

ВЛИЯНИЕ ВНЕШНИХ ВОЗМУЩЕНИЙ НА ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЫЛЕВЫХ КЛАСТЕРОВ (МОДЕЛИРОВАНИЕ)

E. A. Лисин, О. С. Ваулина***

*Объединенный институт высоких температур Российской академии наук
125412, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 27 апреля 2012 г.

Представлены результаты численного исследования динамики взаимодействующих частиц в кластерных системах при воздействии на них внешнего возмущающего поля. Выполнен анализ скоростей и характерных времен релаксации кластера к своему равновесному состоянию. Исследованы условия формирования динамических структур заряженных частиц в поле внешних непотенциальных сил. Рассмотрены особенности диагностики парного потенциала частиц в неравновесных системах. Условия численного моделирования задачи были близки к условиям экспериментов в пылевой плазме.

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследование влияния внешних воздействий на неидеальные системы взаимодействующих частиц представляет значительный интерес в различных областях науки и техники (физика плазмы, медицинская промышленность, физика и химия полимеров и т. д.) [1–5]. Особый интерес с научной и практической точек зрения вызывает ряд вопросов, а именно: динамика релаксации системы частиц после внешнего воздействия к своему равновесному состоянию; условия формирования различных динамических (например, вихревых) структур; процессы перераспределения кинетической энергии взаимодействующих частиц во внешнем силовом поле.

Существенное внимание уделяется разработке новых эффективных методов диагностики, позволяющих определять потенциал взаимодействия между частицами системы вне зависимости от степени и способа ее возмущения, а также условиям корректного применения существующих методов диагностики для анализа сильно неизотропных сред. Информация о потенциале межчастичного взаимодействия необходима для анализа различных термодинамических и физических характеристик систем (таких как давление, внутренняя энергия, сжимаемость и т. д.), а также для вычисления различных кинетических

коэффициентов (например, вязкости, теплопроводности, электропроводности и т. д.) [5–7].

Лабораторная пылевая плазма является хорошей экспериментальной моделью для исследования свойств неидеальных диссипативных систем. Пылевая плазма представляет собой ионизованный газ, содержащий заряженные частицы вещества микронных размеров (пыль, макрочастицы). Такая плазма широко распространена в природе и образуется в ряде технологических процессов [3–5]. Большинство экспериментов по изучению свойств пылевой плазмы проводится в газовых разрядах различных типов.

Значительная часть аналитических моделей, предлагаемых для условий лабораторной газоразрядной плазмы, опирается на согласованное решение уравнения Пуассона и кинетического уравнения для ионной компоненты изотропной плазмы [4, 8–10]. Практически все многообразие электростатических потенциалов $\varphi(l)$, полученных в результате такого решения, можно представить в виде простой аппроксимации для энергии парного взаимодействия $U(l) = eZ\varphi(l)$:

$$U(l) = \sum_{i=1}^2 \{a_i l^{-1} \exp(l/\lambda_i) + b_i l^{-1}\}. \quad (1)$$

Здесь eZ — заряд пылевой частицы, l — расстояние между двумя взаимодействующими частицами, a_i , b_i и λ_i — коэффициенты, зависящие от парамет-

*E-mail: ealisin@yandex.ru

**E-mail: olga.vaulina@bk.ru

ров частиц и окружающей их плазмы. Отметим, что аналогичные соотношения для описания формы парных потенциалов широко используются для моделирования отталкивания в кинетике взаимодействующих частиц [1].

Широкий круг методов определения потенциалов межчастичного взаимодействия и зарядов макро частиц в пылевой плазме опирается на измерение их динамического отклика на различные внешние возмущения (например, периодические) с последующим анализом данного отклика, при этом используются уравнения движения для отдельных пылевых частиц в поле известных внешних сил [3–5, 11–15]. Несколько недавних работ [16–19] посвящены методам определения парного потенциала между пылевыми частицами в равновесной плазме, которые основаны на поиске приближенных решений интегральных уравнений статистической теории жидкостей. Рядом преимуществ обладает метод, разработанный для анализа равновесных систем [20, 21], который основан на решении обратной задачи для переопределенной системы уравнений движения взаимодействующих частиц. В отличие от методов, упомянутых выше, данный метод не вносит возмущений в исследуемую систему частиц, не опирается на привлечение каких-либо дополнительных предположений о внешних силах или связях между пространственными корреляционными функциями и потенциалом парного взаимодействия, имеет широкий пространственный диапазон и может применяться как для слабо коррелированных, так и для сильно неидеальных систем, которые состоят из двух или более взаимодействующих частиц. Его основным недостатком являются достаточно жесткие требования к длительности эксперимента, а также к временному и пространственному разрешению движения частиц в равновесных системах.

