

РАСЧЕТ СПЕКТРАЛЬНЫХ И РОССЕЛАНДОВЫХ ПРОБЕГОВ В ПЛАЗМЕ С МНОГОЗАРЯДНЫМИ ИОНАМИ НА ОСНОВЕ СТАТИСТИЧЕСКОГО ПОДХОДА

С. Ф. Гаранин, Е. М. Кравец*

*Российский федеральный ядерный центр,
Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики
607190, Саров, Нижегородская обл., Россия*

Поступила в редакцию 11 января 2012 г.

Квазиклассический метод нахождения компонент Фурье дипольного момента электронов без учета поляризации (модель независимых электронов) применяется к рассмотрению сил осцилляторов ионов и к определению излучательных свойств плазмы из многозарядных ионов тяжелых элементов. Вычисляется распределение сил осцилляторов $df/d\omega$ (пропорциональное сечению фотопоглощения) как функция степени ионизации и атомной частоты $\Omega = \omega/Z$. Получено, что при небольших степенях ионизации функция $df/d\omega$ иона близка к функции $df/d\omega$ нейтрального атома, а по мере роста степени ионизации появляются области, в которых $df/d\omega = 0$ (окна прозрачности), и при достаточно большой ионизации сечение фотопоглощения отлично от нуля лишь в небольших областях частот. С использованием полученного распределения сил осцилляторов иона вычислены величина поляризуемости ионов как функция частоты и сечение рассеяния излучения на ионах. Для плазмы золота для ряда температур и плотностей вычислены коэффициенты поглощения и непрозрачности, как спектральные, так и усредненные по Росселанду и по Планку. Результаты расчетов пробегов и коэффициентов поглощения по порядку величины совпадают с данными, имеющимися в литературе. Оценено влияние процессов рассеяния на величину росселандова пробега.

1. ВВЕДЕНИЕ

Изучение излучательных свойств высокотемпературной плазмы из многозарядных ионов (ПМИ) тяжелых элементов необходимо для многих задач физики [1] и астрофизики [2], в числе которых перенос энергии излучения в звездах (см., например, [2, 3]), в мишенях термоядерного синтеза [4–6], явления, возникающие при взаимодействии сильных магнитных полей с веществом [7]. В достаточно плотной ПМИ, характерной для таких задач, реализуются условия локального термодинамического равновесия (ЛТР), когда распределение электронов по уровням многозарядного иона можно в каждой точке плазмы считать соответствующим термодинамическому равновесию с некоторой локальной температурой. Для того чтобы рассчитывать перенос энергии в неоднородной плазме таких задач, необходимо знать спектральные коэффициенты поглоще-

ния и рассеяния фотонов. С помощью них можно рассчитывать объемные потери на излучение (и излучаемый спектр) для малых оптических толщин плазмы и росселандов пробег [1], который входит в уравнение лучистой теплопроводности, описывающее перенос излучения в задачах с большими оптическими толщинами плазмы. Величина росселандова пробега получается интегрированием по частоте спектральной длины пробега (величины, обратной сумме спектральных коэффициентов поглощения и рассеяния) с весовой функцией Росселанда.

В коэффициенты поглощения и рассеяния дают вклад несколько процессов — свободно-свободные переходы (тормозное поглощение), связанно-свободные переходы (поглощение при фотоионизации), связанно-связанные переходы (поглощение в спектральных линиях), а также процессы рассеяния на ионах и свободных электронах. Если известна средняя степень ионизации плазмы (а ее в условиях ЛТР можно определить из уравнения Саха для многократной ионизации [1]), то можно достаточ-

*E-mail: sfgar@vniief.ru

но точно учесть вклад процессов тормозного поглощения [1] и рассеяния на свободных электронах. Вклад связанно-свободных переходов при не слишком больших энергиях квантов можно учесть с помощью формулы Крамерса – Унзольда [1]. Учет же связанно-связанных переходов представляет собой наибольшую трудность, поскольку в этом случае необходимо принимать во внимание многочисленные переходы между квантовыми состояниями с большим количеством электронов и рассчитывать уширение спектральных линий, обусловленное всеми возможными механизмами. В то же время учет связанно-связанных переходов является наиболее важным и для расчетов потерь энергии ПМИ, и для определения росселандовых пробегов. Для решения задачи об определении спектральных коэффициентов поглощения разрабатываются квантово-статистические модели [8], в которых учитываются переходы электронов в самосогласованных потенциалах ионов и уширение линий при этих переходах. Однако расчеты излучательных свойств веществ по этим моделям весьма сложны и не всегда физически последовательны. Поэтому кажется разумным иметь более простые методы, с помощью которых можно было бы независимо рассчитывать излучательные свойства ПМИ. В некоторых условиях такие методы могли бы служить проверкой для квантово-статистических моделей.

Существует ряд работ, в которых предлагаются более простые подходы для расчетов излучательных свойств ПМИ. Среди них следует сказать о работе [9], в которой делается минимальная оценка среднего росселандова пробега фотонов, для чего силы осцилляторов переходов распределяются таким образом, чтобы обеспечить минимум пробега при условии фиксированной суммы сил этих осцилляторов. В дальнейшем в работах [10, 11] были рассмотрены более обоснованные распределения сил осцилляторов, дающие более точную оценку этого распределения с помощью квазиклассического рассмотрения излучения вырожденного электронного газа, движущегося в кулоновском поле, что справедливо при высоких температурах ПМИ. Для росселандова пробега при этом была получена также некоторая минимальная оценка, при выводе которой считалось, что ширины линий превышают расстояния между ними. При высоких температурах эта минимальная оценка значительно превосходит оценку [9].

Следующим шагом в изучении приближенных методов рассмотрения излучательных свойств вещества можно считать работы [12, 13], в которых был предложен квазиклассический метод описания дина-

мического отклика многоэлектронного атома (или любой многоэлектронной системы: иона, сжатого атома и т. д.) на действие электромагнитной волны. В работе [13] эта задача решена как без учета поляризации атома (модель независимых электронов, МНЭ), так и с учетом поляризации. Было вычислено распределение сил осцилляторов нейтрального атома. Сравнение результатов, получаемых этим методом, с результатами, полученными с учетом поляризации, позволяет оценить величину эффектов поляризации, которая оказывается существенной в области низких частот.

В данной работе метод МНЭ, представленный в [13], применяется к рассмотрению ионов и, тем самым, к определению излучательных свойств ПМИ. Вычисляется распределение сил осцилляторов $df/d\omega$ как функция степени ионизации $q = z/Z$ (z — заряд иона, Z — заряд ядра) и автомодельной частоты $\Omega = \omega/Z$. Дополнительным преимуществом предлагаемого подхода является то, что, используя это распределение сил осцилляторов (для которого строго соблюдается правило сумм сил осцилляторов), можно легко получить поляризуемость $\alpha(\omega)$ ионов (мнимая часть которой пропорциональна $df/d\omega$, а действительную часть можно восстановить с помощью дисперсионного соотношения [14]), и это позволяет просто вычислять сечение рассеяния на ионах. В принципе, используя подход, развитый в работах [12, 13], можно рассматривать излучательные свойства и с учетом поляризации. Однако в настоящей работе мы ограничились только методом МНЭ, поскольку он несколько проще в вычислительном отношении, а поправки, связанные с поляризацией, по-видимому, должны быть для ионов невелики. Например, для нейтрального атома связанная с поляризацией поправка к некоторой характерной для атома величине — средней энергии возбуждения — составляет около 20% [13], а для ионов она должна быть и того меньше, так как поляризационные эффекты должны убывать по мере ионизации как N/Z (N — число электронов в ионе) [11].

В качестве примера с помощью полученных в работе автомодельных функций находятся спектральные коэффициент поглощения и пробег в плазме золота, которые затем используются для получения коэффициента поглощения, усредненного по Планку (усредненный по Планку коэффициент поглощения пропорционален интенсивности объемного излучения), и пробега, усредненного по Росселанду.

В силу применяемого квазиклассического приближения получаемые спектры поглощения оказы-

ваются непрерывными, т. е. предполагается, что количество излучаемых линий достаточно велико, и спектр дает картину, усредненную по большому количеству линий. Оказывается, однако, что при высоких степенях ионизации спектры поглощения ионов содержат окна прозрачности — диапазоны частот, в которых фотопоглощение ионов дает нулевой вклад. Для применимости вычисленных спектральных коэффициентов поглощения для расчета росселандовых пробегов необходимо, чтобы линий было достаточно много и расстояние между линиями в остающихся полосах поглощения было меньшим, чем ширина уровней. При этом точность описания коэффициентов поглощения в области существенных для определения росселандовых пробегов квантов можно в полосах поглощения оценить как $1/n$ [12], где n — характерное квантовое число, которое предполагается большим для возможности квазиклассического описания движения электронов и для ионов оценивается как $n \approx \min\{z^{1/3}; N^{1/3}\}$.

