

# КУЛОНОВСКОЕ УСКОРЕНИЕ ЛЕГКИХ ИОНОВ ИЗ ОДНОРОДНЫХ И СЛОИСТЫХ МИШЕНЕЙ

*Е. А. Говрас\**, *В. Ю. Быченков\*\**, *А. В. Брантов\*\*\**

*Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук  
119991, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 3 марта 2011 г.

Применительно к проблеме лазерного ускорения ионов развита теория разлета полностью ионизованной тонкой мишени двухкомпонентного ионного состава в режиме кулоновского взрыва, характерного для взаимодействия релятивистски сильных фемтосекундных лазерных импульсов с нанофольгами. На основе этой теории и простой численной модели изучено формирование сгустков квазимоноэнергетических легких ионов и найдены их характеристики в зависимости от параметров мишени. Проведен сравнительный анализ ускорения легких ионов, однородно распределенных в мишени и сконцентрированных в виде тонкого слоя. Для получения пучков ускоренных ионов высокого качества найдены оптимальные условия, которые нашли свое качественное подтверждение проведенными трехмерными кинетическими расчетами взаимодействия лазерного импульса с тонкими мишенями.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Взаимодействие ультракоротких лазерных импульсов релятивистской интенсивности с различными мишенями — газовыми, твердотельными, кластерными — является перспективным научным направлением физики высоких плотностей энергии, позволяющим добиваться рекордных ускоряющих полей и энергий частиц. В результате такого взаимодействия уже достигнуты энергии ускоренных электронов, превышающие 1 ГэВ [1], а энергия ионов приближается к 100 МэВ/нуклон [2]. Ускорение ионов под действием мощных ультракоротких лазерных импульсов связано с большими полями разделения заряда, что качественно отличается от ускорения ионов в случае изотермического [3, 4] или адиабатического [5, 6] разлета плазмы в лазерных полях умеренной интенсивности.

С получением лазерно-ускоренных пучков частиц связывается широкий спектр практических применений от ускорительных и ядерных до материаловедческих и медицинских. В свою очередь, каждая область возможного применения диктует свои требования, которым необходимо удовлетворять, и которые, в идеале, предполагают возможность полу-

чения желаемой энергии генерируемого сгустка частиц, его хорошей коллимированности, моноэнергетичности, достаточной яркости пучка частиц и высокой частоты воспроизведения сгустков частиц. Некоторые из параметров пучка, например частота воспроизведения, зависят целиком от используемого лазера, а другие, такие как моноэнергетичность, можно улучшать подбором параметров и конструкции мишени, облучаемой лазерными импульсами.

Результатами экспериментов [7–10], численных моделирований [11–17] и аналитических исследований [18–22] были подтверждены преимущества использования двухкомпонентных лазерных мишеней, состоящих из тяжелых атомов с большим зарядом ядра, формирующих остов мишени, и легких атомов. В работе [11] было также показано, что существенное улучшение качества генерируемых пучков ионов возможно при использовании слоистой фольги, при изготовлении которой легкие атомы наносятся в виде тончайшего покрытия на тыльную сторону облучаемой мишени. В этом случае легкие ионы очень быстро попадают в область сильных полей разделения заряда, созданных электронами, оторванными от тяжелых ионов. При этом ускорение легких ионов будет протекать тем эффективнее, чем больше отношение их заряда к массе по сравнению с тяжелой ионной компонентой. Схожий вариант оптимального расположения слоя легкой компо-

\*E-mail: egovras@lebedev.ru

\*\*E-mail: bychenk@lebedev.ru

\*\*\*E-mail: brantov@lebedev.ru

ненты ионов был предложен для случая кулоновского взрыва сферического двухкомпонентного кластера [23], где наиболее эффективным, с точки зрения основных параметров пучка, является определенный профиль начальной плотности легких ионов с максимумом вблизи границы сферы.

Тем не менее расположение легких ионов вблизи границы мишени с вакуумом не всегда является лучшим вариантом для повышения качества пучков легких ионов. В отличие от [11], в работе [24] авторы исходят из предположения, что максимизация перепада потенциала, проходимого легким ионом при ускорении из тонкой фольги, достигается, если располагать примесные ионы с фронтальной стороны мишени.

Поиск наилучшего расположения слоя примесных ионов в мишени не исчерпывает возможных путей улучшения практически важных характеристик пучка частиц. Остается открытым вопрос, а является ли наилучшим по совокупности параметров мишени и технологичности ее приготовления сама идея локализации всех примесных ионов в слой некоторой толщины. Более простым с практической точки зрения является равномерное распределение примеси по объему мишени. Непосредственное численное моделирование [16] показывает, что однородное распределение легких ионов по всей толщине фольги не уступает по характеристикам генерируемого пучка случаю слоя у задней стенки мишени. Обоснованием этого факта может служить сильное действие собственного кулоновского поля легких ионов при достаточно больших их плотностях, концентрируемых в небольшом объеме мишени. Собственное поле, действуя на поздних стадиях ускорения, будет увеличивать спектральную ширину пучка, приближая его по характеристикам к случаю, отвечающему начальному однородному распределению легкой компоненты ионов. Изучению этого вопроса при любых плотностях компонент мишени посвящена данная работа, где мы даем обоснование выбора оптимального распределения примеси по объему мишени.

Важным параметром, допускающим оптимизацию, выступает полный заряд легких ионов. В самом деле, при очень большой плотности легкой компоненты, когда фактически происходит кулоновский взрыв фольги с ионами одного сорта, моноэнергетический пучок ионов не должен образовываться вообще [25]. При малых же концентрациях в конечном пучке легких ионов, хотя и монохроматическом, будет содержаться малое по абсолютной величине число частиц. Тогда можно предположить, что меж-

ду этими двумя предельными случаями возможно такое значение полного заряда примеси, при котором в заданном узком спектральном интервале ускоренный пучок будет содержать в себе наибольшее число частиц.

Таким образом, проблема оптимизации ускорения ионов короткими лазерными импульсами путем определенного структурирования мишеней двухкомпонентного ионного состава остается актуальной, но имеющееся обилие работ не дает однозначного ответа на поставленный вопрос, поскольку решаемая задача зависит от многих параметров, таких как атомный состав мишени, ее полный заряд и величина относительного заряда ионных компонент, их пространственное распределение в мишени, мера зарядовой компенсации благодаря неполной эвакуации электронов. Отметим также, что наряду с отмеченными сложностями практическое воплощение выбранного структурирования в мишени, облучаемой релятивистски сильным лазерным импульсом, представляет собой сложную задачу в силу того, что речь идет о наноразмерных эффектах. Такие методы ускорения частиц с использованием релятивистски интенсивных лазерных импульсов из наноструктурированных мишеней фактически свидетельствуют о появлении таких новых направлений фундаментальной и прикладной науки, как релятивистская лазерная наноплазмоника и релятивистские нанотехнологии, бурное развитие которых можно прогнозировать в ближайшие годы.

Современные трехмерные кинетические численные коды позволяют моделировать ускорение частиц при взаимодействии коротких лазерных импульсов со сложными мишенями. Однако в силу высокой ресурсозатратности и наличия многопараметрических зависимостей численным расчетам должны предшествовать теоретические построения, дефицит которых сдерживает нахождение наиболее оптимальных схем лазерного ускорения ионов. Задача таких теоретических моделей, пусть и достаточно упрощенных, состоит в том, чтобы выявить характерные зависимости ускорения частиц от параметров мишени и очертить область значений этих параметров, представляющую наибольший интерес для получения пучков наилучшего качества. Шаг в этом направлении мы делаем в настоящей работе, рассматривая одномерный разлет двухкомпонентной фольги в режиме кулоновского взрыва. Изучению именно плоских мишеней в последнее время уделяется большой интерес в связи с возможностью получать направленные пучки частиц с угловым разбросом порядка нескольких градусов в отличие от

кластерных мишеней, когда генерация частиц происходит в полный телесный угол. Используемый нами механизм кулоновского взрыва уже применялся в ряде работ для описания разлета заряженных мишеней различного ионного состава в разнообразных геометрических постановках: тонких плоских фольг [22, 26, 27], сферических кластеров [19, 21, 28] и цилиндрических наномишеней [29, 30].

Рассматриваемая ниже модель двухкомпонентной мишени обладает тем преимуществом, что допускает наличие так называемого кулоновского поршня из тяжелых ионов, движущихся позади легкой примеси и являющихся основным источником ускоряющих полей. «Подталкивая» летящие впереди легкие ионы, кулоновский поршень позволяет уменьшить спектральную ширину и улучшить качество получаемого пучка [20]. При этом собственное кулоновское поле легкой ионной компоненты не играет первостепенной роли, и поэтому в некоторых аналитических работах [19, 27, 31] зарядовая концентрация примесных ионов считалась пренебрежимо малой, что позволяло исключить собственное поле легких ионов из рассмотрения. Однако для ряда задач, например сравнения однородного распределения примесных ионов и хорошо известного варианта напыления последних на тыльную сторону мишени [11], учет действия собственного кулоновского поля легких ионов оказывается важным. Существенно действуя на поздних стадиях ускорения или при больших начальных концентрациях примесных ионов, это поле может приводить не только к возрастанию максимальной энергии, но и к уширению спектрального разброса и ухудшению качества генерируемых пучков. В этой связи мы ставим перед собой задачу учета как электростатического поля тяжелого ионного остова, так и собственного поля примесных ионов, аналогично тому, как это было сделано для случая сферического кластера в работе [15].

Настоящая работа состоит из семи разделов. В разд. 2 сформулированы основные уравнения рассматриваемой задачи применительно к условиям реализации кулоновского взрыва при облучении фемтосекундным лазерным импульсом тонких фольг, моделируемых слоем заряженной плазмы, состоящим из легких и тяжелых ионов, и приведены решения этих уравнений для различных приближений по полю примесной компоненты мишени. В разд. 3, по аналогии с работами [19, 27, 31], концентрация легких ионов полагается достаточно малой, чтобы их полем можно было пренебречь. Использование тако-

го приближения, отвечающего методу пробных частиц, позволяет выявить существование оптимальных параметров задачи, для которых достигается наилучшее качество генерируемых пучков легких ионов.

Следующим шагом (разд. 4) является решение основной системы уравнений по-прежнему для легких ионов, выступающих в роли примеси, однако уже при учете их малого, но конечного собственного поля. Такая постановка позволяет построить приближенную по величине относительного заряда легких ионов теорию с использованием полученных в разд. 3 результатов в качестве нулевого приближения. Эффекты, связанные с наличием поля легкой ионной компоненты, учитываются в линейном приближении по величине полного заряда примесных ионов. При этом распределение примесных ионов по объему мишени не конкретизируется, и получаемые результаты носят общий характер. В разд. 5 построенная аналитическая модель кулоновского взрыва плазменного слоя применяется для рассмотрения двух характерных начальных распределений примеси легких ионов в мишени: однородного по всему объему мишени распределения и слоя заданной толщины с постоянной плотностью, размещенного внутри мишени на заданной глубине от поверхности. Проводится оптимизация ширины спектра ускоренных легких ионов по кинематическому параметру, полному относительному заряду примеси и ее расположению в мишени. В условиях, когда использование приближенной аналитической теории становится неправомерным, проведено точное численное решение задачи, с помощью которого, в частности, проверены результаты приближенных вычислений, количественно установлена их точность и область применимости по управляющим параметрам.

Еще одной целью, преследуемой данной работой, является сравнение между собой однородного и слоистого распределений примеси по результирующим характеристикам ускоренных легких ионов. Такой анализ проводится в разд. 6. В частности, сравниваются однородное по объему распределение примеси и варианты ее расположения в виде слоя, отвечающие предложениям авторов работ [11] (поверхностное напыление) и [24] (расположение слоя примеси вблизи минимума начального ускоряющего поля). Результаты численного моделирования, подтверждающие основные выводы теоретической модели, приведены в разд. 7. В заключительном разд. 8 подводятся итоги работы и дается заключение по ее результатам.

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Так же как и в работах [19, 22, 27, 32], не останавливаясь на механизме взаимодействия короткого лазерного импульса с мишенью, будем рассматривать разлет фольги после прохождения импульса. В предположении малой толщины мишени (в настоящее время интерес представляют мишени субмикронного масштаба размерами в десятки или несколько сотен нанометров), меньшей или порядка глубины скин-слоя, лазерный импульс хорошо проникает в мишень и происходит мгновенная ионизация атомов мишени с последующим образованием плазмы по всей глубине фольги в области с диаметром поперечного сечения, равным диаметру пятна фокусировки лазера и протяженностью, совпадающей с толщиной мишени. В этих условиях энергия, набираемая электроном, оказывается достаточной, чтобы преодолеть кулоновское притяжение мишени, так что электроны можно считать удаленными из объема мишени, и ее последующий разлет будет происходить в режиме кулоновского взрыва [22]. На безразмерную амплитуду

$$a = 0.85\sqrt{I\lambda^2 10^{-18}}$$

лазерного импульса с интенсивностью  $I$  [Вт/см<sup>2</sup>] и длиной волны  $\lambda$  [мкм] это предположение накладывает следующее ограничение [16]:

$$a \gg \pi \frac{L}{\lambda} \frac{n_e}{n_{cr}}$$

Здесь  $L$  — толщина мишени,  $n_e$  — плотность электронов,  $n_{cr}$  — критическая плотность для данной длины волны.

Полная эвакуация электронов из области фокального пятна создает условия для возникновения поперечного тока из периферийной области фольги. Компенсация избыточного положительного заряда в ионизированной фокальной области фольги может привести к существенному уменьшению ускоряющих полей. Однако, если характерное время разлета ионов будет меньше времени  $\tau_e$  «затекания» электронов из краевых областей мишени в фокус, то таким эффектом нейтрализации заряда можно пренебречь. Считая, что средняя радиальная скорость движения электронов близка к скорости света  $c$  и что  $\tau_e \sim D_f/c$ , сформулированное выше условие запишем в виде

$$D_f \gg \sqrt{\frac{Mc^2}{4\pi Z Z^1 e^2 n^1}},$$

где  $D_f$  — характерный размер пятна фокусировки, а  $n^1$  — характерное значение плотности тяжелой ионной компоненты мишени с зарядом  $Z^1$ ,

являющейся основным источником электростатических полей для ускорения легких ионов массой  $M$  с зарядом  $Z$ . При ускорении протонов из углеродных мишеней ( $Z^1 = 6$ ) твердотельных плотностей  $n^1 \approx 3 \cdot 10^{22}$  см<sup>-3</sup> данное условие отвечает фокусировке в пятно размером  $D_f \gg 1$  мкм.

