

# АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ХРУПКОГО РАЗРУШЕНИЯ НА ОСНОВЕ ГИПОТЕЗЫ МАСШТАБНОГО ПОДОБИЯ

*А. С. Аракчеев\*, К. В. Лотов*

*Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера Сибирского отделения Российской академии наук  
630090, Новосибирск, Россия*

*Новосибирский государственный университет  
630090, Новосибирск, Россия*

Поступила в редакцию 10 ноября 2011 г.

Распределение по размеру пылевых частиц в термоядерных установках близко к степенному. Такое распределение может быть результатом хрупкого разрушения. Из предположения масштабного подобия получено, что при хрупком разрушении распределение по размеру частиц является степенным с показателем степени  $-\alpha$ , лежащим в интервале от  $-4$  до  $-1$ . Модель разрушения описана в терминах фрактальной геометрии. Показатель распределения выражен через фрактальную размерность упаковки. С помощью дополнительных предположений можно уточнить значение показателя распределения и, наоборот, определить тип разрушения по измеренному значению показателя распределения.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Причина появления пыли в термоядерных установках с магнитным удержанием плазмы — взаимодействие плазмы со стенками. Пылевые частицы создают проблемы при реализации управляемого термоядерного синтеза: охлаждают плазму, поглощают тритий и т. д. Поэтому необходимо изучать механизмы образования пыли и ее характеристики. Распределение пыли по размеру — важная характеристика пыли, так как оно определяет площадь поверхности пыли. Последняя, в свою очередь, определяет темп испарения пыли и поглощения трития. По нашему представлению, в данный момент нет модели, объясняющей экспериментально наблюдаемые распределения пыли по размеру.

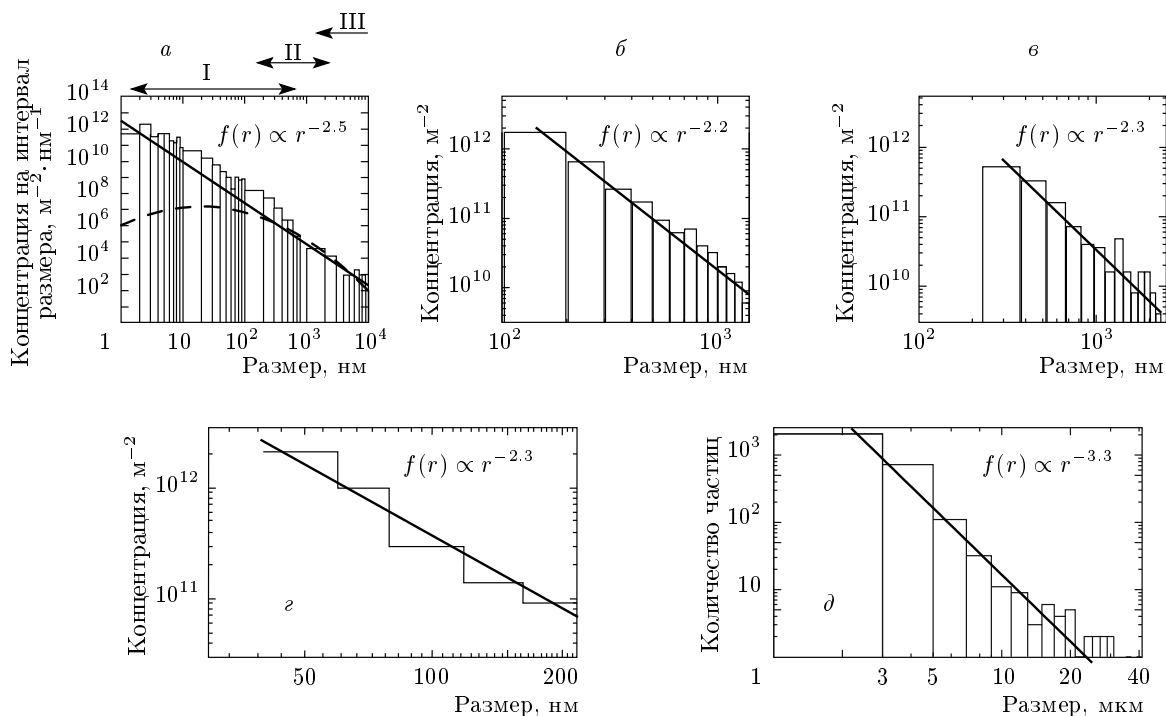
Есть два основных распределения, обычно используемых для аппроксимации экспериментальных результатов в данной области: логнормальное и степенное (распределение Юнга) [1–3]. Распределение Юнга наблюдалось в нескольких экспериментах [2–6] для вольфрамовой и графитовой пыли в диапазоне размеров от нескольких нанометров до десятков микрон (рис. 1). Измеренные показатели ( $-\alpha$ ) распределения лежат в диапазоне между  $-3.3$  и  $-2.1$ . Степенное распределение наблюдалось как

в термоядерных установках, так и в установках, специально созданных для изучения эрозии.

