2}\beta + \frac{1}{2}\sqrt{9\beta^2 + 4\beta_{xz}^2} - 2\left(J_0 - \alpha k^2 + \frac{A_0}{3} - \Omega_0 k\sin^2\psi\right)\right], \qquad (32)$$

$$\varepsilon_2^2(k) = \sqrt{9\beta^2 + 4\beta_{xz}^2}\left[\sqrt{9\beta^2 + 4\beta_{xz}^2} - 2\left(J_0 - \alpha k^2 + \frac{A_0}{3} - \Omega_0 k\cos^2\psi\right)\right]. \qquad (33)$$

Спектр $\varepsilon_1(k)$ является низкочастотным, а $\varepsilon_2(k)$, соответственно, высокочастотным. Следует отметить, что в формулах (32) и (33) линейные и квадратичные по волновому вектору члены имеют одинаковые знаки, а следовательно, в отличие от случая малых одноионных анизотропий, минимум энергии элементарных возбуждений будет наблюдаться при $k = 0$. Из условия обращения в нуль щели в низкочастотном спектре $\varepsilon_1(k)$ найдем значение константы анизотропии $\beta$, при котором рассматриваемое фазовое состояние теряет устойчивость:

$$\beta_C = \frac{2}{3}J_0 + \frac{2}{9}A_0 - \frac{\beta_{xz}^2}{6J_0 + 2A_0}. \qquad (34)$$

Как следует из формулы (34), критическое значение константы легкоплоскостной анизотропии не зависит от ориентации волнового вектора. Это связано с тем, что в квадрупольной фазе не просто намагниченность (на один узел) равна нулю, но и компоненты тензора квадрупольных моментов лежат в базисной плоскости ($q_2^0 = -2$, $q_2^2 = 0$). Это приводит к тому, что влияние магнитодипольного взаимодействия проявляется только в статической перенормировке щели в спектре магнонов (34), но не проявляется динамически, и, следовательно, минимум энергии возбуждения соответствует $k = 0$.

## 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Нами исследовано влияние наклонной одноионной легкоосной анизотропии на фазовые состояния и фазовые переходы в двумерной ферромагнитной пленке с большой легкоплоскостной одноионной анизотропией. Показано, что в рассматриваемой системе в зависимости от соотношения материальных параметров возможна реализация трех фазовых состояний. В случае достаточно слабой легкоплоскостной анизотропии ($\beta_{xz}$, $A_0$, $\Omega_0 < \beta < J_0$) в системе реализуется угловая ферромагнитная фаза (УФФ), благодаря влиянию наклонной одноионной анизотропии. В этой фазе равновесный угол ориентации намагниченности зависит от констант анизотропии следующим образом:

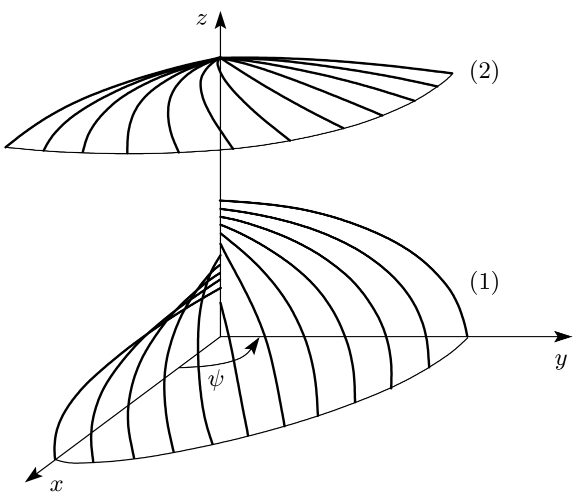


**Рис. 1.** Фазовая диаграмма легкоплоскостного ферромагнетика с наклонной анизотропией при произвольной ориентации волнового вектора $(0 \le \psi \le \pi/2)$

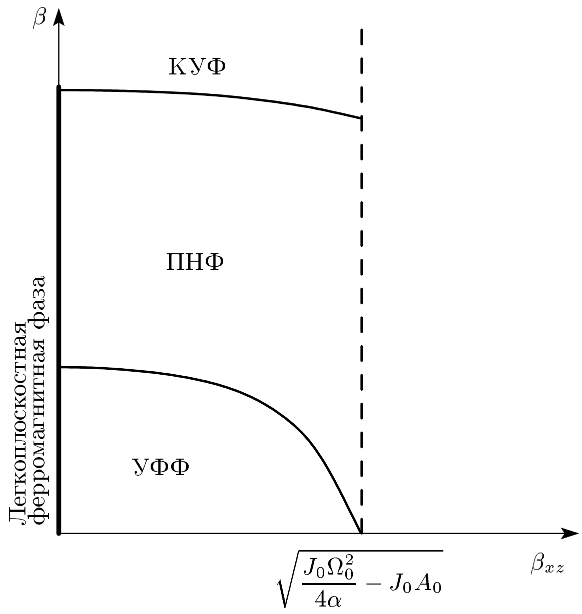


**Рис. 2.** Сечение фазовой диаграммы, показанной на рис. 1, для случая $\psi = \pi/2$

$$\varphi_0 = \operatorname{arctg}\left(\frac{3\beta + A_0}{\beta_{xz}}\right)$$

и при $\beta_{xz} = 0$ достигает предельного значения $\pi/2$, что соответствует легкоплоскостной ферромагнитной фазе. При увеличении $\beta$ система переходит в пространственно-неоднородную фазу (ПНФ) с неоднородным распределением намагниченности с периодом $1/k^* = 2\alpha/\Omega_0$. Если $\beta > J_0$, то система переходит в квадрупольную фазу (КУФ), характеризуемую тензорными параметрами порядка.

