ЖЭТФ, 2012, том 142, вып. 6 (12), стр. 1101–1107

ДОСВЕТОВОЙ И СВЕРХСВЕТОВОЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ ДОПЛЕРА ПРИ ОТРАЖЕНИИ СВЕТА ОТ ДВИЖУЩЕЙСЯ ПЛАВНОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ СРЕДЫ

Н. Н. Розанов [*]

Государственный оптический институт им. С. И. Вавилова
199034, Санкт-Петербург, Россия

Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет
информационных технологий, механики и оптики
197101, Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 3 мая 2012 г.

Выполнен анализ отражения пробного излучения от плавной неоднородности характеристик среды, распространяющейся с досветовой или сверхсветовой скоростью. Выведены уравнения, описывающие распространение прямой и встречной волн в такой неоднородной среде. Продемонстрировано квазиобращение волнового фронта в случае сверхсветовых неоднородностей. Сформулированы условия брэгговского резонанса и обсуждены условия повышения коэффициента отражения излучения на неоднородности.

1. ВВЕДЕНИЕ

Параметрический эффект Доплера, который имеет место в неподвижной среде с неподвижными источником и приемником излучения, но с меняющимися со временем характеристиками среды [1], в настоящее время может быть сравнительно легко реализован при наведении в нелинейной среде быстро движущихся неоднородностей импульсами интенсивного лазерного излучения [2–4]. Особый интерес представляет реальность достижения при параметрическом эффекте Доплера сверхсветового движения неоднородностей, не связанного с релятивистскими скоростями каких-либо материальных объектов или частиц [5–9]. Например, по сравнению со сверхсветовыми «зайчиками» [7] значительно проще формирование сверхсветовой решетки показателя преломления при интерференции в нелинейной среде двух лазерных пучков с различающимися частотами [9]. Такая область сверхсветовой нелинейной оптики представляется актуальной не только применительно к радикальному доплеровскому преобразованию частоты, но и в более широком круге задач физики фемтосекундных и предельно коротких лазерных импульсов [10]. В то же время анализ сверхсветовых оптических эффектов до настоящего времени проводился, главным образом, для упрощенных моделей типа резкого скачка параметра [5, 8]. Важная роль плавности фронтов неоднородности выявлена в работе [11] искусственным приемом, заключающимся в разбиении неоднородности на отдельные ступеньки с последующим предельным переходом к бесконечно малой ширине ступенек.

В настоящей работе предлагается последовательное рассмотрение как досветового, так и сверхсветового параметрического эффекта Доплера при отражении пробного излучения от плавной движущейся неоднородности характеристик среды, которая может быть наведена в среде с быстрой оптической нелинейностью интенсивными лазерными импульсами. Подход является обобщением предложенного Бреммером [12], см. также [13–15], на случай движущейся неоднородности; для досветового варианта он кратко изложен в работе [16]. В разд. 2 представлены исходные соотношения для принятой модели. Далее в разд. 3 приводится решение одномерных уравнений Максвелла, описывающих распространение пробного излучения в среде с движущейся неоднородностью параметров. В разд. 4 анализируются частотные и амплитудные соотношения для нормального (досветового) режима движения неодно-

[*] E-mail: nrosanov@yahoo.com

родностей, а в разд. 5 — для аномального, сверхсветового режима. В разд. 6 более подробно рассматривается практически важный случай слабых неоднородностей и, соответственно, слабой встречной волны. Общее обсуждение содержится в заключительном разд. 7.

2. МОДЕЛЬ И ИСХОДНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Будем рассматривать распространение слабого пробного излучения в виде плоских волн с линейной поляризацией вдоль оси z в неподвижной изотропной среде, в которой с постоянной скоростью V и с неизменным профилем движется, также вдоль оси z, плавная неоднородность диэлектрической $\hat{\varepsilon}$ и магнитной $\hat{\mu}$ проницаемостей:

$$\hat{\varepsilon} = \hat{\varepsilon}(\zeta), \quad \hat{\mu} = \hat{\mu}(\zeta), \quad \zeta = z - Vt. \tag{1}$$