Несмотря на наличие разнообразных методов и подходов, задача о форме потенциала взаимодействия между пылевыми частицами в плазме (включая влияние на нее внешних возмущений системы) на настоящий момент требует дополнительных исследований. Например, при изучении взаимодействия частиц в возмущенных пылевых системах наблюдалась «дебаевская» асимптотика парного потенциала (соответствующая экранированному кулоновскому потенциальному) как в экспериментах по измерению радиального взаимодействия двух частиц в плазме емкостного ВЧ-разряда [11] и тлеющего [12] разряда, так и при исследованиях взаимодействия «крупной» пробной частицы с более мел-

кими частицами пылевого облака, левитирующего в плазме индукционного ВЧ-разряда [13]. В отличие от упомянутых результатов, измерения потенциала взаимодействия в равновесных системах пылевых частиц [20, 21] выявили характерную кулоновскую асимптотику потенциала парного взаимодействия на расстояниях, больших одного–двух средних расстояний между частицами облака.

В настоящей работе представлены результаты численного исследования динамики взаимодействующих частиц в кластерных системах при воздействии внешнего возмущающего поля. Расчеты выполнялись в широком диапазоне параметров, близких к условиям экспериментов в пылевой плазме. Исследованы условия для корректного определения межчастичного потенциала взаимодействия после внешнего воздействия на систему при помощи метода, разработанного ранее [20, 21] для равновесных структур. Дополнительно рассмотрена возможность применения упомянутого метода для условий сильно неизотропных двухтемпературных сред, формирование которых часто наблюдается в экспериментах с пылевой плазмой в газовых разрядах [3–5].

2. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАДАЧИ

2.1. Параметры численной задачи

Расчеты выполнялись методом молекулярной динамики Ланжевена, основанным на решении системы обыкновенных дифференциальных уравнений (состоящей из N_p уравнений движения, где N_p — количество частиц) с силой Ланжевена \mathbf{F}_{ran} , которая является источником стохастического («теплового») движения частиц с заданной кинетической температурой T . Техника моделирования подробно описана в работах [4, 5]. При этом учитывались силы парного межчастичного взаимодействия \mathbf{F}_{int} , внешняя сила \mathbf{F}_p , моделирующая возмущение рассматриваемой системы, и внешние электрические силы \mathbf{F}_{ext} со стороны ловушки, удерживающей облако частиц в стационарном состоянии:

$$M \frac{d^2 \mathbf{l}_k}{dt^2} = \sum_j F_{int}(l_{kj}) \frac{\mathbf{l}_k - \mathbf{l}_j}{l_{kj}} + \mathbf{F}_{ext} + \mathbf{F}_p - M \nu_{fr} \frac{d\mathbf{l}_k}{dt} + \mathbf{F}_{ran}. \quad (2)$$

Здесь $F_{int}(l) = -\partial U/\partial l$, $l_{kj} = |\mathbf{l}_k - \mathbf{l}_j|$ — межчастичное расстояние, M — масса частицы, ν_{fr} — коэффициент трения пылевых частиц за счет их столкновений с нейтральными атомами окружающего газа.