Формулируя математическую модель, будем рассматривать одномерное движение ионов в их собственном (самосогласованном) электрическом поле  $\mathcal{E} = -\partial\phi(x,t)/\partial x$ , определяемом уравнением Пуассона

$$\Delta\phi(x,t) = -4\pi e [Zn(x,t) + Z^1 n^1(x,t)],$$

где  $n(x,t)$  и  $n^1(x,t)$  — парциальные плотности ионных компонент мишени, причем здесь и ниже верхний индекс «1» отвечает тяжелым ионам (с зарядом  $Z^1$  и массой  $M^1 = A^1 m_p$ , где  $m_p$  — масса протона), а характеристики легких ионов (с зарядом  $Z$  и массой  $M = A m_p$ ) входят без индекса. Вводя вклад в полное поле, создаваемый каждой из ионных компонент, будем использовать следующие уравнения для потенциалов и напряженностей полей ( $\mathcal{E} = E^1 + E$ ,  $\phi = \varphi^1 + \varphi$ ):

$$\begin{aligned} \Delta\varphi(x,t) &= -4\pi Z e n(x,t), \\ E(x,t) &= -\frac{\partial\varphi(x,t)}{\partial x}, \\ \Delta\varphi^1(x,t) &= -4\pi Z^1 e n^1(x,t), \\ E^1(x,t) &= -\frac{\partial\varphi^1(x,t)}{\partial x}. \end{aligned} \tag{1}$$

В случае плоской мишени, первоначально расположенной в области  $-L/2 < x < L/2$ , задача симметрична относительно плоскости  $x = 0$ . Поэтому мы можем рассматривать только часть пространства  $x \geq 0$ . Движение двух сортов ионов в общем кулоновском поле описывается уравнениями гидродинамики

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial(un)}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} &= \frac{eZ}{M} [E(x,t) + E^1(x,t)], \\ \frac{\partial n^1}{\partial t} + \frac{\partial(u^1 n^1)}{\partial x^1} &= 0, \\ \frac{\partial u^1}{\partial t} + u^1 \frac{\partial u^1}{\partial x^1} &= \frac{eZ^1}{M^1} [E(x^1,t) + E^1(x^1,t)]. \end{aligned} \tag{2}$$

Решение системы уравнений (2) значительно упрощается при переходе к лагранжевым координатам, когда все величины считаются зависящими от лагранжева смещения частиц каждого сорта,  $\delta x = x - x_0$ ,  $\delta x^1 = x^1 - x_0^1$ , относительно их начальных

положений  $x_0 = x(t = 0)$  и  $x_0^1 = x^1(t = 0)$ . С использованием лагранжевых координат система (2) запишется в виде уравнений движения частиц в самосогласованном электростатическом поле:

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} &= \mu \int_0^x n^1(y, t) dy + \mu \frac{\rho}{\int_0^1 f(y) dy} \times \\ &\times \left( \frac{1 - \rho}{\int_0^1 f^1(y) dy} \right)^{-1} \int_0^{x_0} f(y) dy, \\ \frac{d^2x^1}{dt^2} &= \int_0^{x_0^1} f^1(y) dy + \frac{\rho}{\int_0^1 f(y) dy} \times \\ &\times \left( \frac{1 - \rho}{\int_0^1 f^1(y) dy} \right)^{-1} \int_0^{x^1} n(y, t) dy. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь  $f(x)$ ,  $f^1(x)$  — начальные профили пространственного распределения частиц, определяющие парциальные плотности  $n(x, t)$ ,  $n^1(x, t)$  посредством соотношений

$$n(x, t) = f(x_0) |\partial x(x_0, t) / \partial x_0|^{-1},$$

$$n^1(x, t) = f^1(x_0^1) |\partial x^1(x_0^1, t) / \partial x_0^1|^{-1}.$$

Для записи системы (3) и анализа ее решений использовались безразмерные переменные, в которых плотности легких и тяжелых ионов измеряются в единицах характерных значений плотностей  $n$  и  $n^1$ , определяемых, например, значениями плотности в начале координат, а координата, время, скорость, энергия и напряженности полей  $E$ ,  $E^1$  измеряются соответственно в единицах  $L/2$ ,  $\omega_L^{-1}$ ,  $\omega_L L/2$ ,  $M(\omega_L L/2)^2$ ,  $2\pi e Z n L$  и  $2\pi e Z^1 n^1 L$ . Здесь  $\omega_L = \sqrt{4\pi e^2 (Z^1)^2 n^1 / M^1}$  — ленгмюровская частота тяжелых ионов, вычисленная по характерному значению их плотности. При сравнении мишеней различного компонентного состава будем считать полный заряд мишени (на единицу площади поперечного сечения) заданным:

$$Q = nZ \int_0^1 f(x) dx + n^1 Z^1 \int_0^1 f^1(x) dx.$$

Поскольку он пропорционален электростатической энергии мишени, получаемой от лазера в результате удаления электронов, последнее фактически означает, что заданной предполагается энергия лазерного импульса, т.е. проводимый сравнительный анализ оказывается логически оправданно отнесен к одному и тому же лазеру. Параметр

$$\rho = nZ \int_0^1 \frac{f(x) dx}{Q} \equiv \frac{q_0}{Q}$$

показывает относительную величину полного заряда легкой ионной компоненты, причем она пробегает значения в интервале от нуля — случай отсутствия примеси или формального пренебрежения собственным полем примеси — до единицы — случай кулоновского взрыва фольги, состоящей только из легких ионов. В последнем случае возникающие в уравнениях (3) особенности при  $\rho = 1$  носят формальный характер и устраняются выражением времени в единицах обратной плазменной частоты легких частиц. Помимо  $\rho$  в теории естественным образом возникает вторая безразмерная величина, управляющая разлетом мишени,  $\mu = ZM^1 / Z^1 M$  — так называемый кинематический параметр.

С помощью уравнений (3) мы изучим динамику ускорения легких ионов и проанализируем характеристики возникающих пучков частиц. При этом наибольший интерес будет представлять получение моноэнергетических (квазимоноэнергетических) пучков легких ионов высокой энергии. Основными параметрами ускоренных ионов, интересными с практической точки зрения, являются максимальная энергия, спектральная ширина и доля частиц, содержащихся в заданном, достаточно узком интервале энергий. В условиях фиксированного полного заряда мишени естественным выглядит изучение суммарного заряда  $q$  легких частиц в фиксированном диапазоне энергий, отнесенного к полному заряду мишени  $Q$ . Интерес представляет возможность улучшения всех указанных выше характеристик пучка с помощью изменения состава и структурирования мишеней. Такая возможность следует уже из того, что ионы, первоначально находившиеся в глубине фольги, по окончании процесса ускорения будут обладать более близкими значениями энергии, чем ионы, первоначально помещенные у края фольги. Следовательно, расположение легкой примеси на определенной

глубине влияет на спектральную ширину ускоренного пучка.

Исходная плотность легких ионов и ее распределение также оказывают существенное влияние на конечные характеристики частиц. Так например, результаты изучения разлета сферических кластеров свидетельствуют о том, что повышение первоначально малой плотности примесной компоненты дает увеличение не только полного числа частиц в ускоренном пучке, но и числа частиц в заданной спектральной ширине [15]. Подобное следует ожидать и для обсуждаемого ниже плоского разлета. С другой стороны, чем выше плотность легких частиц, тем сильнее сказывается действие их собственного кулоновского поля, приводящего к уширению спектра и уменьшению числа частиц в заданном энергетическом диапазоне. Когда плотность заряда легких ионов сравнивается с соответствующим значением для тяжелой компоненты, разлет фольги близок к кулоновскому взрыву мишени, состоящей только из одного сорта ионов, что дает широкий спектр энергий ускоренных частиц [25]. Отсюда возникает предположение о существовании некоторого оптимального значения плотности легких ионов (оптимального значения  $\rho$ ) и оптимального положения примеси в объеме мишени. Ниже мы развиваем теорию, которая обосновывает указанные и другие особенности ускорения ионов из плоских мишеней двухкомпонентного ионного состава. Процесс поиска наиболее выгодной структуризации мишени, с точки зрения получения пучков высокого качества, будем называть ее оптимизацией.

Изучим характеристики легких частиц, когда они, вылетая из мишени, проходят определенное расстояние в вакууме. Такую постановку можно интерпретировать как наличие «детектора», расположенного на плоскости с координатой  $x_d \gg 1$  и регистрирующего частицы, влетающие в него. Энергетический спектр (число частиц  $dN$  в спектральном диапазоне  $d\varepsilon$ ) таких легких частиц задается формулой

$$\frac{dN}{d\varepsilon} = f(x_0) \left| \frac{\partial \varepsilon(x_0, x_d)}{\partial x_0} \right|^{-1}. \quad (4)$$

Хотя в реальном эксперименте регистрация ионов детектором происходит на макрорасстояниях от мишени, физический смысл для сформулированной модели имеет использование существенно меньших расстояний до детектора. Это связано с наличием естественного условия применимости рассматриваемой одномерной модели разлета. На расстояниях, больших радиуса пятна фокусировки лазера, из-за перехода разлета плазмы в трехмерный режим рез-

ко уменьшается ускоряющее электростатическое поле [25]. Таким образом, ускорение ионов заканчивается вблизи мишени, и последующий разлет ионов идет практически инерционно. В результате под величиной  $x_d$ , рассматриваемой ниже как некоторое предельное расстояние — расстояние от центра фольги до детектора, будем понимать характерную длину, на которой набирается основная энергия частиц. Эта длина по порядку величины равна размеру пятна фокусировки. Несмотря на то что такой подход носит оценочный характер, он позволяет проследить основные зависимости характеристик ускоренных ионов от заданных «управляющих» параметров. Для типичных толщин мишеней, представляющих интерес для ускорения ионов в режиме кулоновского взрыва (порядка 100 нм), и диаметров фокального пятна лазера (несколько микрометров) характерное значение безразмерного масштаба  $x_d$  составляет не более нескольких десятков. В качестве примера везде ниже для определенности использовано  $x_d = 20$ .

### 3. УСКОРЕНИЕ ЛЕГКИХ ИОНОВ В ПРЕНЕБРЕЖЕНИИ ИХ СОБСТВЕННЫМ ПОЛЕМ

Сначала рассмотрим случай, отвечающий модели пробных легких ионов, ускоряемых заданным электростатическим полем тяжелого ионного остова, т. е. ускорения легкой примеси в пренебрежении ее собственным кулоновским полем. Это формально соответствует  $\rho = 0$ , а плотность легких ионов считается хотя и малой, но конечной ( $n \ll n^1$ ). Одно из возможных предложений по оптимизации параметров пучков легких частиц, получаемых в результате кулоновского взрыва, мы связываем с наличием оптимального размещения примесных ионов внутри мишени, а не на границе, как это предлагалось в работе [11]. При покоящемся тяжелом остове двухкомпонентной фольги ( $M^1 \rightarrow \infty$ , что соответствует  $\mu \rightarrow \infty$ ) [22] поле, ускоряющее легкие ионы, не зависит от времени. Поэтому справедлив закон сохранения энергии, и конечная энергия примесного иона определяется пройденной разностью потенциалов:

$$\varepsilon(x_0, x_d) = |\varphi^1(x_d) - \varphi^1(x_0)| = x_d - 1 + (1 - x_0^2)/2. \quad (5)$$

Согласно уравнению (5), кинетическая энергия легкого иона является монотонно убывающей функцией его начального положения, и ее максимальное значение  $\varepsilon_{max} = x_d - 1/2$  отвечает иону, находившемуся в середине фольги,  $x_0 = 0$ . Отметим,

что этот результат фактически соответствует предположению авторов работы [24] располагать слой легких ионов вблизи фронта облучаемой лазером фольги в отличие от предложенного ранее его расположения на тыльной стороне мишени [11]. Следует отметить неуниверсальность полученного вывода, основанного на предположении большого отношения  $A^1/Z^1 \gg 1$ , что трудно реализовать на практике в силу вырывания электронов даже с глубоких оболочек атомов сильным лазерным полем. При  $\mu \neq \infty$  закон сохранения энергии уже не применим, так как вследствие движения тяжелого остова фольги ускоряющее поле зависит от времени и ускорение легкой компоненты ионов происходит в переменном поле. Однако существует еще одна область значений  $\mu$ , которая допускает сравнительно простое решение. Так, в случае  $\mu - 1 \ll 1$  зависимость энергии от начального положения пробной частицы имеет вид

$$\varepsilon(x_0, x_d) = x_0(x_d - x_0). \quad (6)$$

Для представляющих практический интерес значений  $x_d \gg 1$  энергия (6) является монотонно растущей функцией  $x_0$ . Максимальное значение энергии  $\varepsilon_{max} = x_d - 1$  будет у легкого иона, находившегося на границе,  $x_0 = 1$ .

Из рассмотренных случаев для двух предельных значений кинематического параметра,  $\mu = 1$  и  $\mu = \infty$ , вытекает, что для заданных значений  $1 < \mu < \infty$  максимальную энергию будет набирать ион, находившийся на определенной плоскости внутри слоя,  $0 < x_0 < 1$ , т. е. зависимость  $\varepsilon(x_0)$  не будет монотонной. Отсюда следует, что если рассматривать тонкий слой примесных ионов, то его следует не напылять на поверхность фольги, а располагать внутри мишени в окрестности плоскости  $x = x_{opt}$ , на которой  $\varepsilon(x_{opt}) = \varepsilon_{max}$ . Конкретный выбор оптимального расположения тонкого слоя легких атомов зависит от величины  $\mu$ . В реальных экспериментах значения кинематического параметра лежат в пределах, как правило, не превышающих 10 ( $\mu < 10$ ). Так, значение  $\mu \approx 7$  для мишени из гидрированного золота достигается при лазерной интенсивности  $I \approx 5 \cdot 10^{18}$  Вт/см<sup>2</sup>, а из гидрированного свинца — при  $I \approx 7 \cdot 10^{18}$  Вт/см<sup>2</sup>. Формально, величина кинематического параметра может быть увеличена путем уменьшения кратности ионизации мишени (уменьшения интенсивности лазерного света, ионизирующего мишень), но понижение интенсивности лазерного импульса требует использования чрезвычайно тонких мишеней, толщиной всего в несколько нанометров, что делает эксперимент трудно выполнимым. По этой причине иллюстративные примеры

для развитой ниже теории, как правило, связываются с  $2 \lesssim \mu \lesssim 7$ . Отметим типичность значения  $\mu \approx 2$ , которое реализуется в большинстве случаев с использованием релятивистской интенсивности лазера и мишеней из атомов первой трети таблицы Менделеева.