Кроме распределения сил осцилляторов $df/d\omega$ и поляризуемости $\alpha(\omega)$ мы будем рассматривать сечение фотопоглощения $\sigma(\omega)$, включающее как связанно-свободные переходы, так и поглощение в линиях. Эти величины связаны соотношением

$$\sigma = \frac{4\pi\omega}{c} \text{Im} \alpha(\omega) = \frac{2\pi^2 e^2}{mc} \frac{df}{d\omega}.$$

2. КОЭФФИЦИЕНТЫ ПОГЛОЩЕНИЯ

2.1. Непрерывный спектр

Непрерывный спектр поглощения возникает при переходах свободных электронов на более высокие уровни непрерывного спектра (тормозное поглощение) или при переходах связанных электронов в непрерывный спектр (фотоионизация). В настоящем разделе мы приведем используемые в работе формулы для тормозного поглощения и фотоионизации при переходах с высоковозбужденных уровней ионов (приближение Крамерса — Унзольда [1]).

Коэффициент тормозного поглощения находится по формуле [1]

$$\kappa_{ff}(\omega) = \frac{4(2\pi)^2}{3} \left(\frac{2\pi}{3mkT} \right)^{1/2} \frac{z^2 e^6 \hbar^2}{mc(\hbar\omega)^3} n_z n_e, \quad (1)$$

где n_z — концентрация ионов, $n_e = zn_z$ — концентрация свободных электронов. Для рабочих расчетов формулу (1) удобно переписать в виде

$$\kappa_{ff} [\text{см}^{-1}] = 2.775 \frac{z^3 \rho^2 [\text{г/см}^3]}{A^2 \sqrt{T [\text{кэВ}]} \omega^3 [\text{кэВ}]},$$

где ρ — плотность плазмы, A — атомный вес вещества плазмы, ω здесь обозначает энергию кванта.

Коэффициент связанно-свободного поглощения для малых квантов $\hbar\omega < I$ (I — потенциал ионизации) связан с $\kappa_{ff}(\omega)$ формулой [1]

$$\kappa_{bf}(\omega) = \kappa_{ff}(\omega)(e^u - 1), \quad (2)$$

где $u = \hbar\omega/kT$. Таким образом, коэффициент поглощения в непрерывном спектре для $\omega < I$ равен

$$\kappa_{ff+bf}(\omega) = \kappa_{ff}(\omega)e^u.$$

Надо сказать, что формулы (1), (2) получены для чисто кулоновского поля z/r и не учитывают влияния процессов, происходящих, когда электрон проникает в остов иона, где поле может значительно отличаться от z/r . Может возникнуть вопрос о применимости этих формул в интересующей нас задаче, а также вопрос когда вообще можно использовать подход Райзера [1] для определения непрерывного спектра в качестве исходного, хотя бы и грубого приближения? Этот вопрос тем более справедлив, что имеются многочисленные работы (см., например, [15–18] и ссылки там), посвященные влиянию проникновения электронов в остов ионов на тормозное и фоторекомбинационное излучение (а значит, и поглощение) при рассеянии на многоэлектронных атомах.

Ключевым параметром, определяющим применимость подхода Райзера [1], является отношение потенциала ионизации к температуре I/T , которое согласно уравнению Саха (см. ниже формулу (12)) определяется логарифмом степени невырожденности плазмы и при высоких температурах даже для довольно плотной плазмы оказывается довольно большим (для тяжелых элементов при температуре $T \approx 1$ кэВ и плотности $\rho \approx 1$ г/см³ он приблизительно равен 7, а при меньших плотностях превышает 10; см., например, для золота ниже табл. 1). При этом подход Райзера предназначен для описания спектров для энергий квантов $\omega \sim T$ (пользуемся атомными единицами).

Оценим вначале область применимости подхода Райзера для относительно малой ионизации $z < N$. Обозначим отношение $I/T = \Lambda \gg 1$. В классическом излучении характерная область расстояний при излучении квантов с энергией $\omega \sim T$ определяется соотношением $r \sim z^{1/3}/T^{2/3}$, а область ионного остова определяется размерами $r_i \sim z^{-1/3}$, поэтому для того чтобы пользоваться формулами (1), (2) необходимо иметь $r > r_i$, что с учетом приведенных соотношений означает $\Lambda > z^{1/3}$ и для всех возмож-

ных ионов выполняется, если только не иметь в виду очень больших плотностей. Рассмотрим теперь плазму с относительно большой ионизацией $N < z$. Для нее характерная область расстояний при излучении квантов с энергией $\omega \sim T$ будет определяться тем же соотношением $r \sim z^{1/3}/T^{2/3}$, а область ионного остова будет определяться, как $r_i \sim n^2/Z$, где характерное квантовое число порядка $n \sim N^{1/3}$. Теперь согласно условию $r > r_i$ для возможности использования формул (1), (2) получаем $\Lambda > n$, что опять-таки для всех возможных ионов выполняется, если только не иметь в виду очень больших плотностей. К тому же в этом случае и поправки, связанные с конечными размерами ионного остова, которые должны быть еще пропорциональны N/Z , из-за этого фактора будут меньше.

Для интересующих нас росселандовых пробегов наиболее важен случай относительно большой ионизации $N < z$, поскольку при малой ионизации $z < N$ поглощение квантов будет определяться подавляющим влиянием фотопоглощения в линиях иона (см. разд. 2.3), которое покрывает всю область энергий квантов и не имеет окон прозрачности. При $N < z$ в спектре фотопоглощения в линиях иона появляются окна прозрачности, в которых фотопоглощение в непрерывном спектре может быть важным и определять вклад в росселандов пробег. Однако, как видно из приведенных рассуждений, зона ионного остова в этом случае не должна значительно сказываться на поглощении в непрерывном спектре, как из-за большой величины Λ , так и из-за малой величины N/Z . Конечно, несмотря на эти оценки, для непрерывного спектра можно было бы учесть более точные формулы [15–18], но, поскольку наш подход по своей сути является квазиклассическим и не содержит квантовых поправок, учет поправок для непрерывного спектра (дающего меньшее влияние на пробег) и неучет их для дискретного является превышением точности и методологически непоследователен.

2.2. Связанно-связанные переходы для высоковозбужденных состояний

Высоковозбужденные связанные состояния электронов в многократно ионизованном ионе близки к непрерывному спектру. Эти состояния лежат в энергетическом спектре кулоновского поля достаточно густо и поэтому переходы между ними можно описывать теми же формулами, которые используются для описания тормозного поглощения. По существу с некоторой точностью можно считать, что с некоторой энергией связи $-\varepsilon$ ($\varepsilon \ll I$) начинается непрерыв-

ный спектр уровней или, соответственно, плотность «свободных» электронов в соответствии с распределением Больцмана увеличивается пропорционально $\exp(\varepsilon/kT)$. В результате коэффициент поглощения с учетом таких переходов для частот $\hbar\omega < \varepsilon$ становится равным

$$\kappa_{ff+bf+bb}(\omega < \varepsilon) = \kappa_{ff}(\omega) \exp(\varepsilon/kT). \quad (3)$$

Поглощение больших квантов при этом не меняется и соответствует связанно-свободному поглощению (2) или тормозному поглощению (1). Общий коэффициент поглощения, соответствующий формулам (1)–(3), будем обозначать κ_{ie} .

2.3. Сечение фотопоглощения ионом Томаса – Ферми

2.3.1. Общие формулы

Рассмотрим процессы поглощения фотона в квазиклассическом приближении, при которых начальное и конечное состояния электрона считаются близкими, так что можно рассматривать классические траектории. Формально для иона, где состояния электронов являются связанными, это должно означать, что начальное и конечное состояния относятся к дискретному спектру (поглощение в спектральных линиях), однако фактически, поскольку квазиклассическое рассмотрение означает вычисление фурье-гармоник переходов с определенными частотами, эти частоты могут быть какими угодно и могут соответствовать также и ионизации. Таким образом, квазиклассический подход дает сечение фотопоглощения, не конкретизируя конечные состояния электронов.