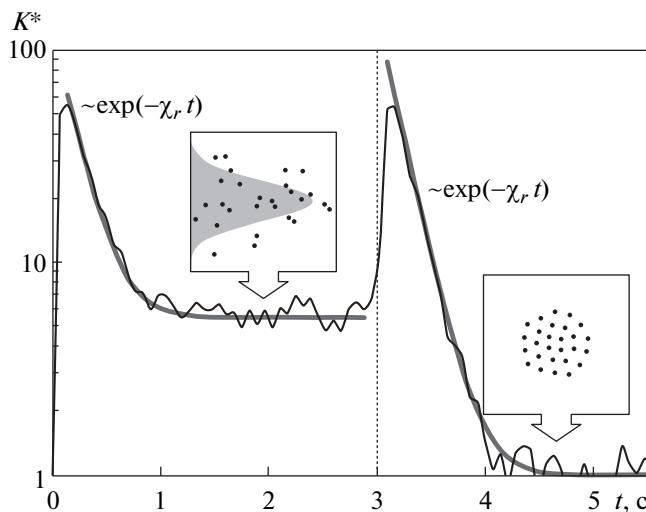


Рис. 1. Нормированный профиль кинетической энергии частиц $K^* = M(\langle V_x^2 \rangle + \langle V_y^2 \rangle)/2T$, полученный в численном эксперименте (тонкая линия) с параметрами $\nu_{fr} = 21$, $N_p = 27$ и его аппроксимация (жирная линия) функцией $f(t) = A_1 + A_2 \exp(-\chi_r t)$, где $\chi_r = 5.3$, A_1 — значение K^* в устойчивом возмущенном ($A_1 \approx 5.5$) и стационарном ($A_1 = 1$) состояниях, а величина $A_1 + A_2$ определяется максимальным значением K^* . Моменты $t = 0$ и $t = 3$ с соответствуют моментам включения и снятия внешнего возмущения. Иллюстрация профиля силы, возмущающей облако частиц, представлена на вставке

Потенциалы межчастичного взаимодействия $U(l)$, используемые для расчетов, были изотропными и представляли собой различные комбинации степенных и экспоненциальных функций (1).

Задача была решена в двумерной постановке для монослоя частиц, удерживаемых во внешнем линейном электрическом поле $\mathbf{F}_{ext} = eZ\mathbf{E}(r)$, $\mathbf{E}(r) = \alpha r$, имеющем радиальную симметрию; здесь r — расстояние от частицы до центра ловушки, α — величина градиента электрического поля. При этом смещением частиц в «вертикальном» направлении (в направлении, перпендикулярном плоскости пылевого монослоя) пренебрегалось и силы, действующие на частицы в данном направлении, не учитывались. Для определения частоты, характеризующей градиент поля ловушки, использовалось соотношение: $\omega_t = (eZ\alpha/M)^{1/2}$.

Внешняя сила \mathbf{F}_p , моделирующая возмущение системы, задавалась: 1) постоянной в одном из выбранных направлений ее действия ($F_p(x) = \text{const}$, $F_p(y) = 0$); 2) в форме распределения Гаусса, имитирующего воздействие лазерного

излучения в экспериментах с пылевой плазмой ($F_p(x) = F_0 \exp\{-(x - x_0)^2/2\sigma^2\}$, $F_p(y) = 0$, где x_0 — координата центра кластера, а величина σ^2 характеризует дисперсию возмущения), см. вставку на рис. 1. Таким образом, в первом случае исследовалось воздействие на систему внешних потенциальных сил, во втором — внешних сил, имеющих непотенциальный характер ($\text{rot } \mathbf{F}_p \neq 0$).

Для корректного моделирования рассматриваемых систем шаг интегрирования Δt в задаче 2) должен удовлетворять условию: $\Delta t \ll \ll 1/\max\{\nu_{fr}, \omega^*, \omega_t\}$, где $\omega^* = (U''/\pi M)^{1/2}$ — характерная частота столкновений заряженных частиц между собой, U'' — вторая производная U в точке среднего межчастичного расстояния l_p [4, 5]. Шаг интегрирования для вычислений выбирался равным $\Delta t = (d_t \max\{\nu_{fr}, \omega^*, \omega_t\})^{-1}$, где $d_t = 40 \div 80$. Длительность численного эксперимента для анализа стационарных структур варьировалась от $\sim 10/\min\{\nu_{fr}, \omega^*\}$ до $\sim 1000/\min\{\nu_{fr}, \omega^*\}$.

Величина эффективного параметра $\Gamma^* \approx \approx 1.5\pi M(\omega^* l_p)^2/2T$ менялась от 30 до 300, а величина параметра масштабирования $\xi = \omega^*/\nu_{fr}$ — от 0.2 до 5, т. е. в пределах значений, типичных для условий экспериментов с пылевыми кластерами в плазме газовых разрядов [4, 5]. Число взаимодействующих частиц N_p в анализируемых системах составляло от 20 до 100.

Обратная задача (задача о восстановлении потенциала взаимодействия частиц по результатам анализа их движения) решалась на основе методики, подробно описанной в работах [20, 21].

2.2. Результаты численного моделирования и их обсуждение

В результате численного моделирования задачи были получены новые результаты, касающиеся динамики релаксации кинетической энергии пылевого облака, условий формирования различных динамических пылевых структур в поле непотенциальных внешних сил, особенностей восстановления потенциала взаимодействия между частицами в возмущенных системах.