Степенное распределение наблюдалось и для атмосферной пыли [1]. Для нее степенное распределение было объяснено моделью слипания частиц [8]. В результате слипания из мелких частиц образуются скопления, распределенные по размеру согласно степенному закону. В плазменных установках степенное распределение наблюдалось не только для скоплений частиц, но и для одиночных частиц в диапазоне размеров от нескольких нанометров до нескольких микрон [2]. Получается, что модель слипания пылевых частиц не может объяснить распределение по размеру пыли во всем наблюдаемом диапазоне размеров.

Обычно различают четыре механизма образования пыли в плазменных установках: отслаивание пересажженного слоя, хрупкое разрушение, конденсация из перенасыщенного пара и рост из углеводородных молекул [9]. В случае образования пыли из газовой фазы (конденсация из перенасыщенного пара и рост из углеводородных молекул) распределение по размеру отличается от степенного [10]. Характерный размер пылинок, образованных отслаиванием пересажженного слоя, больше 100 нм [11]. На меньших размерах отслаивание можно рассматривать как хрупкое разрушение. Таким образом, есть экс-

\*E-mail: asarakcheev@gmail.com



**Рис. 1.** Измеренные распределения пылевых частиц по размеру: *a* — в стеллараторе LHD (сплошная линия — аппроксимация степенным распределением, штриховая — аппроксимация логнормальным распределением, I — мелкие пылевые частицы, II — скопления частиц, III — крупные пылевые частицы) [2]; *б* и *в* — в квазистационарном плазменном ускорителе (эксперименты проводились соответственно с вольфрамом и углеродными композитами) [3]; *г* — в токамаке T-10 [5]; *д* — в многопробочной ловушке ГОЛ-3 (данные из [6])

перименты, для которых хрупкое разрушение остается единственным механизмом образования пыли, способным объяснить ее распределение по размеру. В данной работе мы покажем, что хрупкое разрушение действительно является причиной степенного распределения пыли.

Хрупкое разрушение изучалось экспериментально и теоретически [12–17]. Степенное распределение одиночных частиц наблюдалось в широком диапазоне размеров между двумя характерными размерами: размером зерна материала и межатомным расстоянием. Это подсказывает, что закон дробления материала не должен зависеть от размеров. Более того, само степенное распределение, не имеющее характерных размеров, указывает на то же самое. В разд. 2 мы найдем, какие распределения по размеру могут получаться в предположении масштабного подобия, и покажем, что это только степенные распределения. Показатель функции распределения находится в диапазоне от  $-4$  до  $-1$ . В разд. 3 мы обсудим модель с точки зрения фрактальной геометрии и получим связь показателя распределения с размерностью упаковки. В разд. 4 мы свяжем особен-

ности геометрии дробления и показатель функции распределения фрагментов по размеру для нескольких характерных случаев. В разд. 5 мы проанализируем доступные экспериментальные данные и обсудим возможные следствия измерения показателя степени функции распределения. В разд. 6 мы предложим метод определения характеристик образования пыли на основе полученной теории.

## 2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Сначала сформулируем задачу математически. Пылевые частицы, появившиеся в результате хрупкого разрушения, являются фрагментами твердого тела. Для того чтобы получить их, нужно разделить это тело на фрагменты согласно какому-то закону. В предположении масштабного подобия этот закон не должен зависеть от размеров фрагментов. Будем мысленно удалять эти фрагменты из тела в порядке уменьшения их размеров и нумеровать их индексом  $n$ . Функция распределения фрагментов по размеру не будет зависеть от формы начального тела толь-

ко для фрагментов, размеры которых много меньше размеров начального тела. Поэтому в дальнейшем мы предполагаем, что  $n \gg 1$ .

Подчеркиваем, что указанный способ нумерования фрагментов никак не связан с порядком образования фрагментов при реальном дроблении тела. Любые последующие дробления фрагментов на более мелкие куски автоматически учитываются представляемой моделью, так как предполагается нумерация фрагментов после окончания всех дроблений.