Задачу расчета сечения фотопоглощения тяжелыми элементами можно значительно упростить, если не учитывать поляризацию атома под воздействием падающей электромагнитной волны. В работе [13] был представлен метод решения этой задачи, в котором последовательно используется квазиклассическое приближение, основанное на больших квантовых числах многоэлектронной системы, и, соответственно, на использовании параметра малости $N^{-1/3}$, где N — количество электронов в атоме (или ионе).

Ниже в этом разд. 2.3, кроме окончательных формул для коэффициентов поглощения, будем использовать атомные единицы $e = \hbar = m = 1$.

В работе [13] было получено, что распределение сил осцилляторов находится по формуле

$$\frac{df}{d\omega} = \frac{2\omega^2}{3\pi^2} \int \sum_{n=0}^{\infty} d_n^2(M) \delta(\omega - \omega_n) p_F \times \\ \times \frac{M}{\sqrt{M_m^2(r) - M^2}} \frac{dM}{M_m(r)} dV, \quad (4)$$

где ω — частота падающей на ион электромагнитной волны, M — момент электрона в ионе, d_n^2 — квадрат компоненты Фурье дипольного момента \mathbf{d} дискретной гармоники с частотой ω_n , p_F — граничный импульс распределения Ферми,

$$M_m(r) = r\sqrt{2(\varepsilon_F - U(r))}$$

— максимальный момент, который может иметь электрон с энергией Ферми $\varepsilon_F = p_F^2/2$, находящийся на орбите радиуса r .

Таким образом, задача нахождения распределения сил осцилляторов сводится к определению компонент Фурье дипольного момента d_n классического излучения электронов, движущихся в потенциале Томаса — Ферми.

В работе [13] было показано, что при вычислении распределения сил осцилляторов по формуле (4) выполняется правило сумм

$$\int_0^{\infty} \frac{df}{d\omega} d\omega = N. \quad (5)$$

2.3.2. Излучение электрона при движении в центральном поле

В работе [13] была решена задача об излучении электрона при финитном движении в произвольном центральном поле. Решение этой задачи позволяет найти компоненты Фурье дипольного момента, необходимые для вычисления распределения сил осцилляторов с помощью формулы (4).

В работе [13] было получено, что эти компоненты Фурье d_n образуются двумя наборами коэффициентов d_{n-} и d_{n+} с соответствующими частотами ω_{n-} и ω_{n+} , которые вычисляются следующим образом:

$$d_{0\pm}^2 = \frac{1}{2} a_0^2 = \frac{1}{2} b_0^2, \quad |\omega_{0\pm}| = \bar{\phi}, \\ d_{n-}^2 = \frac{1}{2} a_n^2, \quad |\omega_{n-}| = |\omega_0 n - \bar{\phi}|, \\ d_{n+}^2 = \frac{1}{2} b_n^2, \quad |\omega_{n+}| = \omega_0 n + \bar{\phi}.$$

Здесь $\omega_0 = 2\pi/T$,

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} r(t) \cos(\phi(t) + \omega_{n-} t) dt,$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} r(t) \cos(\phi(t) - \omega_{n+} t) dt,$$

$r(t)$ и $\phi(t)$ — зависимости радиуса и полярного угла электрона от времени, $\bar{\phi}$ — средняя скорость изменения угла электрона, равная

$$\bar{\phi} = \frac{\Delta\phi}{T},$$

где T — период функции $r(t)$, $\Delta\phi$ — изменение угла за период T .

Таким образом, в случае движения в произвольном центральном поле частоты, присутствующие в разложении в ряд дипольного момента и, следовательно, интенсивности излучения в соответствии с формулой

$$I_{\omega} = \frac{4\omega^4}{3c^3} |\mathbf{d}_{\omega}|^2 = \frac{4\omega^4}{3c^3} \sum_{n=0}^{\infty} d_n^2 \delta(\omega - \omega_n),$$

являются целыми кратными основной частоты, сдвинутыми на некоторую величину. Сдвиг частот появляется из-за незамкнутости траектории.

2.3.3. Распределение сил осцилляторов в автомоделном виде

Запишем формулу (4) в виде, универсальном для атомов с любым зарядом ядра Z . В работе [13] показано, что после ввода новых величин: частоты $\Omega = \omega/Z$, радиуса $\tilde{r} = Z^{1/3}r$ и времени $\tilde{t} = Zt$ (момент в этом случае станет равным $\tilde{M} = M/Z^{1/3}$, импульс $\tilde{p} = p/Z^{2/3}$, а квадрат компоненты Фурье дипольного момента $\tilde{d}_{\Omega}^2 = Z^{5/3}d_{\omega}^2$ или $\tilde{d}_n^2 = Z^{2/3}d_n^2$ для дискретных гармоник), и подстановки новых переменных в (4) получается, что распределение сил осцилляторов для любых элементов при заданной степени ионизации зависит только от одной переменной $\Omega = \omega/Z$.

Окончательная формула для $df/d\omega$ имеет вид [13]

$$\frac{df}{d\omega} = \frac{2}{3\pi} \Omega^2 \left[\left(\frac{MT(M)a_0^2(M)}{d\bar{\phi}/dM} \right) \Big|_{M(\bar{\phi}=\Omega)} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\left(\frac{MT(M)a_n^2(M)}{d\Omega_{n-}/dM} \right) \Big|_{M(\Omega_{n-}=\Omega)} + \left(\frac{MT(M)b_n^2(M)}{d\Omega_{n+}/dM} \right) \Big|_{M(\Omega_{n+}=\Omega)} \right) \right]. \quad (6)$$

В данной работе мы вычисляли распределение сил осцилляторов иона Томаса–Ферми, поэтому для нахождения $df/d\omega$ по формуле (6) рассматривали траектории электронов с энергией $\varepsilon = \varepsilon_F$, движущихся в потенциале иона Томаса–Ферми с заданной степенью ионизации. При движении частицы в центральном поле зависимость радиуса r от времени определяется уравнением [19]

$$\frac{dr}{dt} = \pm \sqrt{2(\varepsilon - U(r)) - \frac{M^2}{r^2}}. \quad (7)$$

Выбор знака перед корнем зависит от того, в каком направлении движется частица в текущий момент времени — от центра или к центру. Зависимость полярного угла ϕ от времени находится из уравнения [19]

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{M}{r^2}. \quad (8)$$

Совокупность уравнений (7), (8) определяет траекторию электрона.

Потенциал, в котором движутся электроны, определяется функцией Томаса–Ферми χ , связанной с $U(r)$ соотношением

$$\varepsilon_F - U(r) = \frac{Z}{r} \chi \left(\frac{rZ^{1/3}}{b} \right) = \frac{Z^{4/3}}{b} \frac{\chi(x)}{x},$$

где

$$r = xbZ^{-1/3}, \quad b = \frac{1}{2} \left(\frac{3\pi}{4} \right)^{2/3}.$$

Функция $\chi(x)$ находится из уравнения

$$\frac{d^2\chi}{dx^2} = \frac{\chi^{3/2}}{\sqrt{x}}$$

с учетом граничных условий

$$\chi(x=0) = 1, \quad \chi(x=x_{max}) = 0,$$

где x_{max} — граница иона.

Функция $\chi(x)$, вычисленная для нескольких степеней ионизации, представлена на рис. 1.

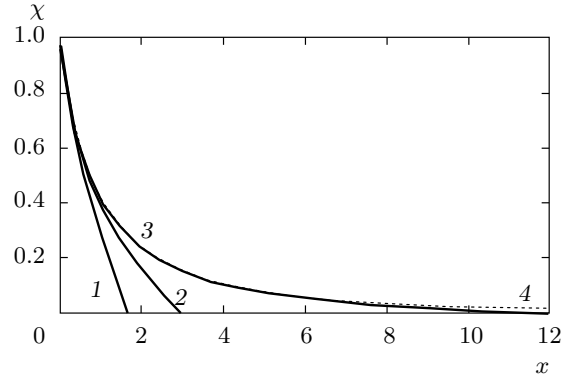


Рис. 1. Функция Томаса–Ферми χ для степеней ионизации $q = 0.7$ (1), 0.5 (2), 0.1 (3) и для нейтрального атома ($q = 0$) (4)