Оптимальное расположение примеси в мишени находим с помощью зависимости энергии от начального положения пробной частицы,  $\varepsilon(x_0)$ . Для произвольного значения кинематического параметра воспользуемся решением системы (3) с  $\rho = 0$ :

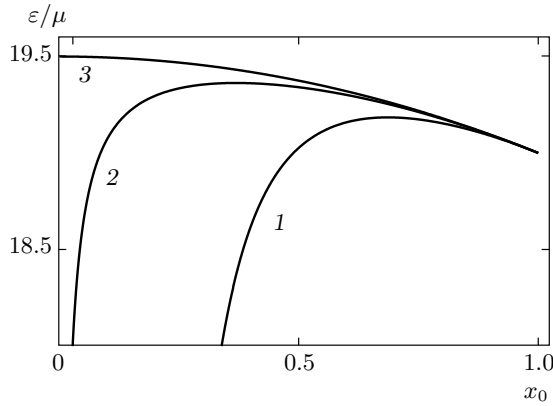
$$\begin{aligned} \frac{d^2 x}{dt^2} &= \mu \int_0^x n^1(y, t) dy, \\ \frac{d^2 x^1}{dt^2} &= \int_0^{x_0^1} f^1(y) dy. \end{aligned} \quad (7)$$

В случае однородного первоначального распределения ионов остова по объему мишени,  $f^1(x) = 1$ , электрическое поле, ускоряющее легкие ионы имеет кусочно-непрерывный вид [25, 27]:

$$E(x, t) = \begin{cases} x(1 + t^2/2)^{-1}, & x \leq x_f^1, \\ 1, & x \geq x_f^1, \end{cases} \quad (8)$$

где фронт тяжелых ионов,  $x_f^1$ , движется равноускоренно по закону  $x_f^1 = 1 + t^2/2$ . Легкие ионы примеси, которые из-за большего отношения заряда к массе ускоряются лучше, в процессе разлета обгоняют тяжелые ионы мишени. Время пересечения фронта тяжелых ионов частицей, стартовавшей с позиции  $x_0$ , будем обозначать  $t^*(x_0)$ . Введем также координату  $x_0^*$ , отвечающую максимальной начальной удаленности пробного иона от  $x = 0$ , который за все время движения до детектора не обгоняет фронт тяжелых ионов, т. е.  $t^*(x_0^*) = t_d(x_0^*)$ , где  $t_d(x_0)$  — время движения до детектора. Ионы с  $x_0 < x_0^*$  все время будут двигаться в нарастающем электрическом поле, а частицы с координатой  $x_0 \geq x_0^*$  будут проходить через области как с растущим, так и с постоянным ускоряющим полем. Решение системы (7) для пробной частицы выражается через гипергеометрическую функцию [27]. С использованием этого решения приведем значения энергии, которые будут зафиксированы детектором:

$$\begin{aligned} \varepsilon(x_0, x_d) &= \\ &= \begin{cases} \frac{u^2(t_d)}{2}, & x_0 < x_0^*, \\ \frac{u^2(t^*)}{2} + \mu \left( x_d - 1 - \frac{t^{*2}}{2} \right), & x_0 \geq x_0^*, \end{cases} \end{aligned} \quad (9)$$



**Рис. 1.** Зависимости конечной энергии легких ионов от их начального положения в приближении пробных частиц ( $\rho = 0$ ) для  $\mu = 2$  (1),  $\mu = 7$  (2),  $\mu \rightarrow \infty$  (3)

где

$$u(t) = \mu x_0 t F_1(t), \quad x_0^* = \frac{x_d}{F(\sqrt{2(x_d - 1)})},$$

$$x_d = x_0 F(t_d), \quad x_0 F(t^*) = 1 + \frac{t^{*2}}{2},$$

а  $F(t)$  и  $F_1(t)$  выражаются через гипергеометрические функции:

$$F(t) \equiv F\left(\alpha, \beta; \frac{1}{2}; -\frac{t^2}{2}\right),$$

$$F_1(t) \equiv F\left(\alpha + 1, \beta + 1; \frac{3}{2}; -\frac{t^2}{2}\right),$$

$$\alpha = -\frac{1}{4}\left(1 + \sqrt{1 + 8\mu}\right),$$

$$\beta = -\frac{1}{4}\left(1 - \sqrt{1 + 8\mu}\right).$$

Полное время ускорения  $t_d(x_0)$  пробных ионов, движущихся позади фронта тяжелых частиц, и время пересечения ими фронта последних,  $t^*(x_0)$ , получаются как неявно заданные решения уравнений (9). Энергия  $\varepsilon$  в формуле (9) для  $x_0 < x_0^*$  является монотонно растущей функцией  $x_0$ , в то время как при  $x_0 > x_0^*$  имеется как вклад, увеличивающийся с ростом  $x_0$ , так и убывающий, что свидетельствует о наличии максимума энергии пробных частиц как функции  $x_0$ .

Графики решений уравнений (9) для кинематических параметров  $\mu = 2$ ,  $\mu = 7$  и предела  $\mu \rightarrow \infty$  представлены на рис. 1. Как уже отмечалось, максимальной энергии ионов при конечном значении кинематического параметра  $1 < \mu < \infty$  отвечает вполне определенная координата  $x_0$  из интервала (0,1). Так,

для  $\mu = 2$  и  $\mu = 7$  оптимальным положениям примеси соответствуют  $x_{opt} \approx 0.7$  и  $x_{opt} = 0.35$ . Поскольку максимумы функции  $\varepsilon(x_0)$  пологие, даже не очень близкие друг к другу пробные частицы с  $x_0 \sim x_{opt}$  обладают близкими значениями энергий. В качестве примера рассмотрим слой примесных ионов толщины  $\Delta x$ , для определенности расположенный в мишени справа от поверхности  $x_{opt}$ . Из тривиального разложения функции  $\varepsilon(x_0)$  вблизи  $x_{opt}$  при малых толщинах примесного слоя,

$$\varepsilon(x_0) = \varepsilon_{max} - \frac{1}{2}(\Delta x)^2 \left. \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x_0^2} \right|_{x_0=x_{opt}},$$

следует, что спектральная ширина  $\Delta\varepsilon$  энергетического распределения легких частиц квадратично зависит от малой толщины слоя. Таким образом, поместив достаточно тонкий слой примеси в оптимальное положение, можно получать пучки ионов с очень малой спектральной шириной.

В практическом плане, для наиболее выгодного размещения слоя примеси внутри мишени, требуется знание  $x_{opt}(\mu)$ . Согласно (9), величина  $x_{opt}(\mu)$  превышает  $x_0^*$ , и может быть найдена дифференцированием второго равенства из (9):

$$\left[ u(t^*(x_0)) \frac{du(t^*(x_0))}{dx_0} - \mu t^*(x_0) \frac{dt^*(x_0)}{dx_0} \right]_{x_0=x_{opt}} = 0, \quad (10)$$

где  $t^*(x_0)$  определено выше. Отметим, что величина  $x_{opt}$  не зависит от  $x_d$  вследствие аддитивного вклада расстояния до детектора в набираемую энергию (9).

#### 4. ТЕОРИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ ПО ЗАРЯДУ ЛЕГКОЙ ПРИМЕСИ

Поскольку наибольший интерес с точки зрения моноэнергетичности ускоренных частиц представляет случай, когда они являются примесью, можно усложнить изложенную выше теорию, учитывая влияние собственного поля примесной компоненты по теории возмущений, по-прежнему считая  $\rho$  малой, но теперь конечной величиной. Тогда, полагая  $\rho \ll 1$ , пренебрежем действием поля легкой компоненты на разлет тяжелых ионов, что позволяет отбросить второе слагаемое во втором уравнении системы (3). К тому же легкие ионы, ускоряясь эффективнее тяжелых, вследствие большего, чем для тяжелых ионов, отношения заряда к массе, быстро



покидают мишень, так что в тяжелой плазме с течением времени будет находиться все меньше и меньше легких ионов, т. е. их плотность, а следовательно, и влияние на тяжелые ионы, будут быстро убывать с течением времени. Естественно, что данное приближение тем лучше, чем больше значение кинематического параметра  $\mu$ .

В линейном приближении по малому параметру  $\rho$  система уравнений (3) принимает вид

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \mu \int_0^x n^1(y, t) dy + \mu \rho J(x_0),$$

$$\frac{d^2 x^1}{dt^2} = \int_0^{x_0^1} f^1(y) dy,$$
(11)

где введено обозначение

$$J(x_0) = \frac{\int_0^1 f^1(y) dy}{\int_0^1 f(y) dy} \int_0^{x_0} f(y) dy.$$

Решая систему с точностью до линейных по  $\rho$  членов, находим, что все введенные ранее величины,  $t^*$ ,  $x_0^*$  и  $t_d$ , имеют малые отрицательные поправки, обусловленные дополнительным малым ускорением в первом уравнении системы (11), пропорциональным  $J(x_0)$ . В частности, для поправки  $x_0^{*(1)}$  к начальному положению  $x_0^*$ , разграничивающему различные области решений, получаем

$$x_0^{*(1)} = -\frac{\rho \mu (x_d - 1) J(x_0^*)}{F(\sqrt{2(x_d - 1)})}.$$

С учетом таких поправок к величинам  $t^*$ ,  $x_0^*$ ,  $t_d$  и непосредственного вклада от ускорения в собственном поле легких ионов поправка к энергии, набираемой ионом за время пролета до детектора, имеет вид

$$\begin{aligned} \varepsilon^{(1)}(x_0) &= -\rho \mu^2 x_0 J(x_0) \frac{t_d^2}{2} \times \\ &\times \left[ F_1(t_d) + \frac{\mu - 1}{3} t_d^2 F_2(t_d) \right], \quad x_0 < x_0^* + x_0^{*(1)}, \\ \varepsilon^{(1)}(x_0) &= \frac{\rho \mu J(x_0) \sqrt{2\varepsilon}}{2(u(t^*) + \mu t_d^0)} \left[ (t_d^0 + t^*) (2u(t^*) + \right. \\ &+ \mu(t_d^0 - t^*)) - \frac{\mu u(t^*) t^*}{\mu x_0 F_1(t^*) - 1} \times \\ &\left. \times \left( x_0 t^{*2} \frac{\mu - 1}{3} F_2(t^*) + x_0 F_1(t^*) - 1 \right) \right], \\ &x_0 \geq x_0^* + x_0^{*(1)}. \end{aligned}$$
(12)

Здесь  $\varepsilon$ ,  $u(t)$  и  $t^*$  определяются уравнениями (9). Время  $t_d^0$  пролета частицы до детектора после пересечения движущегося фронта тяжелых ионов дается выражением

$$t_d^0 = -\frac{u(t^*)}{\mu} + \frac{1}{\mu} \sqrt{u^2(t^*) + 2\mu \left( x_d - 1 - \frac{t^{*2}}{2} \right)},$$

а  $F_2(t)$  — гипергеометрическая функция со следующими аргументами:

$$F_2(t) \equiv F\left(\alpha + 2, \beta + 2; \frac{5}{2}; -\frac{t^2}{2}\right).$$

Теперь для вычисления по найденной поправке к энергии (12) поправки к оптимальному положению  $x_{opt}$  в явном виде необходимо конкретизировать начальное распределение легких ионов, входящее в интеграл  $J(x_0)$ .

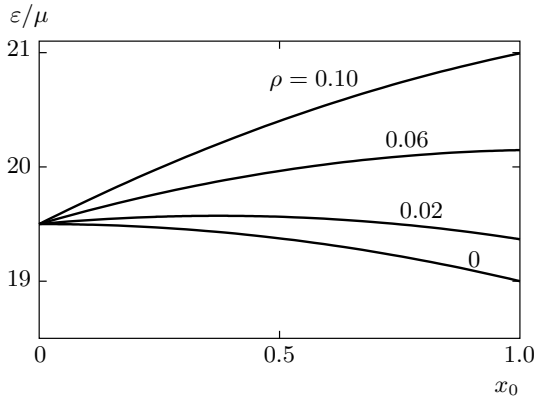
### 5. УСКОРЕНИЕ ИОНОВ В САМОСОГЛАСОВАННОМ ПОЛЕ

В этом разделе мы освобождаемся от использованных ограничений и для заданных параметров  $\mu$  и  $\rho$  решаем основную систему уравнений (3) численно. Наряду с этим проводим сопоставление полученных результатов с приближенными аналитическими результатами, отвечающими пределу малого собственного поля легких ионов. Последнее, в частности, позволяет количественно установить точность такого приближения. Найденное аналитическое решение использовано для тестирования численного решения.