Обозначим объем тела, оставшегося от исходного после удаления  $n$ -го фрагмента,  $V_n$  и площадь его поверхности  $S_n$ . Величины  $V_n, S_n$  и характерный размер  $r_n$   $n$ -го фрагмента можно связать рекуррентными выражениями

$$V_n = V_{n-1} - c_1 r_n^3, \quad (1)$$

$$S_n = S_{n-1} + c_2 r_n^2, \quad (2)$$

где  $c_1$  и  $c_2$  — коэффициенты, зависящие от формы удаляемых фрагментов. Благодаря предположению масштабного подобия эти коэффициенты не зависят от размеров удаляемого фрагмента и его номера. Коэффициент  $c_1$  положителен, так как при удалении фрагмента объем остающегося тела всегда уменьшается. Коэффициент  $c_2$  может быть как положительным, так и отрицательным.

Для того чтобы замкнуть рекуррентную схему, необходимо выразить размер следующего удаляемого фрагмента,  $r_{n+1}$ , через объем и площадь поверхности остающегося тела,  $V_n$  и  $S_n$ . После удаления большого числа фрагментов размер удаляемых частей станет много меньше размеров исходного тела. При этом локальная структура остатка больше не зависит от формы исходного тела, а определяется только формой удаляемых фрагментов. При росте  $n$  локальная структура тела остается самоподобной, так как способ построения одинаков на любом масштабе. Разница будет только в размерах этих элементов. Из гипотезы масштабного подобия следует, что размер удаляемого фрагмента пропорционален размеру этих элементов. Линейный размер этих элементов может быть определен как отношение его объема к площади поверхности. При таком способе определения результат не зависит от количества элементов структуры, так как объем и площадь поверхности растут линейно с количеством этих элементов. Таким образом, мы получаем требуемое выражение:

$$r_{n+1} = c_3 V_n / S_n, \quad (3)$$

где  $c_3$  — положительный коэффициент, зависящий от формы удаляемых фрагментов.

В дальнейшем удобно анализировать последовательность  $q_n = S_n^3 / V_n^2$  вместо последовательностей  $V_n, S_n$  и  $r_n$ . Рекуррентное выражение для  $q_n$ , найденное из (1), (2) и (3), не содержит других переменных:

$$q_{n+1} = q_n \frac{(1 + c_2 c_3^2 / q_n)^3}{(1 - c_1 c_3^3 / q_n)^2}. \quad (4)$$

Эта последовательность стремится к ненулевой постоянной  $q_\infty$  или к бесконечности, причем второй случай реализуется только при выполнении условия

$$3c_2 + 2c_1 c_3 > 0. \quad (5)$$

В первом случае рекуррентные выражения (1) и (2) при  $n \gg 1$  могут быть упрощены:

$$V_{n+1} = V_n (1 - c_1 c_3^3 / q_\infty), \quad (6)$$

$$S_{n+1} = S_n (1 + c_2 c_3^2 / q_\infty). \quad (7)$$

Формула (4) в этом пределе запишется в виде

$$(1 - c_1 c_3^3 / q_\infty)^2 = (1 + c_2 c_3^2 / q_\infty)^3. \quad (8)$$

Из формул (6) и (7) следует, что последовательности  $V_n$  и  $S_n$  — геометрические прогрессии:

$$V_n \propto (1 - c_1 c_3^3 / q_\infty)^n, \quad (9)$$

$$S_n \propto (1 + c_2 c_3^2 / q_\infty)^n. \quad (10)$$

Подставляя (9) и (10) в (3), получаем

$$r_n \propto (1 - c_1 c_3^3 / q_\infty)^{n/3}, \quad (11)$$

где для упрощения мы использовали выражение (8). Отсюда можно получить функцию распределения фрагментов по размеру:

$$f(r) = \left| \frac{dn}{dr} \right| \propto \frac{1}{r}. \quad (12)$$

Такой результат не наблюдался в эксперименте, поэтому исследуем второй случай.