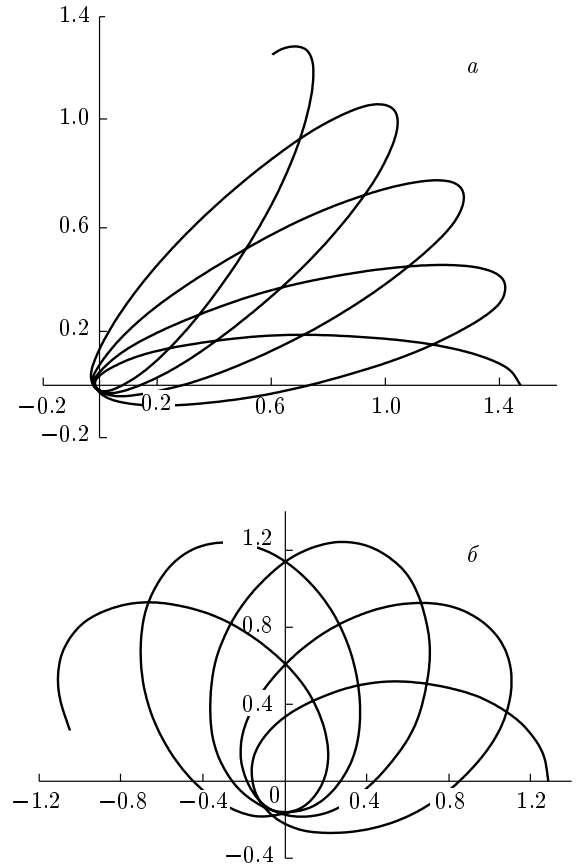


Рис. 2. Траектории электронов в ионе с $q = 0.7$ с моментами: $M = 0.189$ (а), 0.504 (б) в потенциале Томаса–Ферми. Максимальный момент $M_0 = 0.741$

В потенциале не полностью ионизованного иона траектории электронов для произвольного момента представляют собой незамкнутые розетки (рис. 2, единица измерений для координат $Z^{-1/3}$, т. е. не учитывается множитель b). В этом поле для каждого значения поляризации существует также траектория электронов с максимальным моментом $M_0(q)$, для которой сила $-\partial U/\partial r$, действующая на электрон, равна центробежной и поэтому электроны с этим моментом движутся по замкнутой круговой траектории с радиусом $R_0(q)$.

2.3.4. Метод численного расчета

Расчеты показали, что излучение электронов с малыми моментами вносит малый вклад в распределение сил осцилляторов для ионов даже при $q \approx 0.1$, в отличие от нейтральных атомов, где этот вклад был значительным [13]. Для обеспечения точности расчетов около 1% оказалось достаточным учитывать только вклад электронов с моментами $M > 0.05$.

Поэтому численные расчеты распределения сил осцилляторов проводились следующим образом. Для заданной степени ионизации q мы брали некоторый набор узловых точек на отрезке $[R_0(q), R_{max}(q)]$ ($R_{max}(q)$ и $R_{min}(q)$ — максимальный и минимальный радиусы орбиты электрона с моментом $M = 0.05$) и вычисляли наборы величин M , Ω_{n-} , a_n^2 , Ω_{n+} , b_n^2 и периоды $T(M)$ для траекторий, максимальные радиусы которых лежат в узловых точках. При этом минимальные значения радиусов находились на отрезке $[R_{min}(q), R_0(q)]$, а моменты электронов изменялись от $M = 0.05$ до максимально возможного момента $M_0(q)$.

Затем мы ввели сетку по частотам и для каждой гармоники n с помощью линейной интерполяции значений величин в узловых точках находили величины a_n^2 и b_n^2 , моменты $M_{n\pm,j}$ и производные $(\partial\Omega_{n\pm}/\partial M)_j$ в узлах частотной сетки Ω_j . Вклад в распределение сил осцилляторов от каждой гармоники в точке Ω_j вычислялся по формулам, полученным из (6):

$$\left(\frac{df}{d\omega}\right)_0(\Omega_j) = \frac{2}{3\pi} \frac{\Omega_j^2 M_{0,j} a_0^2(\Omega_j) T(M_{0,j})}{(d\bar{\phi}/dM)_j}$$

для $n = 0$,

$$\left(\frac{df}{d\omega}\right)_{n-}(\Omega_j) = \frac{2}{3\pi} \frac{\Omega_j^2 M_{n-,j} a_n^2(\Omega_j) T(M_{n-,j})}{(d\Omega_{n-}/dM)_j}$$

для набора частот Ω_{n-} , $n \geq 1$,

$$\left(\frac{df}{d\omega}\right)_{n+}(\Omega_j) = \frac{2}{3\pi} \frac{\Omega_j^2 M_{n+,j} b_n^2(\Omega_j) T(M_{n+,j})}{(d\Omega_{n+}/dM)_j}$$

для набора частот Ω_{n+} , $n \geq 1$.

Искомое распределение сил осцилляторов находилось суммированием вкладов от всех гармоник:

$$\frac{df}{d\omega} = \left(\frac{df}{d\omega}\right)_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\left(\frac{df}{d\omega}\right)_{n-} + \left(\frac{df}{d\omega}\right)_{n+} \right). \quad (9)$$

Для каждой узловой точки мы вычисляли гармоники от $n = 0$ до значения $n_{max}(q)$, достаточного для описания излучения электронов в области частот (0; 100). Затем проводилось суммирование по формуле (9). Правило сумм (5) выполнялось с точностью 1%.

2.3.5. Результаты численных расчетов в автомоделном виде

Мы провели расчеты распределения сил осцилляторов для ряда ионов в основном состоянии с различной степенью ионизации. Расчеты показали, что распределение сил осцилляторов $df/d\omega$ иона уменьшается до нуля при $\omega \rightarrow 0$, в отличие от нейтрального атома, в котором $df/d\omega(\omega \rightarrow 0) \rightarrow \text{const}$. Оказалось также, что в отличие от нейтрального атома в ионе гармоники ω_n создают у функции $df/d\omega$ особенности вида $df/d\omega \sim (\omega - \omega_i)^{-1/2}$. Детальное рассмотрение показало, что отдельные гармоники могут вообще не иметь особенностей такого вида или иметь несколько таких особенностей.

Результаты численных расчетов распределения сил осцилляторов для ионов с различными степенями ионизации представлены на рис. 3–5.

Рисунок 3 показывает, что при степени ионизации $q = 0.1$ функция $df/d\omega$ в целом, за исключением особенностей вида $(\omega - \omega_i)^{-1/2}$, повторяет поведение распределения сил осцилляторов нейтрального атома, заметно отличаясь лишь в области низких частот ($\Omega < 0.03$). Функция $df/d\omega$ для иона имеет локальный минимум, скачок и локальный максимум, которые наблюдались в нейтральном атоме, однако частоты, в которых находятся эти особенности, немного изменились.

При $q = 0.35$ найденное распределение сил осцилляторов приближается к функции $df/d\omega$ нейтрального атома лишь в области относительно высоких частот $\Omega > 1$, а при $\Omega < 1$ эти функции заметно отличаются (см. рис. 4).

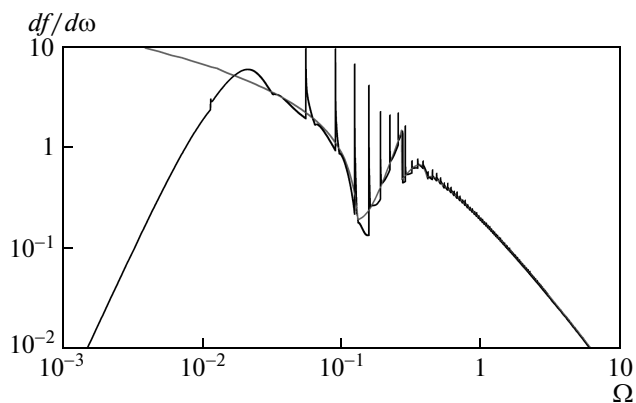


Рис. 3. Распределения сил осцилляторов $df/d\omega$ иона со степенью ионизации $q = 0.1$ (линия с особенностями) и нейтрального атома (более ровная линия)

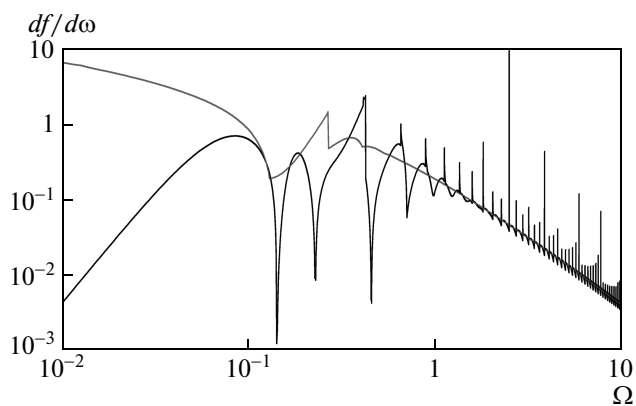


Рис. 4. Распределения сил осцилляторов $df/d\omega$ иона со степенью ионизации $q = 0.35$ (линия, изрезанная особенностями) и нейтрального атома (более ровная линия)

Расчеты показывают, что в случае $q = 0.5$ при частотах $\Omega < 5$ имеются области, в которых функция $df/d\omega = 0$ (см. рис. 5), т. е. сечение фотопоглощения в этих областях частот равно нулю. С ростом частоты эти «окна» сужаются и при $\Omega > 5$ пропадают.