Здесь t — время, а операторный характер проницаемостей $\hat{\varepsilon}$ и $\hat{\mu}$ отвечает учету частотной дисперсии среды. Такая постановка задачи соответствует приближению заданного поля накачки, формирующего параметрическую неоднородность, и оправдана в условиях слабого истощения накачки (малые коэффициенты ее преобразования в пробное излучение). Действительно, в среде с быстрой (электронной) кубической оптической нелинейностью вызванное электромагнитным полем изменение поляризации среды имеет вид $\hat{\chi}^{(3)}\mathbf{E}_1\mathbf{E}_2\mathbf{E}_3$, где $\mathbf{E}_l$ — напряженности электрического поля волн с различающимися частотами и поляризациями, $\hat{\chi}^{(3)}$ — оператор кубической восприимчивости, зависящий от частот и состояния поляризации этих волн. Если волны 1 и 2 сильные, а волна 3 слабая (практически не влияющая на характеристики сильных волн) и поляризация слабой волны ортогональна поляризации сильных волн 1 и 2, то можно говорить о линейном распространении волны 3 в среде с диэлектрической ε и магнитной μ проницаемостями, зависящими от характеристик сильных волн [17].

Таким образом, применительно к распространению слабого излучения среда является линейной, и само распространение описывается линейными одномерными уравнениями Максвелла для ненулевых (поперечных) компонент напряженностей электрического E и магнитного H полей и для индукций этих полей, соответственно, D и B [17]:

$$\frac{\partial H}{\partial z} = -\frac{1}{c}\frac{\partial D}{\partial t}, \quad \frac{\partial E}{\partial z} = -\frac{1}{c}\frac{\partial B}{\partial t}. \tag{2}$$

Замыкают систему (2), т. е. делают ее полной, материальные уравнения в стандартной форме:

$$D = \hat{\varepsilon}E, \quad B = \hat{\mu}H. \tag{3}$$

В однородной среде решением (2) служат плоские монохроматические волны, распространяющиеся в положительном ($j = 1$) и отрицательном ($j = 2$) направлениях оси z:

$$F = \sum_{j=1}^{2} F_j \exp(i\Phi_j) + \text{c.c.}, \quad F = \{E, H, D, B\}. \tag{4}$$

Для упрощения записи будем считать среду прозрачной и проницаемости положительными. Тогда амплитуды F_j постоянны, а фазы

$$\Phi_j = k_j z - \omega_j t, \tag{5}$$

где ω_j — частоты встречных волн и k_j — продольные компоненты их волновых векторов. Эти величины связаны друг с другом дисперсионным соотношением

$$k_j^2 = \frac{\omega_j^2}{c^2}\varepsilon_j\mu_j > 0. \tag{6}$$

В рассматриваемой однородной среде можно полагать, что

$$k_j = (-1)^{j+1}\frac{\omega_j}{c}n_j. \tag{7}$$

При этом показатели преломления положительны:

$$n_j = \sqrt{\varepsilon_j\mu_j} > 0, \tag{8}$$

а постоянные амплитуды волн связаны соотношениями

$$\begin{gathered} D_j = \varepsilon_j E_j, \\ H_j = (-1)^{j+1}Y_j E_j, \quad B_j = (-1)^{j+1}n_j E_j. \end{gathered} \tag{9}$$

Здесь

$$Y_j = \sqrt{\frac{\varepsilon_j}{\mu_j}} > 0 \tag{10}$$

— обратный импеданс. Естественно, что в однородной линейной среде встречные волны не связаны друг с другом и могут обладать произвольными частотами ω_j в области прозрачности среды. Нам удобнее не считать частоты совпадающими, так как в среде с движущейся неоднородностью встречная волна, возникающая при отражении от такой неоднородности, приобретает доплеровский сдвиг частоты.

3. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА

В среде с движущейся неоднородностью вида (1) будем искать решения (2) в форме (4), где амплитуды F_j, частоты ω_j и волновые числа k_j уже не постоянны, а зависят от бегущей координаты ζ. Здесь мы ограничимся анализом основного режима отражения, в котором выполняются соотношения (7) с противоположными знаками проекций волнового числа, в отличие от режима «попутного отражения», в котором падающая и «отраженная» волна бегут в одном направлении [18]. В основном режиме фазы волн Φ_j определим соотношениями

$$\frac{\partial \Phi_j}{\partial z} = k_j, \quad \frac{\partial \Phi_j}{\partial t} = -\omega_j, \quad j = 1, 2, \tag{11}$$

где в соответствии с (7) $k_j = k_j(\omega_j)$. Система уравнений в частных производных (11) интегрируется (совместна) при выполнении условий

$$\frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial z\,\partial t} = \frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial t\,\partial z}, \quad j = 1, 2,$$

[19], т. е.

$$\frac{\partial k_j}{\partial t} + \frac{\partial \omega_j}{\partial z} = 0. \tag{12}$$

С учетом зависимости k_j и ω_j только от $\zeta = z - Vt$ находим из (12):

$$\begin{gathered} \frac{\partial}{\partial \zeta}(V k_j - \omega_j) = 0, \\ V k_j(\zeta) - \omega_j(\zeta) = C_j = \text{const}. \end{gathered} \tag{13}$$

Поскольку среда однородна при $\zeta \to -\infty$, можно полагать, что в этой области в положительном направлении оси z распространяется волна падающего излучения с заданной частотой $\omega_1(-\infty) = \omega_i$. Эта частота определяет постоянную C_1, что при использовании (13) позволяет найти изменяющиеся в пределах неоднородности частоты прямой волны $\omega_1(\zeta)$. Связь между постоянными C_1 и C_2 и, соответственно, часто́ты встречной волны $\omega_2(\zeta)$ будут найдены ниже. При выполнении условий (13) решение (11) может быть представлено в виде

$$\Phi_j(\zeta, t) = \Phi_j(\zeta_0, t_0) + C_j(t - t_0) + \int\limits_{\zeta_0}^{\zeta} k_j(\zeta')\,d\zeta'. \tag{14}$$

Отметим, что в переменных ζ, t зависимость фаз от времени линейна.

Подстановка решения вида (4) и (9) в уравнения Максвелла (2) приводит последние к виду

$$\begin{gathered} A_{11}\exp(i\Phi_1) + A_{12}\exp(i\Phi_2) + A_{11}^*\exp(-i\Phi_1) + \\ + A_{12}^*\exp(-i\Phi_2) = 0, \\ A_{21}\exp(i\Phi_1) + A_{22}\exp(i\Phi_2) + A_{21}^*\exp(-i\Phi_1) + \\ + A_{22}^*\exp(-i\Phi_2) = 0, \end{gathered} \tag{15}$$

где введены зависящие только от бегущей координаты ζ величины:

$$\begin{aligned} A_{11} &= \frac{d}{d\zeta}\left[\left(1 - \frac{V}{c}n_1\right)E_1\right], \\ A_{12} &= \frac{d}{d\zeta}\left[\left(1 + \frac{V}{c}n_2\right)E_2\right], \\ A_{21} &= \frac{d}{d\zeta}\left[Y_1\left(1 - \frac{V}{c}n_1\right)E_1\right], \\ A_{22} &= -\frac{d}{d\zeta}\left[Y_2\left(1 + \frac{V}{c}n_2\right)E_2\right]. \end{aligned} \tag{16}$$

Напомним, что фазы волн зависят не только от ζ, но и линейно от времени t. Соответственно, соотношения (15) могут быть удовлетворены двумя следующими способами.

I. *Нормальный режим*:

$$\begin{aligned} A_{11} + A_{12}\exp\left[i(\Phi_2 - \Phi_1)\right] = 0, \\ A_{21} + A_{22}\exp\left[i(\Phi_2 - \Phi_1)\right] = 0. \end{aligned} \tag{17}$$

При этом разность фаз не должна зависеть от времени, что достигается при выполнении условия

$$C_1 = C_2. \tag{18}$$

II. *Аномальный режим*:

$$\begin{aligned} A_{11} + A_{12}^*\exp\left[-i(\Phi_1 + \Phi_2)\right] = 0, \\ A_{21} + A_{22}^*\exp\left[-i(\Phi_1 + \Phi_2)\right] = 0. \end{aligned} \tag{19}$$