Если последовательность  $q_n$  стремится к бесконечности, выражение (4) можно разложить при  $q_n \gg 1$ :

$$\begin{aligned} q_{n+1} &\approx q_n \left( 1 + \frac{3c_2 c_3^2 + 2c_1 c_3^3}{q_n} \right) = \\ &= q_n + (3c_2 c_3^2 + 2c_1 c_3^3). \end{aligned} \quad (13)$$

При  $n \gg 1$  последовательность  $q_n$  растет линейно:

$$q_n \sim (3c_2c_3^2 + 2c_1c_3^3) n. \quad (14)$$

Зависимость  $V_n(n)$  следует из выражений (1) и (14):

$$V_{n+1}/V_n = 1 - c_1c_3^3/q_n, \quad (15)$$

откуда мы получаем асимптотическое поведение  $V_n$ :

$$V_n \propto n^{-c_1c_3^3/(3c_2c_3^2+2c_1c_3^3)}. \quad (16)$$

Аналогично, выражение для площади поверхности остающегося тела следует из формул (2) и (14):

$$S_n \propto n^{c_2c_3^2/(3c_2c_3^2+2c_1c_3^3)}. \quad (17)$$

Подстановка (16) и (17) в (3) дает

$$r \propto n^{-(c_2c_3^2+c_1c_3^3)/(3c_2c_3^2+2c_1c_3^3)}. \quad (18)$$

Из этой зависимости получаем функцию распределения по размеру:

$$f(r) = \left| \frac{dn}{dr} \right| \propto r^{-\alpha}, \quad \alpha = 3 + \frac{1}{1 + c_1c_3/c_2}. \quad (19)$$

Из условия (5) можно получить, что параметр  $\alpha$  находится в интервале от 1 до 4. Все известные экспериментальные результаты попадают в этот интервал.

В случае дробления  $N$ -мерного тела аналогичные вычисления дают допустимый диапазон для параметра  $\alpha$  от 1 до  $N + 1$ .

### 3. АНАЛОГИЯ С ФРАКТАЛАМИ

Дробление тела в приведенной выше модели напоминает алгоритм построения фрактала и может быть описано в терминах фрактальной геометрии. Есть связь между показателем функции распределения фрагментов по размеру и фрактальной размерностью упаковки. Последняя определена как размерность Хаусдорфа–Безиковича остаточного множества [18].

Представленная модель предполагает дробление тела на бесконечное количество областей, в совокупности полностью заполняющих начальное тело. Такая же ситуация реализуется в покрывающих упаковках, например касательной упаковке шаров [19, 20]. Однако покрывающие упаковки обычно самоподобны. Это сильно усложняет математические выкладки. Поэтому мы выведем основное выражение на примере самоподобного фрактала типа ковра Серпинского [18, 21].

При построении фрактала такого типа на каждой стадии построения удаляется несколько фрагментов одинаковой формы и размера. Построение фрактала характеризуется двумя параметрами: отношением линейных размеров фрагментов, удаляемых на соседних стадиях ( $k_1 > 1$ ), и отношением количества удаляемых фрагментов на соседних стадиях ( $k_2 > 1$ ). Обозначив номер стадии построения  $i$ , выразим через него номер  $n$  удаляемого фрагмента и его размер  $r$ ,

$$n = 1 + k_2 + k_2^2 + \dots + k_2^i = \frac{k_2^{i+1} - 1}{k_2 - 1}, \quad (20)$$

$$r \propto k_1^{-i}, \quad (21)$$

и найдем связь между ними при  $i \gg 1$ :

$$n \propto r^{-\log_{k_1} k_2}. \quad (22)$$

Логарифм  $\log_{k_1} k_2$  равен размерности  $D$  остаточного множества [18, 21]. Таким образом, получаем функцию распределения удаляемых фрагментов по размеру:

$$f(r) = \left| \frac{dn}{dr} \right| \propto r^{-1-D}, \quad \alpha = 1 + D. \quad (23)$$

Справедливость этого выражения доказана для некоторых самоподобных фракталов, в частности для касательных упаковок [22, 23]. Есть основания надеяться, что это выражение справедливо для любого дробления тела, соответствующего представленной модели.

Размерность остаточного множества в трехмерном пространстве очевидно находится в интервале между 0 и 3. Таким образом, допустимый интервал значений для  $\alpha$  естественным образом следует из размерности дробимого тела. Однако результат, полученный в разд. 2, более общий, так как изначально не предполагалась дробно-размерная природа хрупкого разрушения, а также найдена связь показателя функции распределения фрагментов по размеру с геометрией дробления.

Проиллюстрируем геометрию дробления для разных величин параметра  $\alpha$ . Случай больших  $\alpha$  может быть представлен кубом Серпинского (рис. 2), т. е. трехмерным аналогом ковра Серпинского [18], для которого  $\alpha \approx 3.97$ . Особенность геометрии куба Серпинского состоит в том, что при его построении остающееся тело имеет большую площадь поверхности.