Для случая произвольного значения  $\rho$  существует предельный случай, который допускает аналитическое решение — предел неподвижного тяжелого остова мишени,  $\mu \rightarrow \infty$ . Система (3) в таком случае имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x}{dt^2} &= \mu x + \mu \frac{\rho}{1 - \rho} J(x_0), \\ \frac{d^2 x^1}{dt^2} &= 0, \quad \frac{dx^1}{dt}(t=0) = 0. \end{aligned}$$
(13)

С течением времени все легкие частицы пересекут неподвижный фронт тяжелых ионов и достигнут детектора, поэтому регистрируемая энергия будет даваться общим выражением для всех значений начальных координат пробных частиц, т. е. в данном случае нет необходимости проводить разделение решений по начальной координате  $x_0^*$  и можно записать



**Рис. 2.** Зависимость энергии легких ионов от их начального положения для предельного случая неподвижных тяжелых ионов,  $\mu \rightarrow \infty$  при однородном начальном распределении ионов,  $f(x) = 1$

$$\begin{aligned} \varepsilon(x_0, x_d) &= \frac{u^2(t^*)}{2} + \mu \left[ 1 + \frac{\rho}{1-\rho} J(x_0) \right] (x_d - 1), \\ u(t) &= \sqrt{\mu} \left[ x_0 + \frac{\rho}{1-\rho} J(x_0) \right] \text{sh}(\sqrt{\mu} t), \\ t^* &= \frac{1}{\sqrt{\mu}} \text{arch} \frac{1-\rho}{(1-\rho)x_0 + \rho J(x_0)}. \end{aligned} \quad (14)$$

Формально возникающая в решении сингулярность при  $\mu \rightarrow \infty$  связана с использованием в качестве единицы времени обратной плазменной частоты тяжелых ионов. Для устранения такой особенности удобно перейти к величине  $\varepsilon/\mu$  (что отвечает единице энергии  $\pi e^2 Z Z^1 n^1 L^2$ ), не содержащей массы тяжелых ионов. Полученное решение (14) завершает набор возможных аналитических решений системы уравнений (3).

Ниже для произвольного набора параметров  $\mu$  и  $\rho$  мы будем решать основную систему уравнений (3) численно. Для реализации численной модели используем явную разностную схему, устойчивость которой контролируется с помощью критерия Куранта. Полученное численное решение используется для нахождения спектральных характеристик ускоренных легких ионов с учетом их собственного поля для двух примеров начального распределения легких частиц в мишени: однородного по всей мишени и распределения в виде тонкого слоя ( $\Delta x \ll 1$ ) постоянной плотности, локализованного внутри мишени.

### 5.1. Однородное распределение легких ионов

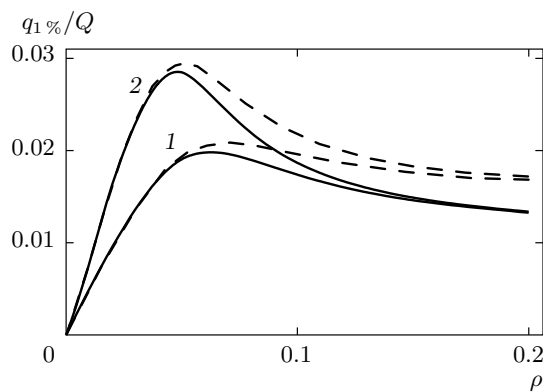
В случае однородного начального распределения легких ионов по объему мишени имеем  $f(x) = 1$ .

Тогда  $J(x_0) = x_0$ , что и следует использовать в формулах (12), (14). Прежде всего проиллюстрируем случай бесконечно тяжелых ионов,  $\mu \rightarrow \infty$ . На рис. 2 представлена зависимость  $\varepsilon(x_0)$  для ряда значений параметра  $\rho$ . Учет собственного поля легкой компоненты плазмы приводит к видоизменению поведения функции  $\varepsilon(x_0)$  (рис. 2) по сравнению со случаем ничтожно малой концентрации примеси,  $\rho = 0$ . Будучи при  $\rho = 0$  монотонно убывающей функцией с максимумом в точке  $x_0 = 0$ , зависимость  $\varepsilon(x_0)$  становится немонотонной, и в случае  $0 < \rho \ll 1$  ионная энергия имеет максимум при некотором значении  $0 < x_0 < 1$ ; при этом несколько уменьшается разница между максимальной и минимальной энергиями. При дальнейшем увеличении  $\rho$  зависимость переходит в монотонно растущую с максимумом у границы мишени  $x_0 = 1$ , а разница между границами по энергии возрастает. Отсюда, в частности, следует предложение [11] размещать слой легких ионов на задней поверхности лазерной мишени, которое, как теперь понятно, отвечает достаточно большой концентрации легких ионов. Заметим также, что проведенным анализом снимается имеющееся на первый взгляд противоречие работ [11] и [24]. Начиная со значений  $\rho > 0.05$ , наклон кривых  $\varepsilon(x_0)$  на рис. 2 вблизи максимальной энергии монотонно увеличивается, т. е. растет абсолютная величина производной  $\partial\varepsilon/\partial x_0$ , входящей в знаменатель формулы (4) для спектрального распределения  $dN/d\varepsilon$  в зависимости от  $\varepsilon$ . Отсюда следует, что с увеличением полного заряда  $\rho$  заряд (15) примесных частиц, попадающих в спектральный диапазон  $[\varepsilon_{max} - \Delta\varepsilon; \varepsilon_{max}]$ ,

$$q = Z \int_{\varepsilon_{max} - \Delta\varepsilon}^{\varepsilon_{max}} \frac{dN}{d\varepsilon}(\varepsilon) d\varepsilon, \quad (15)$$

будет уменьшаться. Как будет показано далее, все выводы относительно поведения спектральных характеристик при изменении  $\rho$ , полученные на основе анализа достаточно простого решения (14) при  $\mu \rightarrow \infty$ , качественно переносятся и на случай конечных  $\mu$ .

Случай конечных  $\mu$  и произвольных значений  $\rho$  изучен с помощью численного решения системы (3). Немонотонное поведение зависимости  $\varepsilon(x_0)$ , а вместе с ней и спектральной ширины, при росте  $\rho$  позволяют сделать предположение о существовании некоторого оптимального значения  $\rho$ , использование которого позволяет улучшить характеристики ускоряемых ионов. Для определенности, оптимальным при данном фиксированном  $\mu$  будем считать такое значе-



**Рис. 3.** Зависимости относительного суммарного заряда примесных частиц  $q_1\%/Q$ , содержащихся в спектральном диапазоне  $\delta = 1\%$  вблизи максимальной энергии  $\varepsilon_{max}$ , от параметра  $\rho$  при  $\mu = 2$  (1) и  $\mu = 7$  (2). Штриховыми линиями представлены соответствующие графики, полученные по теории возмущений

ние  $\rho$ , для которого в заданном относительном спектральном интервале вблизи максимальной энергии,  $\delta = \Delta\varepsilon/\varepsilon_{max}$ , окажется наибольший полный относительный заряд  $q/Q$  легких ионов, вычисленный по формуле (15). Ниже будем интересоваться достаточно узким спектральным интервалом  $\delta = 1\%$ , что зачастую представляет интерес для практических приложений. Найденные зависимости  $q_1\%/Q$  от  $\rho$  для различных кинематических параметров приведены на рис. 3, где сплошными линиями показаны результаты точного решения, а штриховыми — получаемые по изложенной выше теории возмущений. В первую очередь отметим небольшие отклонения графиков, полученных по теории возмущений, от точных для случаев  $\mu = 2$  и  $\mu = 7$ . Так, в области  $\rho < 0.1$ , где, в соответствии с предположением о малости  $\rho$  ( $\rho \ll 1$ ), теория возмущений дает хорошие результаты, отклонения не превышают 15%.

Еще одним параметром, характеризующим эффективность ускорения частиц, является величина  $q_1\%/q_0$ , т.е. отношение суммарного заряда частиц, попавших в спектральный диапазон  $\delta = 1\%$ , к полному заряду примесных частиц, имевшихся в начальный момент времени в мишени. Исходя из определения параметра  $\rho$ , получим  $q_1\%/q_0 = (q_1\%/Q)/\rho$ . Поведение относительного заряда ускоренных ионов при больших  $\rho$  показывает, что параметр,  $q_1\%/q_0$  уменьшается с ростом  $\rho$ , что согласуется с выводами, полученными при анализе предельного случая  $\mu \rightarrow \infty$ , и свидетельствует о переходе к случаю взры-

ва однокомпонентной фольги [25]. Увеличение с ростом  $\rho$  расхождения результатов теории возмущений с точным решением при  $\rho > 0.1$  вполне естественно и свидетельствует о необходимости учета членов, следующих за линейным членом разложения системы (3) в ряд по  $\rho$ . Приведенные на рис. 3 относительные заряды характеризуются наличием максимумов при  $\rho_{opt}^h = 0.062$  для  $\mu = 2$  ( $q_1\%/Q = 0.02$ ) и  $\rho_{opt}^h = 0.048$  для  $\mu = 7$  ( $q_1\%/Q = 0.028$ ). Эти максимумы не ярко выражены, но с учетом того, что они достигаются при достаточно малых значениях  $\rho_{opt}^h$ , доля ускоренного заряда  $q_1\%/q_0$  в точке максимума будет достаточно большой:  $q_1\%/q_0 = 33\%$  для  $\mu = 2$  и  $q_1\%/q_0 = 58\%$  для  $\mu = 7$ . Таким образом, подбором оптимального значения заряда примесных ионов удастся получить в спектральном диапазоне  $\delta = 1\%$  более трети полного заряда легких частиц, содержащегося в мишени. Отметим, что отклонения в значениях  $\rho_{opt}^h$  для результата теории возмущений составляют 13% для  $\mu = 2$  и 5% для  $\mu = 7$ . Сделаем замечание, почему полученные здесь и получаемые далее оптимальные значения  $\rho$  малы (порядка нескольких процентов). Дело в том, что легкие частицы достаточно быстро покидают первоначальный объем мишени и попадают в область постоянного электростатического поля тяжелой компоненты. Поэтому на фоне одинакового для всех действия со стороны тяжелых ионов даже малое собственное поле существенно изменяет получаемые результаты.

Удовлетворительная точность аналитических результатов, полученных с использованием теории возмущений для ускоряемого заряда, подтвержденная точным численным решением, позволяет отказаться от последнего и тем самым наглядно продемонстрировать скейлинги для параметров ускоренных легких ионов. Рисунок 4, полученный с использованием такой теории, показывает величину заряда быстрых ионов  $q_1\%/Q$ , получаемую при кулоновском взрыве двухкомпонентной фольги, в зависимости от обоих управляющих параметров задачи,  $\mu$  и  $\rho$ . Рисунок 4 наглядно иллюстрирует вывод о значительной доли быстрых ионов,  $q_1\%/q_0$ , попадающих в узкий спектральный интервал, для всего диапазона значений кинематического параметра. Светлая область на плоскости  $(\mu, \rho)$  соответствует максимуму суммарного ускоренного заряда  $q_1\%/Q$ . Он характеризуется почти постоянным значением  $\rho \approx 0.03$  при  $\mu > 3$ . Хорошо видна невозможность концентрации заряда в узком спектральном диапазоне  $\rho > 0.1$ , что соответствует размытию заряда по спектру. При этом отметим существенное различие, почти на порядок, получаемых нами оптимальных значений  $\rho$

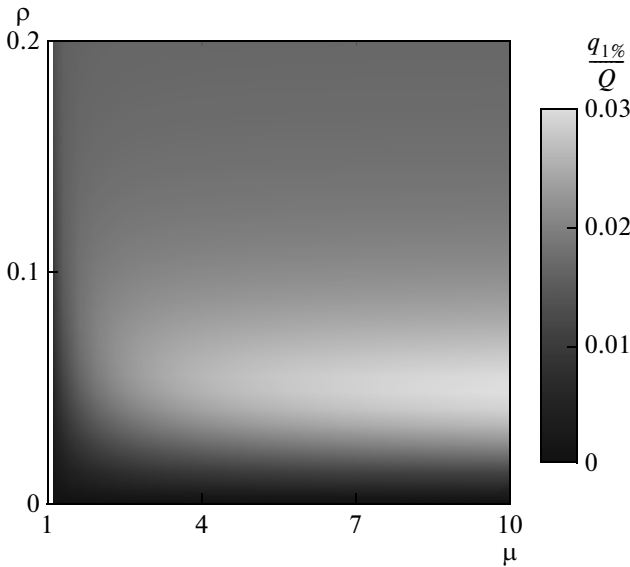


Рис. 4. Вычисленный по теории возмущений относительный суммарный заряд  $q_{1\%}/Q$  примесных частиц, содержащихся в спектральном диапазоне  $[0.99 \epsilon_{max}, \epsilon_{max}]$  на плоскости управляющих параметров  $\mu$  и  $\rho$

по сравнению с работой [15], посвященной численному моделированию кулоновского взрыва сферической микромишени. Основной причиной, ответственной за столь сильное различие, является убывание ускоряющих электростатических полей с расстоянием в сферическом случае, которое отсутствует в рассматриваемой плоской геометрии.

### 5.2. Слоистая мишень

Рассмотрим еще один вариант распределения примеси в мишени — слой толщиной  $\Delta x$  с постоянной плотностью, координату левого края которого обозначим  $x_L$ . Тогда функция  $f(x)$  примет вид

$$f(x) = \Theta(x - x_L)\Theta((x_L + \Delta x) - x),$$

где  $\Theta(x)$  — ступенчатая функция Хевисайда, а самовоздействие поля примесных ионов описывается функцией

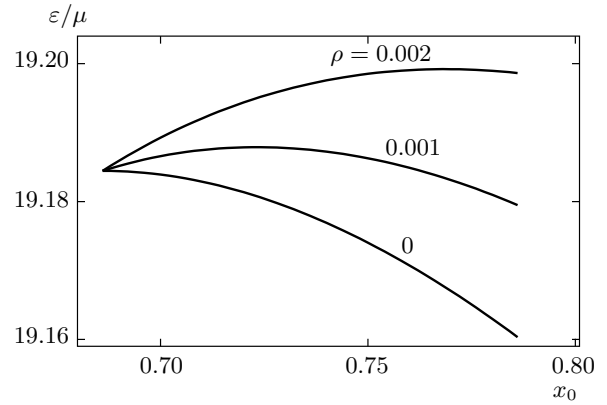


Рис. 5. Зависимости энергии от начального положения, вычисленные по теории возмущений, для слоя в невозмущенном оптимальном положении  $x_L = x_{opt}$ ,  $\mu = 2$ . Положение детектора  $x_d = 20$

$$J(x_0) = \frac{\int_0^1 f^1(y) dy}{\int_0^1 f(y) dy} \int_0^{x_0} f(y) dy = \frac{1}{\Delta x} \cdot \times \begin{cases} 0, & x_0 < x_L, \\ x_0 - x_L, & x_L \leq x_0 \leq x_L + \Delta x, \\ \Delta x, & x_0 > x_L + \Delta x. \end{cases} \quad (16)$$

В целях сравнения с широко обсуждающимся случаем напыления легких атомов на заднюю поверхность фольги [8, 11], рассмотрим два основных варианта расположения слоя легких ионов. Первый вариант — слой, левый край которого имеет координату  $x_{opt}$ , положение которой в общем случае является функцией относительного заряда примеси и кинематического параметра,  $x_{opt}(\rho, \mu)$  (см. разд. 3). Вторым вариантом — слой, расположенный возле поверхности мишени,  $1 - \Delta x < x < 1$ .