Теперь уже сумма фаз не должна зависеть от времени, откуда следует условие

$$C_1 = -C_2. \tag{20}$$

В разд. 4, 5 мы обсудим характер решения в этих двух режимах по отдельности. Отметим, что введение амплитуд и фаз соотношениями (4) и (11) отнюдь не означает приближения медленно меняющихся амплитуд или медленно меняющегося профиля, которые вряд ли пригодны для задач с обратным отражением. При выводе управляющих уравнений (17) и (19) мы не использовали и метод усреднения, и в этом смысле полученные управляющие уравнения являются точными.

4. НОРМАЛЬНЫЙ РЕЖИМ

Частоты встречной волны определяются условием

$$\omega_2(\zeta)\left[1+\frac{V}{c}\,n_2(\zeta)\right]=\omega_1(\zeta)\left[1-\frac{V}{c}\,n_1(\zeta)\right]= \\ =\omega_j\left[1-\frac{V}{c}\,n_{\zeta=-\infty}(\omega_j)\right]. \quad (21)$$

Отсюда, ввиду положительности частот и показателей преломления, следует, что скорость движения неоднородности должна быть досветовой (при любом значении ζ):

$$-\frac{c}{n_2}<V<\frac{c}{n_1}\,. \quad (22)$$

Действительно, если нарушается левое неравенство в (22), то в (21) левая часть отрицательна, а правая положительна. Аналогично, если нарушается правое неравенство в (22), то в (21) средняя часть становится отрицательной, тогда как левая положительна.

Для частоты отраженного излучения $\omega_r = \omega_2(\zeta=-\infty)$ из (21) следует

$$\omega_r\left(1+\frac{V}{c}\,n_r\right)=\omega_i\left(1-\frac{V}{c}\,n_i\right). \quad (23)$$

Теперь, после фиксации частотных соотношений, комбинация уравнений (17) приводит к управляющим уравнениям для амплитуд встречных волн:

$$\begin{gathered}(Y_1+Y_2)\frac{d}{d\zeta}\left[\left(1-\frac{V}{c}\,n_1\right)E_1\right]= \\ =-\frac{dY_1}{d\zeta}\left(1-\frac{V}{c}\,n_1\right)E_1+ \\ +\frac{dY_2}{d\zeta}\left(1+\frac{V}{c}\,n_2\right)E_2\exp(-i\Phi_-), \\ (Y_1+Y_2)\frac{d}{d\zeta}\left[\left(1+\frac{V}{c}\,n_2\right)E_2\right]= \\ =\frac{dY_1}{d\zeta}\left(1-\frac{V}{c}\,n_1\right)E_1\exp(i\Phi_-)- \\ -\frac{dY_2}{d\zeta}\left(1+\frac{V}{c}\,n_2\right)E_2.\end{gathered} \quad (24)$$

Здесь введена разность фаз $\Phi_-=\Phi_1-\Phi_2$, зависящая ввиду (18) только от ζ в соответствии с соотношением

$$\Phi_-(\zeta)=\Phi_-(\zeta_0)+\int_{\zeta_0}^{\zeta}\left[k_1(\zeta')-k_2(\zeta')\right]d\zeta'. \quad (25)$$

Граничные условия к уравнениям (24) имеют обычный вид: при $\zeta\to-\infty$ задано асимптотическое значение амплитуды падающей волны $E_1(-\infty)=E_i$, при $\zeta\to\infty$ должна исчезать амплитуда встречной волны $E_2(\infty)=0$. Уравнения (24) инвариантны к одновременной замене индексов $1\leftrightarrow 2$, знака разности фаз $\Phi_-\to-\Phi_-$ и знака скорости $V\to -V$. Отметим, что в левых частях (24) возникают особенности при приближении скорости движения к фазовой скорости $V=c/n_1$ (для прямой волны 1) и $V=-c/n_2$ (для встречной волны 2). Обратное отражение прямой волны во встречную $(1\to 2)$ отсутствует при $V=c/n_1$, а встречной волны в прямую — при $V=-c/n_2$, т.е. в условиях возникновения указанных выше особенностей. Эти особенности отвечают порогу генерации излучения Вавилова–Черенкова: так, при $V=-c/n_2$ в отсутствие прямой волны система (24) допускает решение с произвольной постоянной амплитудой E_2, а при $V=c/n_1$ — с нулевой амплитудой E_2 и произвольной постоянной амплитудой E_1. Правые части (24) содержат как множитель градиент импеданса, так что в однородной среде правые части тождественно равны нулю. При $V=0$ структура уравнений (24) та же, что в классическом случае неподвижной неоднородности [12–15].