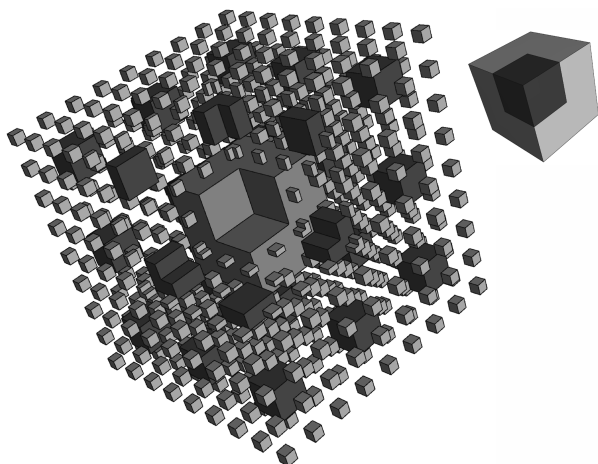


Рис. 2. Три поколения фрагментов куба Серпинского с вырезом. Вырезанный фрагмент показан справа

Более строго, комбинация коэффициентов в выражении (19) может быть интерпретирована следующим образом:

$$\frac{c_1 c_3}{c_2} = - \frac{\Delta V_n}{\Delta S_n} \bigg/ \frac{V_n}{S_n}, \quad (24)$$

где

$$\Delta V_n = V_{n+1} - V_n, \quad \Delta S_n = S_{n+1} - S_n.$$

Разность  $\Delta V_n$  всегда отрицательна и по величине равна объему  $V_n^*$   $n$ -го фрагмента. Величина  $\Delta S_n$  может отличаться от площади поверхности  $S_n^*$   $n$ -го фрагмента из-за частичного совпадения поверхности фрагмента с поверхностью тела, из которого его удаляют. В кубе Серпинского удаляемые фрагменты не соприкасаются друг с другом, поэтому  $\Delta S_n = S_n^*$  и  $c_2$  имеет максимальное (положительное) значение для фрагментов такой формы и размера. Следовательно, выражение (24) принимает вид

$$\frac{c_1 c_3}{c_2} = \frac{V_n^*}{S_n^*} \bigg/ \frac{V_n}{S_n}. \quad (25)$$

Площадь поверхности удаляемого фрагмента равна площади поверхности, содержащейся в одной ячейке куба, но объем, остающийся в этой ячейке, в 26 раз больше, чем у фрагмента. Поэтому величина (25) мала ( $\approx 1/26$ ), а параметр  $\alpha$  в (19) близок к 4.

При построении трехмерного аналога треугольника Серпинского [18] из тетраэдра удаляется его центральный октаэдр так, чтобы остались четыре

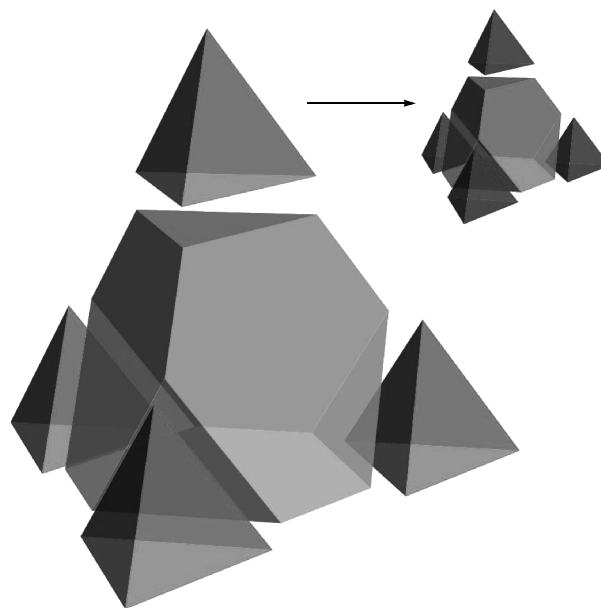


Рис. 3. Схема дробления модифицированного тетраэдра Серпинского с размерностью 1.4

тетраэдра в два раза меньшего размера. Для него  $\alpha = 3$ . Это пограничный случай, соответствующий  $c_2 = 0$ , т. е. площадь поверхности остаточного множества не меняется в процессе удаления фрагментов. Если удаляемый фрагмент увеличить так, чтобы остающиеся четыре тетраэдра стали меньше (рис. 3), то  $k_1 > 2$ ,  $k_2 = 4$ ,  $c_2 < 0$ , и, следовательно, абсолютная величина показателя распределения уменьшится. Предельный случай остающихся очень маленьких тетраэдров соответствует  $\alpha = 1$ , что является другим предельным случаем представленной модели.