При $q = 0.7$ «окна» сечения фотопоглощения расширяются, и их исчезновение происходит лишь при $\Omega > 60$.

Для высоких степеней ионизации фотопоглощение происходит в относительно узких полосах, отстоящих друг от друга на примерно равные расстояния по частоте, соответствующие частоте обращения электронов в кулоновском поле $\omega_0 = Zz/n_F^3$ [11] (n_F — главное квантовое число, соответствующее

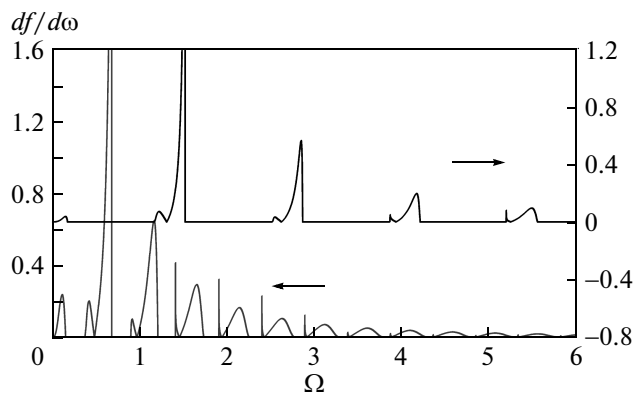


Рис. 5. Распределения сил осцилляторов $df/d\omega$ иона со степенью ионизации $q = 0.5$ (левая шкала) и $q = 0.7$ (правая шкала)

еще уровню Ферми). Эту частоту, используя квазиклассическое соотношение между n_F и числом электронов в кулоновском поле $N \approx (2/3)n_F^3$, можно в введенных безразмерных единицах записать в виде

$$\Omega_0 = \frac{2q}{3(1-q)}.$$

Наши расчеты для случая $q = 0.9$ как раз и дали распределение сил осцилляторов в виде равноотстоящих узких полос с расстоянием между полосами $\Omega_0 = 6$.

Таким образом, по мере роста степени ионизации в сечении фотопоглощения появляются области, в которых $df/d\omega = 0$, и при достаточно большой ионизации вклад в сечение дают лишь небольшие области частот.

2.3.6. Высоочастотная асимптотика функции $df/d\omega$

При высоких частотах ($\Omega \gg 1$) асимптотика функции $df/d\omega$ имеет вид [12]

$$\left(\frac{df}{d\omega}\right)_{as} = 0.49 \frac{Z^2}{\omega^2}. \quad (10)$$

Графики $df/d\omega$ (рис. 3–5) показывают, как происходит переход к этой асимптотике для ионов с различной степенью ионизации q . Ширина полос поглощения $df/d\omega$ по мере роста частоты увеличивается, а окна прозрачности сужаются.

Следует отметить, что высокие частоты (высокие энергии квантов) при фотопоглощении будут соответствовать фотоионизации и коэффициент связанно-свободного поглощения, вычисленный

в разд. 2.1 для малых квантов $\omega < I$, должен при больших квантах переходить в асимптотику (10).

2.3.7. Коэффициент поглощения ионом

Коэффициент поглощения ионом $\kappa_G(\omega)$ определяется распределением сил осцилляторов $df/d\omega$ этого иона. Индексом « G » будем обозначать основное состояние иона, чтобы отличить поглощение на нем от поглощения на высоковозбужденных состояниях, определенного в разд. 2.2. В размерных единицах формулу, связывающую $\kappa_G(\omega)$ и $df/d\omega$, можно записать как

$$\kappa_G(\omega) = \frac{2\pi^2 e^2 n_Z}{mc} \frac{df}{d\omega} \frac{1}{1 - e^{-u}},$$

что можно представить в виде «рабочей» формулы:

$$\kappa_G [\text{см}^{-1}] = 2.427 \cdot 10^6 \frac{df}{d\omega} [\text{ат. ед.}] \times \\ \times \frac{\rho [\text{г/см}^3]}{A} \left(1 - \exp\left(-\frac{\hbar\omega [\text{кэВ}]}{T [\text{кэВ}]}\right) \right)^{-1}.$$

2.4. Процессы испускания

Согласно закону Кирхгофа отношение лучеиспускательной способности вещества к его коэффициенту поглощения κ для случая ЛТР есть универсальная функция частоты и температуры [1]. Так, испускательная способность вещества во всех направлениях J_ω связана с коэффициентом поглощения следующей формулой:

$$J_\omega = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^2} \kappa(\omega) \exp\left(-\frac{\hbar\omega}{T}\right).$$

Отметим, что если известен коэффициент поглощения, например, для почти вырожденной плазмы многоэлектронного атома, для определения испускательной способности нет необходимости вычислять степени заполненности оболочек, а достаточно использовать закон Кирхгофа (с учетом, конечно, того, что если известно сечение поглощения σ для почти вырожденной плазмы, оно определяет истинный коэффициент поглощения $\kappa'(\omega) = n_Z \sigma$ [12], см. также разд. 2.3.7).

Вычислив коэффициенты поглощения ПМИ, можно, казалось бы, найти и ее испускательную способность (конечно, в рамках нашего квазиклассического подхода). Однако надо иметь в виду, что реально из-за большой роли излучения в ПМИ в оптически тонком случае (для которого было бы интересно найти испускательную способность) трудно

создать условия, при которых вещество находилось бы в состоянии ЛТР. Это кажется возможным лишь для очень плотного вещества, что одновременно с условием оптически тонкого тела означает очень малые размеры. Более распространенным представляется случай коронального равновесия, для которого испускательная способность и коэффициент поглощения могут отличаться от случая ЛТР очень значительно. Для описания же излучения ПМИ в корональном равновесии имеются развитые кинетические методы и подробные таблицы для разных элементов (см., например, [20]). Развит также квазиклассический подход [21], идеологически родственной подходам [13] и развиваемому в настоящей работе. Условия, определяющие, когда следует применять корональное приближение, а когда ЛТР, сформулированы в работе [11].

3. РАССЕЯНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ

Определенное влияние на перенос излучения в плазме (и на росселандов пробег) могут оказывать процессы рассеяния излучения на ионах и свободных электронах. Процессы в системе ион-электрон, которые дают вклад в поглощение излучения (разд. 2.1, 2.2), должны в принципе также давать вклад и в процессы рассеяния. Представляется, однако, что влияние этих процессов на общие коэффициенты непрозрачности плазмы должно быть невелико, а поскольку оказалось затруднительно провести их последовательное исследование и получить для них замкнутое выражение, здесь мы не будем их рассматривать.

В оптически толстой плазме роль процессов рассеяния в переносе излучения определяется транспортными сечениями рассеяния. Однако в случае симметричного рассеяния (когда угловое сечение является четной функцией косинуса угла рассеяния), каковыми являются и рассеяние на ионах, и томсоновское рассеяние на электронах, транспортное сечение рассеяния совпадает с полным.