5. АНОМАЛЬНЫЙ РЕЖИМ

При условии (20) для частот встречных волн получим вместо (21):

$$\omega_1(\zeta)\left[\frac{V}{c}\,n_1(\zeta)-1\right]=\omega_2(\zeta)\left[1+\frac{V}{c}\,n_2(\zeta)\right]= \\ =\omega_j\left[\frac{V}{c}\,n_{\zeta=-\infty}(\omega_j)-1\right]. \quad (26)$$

Отсюда следует, что неоднородность в этом режиме сверхсветовая:

$$V<-\frac{c}{n_2}\quad\text{или}\quad V>\frac{c}{n_1}. \quad (27)$$

Действительно, если скорость V отрицательна, то левая часть (26) отрицательна и для отрицательности средней части (26) должно выполняться первое неравенство в (27). Аналогично, если скорость V положительна, то средняя часть (26) положительна и для положительности левой части должно выполняться второе неравенство в (27).

Соотношение между частотами падающей и отраженной волн имеет вид

$$\omega_r\left(1+\frac{V}{c}\,n_r\right)=\omega_i\left(\frac{V}{c}\,n_i-1\right). \quad (28)$$

В частности, при сверхвысоких скоростях $V^2 \gg (c/n_{i,r})^2$ из (28) следует, что частота отраженного излучения приближается к частоте падающего излучения, так что наибольший доплеровский сдвиг частоты достигается в условиях близости скорости движения неоднородности к фазовой скорости излучения в среде.

Из (19) следует вид управляющих уравнений для амплитуд встречных волн:

$$\begin{gathered}(Y_1+Y_2)\frac{d}{d\zeta}\left[\left(1-\frac{V}{c}\,n_1\right)E_1\right] = \\ = -\frac{dY_1}{d\zeta}\left(1-\frac{V}{c}\,n_1\right)E_1 + \\ + \frac{dY_2}{d\zeta}\left(1+\frac{V}{c}\,n_2\right)E_2^*\exp(-i\Phi_+), \\ (Y_1+Y_2)\frac{d}{d\zeta}\left[\left(1+\frac{V}{c}\,n_2\right)E_2^*\right] = \\ = \frac{dY_1}{d\zeta}\left(1-\frac{V}{c}\,n_1\right)E_1\exp(i\Phi_+) - \\ - \frac{dY_2}{d\zeta}\left(1+\frac{V}{c}\,n_2\right)E_2^*.\end{gathered} \tag{29}$$

Здесь введена сумма фаз

$$\Phi_+ = \Phi_1+\Phi_2 = \Phi_+(\zeta) = \Phi_+(\zeta_0) + \int\limits_{\zeta_0}^{\zeta}\left[k_1(\zeta')+k_2(\zeta')\right]d\zeta'. \tag{30}$$

В отличие от случая досветового движения (уравнения (24)), в (29) вместо разности фаз Φ_- фигурирует их сумма Φ_+ и, что наиболее важно, амплитуда встречной волны E_2 заменяется на сопряженную величину E_2^*. Это означает режим квазиобращения волнового фронта; в отличие от идеального обращения фронта, частоты встречной и прямой волн неодинаковы из-за доплеровского сдвига частоты.