Заметим, что представленные фракталы не в полной мере соответствуют изложенной выше математической модели: коэффициент  $c_3$  колеблется как функция номера фрагмента. Поэтому для использования формулы (19) следует брать среднее значение  $c_3$ .

В работе [5] была обнаружена фрактальная структура отдельной пылевой частицы на подложке. Измеренная размерность этой структуры,  $2.2 \pm 0.2$ , близка к значению параметра  $\alpha \approx 2.3 \pm 0.1$  для этой же самой пыли. Поскольку измеренная размерность не обязана совпадать с размерностью остаточного множества при самоподобном дроблении, это совпадение не противоречит выражению (23), полученному из основ фрактальной геометрии.

#### 4. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ПРЕДПОЛОЖЕНИЯ

Экспериментальные данные показывают значительный разброс измеренных значений параметра  $\alpha$ , что, видимо, соответствует разным законам дробления в различных экспериментальных установках. Сложно однозначно связать закон фрагментации с показателем степени. Поэтому мы проанализируем несколько разумных способов дробления, вычислим для них величину  $\alpha$  и сопоставим особенности геометрии дробления с функцией распределения фрагментов по размеру.

Во-первых, предположим регулярность формы фрагментов. В общем случае  $\Delta V_n = -V_n^*$  и  $|\Delta S_n| \leq S_n^*$ . Отсюда следует, что

$$\left| \frac{\Delta V_n}{\Delta S_n} \right| \geq \frac{V_n^*}{S_n^*}. \quad (26)$$

Подстановка (26) в выражение (25) дает

$$\left| \frac{c_1 c_3}{c_2} \right| \geq \left| \frac{V_n^*}{S_n^*} / \frac{V_n}{S_n} \right|. \quad (27)$$

Если форма каждого фрагмента регулярнее формы остаточного множества, то правая часть неравенства (27) (как и левая) много больше единицы. Следовательно, показатель степени в функции распределения (19) отличается от  $-3$  на малую величину. В случае дробления  $N$ -мерного тела аналогичные рассуждения дают показатель, близкий к  $-N$ .

При предположении регулярности формы удаляемых фрагментов разумно также предполагать, что  $c_2 > 0$ , так как маловероятно, что значительная часть поверхности удаляемого фрагмента будет совпадать с поверхностью остаточного множества. В этом предположении допустимый диапазон для показателя при дроблении  $N$ -мерного тела сужается до интервала от  $-N - 1$  до  $-N$ , а эти интервалы для разных  $N$  становятся неперекрывающимися.

Во-вторых, примем во внимание экспериментально наблюдавшуюся форму фрагментов. В работе [2] были сфотографированы отдельные мелкие пылевые частицы, и они оказались сферическими. Заполнение пространства шарами изучалось в связи с задачей о касательных упаковках [19, 20]. Особенностью касательных упаковок является то, что на каждом шаге построения в остающееся тело вписывается шар максимально возможного размера. Касательная упаковка в трехмерном пространстве соответствует  $\alpha \approx 3.47$  [24]. Касательная упаковка дисков в двумерном пространстве дает  $\alpha \approx 2.3$ .

В-третьих, используем энергетические соображения. Хрупкое разрушение энергетически выгоднее,

чем испарение, но тоже требует энергии на образование поверхности. Если энергия играет существенную роль в разрушении твердого тела, то разумно ожидать дробления с минимальным образованием поверхности фрагментов. Любая упаковка сфер будет энергетически невыгодной, так как сфера может касаться соседних сфер не более, чем в одной точке, и не будет общего для двух фрагментов элемента поверхности. Примером энергетически выгодного дробления может служить модифицированный тетраэдр Серпинского, для которого площадь поверхности остаточного множества убывает, а суммарная площадь поверхности удаленных фрагментов остается ограниченной.

Есть компромиссный вариант между использованием шарообразных фрагментов и энергетически выгодным дроблением. В модифицированном тетраэдре Серпинского параметр  $k_1$  свободный. Мы можем подобрать его значение так, чтобы остающиеся после дробления фрагменты были максимально близки по форме к шарам. В качестве критерия сферичности можно взять отношение  $V_n^*/S_n^*$ , принимающее максимальное значение для шара. Оптимизация этой величины для модифицированного тетраэдра Серпинского соответствует  $\alpha \approx 2.4$  (рис. 3).