2.2.1. Динамика релаксации кинетической энергии пылевого облака

Проведен анализ скоростей релаксации кластеров (для убывающей функции кинетической энергии от времени

$$K^*(t) = \frac{M (\langle V_x^2 \rangle + \langle V_y^2 \rangle)}{2T},$$

где $M \langle V_{x,y}^2 \rangle / 2$ — кинетическая энергия частиц, усредненная по ансамблю из N_p частиц) как к своему новому (возмущенному) стационарному состоянию, так и к первоначальному положению равновесия (после снятия возмущения системы). Численные исследования показали, что скорость релаксации кинетической энергии частиц $K^*(t)$ хорошо описывается аппроксимирующей функцией: $f(t) = A_1 + A_2 \exp(-\chi_r t)$, где коэффициент A_1 равен постоянному значению $K^* \neq f(t)$ в стационарном возмущенном и/или устойчивом состоянии системы, сумма коэффициентов $A_1 + A_2$ определяется максимальным значением K^* , а χ_r^{-1} описывает характерное время релаксации, т. е. время уменьшения кинетической энергии системы в e раз после выключения внешнего воздействия. Иллюстрация скорости релаксации кинетической энергии частиц для кластера ($N_p = 27$) к своему равновесному состоянию показана на рис. 1.

Получено, что динамика релаксации облака, включающего до 100 взаимодействующих частиц, к состоянию равновесия после выключения внешнего воздействия на систему определяется характерной частотой ловушки ω_t и коэффициентом трения частиц ν_{fr} , а характерная частота релаксации χ_r может быть получена в приближении гармонического осциллятора:

$$\chi_r = \nu_{fr} - 2 \sqrt{\frac{\nu_{fr}^2}{4} - \omega_t^2} \quad \text{для } \omega_t < \frac{\nu_{fr}}{2}, \quad (3a)$$

$$\chi_r = \nu_{fr} \quad \text{для } \omega_t > \frac{\nu_{fr}}{2}. \quad (3b)$$

Зависимость χ_r/ν_{fr} от ω_t/ν_{fr} для кластеров, содержащих различное количество частиц N_p , показано на рис. 2. Полученный результат может использоваться в качестве дополнительного (достаточно простого) способа экспериментального определения градиента электрического поля ловушки и коэффициента трения частиц.

2.2.2. Условия формирования динамических структур заряженных частиц в поле непотенциальных внешних сил

Динамика частиц в возмущенном стационарном состоянии системы определялась параметром внешней силы \mathbf{F}_p , моделирующей возмущение. Поскольку потенциальные внешние силы не производят никакой дополнительной работы над системой частиц

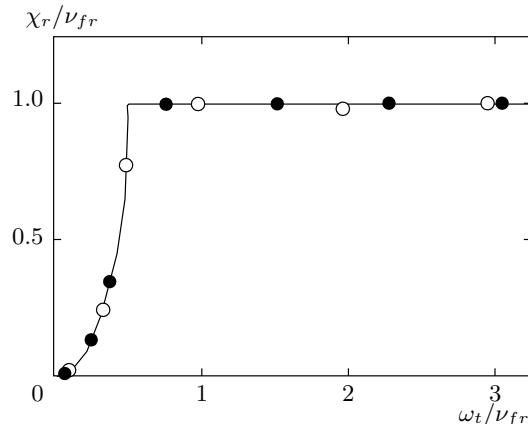


Рис. 2. Зависимость χ_r/ν_{fr} от ω_t/ν_{fr} для кластеров, содержащих различное количество частиц $N_p = 27$ (○), 100 (●). Сплошная линия — соотношения (3a) и (3b)

(и, соответственно, не могут вызывать формирование динамических пылевых структур), последующая иллюстрация полученных результатов относится к случаю непотенциального воздействия на систему, заданного распределением Гаусса:

$$F_p(x) = F_0 \exp \left\{ -\frac{(x - x_0)^2}{2\sigma^2} \right\}, \quad F_p(y) = 0.$$

Траектории частиц облака ($N_p = 27$) в возмущенном стационарном состоянии за время $t = 0.5$ с для $F_0 = 5F_{ext}$ при различных ω_t/ν_{fr} приведены на рис. 3; здесь $F_{ext} \equiv F_{ext}(r = l_p)$ — сила действующая на частицы со стороны ловушки на расстоянии $r = l_p$ от ее центра. В результате численного решения задачи было получено, что при больших коэффициентах трения частиц (при $\omega_t/\nu_{fr} < 2$) в моделируемых системах наблюдается формирование динамических вихревых структур, см. рис. 3. При снижении трения в рассматриваемых системах (при $\omega_t/\nu_{fr} > 2$) наблюдалась стохастизация движения частиц, а их распределения скоростей в стационарном возмущенном состоянии хорошо описывались двухтемпературными функциями Максвелла (см. рис. 4). Данный результат может быть полезен для разработки новых эффективных способов формирования различных динамических структур (например, вихревых, или сильно неизотропных двухтемпературных систем) в реальных экспериментах с целью их дальнейшего детального исследования.