Имея явный вид функции  $f(x)$ , мы можем рассмотреть влияние собственного поля примеси на изучаемые характеристики сначала по теории возмущений, а затем и для произвольного полного заряда примесных ионов. Пусть слой легких ионов толщиной  $\Delta x = 0.1$  занимает невозмущенное положение  $x_{opt}$  (10). Установим, чему равны значения энергии  $\epsilon(x_0) + \epsilon^{(1)}(x_0)$  частиц из этого слоя, вычисленные по теории возмущений, т. е. по формуле (12). На рис. 5 приведена такая зависимость для трех значений  $\rho$ . Как видно из графиков, при росте  $\rho$  поправка на собственное поле дает некоторое увеличение макси-

мальной энергии и приводит к смещению положения максимума энергии частиц в сторону больших  $x$ . На основе этого устанавливаем, что учет собственного поля приводит к большей энергии частиц и смещению оптимального положения ближе к границе мишени. Величина этого смещения зависит от  $\rho$ . При условии его малости ( $x_{opt}^{(1)} \ll x_{opt}$ ) оценка по теории возмущения изменения оптимального положения, определяемого формулой (10), дает

$$x_{opt}^{(1)} = -\frac{\rho}{\Delta x} \left( \frac{d^2 \varepsilon}{dx_0^2} \Big|_{x_{opt}} \right)^{-1} \times \left\{ \frac{\mu \sqrt{2\varepsilon}}{2[u(t^*) + \mu t_d^0]} \left[ (t_d^0 + t^*) [2u(t^*) + \mu(t_d^0 - t^*)] - \frac{\mu u(t^*) t^*}{\mu x_0 F_1(t^*) - 1} \right] \times \left( x_0 t^{*2} \frac{\mu-1}{3} F_2(t^*) + x_0 F_1(t^*) - 1 \right) \right\} \Big|_{x_{opt}} \quad (17)$$

Величины  $\varepsilon$ ,  $u(t)$ ,  $t^*$  и  $t_d^0$  имеют тот же смысл, что и в выражении (12).

Воспользовавшись численным решением системы (3) для произвольного значения  $\rho$ , можно найти зависимость  $x_{opt}(\rho)$  для произвольных значений относительного заряда примеси. Мы рассматриваем слой толщиной  $\Delta x = 0.1$ . Тогда диапазон возможных оптимальных положений при различных  $\mu$  ограничен сверху координатой  $x = 0.9$ . В соответствии с этим, если при какой-то комбинации параметров  $\mu$  и  $\rho$  оптимальное положение не попадает в указанный диапазон, то это означает, что при этих параметрах оптимальным будет размещение легких ионов вблизи границы мишени и необходимость помещать слой в глубине мишени отпадает.

На рис. 6 показаны результаты нахождения зависимости оптимального положения слоя легких ионов от  $\mu$  для  $\rho = 0.002$  по теории возмущений и точного решения. Кроме того, показано исходное значение  $x_{opt}$  для случая  $\rho = 0$ , найденное из уравнения (10). Столь небольшое значение  $\rho = 0.002$  было выбрано из соображений, описанных выше: влияние собственного кулоновского поля примеси начинает существенно сказываться уже при малых начальных концентрациях примеси. При  $\rho = 0$  величина  $x_{opt}$  достаточно сильно зависит от величины кинематического параметра  $\mu$  при его небольших значениях. Так,  $x_{opt} = 0.8$  при  $\mu = 1.5$ , а уже при  $\mu \approx 3$  оптимальное положение сильно сдвинуто от правого края мишени и составляет  $x_{opt} \approx 0.56$ . При переходе от  $\rho = 0$  к  $\rho = 0.002$  происходит ослабление зависи-

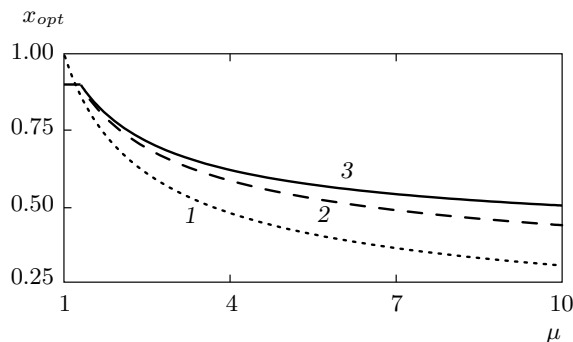
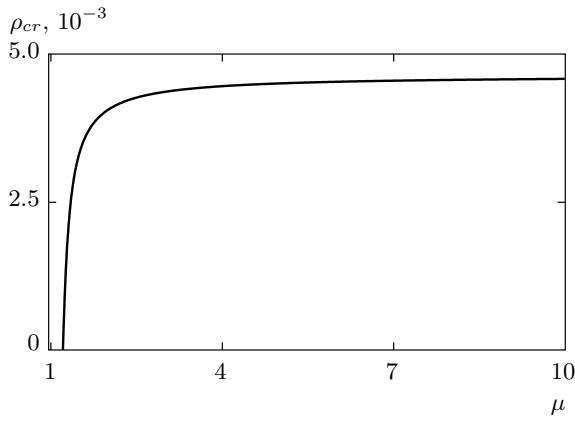


Рис. 6. Зависимость оптимального положения слоя легких ионов от кинематического параметра  $\mu$  для  $\rho = 0$  (1),  $\rho = 0.002$  по теории возмущений (2) и  $\rho = 0.002$  — точное решение (3)

мости оптимального положения от  $\mu$  и его смещение к границе мишени, причем уже при небольших значениях собственных полей это смещение будет значительным. Это подтверждает приведенный график для  $\rho = 0.002$ . Горизонтальный участок на графике для значений  $\mu = 1$  до  $\mu \approx 1.3$  свидетельствует лишь о конечной толщине рассматриваемого слоя и говорит о том, что для данного диапазона значений кинематического параметра при  $\rho = 0.002$  слой примеси необходимо помещать у правого края мишени. Для больших значений заряда примеси,  $\rho > 0.002$ , при увеличении последнего интервал значений  $\mu$ , для которого расположение слоя примеси у самой границы мишени оптимально, будет расширяться. Так, уже для  $\rho = 0.005$  диапазон значений  $\mu$ , при которых оптимальное расположение легких ионов будет внутри мишени, выходит за рамки рассматриваемого диапазона практически интересных значений  $\mu \lesssim 10$ . Таким образом, для заданной длины ускорения ионов (размера пятна фокусировки) существует определенное значение полного заряда примеси  $\rho_{cr}$  такое, что при  $\rho > \rho_{cr}$  появляется область значений  $\mu$ , для которых оптимальным оказывается размещение примеси у границы мишени. В частности, для рассматриваемого случая  $x_d = 20$  эта величина составляет  $\rho_{cr} \approx 0.002$ .

Результаты нахождения критической величины  $\rho_{cr}$ , отвечающей переходу от внедрения примеси в мишень к ее напылению на поверхность, представлены на рис. 7. Из определения величины  $\rho_{cr}$  следует, что для любых значений параметров  $\mu$  и  $\rho$  из области, лежащей под приведенной на рис. 7 кривой, наиболее эффективным является расположение примесного слоя внутри мишени при  $x = x_{opt}(\mu, \rho)$ ,



**Рис. 7.** Кривая  $\rho_{cr}(\mu)$  на параметрической плоскости  $(\mu, \rho)$ , определяющая границы области, в которой наиболее выгодным является заглублиение слоя примеси в мишень

а для значений параметров  $\mu$  и  $\rho$  над этой кривой эффективным становится покрытие легкими атомами поверхности мишени. Последнее определяет условия эффективности предложенной ранее конструкции мишени для ускорения легких ионов [11].

Отметим также продуктивность использования теории возмущений: почти для всего диапазона практически интересных значений  $\mu \lesssim 10$  разница между точными и приближенными значениями  $x_{opt}$  не превышает 14% (для рассмотренного значения  $\rho = 0.002$ ). Поэтому, как и в разд. 5.1, относящемся к однородному распределению примеси, здесь также можно избежать численных расчетов, используя приближенные результаты теории возмущений.

Зависимость  $x_{opt}$  от двух управляющих параметров,  $\mu$  и  $\rho$ , найденная с помощью численного решения системы (3), достаточно хорошо аппроксимируется формулой

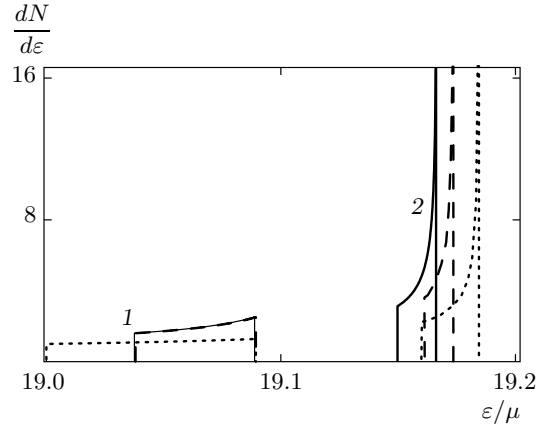
$$x_{opt}(\mu, \rho) = \frac{A(\rho)}{\mu^{\alpha(\rho)}} + [1 - A(\rho)], \quad (18)$$

где для диапазона изменения  $\rho$  от 0 до 0.0046 коэффициенты  $A(\rho)$  и  $\alpha(\rho)$  имеют вид

$$A(\rho) \approx \frac{0.91 - (187.76 \rho)^{2.31}}{1 + (187.76 \rho)^{1.31}},$$

$$\alpha(\rho) \approx 0.6 + |135.78 \rho - 0.07|^{1.87}.$$

Полученный скейлинг (18) дает легкий в использовании способ определения положения областей на параметрической области  $(\mu, \rho)$ , отвечающих различным оптимальным положениям слоя примеси: в каком случае наиболее эффективным будет напыле-



**Рис. 8.** Энергетические спектры ускоренных легких ионов для  $\mu = 2$  от слоя примеси толщиной 0.1, расположенного на краю мишени (1), и справа от оптимального значения  $x_{opt}$  (2): сплошные кривые — точные решения при  $\rho = 0.002$ ; штриховые — соответствующие решения по теории возмущений; пунктирные — приближение пробных частиц ( $\rho = 0$ )

ние, а в каком — внедрение примеси в объем мишени. Зная зависимость  $x_{opt}(\mu, \rho)$  в наиболее интересной области параметров, мы можем проанализировать спектральные распределения для оптимального расположения слоя примеси и сравнить их со случаем напыления примеси на правый край мишени.

С использованием формулы (4) и решений (9), (12), (18) получены спектральные распределения ускоренных легких ионов для  $\mu = 2$ . Они представлены на рис. 8 и отвечают слою, расположенному на краю мишени (семейство кривых 1), и слою, помещенному в оптимальное положение (кривые 2). Для оптимального положения  $x_{opt}$  производная  $\partial \epsilon(x_0, x_d) / \partial x_0$  равна нулю, а так как она входит в знаменатель формулы (4), то все спектры 2 имеют сингулярность при  $\epsilon \rightarrow \epsilon_{max}$ . Однако эта особенность является интегрируемой:  $dN/d\epsilon \propto (\epsilon_{max} - \epsilon)^{-1/2}$ .

Сравнение варианта напыления примеси на поверхность мишени [11] с обсуждаемым оптимальным расположением слоя примесных ионов показывает, что с точностью менее 1% максимальные энергии пучков ускоренных ионов совпадают, т.е. выигрыш в энергии ускоренных частиц от оптимизации их начального расположения весьма мал. Причиной для столь малого различия является большая доля энергии, набираемая в обоих случаях разлетающимися легкими ионами после пересечения фронта тяжелых ионов. Мы связывали расстояние  $x_d$  до де-

тектора (а с ним и величину пути, на котором происходит ускорение) с диаметром пятна фокусировки лазерного импульса, поэтому такое малое различие в набираемых энергиях выглядит естественным, поскольку  $x_d \gg 1$  для реальных пятен фокусировки. В качестве примера приведем характерные значения энергий, отвечающие спектрам на рис. 8. В случае фольги из углерода с напылением или внедрением водорода в оптимальное положение с максимальной плотностью мишени  $3 \cdot 10^{22}$  см<sup>-3</sup>, толщиной 100 нм и параметром  $\rho = 0.002$  используемая единица энергии составляет 3.6 МэВ, а максимальная энергия протонов достигает значений 140 МэВ. В случае размещения слоя водорода в центре мишени, согласно предложению авторов работы [24], максимальная энергия достигает величины порядка 56 МэВ. Такой проигрыш в энергии связан с задержкой прохождения протонами области максимального ускоряющего поля, когда оно уже уменьшилось вследствие разлета тяжелых ионов.