Полученные критические значения констант анизотропии, соответствующие фазовым переходам в рассматриваемой системе, позволяют построить ее фазовую диаграмму (см. рис. 1). Фазовая диаграмма построена в цилиндрической системе координат так, что $z \to \beta$, $\rho \to \beta_{xz}$, а угол $\psi$ определяет ориентацию волнового вектора в плоскости $xy$. Как видно на рис. 1, поверхность (1), разделяющая угловую ферромагнитную фазу и пространственно-неоднородную, имеет довольно сложный вид и существенно зависит от ориентации вектора $\mathbf{k}$. Это обстоятельство связано с тем, что при изменении направления волнового вектора начинают «играть» различные компоненты тензора магнитодипольного взаимодействия (см. формулу (2)). Кроме того, поверхность (2), разделяющая пространственно-неоднородную и квадрупольную фазы, не зависит от угла $\psi$, т. е. от ориентации волнового вектора. Это связано с тем, что в квадрупольной фазе намагниченность (на один узел) равна нулю, и, следовательно, влияние магнитодипольного взаимодействия сводится лишь к статической, но не к динамической перенормировке спектров элементарных возбуждений. Для большей наглядности на рис. 2 приведено сечение фазовой диаграммы исследуемой системы в плоскости $(\beta_{xz}, \beta)$ при $\psi = \pi/2$.

Необходимо отметить, что если бы в системе отсутствовала наклонная анизотропия, то в ней могли бы реализоваться следующие фазовые состояния: легкоплоскостная ферромагнитная фаза и квадрупольная фаза [23]. Таким образом, учет наклонной легкоосной анизотропии приводит к реализации двух дополнительных фазовых состояний: угловой фазы и пространственно-неоднородной фазы.

Авторы выражают благодарность Министерству образования и науки Украины за финансовую поддержку (проект № 269/09).

## ЛИТЕРАТУРА


1. M. Farle, B. Mirwald-Schulz, A. N. Anisimov et al., Phys. Rev. B **55**, 3708 (1997).
2. F. Schedin, L. Hewitt, P. Morrall et al., Phys. Rev. B **58**, 11861 (1998).
3. E. M. Gyorgy, A. Rosencwaig, E. I. Blount et al., Appl. Phys. Lett. **18**, 479 (1971).

4. А. Р. Прокопов, С. В. Дубинко, А. О. Хребтов и др., ФТТ **39**, 1415 (1997).

5. Л. Я. Арифов, Ю. А. Фридман, В. И. Бутрим и др., ФНТ **27**, 860 (2001).

6. В. И. Бутрим, С. В. Дубинко, Ю. Н. Мицай, ФТТ **45**, 1052 (2003).

7. В. В. Рандошкин, М. Ю. Гусев, Ю. Ф. Козлов и др., ЖТФ **70**, 118 (2000).

8. M. J. Donahue, L. H. Bennet, R. D. McMichael et al., J. Appl. Phys. **79**, 5315 (1996).

9. Y. A. Fridman, O. A. Kosmachev, and P. N. Klevets, Eur. Phys. J. B **81**, 185 (2011).

10. В. М. Калита, И. М. Иванова, В. М. Локтев, ФНТ **28**, 667 (2002).

11. В. М. Калита, В. М. Локтев, ЖЭТФ **125**, 1149 (2004).

12. I. M. Ivanova, V. M. Kalita, V. O. Pashkov et al., Cond. Matt. Phys. **11**, 509 (2008).

13. Ю. В. Переверзев, В. Г. Борисенко, ФТТ **26**, 1249 (1984).

14. Ю. В. Переверзев, В. Г. Борисенко, ФНТ **11**, 730 (1985).

15. Ф. П. Онуфриева, ЖЭТФ **89**, 2270 (1985).

16. R. P. Erickson and D. L. Mills, Phys. Rev. B **46**, 861 (1992).

17. Yu. A. Fridman, Ph. N. Klevets, and D. V. Spirin, Phys. Stat. Sol. (b) **241**, 1106 (2004).

18. Yu. A. Fridman, Ph. N. Klevets, and D. V. Spirin, *New Developments in Ferromagnetism Research*, Nova Science, New York (2005), p. 291.

19. Yu. A. Fridman, D. A. Matunin, Ph. N. Klevets et al., J. Magn. Magn. Mat. **321**, 3782 (2009).

20. В. В. Вальков, Т. А. Валькова, *Применение индефинитной метрики при переходе от атомного к бозевскому (бозевско-фермиевскому) представлению квантовых гамильтонианов*, Препринт ИФ СО АН СССР № 644Ф, Красноярск (1990).

21. А. И. Ахиезер, В. Г. Барьяхтар, С. В. Пелетминский, *Спиновые волны*, Наука, Москва (1967), с. 368.

22. Э. Л. Нагаев, *Магнетики со сложным обменным взаимодействием*, Наука, Москва (1988), с. 231.

23. Ю. Н. Мицай, Ю. А. Фридман, УФЖ **35**, 459 (1990).

24. В. И. Бутрим, Б. А. Иванов, А. С. Кузнецов и др., ФНТ **34**, 1266 (2008).

25. В. Г. Барьяхтар, В. Н. Криворучко, Д. А. Яблонский, *Функции Грина в теории магнетизма*, Наук. думка, Киев (1984), с. 336.