Регистрируемая картина вращения частиц качественно близка к картине их вихревого движения, наблюданной в невесомости (в первых эксперимен-

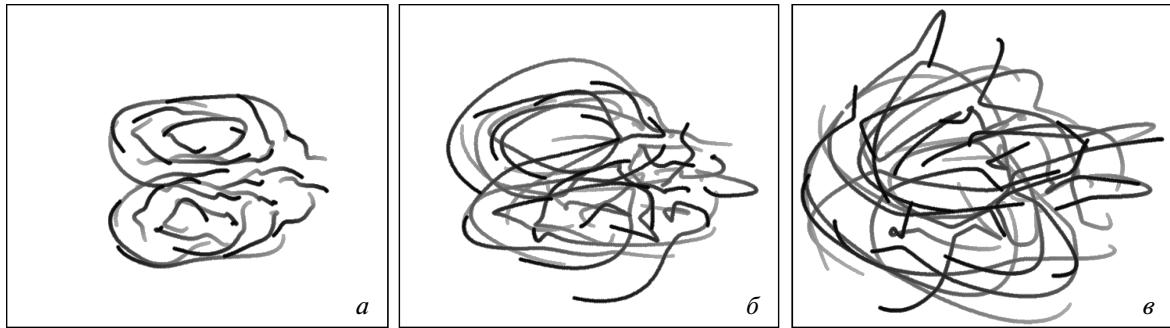


Рис.3. Траектории частиц облака ($N_p = 27$) в возмущенном стационарном состоянии за время $t = 0.5$ с для $F_0/F_{ext}(r = l_p) = 5$ при различных $\omega_t/\nu_{fr} = 1$ (а), 2 (б), 3 (в). Более темный цвет траекторий соответствует большему времени

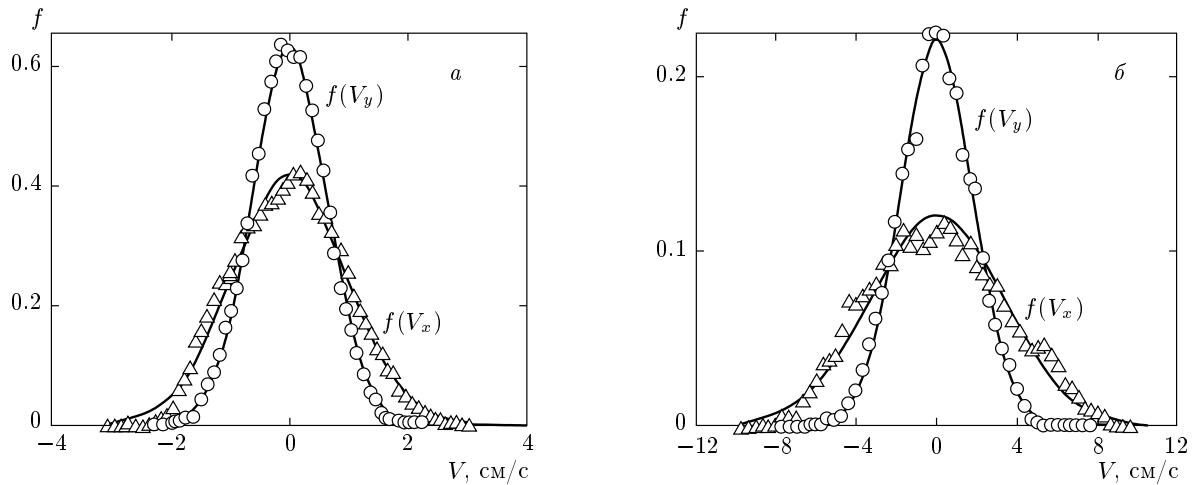


Рис.4. Распределения скоростей частиц $f(V_x)$, $f(V_y)$ в облаке ($N_p = 27$, $\omega_t/\nu_{fr} = 3$) в устойчивом возмущенном состоянии (соответственно символы Δ и \circ) и их аппроксимация функциями Максвелла (линии) для различных F_0 : а — $F_0/F_{ext} = 2.5$, $T_x/T_y = 1.5$; б — $F_0/F_{ext} = 10$, $T_x/T_y = 1.8$