Большой интерес, чем выигрыш в максимальной энергии, представляет возможность заметного уменьшения спектральной ширины пучка при переходе от напыления примеси к ее оптимальному расположению. Сравним полные спектральные ширины пучков ускоренных легких ионов,  $\Delta\varepsilon = \varepsilon_{max} - \varepsilon_{min}$ , из слоев, первоначально расположенных внутри мишени в оптимальном положении и у ее поверхности. Поскольку разница максимальной энергии для этих слоев незначительна, для удобства будем интересоваться относительной спектральной шириной пучка  $\Delta\varepsilon/\varepsilon_{max}$ . Для пренебрежимо малой плотности примеси,  $\rho = 0$ , относительная спектральная ширина составила 0.47 % для напыленного слоя и 0.13 % для оптимального слоя, т. е., изначально поместив слой примеси в оптимальном положении, мы можем уменьшить относительную полную спектральную ширину пучка в 3.5 раза. Для значений  $\rho$ , меньших введенной ранее величины  $\rho_{cr}$ , энергия частиц монотонно убывает при удалении от оптимального положения, являющегося, по определению, точкой максимума функции  $\varepsilon(x_0)$ . Поэтому уменьшение толщины рассматриваемого слоя примеси будет способствовать уменьшению спектральной ширины пучка, полученного как из напыленного слоя, так и из заглубленного. В частности, при  $\Delta x = 0.01$  для слоя у правого края имеем  $\Delta\varepsilon = 2 \cdot 10^{-2}$ , а для оптимального слоя —  $\Delta\varepsilon = 6 \cdot 10^{-4}$ . Таким образом, при уменьшении толщины слоя можно значительно уменьшить спектральную ширину пучка примесных частиц, и по-прежнему оптимальное расположение слоя имеет преимущество перед напыле-

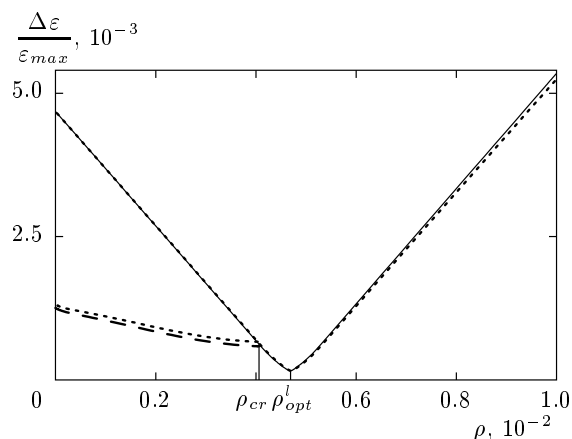


Рис. 9. Зависимости относительной спектральной ширины пучка от относительного заряда  $\rho$  примеси для слоя толщиной  $\Delta x = 0.1$ , напыленного на поверхность мишени (сплошная линия) и слоя, размещенного в оптимальном положении (штриховая линия), для  $\mu = 2$ . Пунктиром показаны графики, полученные по аналитическим формулам теории возмущений. Значение оптимального положения слоя для теории возмущений взято из точного решения

нием. Включение собственного поля несколько изменяет получаемый выигрыш от оптимального заглубления мишени: относительная спектральная ширина для напыления при  $\rho = 0.002$  равна 0.26 %, а для оптимального слоя — 0.08 %. Хотя и произошло уменьшение ширины для каждого варианта по сравнению со случаем  $\rho = 0$ , относительная разница уменьшилась, но незначительно (3.25 вместо 3.5), т. е. по-прежнему оптимальное положение позволяет существенно уменьшать спектральную ширину генерируемого пучка ионов по сравнению со случаем поверхностного напыления.

Отметим также принципиальное различие спектральных распределений, полученных с помощью точного решения и с помощью теории возмущений. Это позволяет пользоваться аналитическими формулами, упрощающими расчет. Для случая напыления примеси при  $\rho = 0.002$  отклонение спектральной ширины от точного значения составляет 2 %, а максимальная энергия, как было показано выше, практически не меняется. Для случая оптимального расположения слоя это отклонение для спектральной ширины составляет 25 %, а для максимальной энергии по-прежнему пренебрежимо мало.

Таким образом, анализ спектральных распределений слоистой мишени показал, что основным пре-

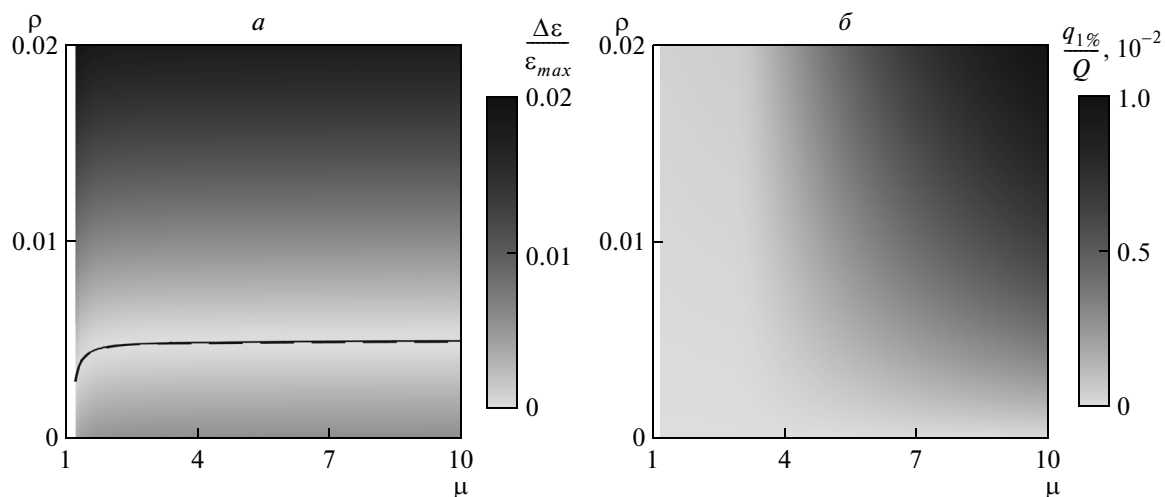
имуществом расположения примеси в оптимальном положении является достижение минимально возможной спектральной ширины. При этом как оптимальное положение, так и непосредственно спектральная ширина существенно зависят от величины ускоряемого заряда. Проследим зависимость относительной спектральной ширины  $\Delta\varepsilon/\varepsilon_{max}$  от параметра  $\rho$  для случая напыления и для оптимального слоя, положение которого будет самосогласовано меняться с изменением  $\rho$  в соответствии с формулой (18). Соответствующий результат представлен на рис. 9. При увеличении  $\rho$ , начиная с нуля, спектральная ширина для оптимального слоя, изображенная на графике штриховой линией, в соответствии с ранее рассмотренными примерами всегда остается меньше, чем ширина для слоя, находящегося у поверхности мишени. Они совпадают в единственной точке, абсциссу которой мы назвали  $\rho_{cr}$ . Для такого значения  $\rho_{cr}$  оптимальное положение слоя составляет 0.9, т. е. для рассматриваемой толщины слоя оно достигает границы мишени; поэтому при  $\rho \gtrsim \rho_{cr}$  ход обеих кривых совпадает. Значение относительного заряда примеси,  $\rho = \rho_{opt}^l \approx \rho_{cr}$ , при котором достигается минимум зависимости  $\Delta\varepsilon/\varepsilon_{max}$  от  $\rho$ , имеет смысл оптимального значения  $\rho$  для напыления легких атомов на поверхность. Дальнейшее увеличение заряда,  $\rho > \rho_{opt}^l$ , приводит к монотонному увеличению спектральной ширины, что согласуется с выводами, полученными из рассмотрения предельного случая  $\mu \rightarrow \infty$  и к постепенному переходу к взрыву однокомпонентной фольги. График решения, полученного по теории возмущений, при больших  $\rho$  обоснованно дает заниженное значение спектральной ширины, требующее учета следующих членов разложения. Наложение ошибок от определения оптимальной позиции по теории возмущений и занижения спектральной ширины приводит к сильным различиям в поведении кривых для оптимального слоя, поэтому для сравнения теории возмущений и точного решения для оптимального положения слоя позиция слоя находилась из точного решения, что, в частности, привело к совпадению абсцисс  $\rho_{cr}$  для этих двух решений. Максимальное отклонение кривой, найденной по теории возмущений в рассматриваемом диапазоне  $\rho$ , не превышает 2 %.

Согласно рис. 9, аналитические решения по теории возмущений дают результат, который не выходит за 2-процентный диапазон точности. Используя такую хорошую точность теории возмущений, мы можем, как и для случая однородных мишеней, достаточно просто проанализировать спектральные характеристики ускоренных ионов на параметриче-

ской плоскости  $(\mu, \rho)$  для слоистых мишеней. Это показывает рис. 10, где изображена относительная спектральная ширина пучка легких ионов для случая напыленного на фольгу слоя примеси толщиной 0.1 (рис. 10а) и доля заряда частиц, содержащихся в 1-процентном спектральном диапазоне,  $q_1\%/Q$ , для случая слоя такой же толщины, расположенного у центра фольги (рис. 10б). На рис. 10а также показана линия минимума величины  $\Delta\varepsilon/\varepsilon_{max}$ , которая соответствует зависимости  $\rho_{opt}^l(\mu)$ . Видно, что зависимость, найденная с использованием приближенных методов (сплошная кривая), находится в хорошем соответствии с точной зависимостью, показанной штриховой линией. Отклонения не превышают 2%. Для кривых  $\rho_{opt}^l(\mu)$  и линий постоянных значений  $\Delta\varepsilon/\varepsilon_{max}$  характерен быстрый рост при  $1 < \mu < 2$  и выход на асимптотическое, почти не меняющееся, поведение уже при  $\mu > 3$ . Заметим, что такое свойство уже наблюдалось при рассмотрении однородного распределения легких ионов в разд. 5.1 (см. рис. 4), а также для случая сферического кластера [15].

В случае слоя, заглубленного в центр фольги (рис. 10б), для спектра ускоренных ионов отсутствует отсечка по энергии снизу, поэтому использование полной относительной спектральной ширины  $\delta$  (формально всюду равной единице) становится нецелесообразным. Из графика следует, что при фиксированном значении  $\rho$  увеличения отношения  $q_1\%/Q$  можно добиться с использованием мишени с достаточно большим значением  $\mu$ , что согласуется с условием применимости приближения, использованного авторами работы [24]. Так, в разд. 3 отмечалась аналогия между приближением покоящегося остова ( $\mu = \infty$ ) и квазистационарным приближением [24]. Зависимость величины  $q_1\%/Q$  от параметра  $\rho$ , начиная с некоторого его значения, ослабевает, и можно говорить о наличии предельного значения заряда ускоренных ионов, которое может содержаться в 1-процентном спектральном диапазоне при использовании слоистой мишени с заглубленной легкой примесью. Предельная величина  $(q_1\%/Q)_{max}$  зависит от параметра  $\mu$  и для значения  $\mu \lesssim 10$ , максимально достижимого на практике, составляет около 1 %. Данный предел не меняется при использовании точного численного решения, однако он будет достигаться при несколько большем значении  $\rho$ , чем было получено по теории возмущений. В целом, представленные на рис. 9 и 10 графики дают рекомендации по подбору параметров двухслойных мишеней для максимального снижения спектральной ширины генерируемых пучков ускоренных легких ионов.





**Рис. 10.** Вычисленные по теории возмущений функции двух управляющих параметров для слоя толщиной 0.1: *a* — относительная спектральная ширина пучка ионов при поверхностном расположении слоя [11]; линиями показана зависимость  $\rho_{opt}^l(\mu)$ , найденная по теории возмущений (сплошная линия) и из точного решения (штриховая линия); *б* — относительный заряд частиц, попавших в 1-процентный спектральный диапазон вблизи максимальной энергии, в случае слоя, расположенного в центре фольги, отвечающем предложению работы [24]

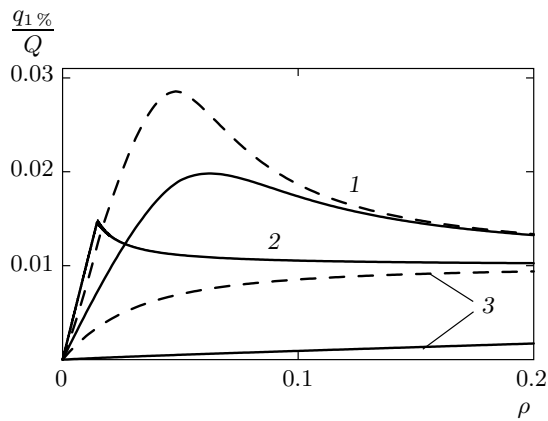
## 6. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

В разд. 5.1 и 5.2 были получены рекомендации по подбору оптимальных параметров однородных и слоистых мишеней в целях максимального улучшения характеристик генерируемых ускоренных пучков. Однако остался открытым вопрос о наличии существенных преимуществ использования наиболее широко обсуждаемых слоистых мишеней по сравнению с однородными. Показательным при сравнении конструкций мишеней является, например, полный заряд ускоренных примесных ионов, содержащийся в заданном (для определенности — однопроцентном) спектральном интервале вблизи максимальной энергии,  $q_1\%$ , отнесенный к полному заряду  $Q$  мишени. Величину  $Q$  для разных типов мишеней считаем постоянной, качественно фиксируя тем самым энергию лазера. Результат подобного сравнения приведен на рис. 11, где сравниваются случаи однородного распределения примеси по фольге (кривые 1, взятые с рис. 3), слоистой мишени с напыленной на заднюю поверхность примесью (2) — предложение авторов работы [11] — и слоя примеси, заглубленного к центру мишени (3), что качественно отвечает рекомендации работы [24]. Сплошными линиями показаны графики, построенные для  $\mu = 2$  в диапазоне значений  $\rho$  от 0 до 0.2. Анализируя отношение  $q_1\%/Q$ , можно сделать вы-

вод о наиболее выигрышном однородном распределении примеси по всему объему мишени. Так, для однородного распределения примеси легких ионов максимальное значение этого отношения составляет  $q_1\%/Q \approx 0.02$ , что достигается для оптимального заряда (см. разд. 5.1)  $\rho = \rho_{opt}^h$ . Мишень с напыленным наружным слоем примеси позволяет сконцентрировать в 1-процентном спектральном диапазоне заряд примеси  $q_1\%/Q \approx 0.015$ , а для внедренного слоя примеси — всего лишь  $q_1\%/Q \approx 0.0017$ .

Таким образом, используя однородную мишень, можно на треть увеличить число ускоренных легких ионов, содержащихся в узком спектральном диапазоне, по сравнению со случаем напыленной мишени и почти на порядок — по сравнению со случаем заглубленного слоя примеси. Увеличение кинематического параметра мишени еще более усиливает указанное преимущество однородных мишеней перед слоистыми, о чем свидетельствуют графики на рис. 11, изображенные штриховыми линиями: максимум кривой 1 почти в два раза выше максимума кривой 2 и в три раза выше максимума 3.