Граничные условия для прямой волны в случае уравнений (29) определяются по-прежнему: при $\zeta \to -\infty$ задается асимптотическое значение амплитуды падающей волны $E_1(-\infty) = E_i$. Для встречной же волны эти условия формулируются с учетом специфики соответствующей (27) сверхсветовой задачи. При отрицательной скорости сверхсветового движения (первое неравенство в (27)) «отраженное» неоднородностью излучение отстает от движущейся неоднородности, ввиду чего амплитуда «отраженной» волны должна исчезать при $\zeta \to -\infty$: $E_2(-\infty) = 0$. В то же время при $\zeta \to \infty$ амплитуда этой волны конечна из-за накопления отражений от разных слоев локализованной неоднородности (см. следующий раздел). При положительной скорости сверхсветового движения (второе неравенство в (27)) можно полагать, что без неоднородности все пространство заполнено полем прямой волны; по нему затем с большей скоростью движется неоднородность. В этом случае встречная волна возникает именно в области неоднородности и потому при $\zeta \to \infty$ амплитуда встречной волны должна исчезать: $E_2(\infty) = 0$.

6. СЛАБОЕ ОТРАЖЕНИЕ

Систему управляющих уравнений для амплитуд встречных волн нетрудно решить в практически интересном случае слабой неоднородности и слабого отражения, когда интенсивность встречной волны много меньше интенсивности прямой волны. Невозмущенному режиму отвечает однородная среда и поле в виде прямой волны с постоянной амплитудой $E_1 = E_i$. Введем малые отклонения величин от соответствующего постоянного значения (нижний индекс 0):

$$\begin{gathered}g_j(\zeta) = g_{j0} + \delta g_j(\zeta), \\ |\delta g_j/g_{j0}| \ll 1, \quad g = \{n, Y, k\}.\end{gathered} \tag{31}$$

В нормальном режиме линеаризация (24) приводит к уравнению

$$\frac{dE_2}{d\zeta} = \frac{1-\dfrac{V}{c}\,n_{10}}{1+\dfrac{V}{c}\,n_{20}}\,\frac{1}{Y_{10}+Y_{20}}\,\frac{d\delta Y_1}{d\zeta}\,E_{10}\exp(i\Phi_{-0}) \times \exp\left[i(k_{10}-k_{20})(\zeta-\zeta_0)\right]. \tag{32}$$

Интегрирование (32) позволяет найти амплитуду встречной волны:

$$\begin{gathered}E_2(\zeta) - E_2(\zeta_0) = E_{10}\frac{1-\dfrac{V}{c}\,n_{10}}{1+\dfrac{V}{c}\,n_{20}}\,\frac{1}{Y_{10}+Y_{20}} \times \\ \times \int\limits_{\zeta_0}^{\zeta}\frac{d\delta Y_1}{d\zeta}\exp(i\Phi_0)\,d\zeta' = E_{10}\frac{1-\dfrac{V}{c}\,n_{10}}{1+\dfrac{V}{c}\,n_{20}}\,\frac{1}{Y_{10}+Y_{20}}\times \\ \times\left\{dY_1(\zeta)\exp\left[i\Phi_0(\zeta)\right] - \delta Y_1(\zeta_0)\exp\left[i\Phi_0(\zeta_0)\right] - \right. \\ - i(k_{10}-k_{20})\exp\left(i\Phi_{00}\right) \times \\ \left. \times \int\limits_{\zeta_0}^{\zeta}\delta Y_1\exp\left[i(k_{10}-k_{20})(\zeta'-\zeta_0)\right]d\zeta'\right\}.\end{gathered} \tag{33}$$

Для локализованной неоднородности, для которой $\delta Y_1(\pm\infty) = 0$, внеинтегральный член асимптотически обращается в нуль, и амплитудный коэффициент отражения принимает вид

$$r = \left|\frac{E_2(-\infty)}{E_{10}}\right| = \frac{1-\dfrac{V}{c}\,n_{10}}{1+\dfrac{V}{c}\,n_{20}}\,\frac{1}{Y_{10}+Y_{20}}(k_{10}-k_{20})\times$$

$$\times\left|\int\limits_{-\infty}^{\infty}\delta Y_1(\zeta)\exp\left[i(k_{10}-k_{20})\zeta\right]\,d\zeta\right|. \quad (34)$$