3.1. Рассеяние на ионах

Сечение рассеяния электромагнитной волны на частице, размеры которой малы по сравнению с длиной волны, что справедливо для рассеяния на атомах или ионах, находится по формуле [14]

$$\sigma_\alpha(\omega) = \frac{8\pi\omega^4}{3c^4} |\alpha|^2. \quad (11)$$

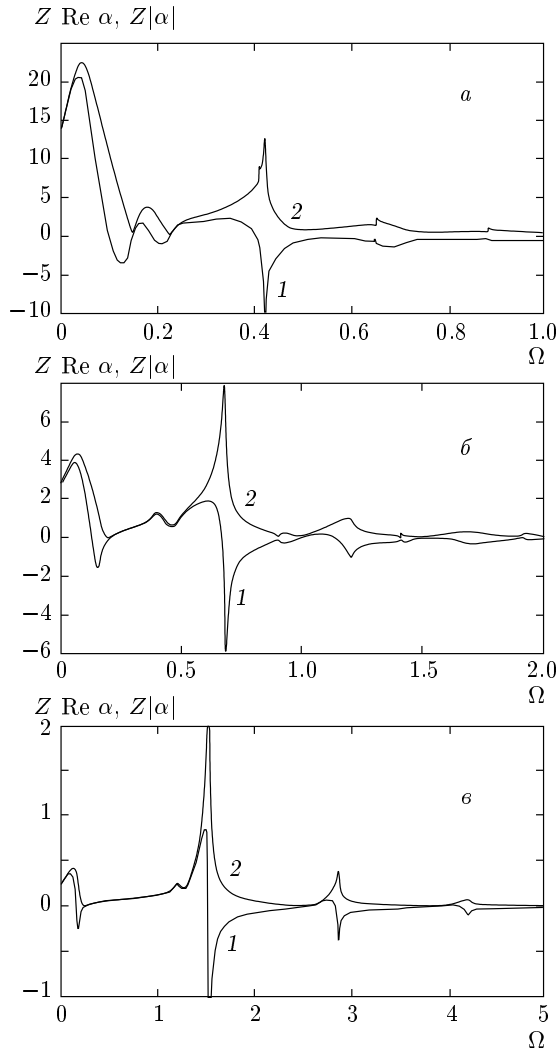


Рис. 6. Величины $Z \operatorname{Re} \alpha$ (1) и $Z|\alpha|$ (2) в атомных единицах для степеней ионизации $q = 0.35$ (а), 0.5 (б), 0.7 (в)

Действительная и мнимая части поляризуемости иона α (в атомных единицах) связаны с распределением сил осцилляторов $df/d\omega$ соотношениями

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \alpha &= \int_0^\infty \frac{df/d\omega'}{(\omega')^2 - \omega^2} d\omega' = \\ &= \frac{1}{Z} \int_0^\infty \frac{df/d\omega'}{(\omega'/Z)^2 - \Omega^2} d\left(\frac{\omega'}{Z}\right), \end{aligned}$$

$$\operatorname{Im} \alpha = \frac{\pi}{2\omega} \frac{df}{d\omega} = \frac{1}{Z} \frac{\pi}{2\Omega} \frac{df}{d\omega},$$

где интеграл в выражении для $\operatorname{Re} \alpha$ следует брать в смысле его главного значения.

На рис. 6 представлены величины $Z \operatorname{Re} \alpha$ и $Z|\alpha|$ поляризуемости ионов в основном состоянии для различных степеней ионизации. Функция $\operatorname{Im} \alpha$ связана с $df/d\omega$ простой формулой и ее поведение в зависимости от Ω легко представить, разделив графики $df/d\omega$ (рис. 3–5) на Ω .

Подчеркнем, что на рис. 6 представлены величины $Z \operatorname{Re} \alpha$ и $Z|\alpha|$, универсальные для любых атомов. Чтобы получить значения для конкретного элемента, необходимо разделить эти значения на заряд ядра этого элемента Z .

Заметим, что из-за наличия особенностей $df/d\omega$ вида $(\omega - \omega_i)^{-1/2}$ (и даже скачков, как для нейтральных атомов [13]) поляризуемость ионов в некоторых точках в нашем приближении обращается в бесконечность. Если бы это происходило реально, имелись бы важные физические последствия: кванты с энергиями в этих областях частот могли бы отражаться от плазмы, которая в этих областях могла бы иметь большие значения диэлектрической проницаемости (или диэлектрическая проницаемость могла бы обращаться в нуль), что можно было бы использовать для многих приложений. Однако реально трудно ожидать очень больших значений поляризуемости плазмы. Во-первых, сами характерные значения поляризуемости ионов не очень велики (значения, представленные на рис. 6, надо разделить на атомный номер вещества). Во-вторых, кривые рис. 6 могут размываться из-за присутствия в плазме разных сортов ионов (разных q), что могло бы привести к значительному размыванию кривых $\delta\omega_i/\omega_i \sim 1/\sqrt{z}$. Значительное размывание может также дать учет отличия от квазиклассичности задачи, во всяком случае, точное квантовомеханическое распределение сил осцилляторов не должно обращаться в бесконечность. И наконец, для того чтобы поляризуемость среды $n_Z \alpha$ была большой, необходимо, чтобы ее плотность также была велика (порядка атомной плотности 10^{25} см^{-3}), что также представляется трудно осуществимым.

Используя (11), коэффициент рассеяния излучения на ионах можно записать в виде

$$\kappa_\alpha(\omega) = n_Z \sigma_\alpha(\omega) = n_Z \frac{8\pi\omega^4}{3c^4} |\alpha|^2.$$

Представим эту же формулу в виде, удобном для расчетов:

$$\begin{aligned} \kappa_\alpha [\text{см}^{-1}] &= 0.401 \frac{\rho [\text{г/см}^3]}{A} \omega^4 [\text{ат. ед.}] \times \\ &\times \left((\operatorname{Re} \alpha [\text{ат. ед.}])^2 + (\operatorname{Im} \alpha [\text{ат. ед.}])^2 \right). \end{aligned}$$

3.2. Рассеяние на свободных электронах

Используя формулу Томсона для сечения рассеяния на свободных электронах [22]

$$\sigma_e = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{e^2}{mc^2} \right)^2,$$

коэффициент рассеяния на электронах с учетом степени ионизации z можно записать в виде

$$\kappa_e = n_e \sigma_e = n_Z z \frac{8\pi}{3} \left(\frac{e^2}{mc^2} \right)^2.$$

Коэффициент рассеяния на свободных электронах не зависит от частоты излучения. Для расчетов эту формулу удобно переписать как

$$\kappa_e [\text{см}^{-1}] = 0.401 \frac{\rho [\text{г/см}^3] z}{A}.$$

4. ПОЛНЫЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ ПОГЛОЩЕНИЯ И НЕПРОЗРАЧНОСТИ. УСРЕДНЕНИЯ ПО ПЛАНКУ И РОССЕЛАНДУ

Полный спектральный коэффициент поглощения фотонов в плазме при малых энергиях квантов ($\hbar\omega < I$) $\kappa_{abs}(\omega)$ с учетом вынужденного излучения определяется суммой [8]:

$$\kappa_{abs}(\omega) = (1 - e^{-u}) (\kappa_G(\omega) + \kappa_{ie}(\omega)),$$

где $\kappa_{ie}(\omega)$ — суммарный коэффициент тормозного поглощения, связанно-свободного поглощения и связанно-связанного поглощения малых квантов $\hbar\omega < \varepsilon$ для высоковозбужденных состояний. В области энергий квантов $\hbar\omega > I$ коэффициент $\kappa_{abs}(\omega)$ будет определен ниже.

С помощью полного коэффициента поглощения $\kappa_{abs}(\omega)$ находится коэффициент поглощения, усредненный по Планку:

$$\kappa_P = \frac{1}{\rho} \int_0^\infty \kappa_{abs}(u) G_P(u) du,$$

где весовой множитель $G_P(u)$ равен

$$G_P(x) = \frac{15}{\pi^4} \frac{u^3 e^{-u}}{1 - e^{-u}}.$$

Отсюда вычисляется пробег излучения, усредненный по Планку:

$$l_P = \frac{1}{\rho \kappa_P}.$$

Полный спектральный коэффициент непрозрачности $\kappa(\omega)$ с учетом процессов рассеяния определяется суммой [8]:

$$\kappa(\omega) = \kappa_{abs}(\omega) + \kappa_\alpha(\omega) + \kappa_e(\omega).$$

С помощью полного спектрального коэффициента непрозрачности $\kappa(\omega)$ находится росселандов пробег излучения в плазме [1]:

$$l_R = \int_0^\infty \frac{G_R(u)}{\kappa(u)} du,$$

где весовой множитель $G_R(u)$ равен

$$G_R(u) = \frac{15}{4\pi^4} \frac{u^4 e^{-u}}{(1 - e^{-u})^2}.$$

Коэффициент непрозрачности, усредненный по Росселанду, определяется как

$$\kappa_R = \frac{1}{\rho l_R}.$$

Расчеты коэффициентов поглощения и непрозрачности (и, соответственно, пробегов) проводились следующим образом. Сначала нами было вычислено распределение сил осцилляторов $df/d\omega$ для ряда степеней ионизации. При расчетах коэффициента поглощения плазмы с заданными значениями T и ρ (и соответствующей этим значениям T и ρ степени ионизации q) сначала брались граничные (со стороны больших моментов) частоты $\omega_0(q_1)$ и $\omega_0(q_2)$ нулевых гармоник вычисленных заранее функций $df/d\omega$ ионов со степенями ионизации q_1 и q_2 ($q_1 < q < q_2$) и с помощью линейной интерполяции находилась частота $\omega_0(q)$ при заданном q . Затем функции $\frac{df}{d\omega}(q_1)$ и $\frac{df}{d\omega}(q_2)$ линейно сжимались или растягивались по частоте (с соблюдением правила сумм (5)) таким образом, чтобы частоты $\omega_0(q_1)$ и $\omega_0(q_2)$ совпали с частотой $\omega_0(q)$. После этого с помощью линейной интерполяции преобразованных функций $\frac{df}{d\omega}(q_1)$ и $\frac{df}{d\omega}(q_2)$ находилось результирующее распределение сил осцилляторов $\frac{df}{d\omega}(q)$, которое использовалось при расчетах коэффициентов поглощения и пробегов.