Требование неподвижности тяжелых ионов для правомерности использования приближения квазистатического ускоряющего поля [24], как уже отмечалось, соответствует пределу  $\mu \rightarrow \infty$ . Однако даже для  $\mu \approx 7$  (что уже трудно реализуемо на практике) приближение неподвижных тяжелых ионов пло-



**Рис. 11.** Полученный из точного решения относительный суммарный заряд  $q_1\%/Q$  примесных частиц, содержащихся в спектральном диапазоне  $[0.99 \varepsilon_{max}, \varepsilon_{max}]$ , вычисленный для однородного распределения (1), слоев примеси толщиной 0.1, расположенных на краю мишени (2) и в центре фольги, согласно предложению работы [24] (3). Сплошные линии соответствуют  $\mu = 2$ , штриховые —  $\mu = 7$

хо выполняется и поэтому максимальное значение величины  $q_1\%/Q$ , которое может быть достигнуто с использованием этого типа слоистой фольги, составляет всего лишь 1% (см. рис. 10).

Все легкие ионы, первоначально сконцентрированные в слое вблизи края мишени [11], достаточно быстро покидают область расширяющейся тяжелой плазмы. Поэтому для них величина  $t^*(x_0, \mu)$  очень мала ( $t^* \rightarrow 0$ ). Тогда из формул (9) и (12) следует, что в регистрируемую энергию ионов кинематический параметр  $\mu$  входит в виде множителя, не меняя качественного поведения функции  $\varepsilon(x_0)$  и тем самым не влияя на количество частиц, попадающих в заданный спектральный диапазон. По этой причине кривые 2 на рис. 11 слабо меняются при увеличении кинематического параметра. В соответствии с рис. 7, на рис. 11 вблизи начала координат можно было бы показать график для слоистой мишени с оптимальным расположением слоя внутри фольги. Однако величина  $\rho_{cr}$  для рассматриваемых значений  $2 < \mu < 7$  мала, порядка 0.5%, что принципиально не позволяет получить больших значений величины  $q_1\%/Q$  ввиду малости начального полного заряда  $q_0$  примесных ионов. Таким образом, из возможных вариантов расположения слоя примеси в мишени (оптимального, напыленного [11] и центрального [24]) максимальное значение  $q_1\%/Q$  реализуется при ис-

пользовании мишеней с напылением атомов примеси на тыльную сторону мишени.

Графики, представленные на рис. 11, а также результаты, полученные нами с использованием одномерных аналитической и численной моделей, подтверждают недавно полученный с помощью численного PIC-моделирования [16] вывод об отсутствии преимуществ слоистого распределения примесных ионов перед однородными двухкомпонентными мишенями.

Как было показано выше, в случае использования фольги сложного состава с однородным пространственным распределением компонент подбором оптимального заряда примеси можно получить в 1-процентном спектральном диапазоне заряд частиц, составляющий от 2 до 3% от общего заряда мишени при  $2 \leq \mu \leq 7$  (см. рис. 4 и 11). В то же время кулоновский взрыв однокомпонентных фольг [25] ведет к образованию широкого, немонотонного спектрального распределения, в котором, тем не менее, доля заряда частиц в том же 1-процентном диапазоне энергий вблизи отсечки спектра близко к 1% от полного заряда мишени. Несмотря на превосходство по числу быстрых ионов двухкомпонентной мишени в два–три раза, все же ее преимущество над однокомпонентной не столь значительно, как можно было бы ожидать. Однако технические трудности «вырезания» узкого спектрального диапазона из распределенного спектра частиц, ускоряемых из мишеней однокомпонентного ионного состава, сводят практически на нет конкурентоспособность последних. К тому же применительно к ускорению протонов — частиц, наиболее востребованных различными приложениями, — пока не существует криогенных технологий получения субмикронных водородных фольг с неразмытыми границами. Таким образом, сравнение как со слоистыми, так и однородными однокомпонентными мишенями показывает, что использование однородных многокомпонентных мишеней оказывается в подавляющем большинстве случаев наиболее оптимальным для получения высокоэнергетических монохроматических пучков легких ионов.

### 7. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УСКОРЕНИЯ ПРОТОНОВ В РЕЖИМЕ КУЛОНОВСКОГО ВЗРЫВА

Очевидно, что упрощенная электростатическая одномерная модель не может претендовать на строгое количественное описание разлета ионов в услови-

ях облучения тонкой фольги лазерным импульсом. Однако безусловный интерес представляет выяснение того, насколько выявленные выше закономерности ускорения частиц обладают предсказательной силой, чтобы их можно было использовать применительно к условиям реального эксперимента, тогда как теоретическая модель лишь качественно им соответствует. Выяснение этого важно, чтобы существенно снизить трудозатраты на проведение многопараметрических многомерных численных расчетов, необходимых для планирования и объяснения экспериментов. С этой целью нами было проведено трехмерное численное моделирование взаимодействия короткого мощного лазерного импульса с плоской тонкой мишенью на основе трехмерного численного кода «частица в ячейке» [33].

В качестве мишени использовался слой плазмы толщиной  $L = 0.1$  мкм, состоящий из ионов углерода  $C^{+6}$ , с концентрацией  $27n_{cr}$ , протонов с концентрацией, меняющейся от  $0.32n_{cr}$  до  $32n_{cr}$ , и электронов с концентрацией, изменявшейся от  $160.32n_{cr}$  до  $193n_{cr}$ . Используемые мишени соответствовали  $\mu = 2$  и относительному заряду протонов от  $\rho = 0.002$  до  $\rho = 0.17$ . Наряду с однородной мишенью (однородное распределение протонов по слою) также использовались слоистые мишени, в которых слой протонов толщиной  $0.01$  мкм и с концентрацией  $3.2n_{cr}$  (и  $32n_{cr}$ ) располагался на различной глубине внутри фольги. Линейно поляризованный лазерный импульс<sup>1)</sup> с продольным и поперечным гауссовыми распределениями интенсивности, длиной волны  $1$  мкм, максимальной интенсивностью  $10^{22}$  Вт/см<sup>2</sup> и длительностью  $20$  фс (по поперечности) фокусировался на переднюю поверхность мишени в фокальное пятно размером  $4$  мкм (по поперечности). Размер расчетной области составлял  $14 \times 14 \times 14$  мкм<sup>3</sup>, использовалось численное разрешение  $0.01 \times 0.05 \times 0.05$ . Один расчет продолжался примерно  $85$  фс. За это время протоны с наибольшими энергиями успевали улететь на расстояние  $6-7$  мкм от мишени.

Для указанных параметров лазерного импульса и мишени величина  $a = 85.5$  оказывается больше параметра  $\pi(L/\lambda)n_e/n_{cr} = 56.6$  (см. разд. 2). Таким образом, создаются условия для реализации кулоновского взрыва мишени, прозрачной для лазерного света.

Сценарий взаимодействия лазерного импульса

<sup>1)</sup> Для рассматриваемого случая ультратонких фольг взаимодействие с циркулярно поляризованным лазерным импульсом приводит к схожим характеристикам ускоренных ионов [34].

с рассматриваемыми мишенями следующий. Лазерный импульс эффективно удаляет большую долю электронов из мишени внутри фокального пятна, ускоряя их в направлении распространения. Улетающие за мишень электроны создают поле разделения заряда, ускоряющее ионы, которые получают начальный импульс в направлении распространения луча лазера. Нескомпенсированный положительный заряд ионов внутри фокального пятна приводит к кулоновскому взрыву остова мишени, который выглядит несимметрично вследствие дополнительно направленного начального импульса ионов. Такой режим, несколько отличающийся от идеализированного в теории симметричного разлета, получил название направленного кулоновского взрыва [35]. Легкие ионы (протоны), получившие начальный импульс от поля разделения заряда, которое быстро убывает со временем вследствие удаления электронного облака, продолжают ускоряться в кулоновском поле тяжелых ионов. Протоны с наибольшими энергиями быстрее покидают мишень и в виде сгустка движутся перед фронтом разлетающихся тяжелых ионов, что следует из теории и хорошо видно на рис. 12.

Остановимся сначала на случае начального однородного распределения протонов в мишени. Сразу отметим, что, как и в теории, с ростом относительной концентрации протонов (с ростом  $\rho$ ) энергетический спектр протонов уширяется и квазиодноэнергетический пик в спектре, отчетливо видный при малых значениях  $\rho$ , практически пропадает при  $\rho \gtrsim 0.1$ . В соответствии с предсказаниями теории (см. разд. 5.1), зависимость полного заряда протонов в заданном относительном спектральном диапазоне вблизи максимальной энергии,  $\delta = 10\%$ , от относительного начального заряда протонов, приведенная на рис. 13, имеет немонотонный характер с максимумом, соответствующим оптимальному значению  $\rho$ . При этом мы использовали значение  $\delta = 10\%$  (вместо  $1\%$ ) для облегчения обработки результатов численного моделирования, что требует достаточного числа частиц, попадающих в рассматриваемый диапазон энергий. Моделирование демонстрирует, что величина  $\rho_{opt}^h$  лежит в области малых значений относительного заряда примеси и по порядку величины совпадает с предсказаниями теории.

На рис. 14 приведены энергетические спектры протонов с энергией  $\epsilon > 10$  МэВ, летящих в конус с углом раствора  $10^\circ$ , для  $\rho = 0.002$ . Протоны ускорялись как из тонкого протонного слоя, расположенного либо на тыльной границе мишени, либо вну-

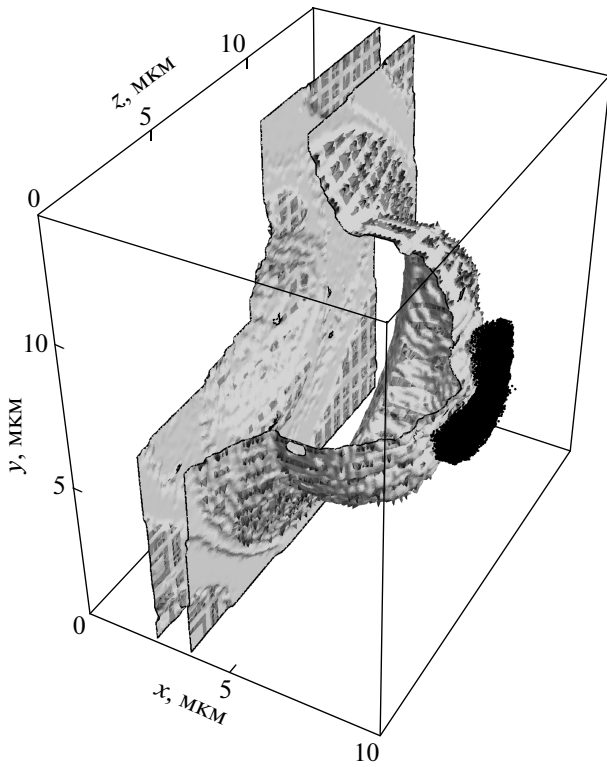


Рис. 12. Распределение плотности ионов  $C^{+6}$  (показано серым) и ускоренные протоны, летящие в угол  $10^\circ$  в направлении вперед (выделено черным), на момент окончания счета

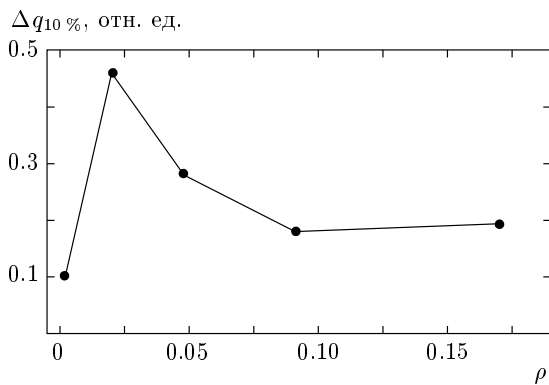


Рис. 13. Зависимость полного заряда протонов вблизи максимальной энергии в спектральном интервале  $\delta = 10\%$  от относительного начального заряда протонов в однородной мишени

три мишени, так и из всего объема мишени при равномерном распределении в нем протонов. Во всех случаях спектр имеет квазимоноэнергетический вид со спектральной шириной, меняющейся от 3% (для

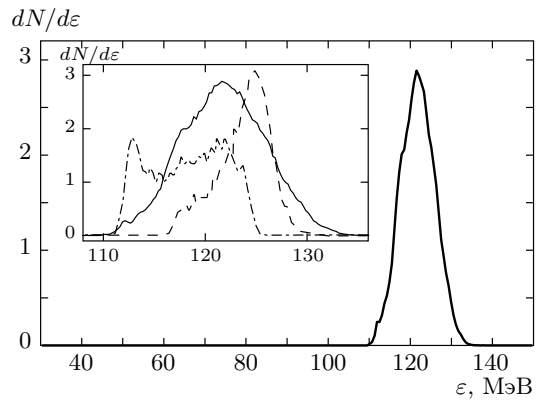


Рис. 14. Энергетические спектры протонов, ускоренных из равномерно распределенного слоя толщиной 0.1 мкм (сплошная линия) и из слоев толщиной 10 нм, расположенных вблизи оптимального положения (штриховая линия) и на краю мишени (штрихпунктирная линия) на момент окончания счета

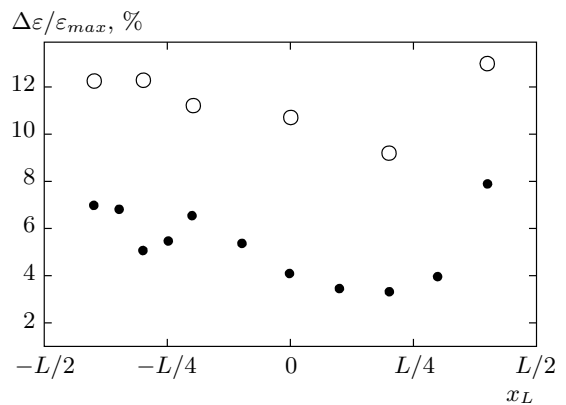


Рис. 15. Зависимость относительной спектральной ширины ускоренного протонного пучка от начального расположения слоя протонов внутри мишени для  $\rho = 0.002$  (●) и  $\rho = 0.02$  (○)

оптимального случая) до 10% для слоя протонов, расположенного на границе. При этом полное число ускоренных протонов составляет порядка  $10^8$  частиц. Сравнение спектров протонов от распределенной примеси с наиболее широко обсуждавшимся в литературе случаем напыления протонов на тыльную сторону мишени как по ширине (соответственно 8 и 10%), так и по характерной энергии (125 и 115 МэВ) не указывает, в соответствии с развитой выше теорией, на предполагавшееся ранее [11] преимущество напыления на заднюю поверхность.