Согласно (34) коэффициент отражения от неоднородности пропорционален фурье-компоненте обратного импеданса с пространственной частотой $k_{10}-k_{20}$ (напомним, что ввиду (7) $k_{10} > 0$ и $k_{20} < 0$). Пусть неоднородность импеданса имеет следующую форму:

$$\delta Y_1(\zeta) = \delta Y_m \exp\left(-\frac{(\zeta-\zeta_m)^2}{w^2}\right)\cos(q\zeta). \quad (35)$$

Здесь w характеризует продольную протяженность неоднородности, δY_m — максимальное значение нелинейного сдвига обратного импеданса, достигаемое при $\zeta = \zeta_m$, q — пространственная частота модуляции неоднородности. После подстановки (35) в (34) находим

$$r = \frac{\sqrt{\pi}}{2}\,\frac{1-\dfrac{V}{c}\,n_{10}}{1+\dfrac{V}{c}\,n_{20}}\,\frac{\delta Y_m}{Y_{10}+Y_{20}}(k_{10}-k_{20})w\times$$

$$\times\exp\left[-\frac{1}{4}(k_{10}-k_{20}-q)^2w^2\right]. \quad (36)$$

Согласно (36) коэффициент отражения представляется произведением следующих множителей. Дробь

$$\frac{1-\dfrac{V}{c}\,n_{10}}{1+\dfrac{V}{c}\,n_{20}}$$

совпадает со стандартным релятивистским фактором [3, 4] и резонансно возрастает при приближении скорости движения неоднородности к фазовой скорости на частоте отраженного излучения. Дробь

$$\frac{\delta Y_m}{Y_{10}+Y_{20}}$$

отвечает френелевскому отражению на резком одиночном фронте неоднородности с перепадом обратного импеданса δY_m. Множитель $(k_{10}-k_{20})w$ показывает эффективное число периодов брэгговской решетки в пределах локализованной неоднородности. Коэффициент отражения резонансно увеличивается при выполнении условия Брэгга

$$q = k_{10}-k_{20} = k_{10}+|k_{20}|. \quad (37)$$

Заметим, что выражение (36) выписано в пренебрежении нерезонансным членом с показателем экспоненты

$$-\frac{1}{4}(k_{10}-k_{20}+q)^2w^2.$$

Ширина брэгговского резонанса пропорциональна w^{-1}.

В аномальном режиме вместо (32) из (29) получаем

$$\frac{dE_2^*}{d\zeta} = \frac{1-\dfrac{V}{c}\,n_{10}}{1+\dfrac{V}{c}\,n_{20}}\,\frac{1}{Y_{10}+Y_{20}}\,\frac{d\delta Y_1}{d\zeta}\,E_{10}\times$$

$$\times\exp(i\Phi_{+0})\exp\left[i(k_{10}+k_{20})(\zeta-\zeta_0)\right]. \quad (38)$$

Анализ коэффициента отражения (при одновременном обращении волнового фронта) аналогичен. В качестве отличия отметим изменение знака проекции волнового числа k_{20}, ввиду чего условие брэгговского резонанса для неоднородности (35) имеет теперь вид

$$q = |k_{10}+k_{20}| = |k_{10}-|k_{20}||. \quad (39)$$

Тем самым, в аномальном режиме брэгговский резонанс достигается при более длинноволновой решетке, чем в нормальном режиме.

7. ОБСУЖДЕНИЕ

Анализ параметрического эффекта Доплера, при котором движутся не реальные частицы среды, а только ее электродинамические характеристики, позволяет расширить круг релятивистских оптических эффектов на область сверхсветовых движений. В настоящее время представляются наиболее перспективными исследования при наведении подобных неоднородностей интенсивным лазерным излучением в нелинейной среде. Сверхсветовое движение должно сопровождаться паразитным в данном контексте излучением Вавилова–Черенкова. В принятом выше приближении плоских волн излучение Вавилова–Черенкова отсутствует, возникая лишь при учете поперечных размеров лазерных пучков, что эффективно должно приводить к дополнительным потерям излучения, практически ограничивающим длину трассы распространения излучения. Представленное последовательное рассмотрение отражения излучения на досветовых и сверхсветовых неоднородностях выявляет новые особенности соответствующего параметрического эффекта

Доплера. В первую очередь это относится к обнаруженному эффекту квазиобращения волнового фронта в случае сверхсветовых параметрических неоднородностей; этот эффект качественно отличается от обращения волнового фронта при вынужденном рассеянии [20]. Представляется, что возможно обнаружение и других новых эффектов в экспериментально доступной области сверхсветовой оптики. Отметим также возможность наблюдения подобных эффектов для интенсивного излучения в электрон-позитронном вакууме [9].