тах с пылевой плазмой, выполненных на борту Международной космической станции) [22]. Используя процедуру обработки скоростей вращения частиц, описанную в работе [22], можно получить циркуляцию

$$\Gamma_V = \oint_C \mathbf{V} ds$$

вектора скорости \mathbf{V} (здесь s — элемент длины контура C), характеризующую движение частиц. При этом для случая плоских потенциальных течений циркуляция $\Gamma_V = 0$ или не зависит от выбора контура [23]. В последнем случае говорят о потенциальному течении с циркуляцией. В нашем случае, как циркуляция Γ_V , так и угловая скорость вращения частиц ω_V зависят от радиуса. Поэтому в качестве характеристики вихревого движения можно

использовать предел отношения $\omega_{V0} = \Gamma_V/2\pi R_V$ при $R_V \rightarrow 0$, где R_V — радиус вращения [23]. Анализ полученных нами численных данных показал, что $\omega_{V0} \propto F_0/\nu_{fr}$. При этом, например, для случая $F_0/F_{ext} = 5$, $\xi \equiv \omega^*/\nu_{fr} = 0.5$ величина ω_{V0} составила примерно 0.2 с^{-1} .

2.2.3. Особенности восстановления потенциалов взаимодействия между частицами в возмущенных системах

В заключение рассмотрим различия в условиях восстановления потенциалов взаимодействия для возмущенных и равновесных систем.

Для восстановления сил парного взаимодействия (и, соответственно, потенциалов) в возмущенных и равновесных структурах использовался метод

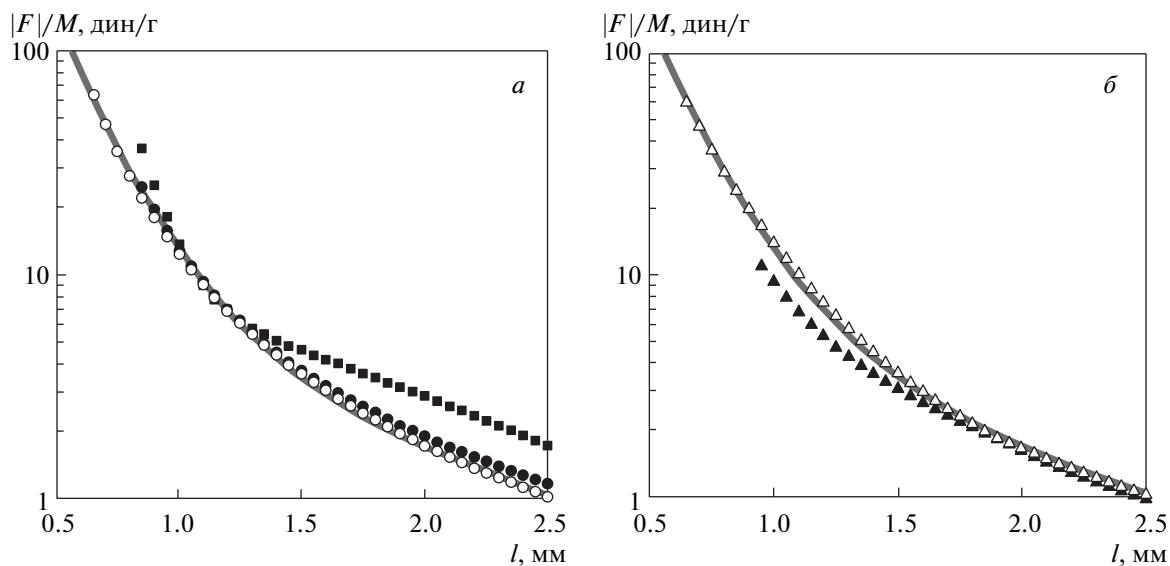


Рис. 5. Результаты восстановления силы межчастичного взаимодействия $|F_{int}(l)|/M$ в системе из $N_p = 27$ частиц для различных значений пространственного разрешения положений частиц $\delta l/l_p \rightarrow 0$ (а), 0.05 (б). Символы (●, ■, ▲) — для устойчивого состояния облака; символы (○, △) — для облака в процессе релаксации. Здесь различные символы соответствуют различному числу обработанных «снимков» расположения частиц N_{fram} : 500 (●), 50 (■), 500 (▲), 10 (○), 100 (△). Сплошной линией обозначена заданная сила взаимодействия, соответствующая парному потенциальному $U = a_1 \exp(-4.5l/l_p)/l + b_1/l$, где a_1, b_1 — некоторые параметры