Наиболее узкий спектр протонов соответствует некоторому оптимальному расположению протонного слоя внутри фольги (не вблизи ее края и середины), как и предсказывает теория. Зависимость относительной ширины спектра от положения слоя для  $\rho = 0.002$ , приведенная на рис. 15, имеет немонотонный характер с двумя минимумами. На рис. 15 под  $\varepsilon_{max}$  понимается энергия, соответствующая пучку в спектре, что в теоретической модели практически совпадает с максимальной энергией. Асимметрия зависимости на рис. 15 относительно нуля и некоторое различие в глубине минимумов связаны с упомянутой выше асимметрией кулоновского взрыва, хотя в качественном плане имеется хорошее соответствие теории, предсказывающей минимумы величины  $\Delta\varepsilon/\varepsilon_{max}$  для заглаблений на  $-x_{opt}$  и  $x_{opt}$  протонных слоев. Правый минимум (рис. 15) соответствует оптимальному положению слоя протонов, приводящему к пучку протонов со средней энергией 125 МэВ и малой шириной спектра 3.5%. Его положение ( $x_{opt} \approx 0.4$ ) оказывается несколько ближе к центру по сравнению с предсказанием теории идеального кулоновского взрыва, что не столь критично в сравнении с подтверждением численными расчетами предсказанного эффекта минимизации ширины спектра легких ионов путем заглабления примеси в мишень. Как и в теории, с ростом заряда примеси характер зависимости относительной ширины спектра от положения слоя внутри мишени становится более монотонным (см. светлые точки на рис. 15).

## 8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Опираясь на модель кулоновского взрыва плоской мишени двухкомпонентного ионного состава, мы изучили ускорение легких ионов и способы улучшения качества получаемых пучков. Это позволяет дать практические рекомендации по структурированию слоистых и гомогенных мишеней для существенного уменьшения относительного спектрального разброса генерируемого пучка легкой ионной компоненты. Приведены оценки получаемых максимальных энергий генерируемых ионных пучков, а также изучены их спектральные характеристики в зависимости от кинематического параметра и полного заряда легких частиц. Основой оптимизации параметров мишени явилось изучение роли собственного кулоновского поля легкой компоненты мишени, контролируемого безразмерным параметром задачи  $\rho$ , являющимся мерой полного заряда легких ионов по отношению ко всему заряду лазерной мишени.

В практических случаях лазерного ускорения ионов легкая компонента сложной мишени выступает в роли примеси с малой зарядовой долей, поэтому наряду с полным учетом поля примесных ионов была разработана приближенная теория с точностью до линейных по параметру  $\rho$  членов, что позволило получить удобные для применения аналитические формулы.

Проверка результатов теории возмущений осуществлялась сравнением с результатами непосредственного численного решения основной системы уравнений (3). Так, при  $\rho < 10\%$  отклонения результатов, полученных с помощью точного и приближенного решений, лежат в диапазоне примерно 20%. Кроме того, построенная аналитическая теория возмущений качественно правильно прогнозирует поведение характеристик ускоренных ионов в диапазоне значений  $\rho$ , выходящем за формальные рамки применимости теории возмущений. С использованием построенной модели были детально проанализированы два наиболее типичных варианта распределения легкой ионной компоненты в мишени: однородное распределение примеси по всему объему мишени и слой фиксированной толщины, расположенный на заданной глубине в мишени.

Для однородного распределения примеси легких ионов характерно наличие оптимального значения полного относительного заряда легких ионов, абсолютная величина которого составляет несколько процентов и слабо меняется при  $\mu > 2$ . Мишень с такой примесью имеет максимально возможный полный заряд ускоренных ионов, в 1-процентном спектральном диапазоне энергии вблизи ее максимального значения. Для наиболее типичных значений кинематического параметра  $2 \leq \mu \leq 7$  оптимальный подбор полного заряда примеси в однородной мишени позволяет ускорять от 33 до 58% всех легких ионов, первоначально находившихся в объеме фольги.

При рассмотрении слоистых мишеней были проанализированы два возможных варианта размещения слоя примеси — заглабление внутрь мишени на некоторое расстояние и расположение слоя вблизи тыльной стороны мишени. Последний вариант рассматривался в качестве аналога хорошо известного напыления легких ионов, предложенного в работе [11]. Вытекающие из нашей теории рекомендации по наиболее эффективному структурированию и подбору параметров мишени различаются для различных диапазонов значений  $\rho$ . При малой концентрации примеси,  $0 \leq \rho \leq \rho_{opt}^l$ , где величина  $\rho_{opt}^l$  найдена в данной работе, более выгодным является размещение слоя примеси на определенной глубине в мишени в отличие от того, как это предлагалось

в работе [11]. Размещение слоя в оптимальной позиции приводит к уменьшению спектральной ширины пучка ионов в несколько раз, а найденные скейлинги позволяют выбрать нужное положение слоя для различных значений управляющих параметров. В работе была установлена зависимость величины  $\rho_{opt}^l(\mu)$ , позволяющая также оптимизировать монохроматичность получаемого сгустка ионов в зависимости от атомного состава мишени. С увеличением заряда,  $\rho > \rho_{opt}^l$ , оптимальным становится расположение слоя легких ионов у поверхности мишени [11].

Основные предсказания развитой теоретической модели находятся в качественном согласии с результатами проведенного трехмерного численного моделирования, описывающего взаимодействия мощного короткого лазерного импульса с тонкими мишенями двухкомпонентного ионного состава. Предсказанные теорией наличие оптимального значения относительного заряда однородно распределенной легкой примеси, приводящего к максимальному числу частиц вблизи максимальной энергии, и существование оптимального положения для слоя легких ионов внутри мишени, позволяющего получить квазиодноэнергетический пучок частиц с минимальной шириной спектра, подтверждаются проведенными расчетами. В целом можно отметить, что, несмотря на одномерность аналитической модели и неидеальность кулоновского взрыва из-за частичной компенсации заряда ионов в фокальном пятне и их начального импульса под действием лазера, предсказательный характер результатов теории вполне оправдывается.

Полученные малые относительные спектральные ширины  $\Delta\varepsilon/\varepsilon_{max}$  (меньше процента в теории и порядка нескольких процентов в моделировании) условно являются преимуществом при использовании слоистых мишеней при лазерном ускорении ионов. Однако, с точки зрения абсолютных значений суммарного заряда ускоренных частиц, или, что тоже самое, их полного числа, использование более простых в плане технического изготовления однородных мишеней оказывается более оправданным и позволяет в несколько раз увеличить число ускоренных частиц, содержащихся в спектральном интервале, составляющем около 1% от его максимальной энергии. Данный вывод, основанный на построенной нами упрощенной полуаналитической модели, использующей приближенные вычисления и несложные численные расчеты, находится в качественном соответствии с результатами проведенных численных кинетических расчетов, не выявивших преимущества слоистой мишени (см. также работу [16]).

Рассмотрение разлета лазерных мишеней в ре-

жиме кулоновского взрыва, проведенное в данной работе для тонких фольг двухкомпонентного ионного состава, позволяет построить относительно простую модель для анализа характеристик ускоренных ионов. Однако строгие условия, накладываемые на величину интенсивности лазерного импульса, делают этот режим труднодостижимым при проведении экспериментов по лазерному ускорению ионов. Чтобы приблизить описание к реально наблюдаемым условиям, необходимо учесть неполную эвакуацию электронов из мишени после их нагрева лазерным импульсом. Именно, в численном моделировании [16, 35] наблюдалось существование оптимальной, с точки зрения получения максимальной энергии, толщины мишени, которая лежала на границе применимости приближения кулоновского взрыва и отвечала неполной эвакуации электронов. Поэтому учет конечности электронной температуры требует дальнейшего рассмотрения. При этом, в частности, можно ожидать более выраженного преимущества заглубления примесных ионов в мишень, так как при этом будет возрастать расстояние, проходимое ускоряемой частицей в сильном поле разделения зарядов — предложение, выдвинутое в работе [24]. По этой же причине следует ожидать сдвига позиции  $x_{opt}(\mu, \rho = 0)$  к центру мишени, а следовательно, и роста значений  $\rho_{cr}(\mu)$  и  $\rho_{opt}^l(\mu)$ , тем более что проведенное здесь численное моделирование уже демонстрирует это.

Кроме указанного выше требования высокой интенсивности лазерного импульса, следует обозначить еще несколько предположений, сделанных в рамках настоящей задачи, которые могут сдерживать непосредственное перенесение полученных рекомендаций по генерации квазиодноэнергетических ионных пучков высокого качества на реальный эксперимент. К ним можно отнести следующие: идеальность лазерного импульса с точки зрения отсутствия предимпульса, который может видоизменить мишень до прихода основного импульса; сглаженность радиального распределения интенсивности по пятну фокусировки; использование сверхтонких фольг сложного атомного состава (субмикронной толщины); пренебрежение трехмерными эффектами при разлете, а также ток холодных электронов мишени в поперечном направлении в фокальную область, компенсирующий положительный заряд плазмы. Однако отмечаемый сегодня технологический прогресс в изготовлении субмикронных пленок и получении интенсивных лазерных пучков высокого качества свидетельствует о своевременности проведенного исследования.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 09-02-00187-а, 10-02-00925-а, 10-02-91060-НЦНИ\_а). Один из авторов (Е. А. Г.) выражает благодарность К. Н. Ефимкину за неоценимую помощь в разработке параллельного численного кода, фонду некоммерческих программ «Династия» за финансовую поддержку научной работы, а также С. Г. Бочкареву за ценные советы, повлиявшие на качество проведенных исследований.

## ЛИТЕРАТУРА

1. С. Е. Clayton, J. E. Ralph, F. Albert et al., *Phys. Rev. Lett.* **105**, 105003 (2010).
2. S. A. Gaillard, T. Kluge, K. A. Flippo et al., *J. Phys. Conf. Series* **244**, 022034 (2010).
3. А. В. Гуревич, Л. В. Парийская, Л. П. Питаевский, *ЖЭТФ* **49**, 649 (1965).
4. А. В. Гуревич, Л. П. Питаевский, *ЖЭТФ* **56**, 1778 (1969).
5. В. Ф. Ковалев, В. Ю. Быченков, В. Т. Тихончук, *ЖЭТФ* **122**, 264 (2002).
6. V. F. Kovalev and V. Yu. Bychenkov, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 185004 (2003).
7. S. Ter-Avetisyan, M. Schnuerer, D. Hilscher et al., *Phys. Plasmas* **12**, 012702 (2005).
8. В. М. Hegelich, В. J. Albright, J. Cobble et al., *Nature* **439**, 441 (2006).
9. M. Kado, H. Daido, A. Fukumi et al., *Laser and Part. Beams* **24**, 117 (2006).
10. J. Fuchs, C. A. Cecchetti, M. Borghesi et al., *Phys. Rev. Lett.* **99**, 015002 (2007).
11. Т. Zh. Esirkepov, S. V. Bulanov, K. Nishihara et al., *Phys. Rev. Lett.* **89**, 175003 (2002).
12. I. Last and J. Jortner, *Phys. Rev. A* **71**, 063204 (2005).
13. A. P. L. Robinson, A. R. Bell, and R. J. Flippo, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 035005 (2006).
14. J. Psikal, V. T. Tikhonchuk, J. Limpouch et al., *Phys. Plasmas* **15**, 053102 (2008).
15. К. I. Popov, V. Yu. Bychenkov, W. Rozmus et al., *Phys. Plasmas* **17**, 083110 (2010).
16. А. В. Брантов, В. Ю. Быченков, *Физика плазмы* **36**, 279 (2010).
17. Yu Tong-Pu, A. Pukhov, G. Shvets et al., *Phys. Rev. Lett.* **105**, 065002 (2010).
18. В. J. Albright, L. Yin, В. М. Hegelich et al., *Phys. Rev. Lett.* **97**, 115002 (2006).
19. И. А. Андрияш, В. Ю. Быченков, В. Ф. Ковалев, *Письма в ЖЭТФ* **87**, 720 (2008).
20. A. V. Brantov, V. T. Tikhonchuk, V. Yu. Bychenkov et al., *Phys. Plasmas* **16**, 043107 (2009).
21. A. A. Andreev, P. V. Nickles, and K. Yu. Platonov, *Phys. Plasmas* **17**, 023110 (2010).
22. И. А. Андрияш, В. Ю. Быченков, В. Ф. Ковалев, *Физика плазмы* **36**, 81 (2010).
23. M. Murakami and K. Mima, *Phys. Plasmas* **16**, 103108 (2009).
24. А. В. Коржиманов, А. А. Гоносков, А. В. Ким и др., *Письма в ЖЭТФ* **86**, 662 (2007).
25. В. Ю. Быченков, В. Ф. Ковалев, *КЭ* **35**, 1143 (2005).
26. В. Ю. Быченков, В. Ф. Ковалев, *Физика плазмы* **32**, 1053 (2006).
27. Е. А. Говрас, В. Ю. Быченков, В. Ф. Ковалев, *Физика плазмы* **36**, 757 (2010).
28. К. I. Popov, V. Yu. Bychenkov, W. Rozmus et al., *Laser and Part. Beams* **27**, 321 (2009).
29. V. F. Kovalev, K. I. Popov, V. Yu. Bychenkov et al., *Phys. Plasmas* **14**, 053103 (2007).
30. V. F. Kovalev, V. Yu. Bychenkov, and K. Mima, *Phys. Plasmas* **14**, 103110 (2007).
31. К. I. Popov, V. Yu. Bychenkov, I. A. Andriyash et al., *J. Plasma Fusion Res. Series* **8**, 1226 (2009).
32. А. Е. Kaplan, В. Y. Dubetsky, and P. L. Shkolnikov, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 143401 (2003).
33. D. V. Romanov, V. Yu. Bychenkov, W. Rozmus et al., *Phys. Rev. Lett.* **93**, 215004 (2004).
34. А. В. Брантов, V. Yu. Bychenkov, К. I. Popov et al., *Nucl. Instr. and Meth. A* **653**, 62 (2011).
35. S. S. Bulanov, A. Brantov, V. Yu. Bychenkov et al., *Phys. Rev. E* **78**, 02641 (2008).