Повышение эффективности преобразования излучения за счет брэгговского резонанса требует высокой степени временной когерентности и стабилизации частоты лазерного излучения. Полученные выражения справедливы, только если коэффициент преобразования мал (много меньше единицы), в противном случае необходим учет эффектов истощения накачки. Кроме того, фиксация формы неоднородности оправдана, если длина трассы меньше дисперсионной длины наводящих неоднородность импульсов. Последнее ограничение необременительно, поскольку, например, для пикосекундных лазерных импульсов характерная дисперсионная длина в кварцевом световоде порядка 1 км, а с увеличением длительности импульсов эта длина увеличивается. Модуляционная неустойчивость, которая имеет место при определенном соотношении между знаками нелинейности и квадратичной дисперсии, могла бы позволить реализовать солитонный режим, но принципиально он не является необходимым. Так как допустимая интенсивность лазерного излучения в среде ограничена интенсивностью оптического пробоя, характерная величина наведенного излучением перепада обратного импеданса $|\delta Y_m| \sim 10^{-4}$; малость этой величины оправдывает использованное приближение слабой неоднородности. Ортогональности поляризаций волн накачки и зондирующей волны на значительных трассах можно добиться при использовании световодов с сохранением поляризации. В целом оценки подтверждают реальность наблюдения параметрического эффекта Доплера для лазерных импульсов в одномодовом световоде с нелинейной сердцевиной в условиях брэгговского резонанса.

Автор благодарен Е. Б. Александрову и В. Б. Шилову за стимулирующие обсуждения. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 11-02-12250-офи-м, 12-02-00287-а), а также НИУ ИТМО (грант № 411 402).

ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Михельсон, Ж. Русск. физ.-хим. общества. Часть физ. **31**(7), 119 (1899).
2. В. И. Рупасов, КЭ **9**, 2127 (1982).
3. Н. Н. Розанов, Письма в ЖЭТФ **88**, 577 (2008).
4. Н. Н. Розанов, ЖЭТФ **135**, 154 (2009).
5. Л. А. Островский, УФН **116**, 315 (1975).
6. Б. М. Болотовский, С. Н. Столяров, УФН **159**, 155 (1989).
7. В. Л. Гинзбург, *Теоретическая физика и астрофизика*, Наука, Москва (1975).
8. В. Н. Красильников, *Параметрические волновые явления в классической электродинамике*, Изд-во С.-Петерб. унив., Санкт-Петербург (1996).
9. Н. Н. Розанов, Письма в ЖЭТФ **95**, 689 (2012).
10. П. Г. Крюков, *Фемтосекундные импульсы. Введение в новую область лазерной физики*, Физматлит, Москва (2008).
11. Н. Н. Розанов, Опт. и спектр. **106**, 487 (2009).
12. H. Bremmer, Physica **15**, 593 (1949).
13. Л. М. Бреховских, *Волны в слоистых средах*, Изд-во АН СССР, Москва (1957).
14. В. Л. Гинзбург, *Распространение электромагнитных волн в плазме*, Физматгиз, Москва (1960).
15. С. Г. Раутиан, Опт. и спектр. **104**, 122 (2008).
16. Н. Н. Розанов, Опт. и спектр. **113**, 613 (2012).
17. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1982).
18. Н. Н. Розанов, Н. В. Высотина, А. Н. Шацев, Письма в ЖЭТФ **93**, 341 (2011).
19. Э. Камке, *Справочник по дифференциальным уравнениям в частных производных первого порядка*, Наука, Москва (1966).
20. В. В. Рагульский, *Обращение волнового фронта при вынужденном рассеянии света*, Наука, Москва (1990).