Как уже говорилось, коэффициент связанно-свободного поглощения, вычисленный в разд. 2.1 для малых квантов $\hbar\omega < I$, должен при больших квантах переходить в асимптотику (10). Однако, если переход от формулы (4) к формуле (10) проводить при $\omega = I$, коэффициент поглощения будет испытывать скачок. С другой стороны, переход от функции $df_G/d\omega$, получаемой с помощью расчетов

гармоник Фурье, к асимптотике (10) представляется естественным в области частот порядка потенциала ионизации, но превышающих его. Поэтому переход от формулы (4) и функции $df_G/d\omega$, получаемой с помощью расчетов гармоник Фурье, к асимптотике (10) мы сделали плавным. Для этого находилась величина скачка

$$\beta = \frac{\kappa_{bf}(\hbar\omega = I)}{\kappa_{as}(\hbar\omega = I)}$$

(κ_{as} — коэффициент поглощения, вычисляемый с помощью асимптотики (10)), а коэффициент $\kappa_{abs}(\omega)$ в области частот $I < \omega < 2I$ вычислялся по формуле

$$\begin{aligned} \kappa_{abs}(\omega) = (1 - e^{-u}) & \left[\left(\beta + (1 - \beta) \frac{\hbar\omega - I}{I} \right) \kappa_{as}(\omega) + \right. \\ & \left. + \frac{2I - \hbar\omega}{I} \kappa_G(\omega) + \kappa_{ff} \right] = \frac{2\pi^2 e^2 n_Z}{mc} \times \\ & \times \left[\left(\beta + (1 - \beta) \frac{\hbar\omega - I}{I} \right) \left(\frac{df}{d\omega} \right)_{as} + \frac{2I - \hbar\omega}{I} \frac{df}{d\omega} \right] + \\ & + (1 - e^{-u}) \kappa_{ff}. \end{aligned}$$

При $\hbar\omega > 2I$ распределение сил осцилляторов находилось по формуле (10), а коэффициент поглощения $\kappa_{abs}(\omega)$, соответственно, по формуле

$$\kappa_{abs}(\omega) = \frac{2\pi^2 e^2 n_Z}{mc} \left(\frac{df}{d\omega} \right)_{as} (1 - e^{-u}) \kappa_{ff}.$$

5. РАСЧЕТЫ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПОГЛОЩЕНИЯ ФОТОНОВ И РОССЕЛАНДОВЫХ ПРОБЕГОВ В ПЛАЗМЕ ЗОЛОТА

Степень ионизации ПМИ определялась с помощью уравнения Саха с многократной ионизацией [1]

$$I(z + 0.5) = kT \ln \left(\frac{2}{zn_Z} \left(\frac{mkT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \right). \quad (12)$$

В табл. 1 собраны результаты расчетов заряда иона, потенциала ионизации и степени ионизации q для плазмы золота для ряда температур и плотностей, полученные при решении уравнения (12) с учетом потенциалов ионизации [23].

На рис. 7 приведены спектральные коэффициенты $\kappa_{ff}(\omega)$ (с учетом вынужденного испускания) — 1, $\kappa_e(\omega)$ — 2, $\kappa_\alpha(\omega)$ — 3 и полный коэффициент $\kappa(\omega)$ — 4 при $T = 1$ кэВ и различных значениях плотностей ρ (в представленных расчетах предполагалось, что

$$\varepsilon = \frac{z^2}{2n_b^2} \frac{me^4}{\hbar^2},$$

Таблица 1. Заряд иона z , потенциал ионизации I и степень ионизации q для плазмы золота

T , кэВ	ρ , г/см ³	z	I , кэВ	q
0.316	0.0001	52.1	4.61	0.659
	0.001	51.1	3.88	0.647
	0.01	50.6	3.16	0.641
	0.1	45.7	2.46	0.578
	1	38.2	1.79	0.484
	10	31.1	1.13	0.394
1	0.0001	69.4	16	0.878
	0.001	69.1	13.7	0.875
	0.01	68.9	11.4	0.872
	0.1	68.6	9.10	0.868
	1	64.2	6.88	0.813
	10	53.1	4.77	0.672

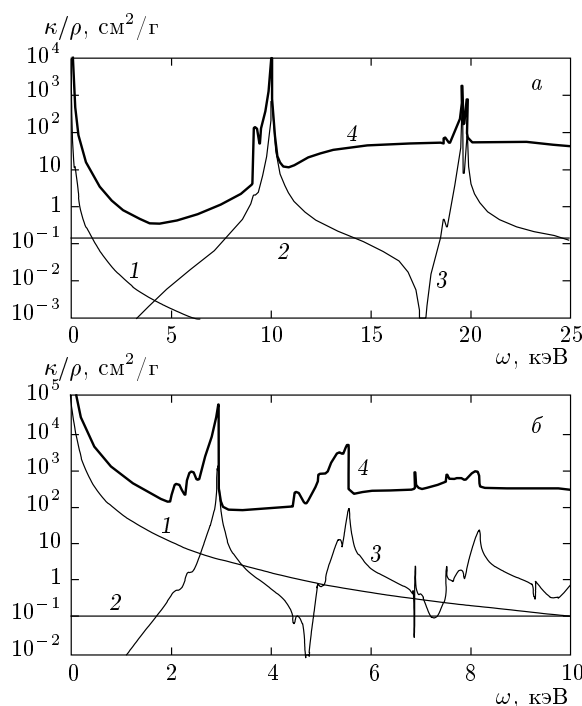


Рис. 7. Спектральные коэффициенты $\kappa_{ff}(\omega)$ (с учетом вынужденного испускания) — 1, $\kappa_e(\omega)$ — 2, $\kappa_\alpha(\omega)$ — 3 и полный коэффициент $\kappa(\omega)$ — 4 при $T = 1$ кэВ, $\rho = 0.01$ (а), 10 (б) г/см³

Таблица 2. Результаты расчетов коэффициента непрозрачности (в $\text{см}^2/\text{г}$), усредненного по Росселанду, для плазмы золота

$\rho, \text{г}/\text{см}^3$	$T = 0.316 \text{ кэВ}$		$T = 1 \text{ кэВ}$	
	κ_R	κ_R [8]	κ_R	κ_R [8]
0.0001	2.17	6.31	0.168	0.25
0.001	6.38	21.7	0.222	0.39
0.01	21.6	123	0.624	1.5
0.1	154	578	4.35	20.1
1	853	1131	31.8	131
10	3966	1710	195	302

где граничное квантовое число для «непрерывного» спектра принималось равным $n_b = 4$). Из рис. 7 видно, что при низкой плотности (т. е. при высокой степени ионизации) в коэффициенте поглощения имеются значительные «окна» в тех областях частот, в которые не вносит вклада распределение сил осцилляторов $df/d\omega$. При уменьшении степени ионизации (рис. 7б) эти «окна» сужаются, что приводит к увеличению коэффициента поглощения.

В табл. 2 приведены результаты расчетов коэффициента непрозрачности κ_R плазмы золота для ряда температур и плотностей в сравнении с результатами работы [8].

Полученные значения κ_R по порядку величины совпадают с результатами работы [8]. При низких плотностях κ_R из [8] в несколько раз превышает полученное нами значение, с ростом плотности разница уменьшается, а при $T = 0.316 \text{ кэВ}$, $\rho = 10 \text{ г}/\text{см}^3$, значение κ_R , полученное нами, становится даже больше, чем полученное в работе [8].

Измеренное в экспериментах отношение росселандовых пробегов в меди и в золоте для $T = 0.3 \text{ кэВ}$, $\rho = 1 \text{ г}/\text{см}^3$ составляет 1.62 [24], а наш расчет дает для этого отношения близкую величину 1.61.