[20, 21], основанный на анализе переопределенной системы уравнений движения. Было получено, что использование данного метода для возмущенной пылевой структуры в процессе ее релаксации к своему первоначальному состоянию имеет ряд преимуществ перед его применением для равновесных систем. Основными преимуществами являются:

- существенно меньший объем экспериментальных данных, необходимых для решения обратной задачи (т. е. меньшая продолжительность эксперимента и меньшее число анализируемых кадров N_{fram}), см. рис. 5;

- более низкие требования к временному и пространственному ($\delta l/l_p$) разрешению движения исследуемых частиц, см. рис. 5б;

- возможность определения потенциала взаимодействия на расстояниях, заметно меньших среднего межчастичного расстояния l_p .

Дополнительно были рассмотрены условия применения упомянутого метода для восстановления сил межчастичного взаимодействия в стационарных динамических структурах, формирующихся в поле внешних непотенциальных сил. Получено, что при небольших коэффициентах трения в рассматриваемых системах (при $\omega_t/\nu_{fr} > 2$, когда наблюдается стохастизация движения частиц, см. рис. 3) про-

странственная зависимость силы взаимодействия между частицами облака может быть восстановлена без учета параметров возмущающей силы \mathbf{F}_p в пространственном диапазоне от l_{min} (соответствующего минимальному расстоянию, на котором парная корреляционная функция $g(l_{min}) \neq 0$) приблизительно до $1.5l_p$. Результаты такого восстановления представлены на рис. 6.

Отклонения восстановленной силы взаимодействия от ее заданной формы с ростом межчастичного расстояния (при $l > 1.5l_p$) может быть связано с тем, что на этих расстояниях проявляется направленное движение частиц и необходимость учета внешних сил \mathbf{F}_p в процедуре восстановления становится существенной. Тем не менее, можно предположить, что пространственный диапазон корректного восстановления парных потенциалов в случае реально двухтемпературных сред (распределения скоростей в которых полностью соответствуют функциям Максвелла) может быть значительно шире.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ВЫВОДЫ

Выполнено численное исследование динамики взаимодействующих частиц в кластерных системах

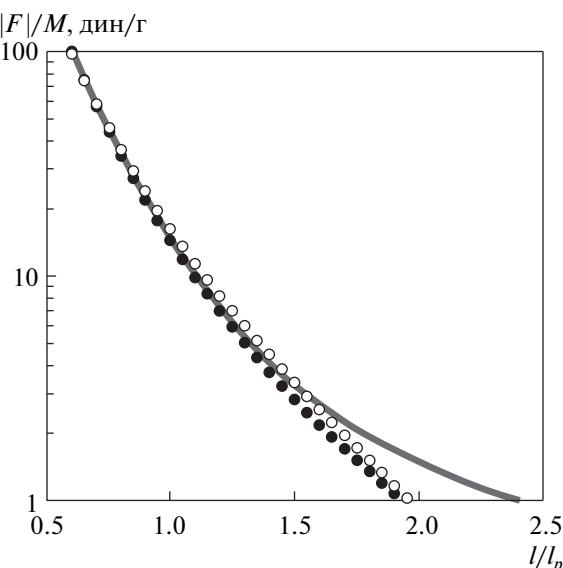


Рис. 6. Результаты восстановления функции $|F(l)|/M$ ($N_p = 27$, $\omega_t/\nu_{fr} = 3$) в устойчивом возмущенном состоянии: $\circ - F_0/F_{ext} = 2.5$, $T_x/T_y = 1.5$; $\bullet - F_0/F_{ext} = 10$, $T_x/T_y = 1.8$ (см. рис. 4). Сплошной линией обозначена заданная сила межчастичного взаимодействия

при воздействии внешнего возмущающего поля. Расчеты выполнялись в широком диапазоне параметров, близких к условиям экспериментов в пылевой плазме.

Проведен анализ скоростей и характерных времен релаксации кластеров как к новому (возмущенному) состоянию, так и к первоначальному положению равновесия (после снятия возмущения). Получено, что характерное время релаксации облака, включающего до 100 взаимодействующих частиц, к состоянию равновесия определяется частотой ловушки и коэффициентом трения частиц и может быть описано в приближении гармонического осциллятора.