#### 5. ОБСУЖДЕНИЕ

В нескольких экспериментах по измерению распределения пыли по размеру получены значения параметра  $\alpha$  в диапазоне от 2.2 до 2.3 с точностью измерения 0.1 [3, 5]. Близкие значения дают касательная упаковка дисков ( $\alpha \approx 2.3$ ) и модифицированный тетраэдр Серпинского ( $\alpha \approx 2.4$ ). Получается, что такое дробление возможно при энергетически избыточном двумерном дроблении или при энергетически эффективном трехмерном дроблении. Первый вариант кажется более реалистичным, так как глубина проникновения частиц плазмы в вещество (а значит, и глубина хрупкого разрушения) в этих экспериментах меньше наименьшего размера пылинок, для которых измерено распределение по размеру. Также двумерное дробление может быть результатом наличия в термоядерных установках большого количества слоистых переосажденных из пара или плазмы материалов, для которых отслаивание может быть энергетически выгодным по сравнению с объемным дроблением.

Некоторые эксперименты демонстрируют большие значения коэффициента  $\alpha$  [6, 7]. В работе [6] измерено не только распределение пыли по разме-

ру в диапазоне размеров от 2 до 40 мкм, но и глубина эрозии в одном выстреле (около 10 мкм). Эти результаты могли бы продемонстрировать переход от двумерного дробления к трехмерному. Для частиц, меньших глубины разрушения, величина  $\alpha \approx 3.3$ , что возможно только при трехмерном разрушении и заметно отличается от значения 2.3 в работах [3, 5]. К сожалению, статистика для частиц, больших 10 мкм, недостаточна для количественного анализа.

Показатель, близкий к  $-3.47$  и соответствующий трехмерной касательной упаковке шаров, наблюдался не только для пыли в плазменных установках [25, 26]. Во-первых, измеренный показатель распределения по размеру межзвездной пыли находится в интервале от  $-3.6$  до  $-3.3$  для всех исследовавшихся материалов. Во-вторых, хрупко разрушенные материалы (угольная пыль в шахтах, разбитое свинцовое стекло) имеют размерность, измеренную химическими способами, соответствующую показателю, приблизительно равному  $-3.5$ . Конечно, в данном случае измеренная размерность — это размерность поверхности фрагментов разрушенного тела, а не размерность остаточного множества, но при показателе, меньшем  $-3$ , они равны.

Наблюдаемое распределение пыли по размеру может изменяться из-за столкновений фрагментов. Если столкновения скругляют углы фрагментов (аналогично полировке гальки друг о друга морскими волнами), то в результате будет получаться дробление начального тела, схожее с дроблением по схеме упаковки касательных сфер. Таким образом, показатель распределения по размерам, близкий к  $-3.5$ , может быть результатом долговременной столкновительной эволюции пылинок.

Несколько факторов, не включенных в модель, могут быть причиной отличия предсказанных значений от экспериментально измеренных. Подсчет и измерение размеров пылинок проводится после их осаждения на подложку. Пылевые частицы могут слипаться или изменять форму по пути к подложке и при ударе о нее, могут перекрывать друг друга на подложке и т. д. Следовательно, для получения максимальной информации при использовании представленной теории надо минимизировать эволюцию пыли по пути до детектора.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе показано, что предположение масштабного самоподобия хрупкого разрушения приводит к

степенному распределению по размеру получающихся фрагментов. Найдена связь показателя функции распределения с геометрией дробления и фрактальной размерностью упаковки фрагментов. Показано, что возможный диапазон изменения показателя функции распределения для дробления двумерного тела составляет от  $-3$  до  $-1$ , а для трехмерного — от  $-4$  до  $-1$ . Таким образом, получение экспериментально измеренного значения показателя функции распределения по размеру фрагментов твердого тела, меньшего  $-3$ , свидетельствует об объемном типе хрупкого разрушения. В предположении регулярности формы фрагментов допустимые диапазоны показателя сужаются: для двумерного от  $-3$  до  $-2$ , для трехмерного от  $-4$  до  $-3$ . Такие непересекающиеся интервалы позволяют однозначно указать тип разрушения (объемный и поверхностный) по измеренному показателю функции распределения.