Планковские коэффициенты поглощения, представленные в табл. 3, также по порядку величины совпадают с результатами работы [8].

Для определения влияния процессов рассеяния на коэффициент поглощения были проведены расчеты росселандовых коэффициентов поглощения для плазмы золота с $T = 1 \text{ кэВ}$ как с учетом, так и без учета $\kappa_\alpha(\omega)$ и $\kappa_e(\omega)$. В табл. 4 собраны полученные результаты.

Таблица 3. Результаты расчетов коэффициента поглощения (в $\text{см}^2/\text{г}$), усредненного по Планку, для плазмы золота

$\rho, \text{г}/\text{см}^3$	$T = 0.316 \text{ кэВ}$		$T = 1 \text{ кэВ}$	
	κ_P	κ_P [8]	κ_P	κ_P [8]
0.0001	298	228	7.90	5.19
0.001	420	340	10.8	12.2
0.01	565	709	15.1	41.4
0.1	1682	1468	37.7	151
1	3925	2375	302	443
10	7071	3831	1274	895

Из табл. 4 видно, что вклады $\kappa_e(\omega)$ и $\kappa_\alpha(\omega)$ в κ_R невелики, причем для низких плотностей (в этом случае степени ионизации $q \approx 0.85-0.9$) вклад $\kappa_e(\omega)$ заметно больше, чем вклад $\kappa_\alpha(\omega)$. Для высоких плотностей, когда степени ионизации уменьшаются до $q \approx 0.6-0.8$, наоборот, влияние $\kappa_e(\omega)$ мало по сравнению с влиянием $\kappa_\alpha(\omega)$.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Следуя подходу, представленному в работе [13], рассмотрено описание динамического отклика многоэлектронного иона на действие электромагнитной волны без учета поляризации иона. Представлен метод вычисления коэффициентов непрозрачностей, сечений рассеяния и пробегов для произвольной ПМИ в состоянии ЛТР.

Вычислено распределение сил осцилляторов иона Томаса–Ферми для ряда значений степеней ионизации. Эта функция уменьшается до нуля при $\omega \rightarrow 0$, в отличие от случая нейтрального атома, в котором $df/d\omega(\omega \rightarrow 0) \rightarrow \text{const}$. Найдено, что $df/d\omega$ иона имеет особенности вида $df/d\omega \sim (\omega - \omega_i)^{-1/2}$. Получено, что при небольших степенях ионизации функция $df/d\omega$ иона близка к $df/d\omega$ нейтрального атома, а по мере роста степени ионизации в сечении фотопоглощения появляются области, в которых $df/d\omega = 0$ (окна прозрачности); при достаточно большой ионизации сечение фотопоглощения отлично от нуля лишь в небольших областях частот.

С использованием полученного распределения сил осцилляторов иона вычислены поляризуемость ионов как функция частоты и коэффициент рассе-

Таблица 4. Коэффициент непрозрачности, усредненный по Росселанду, для плазмы золота с $T = 1$ кэВ

$\kappa(\omega)$	$\kappa_R, \text{см}^2/\text{г}$			
	$\rho = 0.01 \text{ г/см}^3$	$\rho = 0.1 \text{ г/см}^3$	$\rho = 1 \text{ г/см}^3$	$\rho = 10 \text{ г/см}^3$
$\kappa(\omega) = \kappa_e(\omega) + \kappa_\alpha(\omega) + (1 - e^{-u})(\kappa_G(\omega) + \kappa_{ie}(\omega))$	0.6240	4.348	31.81	194.61
$\kappa(\omega) = \kappa_e(\omega) + (1 - e^{-u})(\kappa_G(\omega) + \kappa_{ie}(\omega))$	0.6119	4.332	31.16	186.63
$\kappa(\omega) = \kappa_\alpha(\omega) + (1 - e^{-u})(\kappa_G(\omega) + \kappa_{ie}(\omega))$	0.4352	4.154	31.61	194.44

яния излучения на ионах. Из-за наличия особенностей у $df/d\omega$ эти величины в некоторых областях частот могут быть довольно большими, однако все же не настолько, чтобы привести к большим значениям поляризуемости плазмы.

Вычислены спектральные коэффициенты поглощения и непрозрачности для плазмы золота для ряда температур и плотностей. С помощью этих коэффициентов определены усредненный по Росселанду пробег и усредненный по Планку коэффициент поглощения. Показано большое значение окон прозрачности при вычислении росселандова пробега. Результаты расчетов пробегов и коэффициентов поглощения по порядку величины совпадают с результатами работы [8]. Оценено влияние процессов рассеяния на величину росселандова пробега. Рассеяние на ионах более существенно при высоких плотностях, когда вклад процессов рассеяния в пробег составляет несколько процентов. При низких же плотностях, когда процессы рассеяния оказываются существенными, основную роль в рассеянии играет рассеяние на электронах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Б. Зельдович, Ю. П. Райзер, *Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений*, Наука, Москва (1966).
2. Д. А. Франк-Каменецкий, *Физические процессы внутри звезд*, Физматгиз, Москва (1959).
3. J. E. Bailey, G. A. Rochau, R. C. Mancini, C. A. Iglesias, J. J. MacFarlane, I. E. Golovkin, C. Blancard, Ph. Cosse, and G. Faussurier, *Phys. Plasmas* **16**, 058101(16) (2009).
4. Дж. Дюдерштадт, Г. Мозес, *Инерциальный термоядерный синтез*, Энергоатомиздат, Москва (1984).
5. M. K. Matzen, C. Deeney, R. J. Leeper, J. L. Porter, R. B. Spielman, G. A. Chandler, M. S. Derzon, M. R. Douglas, D. L. Fehl, D. E. Hebron, T. J. Nash, R. E. Olson, L. E. Ruggles, T. W. L. Sanford, J. F. Seamen, K. W. Struve, W. A. Stygar, and D. L. Peterson, *Plasma Phys. Control. Fusion* **41**, Suppl. 3A, A175 (1999).
6. S. F. Garanin, V. I. Mamyshev, and V. B. Yakubov, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **34**, 2273 (2006).
7. S. F. Garanin, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **38**, 1850 (2010).
8. А. Ф. Никифоров, В. Г. Новиков, В. Б. Уваров, *Квантово-статистические модели высокотемпературной плазмы*, Наука, Москва (2000).
9. В. С. Имшенник, И. Н. Михайлов, М. М. Баско, С. В. Молодцов, *ЖЭТФ* **90**, 1669 (1986).
10. С. Ф. Гаранин, *Труды РФЯЦ-ВНИИЭФ*, вып. 1, с. 62, Саров (2001).
11. С. Ф. Гаранин, *ТВТ* **41**, 487 (2003).
12. С. Ф. Гаранин, Е. М. Палагина, *ЖЭТФ* **125**, 1258 (2004).
13. С. Ф. Гаранин, Е. М. Палагина, *ЖЭТФ* **131**, 594 (2007).
14. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1982).
15. В. В. Иванов, А. Б. Кукушкин, В. И. Коган, *Физика плазмы* **15**, 1531 (1989).
16. В. И. Гервидс, В. П. Жданов, В. И. Коган, Б. А. Трубников, М. И. Чибисов, в сб. *Вопросы теории плазмы*, под ред. М. А. Леонтовича, Б. Б. Кадомцева, вып. 12, Энергоиздат, Москва (1982), с. 58.

17. В. И. Коган, А. Б. Кукушкин, ЖЭТФ **87**, 1164 (1984).
18. V. I. Kogan, A. B. Kukushkin, and V. S. Lisitsa, Phys. Rep. **213**, 1 (1992).
19. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Механика*, Наука, Москва (1973).
20. D. E. Post, R. V. Jensen, C. B. Tarter, W. H. Grassberger, and W. A. Lokke, Atom. Data Nucl. Data Tables **20**, 397 (1977).
21. С. Ф. Гаранин, Е. М. Кравец, Физика плазмы **35**, 744 (2009).
22. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория поля*, Наука, Москва (1967).
23. T. A. Carlson, C. W. Nestor, Jr., N. Wasserman, and J. D. McDowell, Atomic Data **2**, 63 (1970).
24. С. А. Холин, в сб. *Высокие плотности энергии*, под ред. В. Н. Мохова, Р. Ф. Трунина, В. М. Горбачева, Л. А. Илькаевой, Е. В. Куличковой, вып. 12, РФЯЦ-ВНИИЭФ, Саров (1997), с. 344.