Исследованы условия формирования динамических структур заряженных частиц под воздействием внешних непотенциальных сил. Показано, что при снижении трения в рассматриваемых системах распределения скоростей частиц в их возмущенном равновесном состоянии могут быть описаны двухтемпературными функциями Максвелла. При этом потенциал взаимодействия между частицами облака может быть восстановлен без учета параметров возмущающей силы на расстояниях вплоть до $1.5l_p$.

Для восстановления потенциалов парного взаимодействия в возмущенных и равновесных структурах использовался метод [20, 21], основанный на

анализе переопределенной системы уравнений движения. Установлено, что использование данного метода для возмущенной пылевой структуры в процессе ее релаксации имеет ряд существенных преимуществ перед его применением для равновесных систем.

Полученные результаты могут использоваться для диагностики пылевых частиц в плазме и развития новых методов исследования физических характеристик неидеальных систем, а также для разработки новых эффективных способов формирования различных динамических структур для их последующего экспериментального исследования.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 10-08-00389-а, 11-02-01333-а), Министерства образования и науки Российской Федерации и Программы Президиума РАН.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Овчинников, С. Ф. Тимашев, А. А. Белый, *Кинетика диффузионно-контролируемых химических процессов*, Химия, Москва (1986).
2. *Photon Correlation and Light Beating Spectroscopy*, ed. by H. Z. Cummins and E. R. Pike, Plenum, New York (1974).
3. V. E. Fortov, A. V. Ivlev, S. A. Khrapak, A. G. Khrapak, and G. E. Morfill, Phys. Rep. **412**, 1 (2005).
4. *Complex and Dusty Plasmas*, ed. by V. E. Fortov and G. E. Morfill, CRC Press (2010).
5. О. С. Ваулина, О. Ф. Петров, В. Е. Фортов, А. Г. Храпак, С. А. Храпак, *Пылевая плазма (эксперимент и теория)*, Физматлит, Москва (2009).
6. N. K. Ailawadi, Phys. Rep. **57**, 241 (1980).
7. N. H. March and M. P. Tosi, *Introduction to Liquid State Physics*, World Sci., New Jersey, London, Singapore (1995).
8. M. Chaudhuri, S. Khrapak, R. Kompaneets, and G. Morfill, IEEE Trans. Plasma Sci. **38**, 818 (2010).
9. А. В. Филиппов, А. Г. Загородний, А. Ф. Паль, А. Н. Старостин, А. И. Момот, Письма в ЖЭТФ **86**, 873 (2007).
10. А. В. Филиппов, А. Г. Загородний, А. И. Момот, А. Ф. Паль, А. Н. Старостин, ЖЭТФ **131**, 164 (2007).

11. U. Koporka, G. E. Morfill, and L. Ratke, Phys. Rev. Lett. **84**, 891 (2000).
12. V. E. Fortov, A. P. Nefedov, V. I. Molotkov, M. Y. Poustylnik, and V. M. Torchinsky, Phys. Rev. Lett. **87**, 205002 (2001).
13. V. E. Fortov, O. F. Petrov, A. D. Usachev, and A. V. Zobnin, Phys. Rev. E **70**, 046415 (2004).
14. J. B. Pieper and J. Goree, Phys. Rev. Lett. **77**, 3137 (1996).
15. A. Homann, A. Melzer, and A. Piel, Phys. Rev. E **59**, R3835 (1999).
16. O. S. Vaulina, O. F. Petrov, A. V. Gavrikov, and V. E. Fortov, Plasma Phys. Rep. **33**, 278 (2007).
17. V. E. Fortov, A. V. Gavrikov, O. F. Petrov, and I. A. Shakhova, Plasmas **14**, 040705 (2007).
18. V. E. Fortov, O. F. Petrov, and O. S. Vaulina, Phys. Rev. Lett. **101**, 195003 (2008).
19. Е. М. Апфельбаум, Б. А. Клумов, А. Г. Храпак, Г. Е. Морфилл, Письма в ЖЭТФ **90**, 374 (2009).
20. О. С. Ваулина, Е. А. Лисин, А. В. Гавриков, О. Ф. Петров, В. Е. Фортов, ЖЭТФ **137**, 751 (2010).
21. O. S. Vaulina, E. A. Lisin, A. V. Gavrikov, O. F. Petrov, and V. E. Fortov, Phys. Rev. Lett. **103**, 035003 (2009).
22. В. Е. Фортов, О. С. Ваулина, О. Ф. Петров и др., ЖЭТФ **126**, 798 (2003).
23. Д. В. Сивухин, *Общий курс физики*, Т. 1, *Механика*, Наука, Москва (1979).