Если разрушаемое тело является пластиной характерной толщины (например, разрушение поверхности твердого тела), то для фрагментов больше этой величины разрушение имеет двумерный тип, а для меньших — трехмерный. Таким образом, по переходу локального показателя функции распределения через значение  $-3$  можно определять толщину разрушаемого слоя поверхности твердого тела.

Авторы приносят искреннюю благодарность С. А. Аракчееву, А. В. Бурдакову, И. Е. Гаркуше, Д. И. Сковородину, А. В. Судникову, М. Ширатани и А. А. Шошину. Работа выполнена при финансовой поддержке гранта НШ-5118.2012.2 Президента РФ, Министерства науки и образования РФ (гранты №№ 2.1.1/11062, 14.740.11.0053) и РФФИ (грант № 11-02-00563).

## ЛИТЕРАТУРА

1. C. E. Junge, *Air Chemistry and Radioactivity*, Acad. Press, New York (1963), p. 116.
2. K. Koga, S. Iwashita, S. Kiridoshi et al., *Plasma and Fusion Research: Regular Articles* 4, 034 (2009).
3. L. N. Khimchenko, V. M. Gureev, G. Federici et al., in *Proc. 21th IAEA Fusion Energy Conf.* (Chengdu, 2006), [http://www-naweb.iaea.org/napc/physics/fec/fec2006/papers/ex\\_4-5ra.pdf](http://www-naweb.iaea.org/napc/physics/fec/fec2006/papers/ex_4-5ra.pdf).
4. L. N. Khimchenko, V. M. Gureev, S. A. Kamneva et al., in *Proc. 33th EPS Conf. Plasma Phys.* (Rome, 2006), [http://epsppd.epfl.ch/Roma/pdf/P4\\_091.pdf](http://epsppd.epfl.ch/Roma/pdf/P4_091.pdf).

5. L. N. Khimchenko, J. Compan, G. Federici et al., in *Proc. 34th EPS Conf. on Plasma Phys.* (Warsaw, 2007), [http://epsppd.epfl.ch/Warsaw/pdf/O2\\_006.pdf](http://epsppd.epfl.ch/Warsaw/pdf/O2_006.pdf).
6. A. V. Arzhannikov, V. T. Astrelin, A. V. Burdakov et al., *Fusion Sci. Techn.* **35**, 146 (1999).
7. A. B. Kukushkin and V. A. Rantsev-Kartinov, in *Proc. 7-th Symp. on «Current Trends in International Fusion Research»: A Review* (Washington, D. C., USA, March, 2007), <http://www.physicsessays.com/doc/s2007/sk-wash-07.pdf>.
8. S. K. Friedlander, *J. Meteorology* **17**, 5 (1960).
9. J. Winter, *Plasma Phys. Control. Fusion* **46**, B583 (2004).
10. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Физическая кинетика*, Наука, Москва (1979).
11. J. Winter, *Plasma Phys. Control. Fusion* **40**, 1201 (1998).
12. O. V. Ogorodnikova, Y. Koza, J. Linke et al., *J. Nucl. Mater.* **337**, 791 (2005).
13. A. V. Burdakov, M. N. Chagin, V. V. Filippov et al., *J. Nucl. Mater.* **233**, Part 1, 697 (1996).
14. M. Rubel, M. Cecconello, J. A. Malmberg et al., *Nucl. Fusion* **41**, 1087 (2001).
15. J. Linke, M. Rubel, J. A. Malmberg et al., *Phys. Scr.* **T91**, 36 (2001).
16. J. Linke, S. Amouroux, E. Berthe et al., *Fus. Eng. Des.* **66–68**, 395 (2003).
17. Y. Koza, S. Amouroux, B. N. Bazylev et al., *Phys. Scr.* **T111**, 167 (2004).
18. B. B. Mandelbrot, *The Fractal Geometry of Nature*, Freeman, San Francisco (1982).
19. D. W. Boyd, *Canadian J. Math.* **13**, 59 (1970).
20. D. W. Boyd, *Canadian J. Math.* **25**, 303 (1973).
21. J. Feder, *Fractals*, Plenum Press, New York (1989).
22. D. W. Boyd, *Mathematika* **20**, 170 (1973).
23. D. W. Boyd, *Math. Comp.* **39**, 249 (1982).
24. M. Borkovec, W. de Paris, and R. Peikert, *Fractals* **2**, 521 (1994).
25. J. S. Mathis, W. Rumpl, and K. H. Nordsieck, *Astron. J.* **217**, 425 (1977).
26. D. Avnir and D. Farin, *Nature* **308**, 261 (1984).