

СИММЕТРИЗАЦИЯ КУЛОНОВСКОГО СПАРИВАЮЩЕГО ПОТЕНЦИАЛА ЭЛЕКТРОН-ФОНОННЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

*В. И. Белявский**, *В. В. Капаев*, *Ю. В. Капаев*, *Д. И. Михаилян*

*Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук
119991, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 27 декабря 2011 г.

Показано, что в системах с нестиномг контура Ферми кулоновское сверхпроводящее спаривание может быть описано квазиодномерным потенциалом, осциллирующим в реальном пространстве. Дополнение такого отталкивательного потенциала изотропным спаривающим притяжением, соответствующим фоновому механизму сверхпроводимости и включающим эффект преимущественного рассеяния вперед при электрон-фононном взаимодействии, приводит к симметризации этого потенциала и существенному повышению температуры сверхпроводящего перехода.

1. ВВЕДЕНИЕ

Вскоре после открытия высокотемпературной сверхпроводимости [1] было сделано предположение о том, что в основе необычного сверхпроводящего (SC) спаривания в купратах лежит механизм электронного происхождения [2] и что для описания электронных корреляций достаточна модель Хаббарда [3].

Механизм SC-спаривания при отталкивании был предложен вскоре после создания микроскопической теории Бардина–Купера–Шриффера (BCS) [4] и Боголюбова [5] при рассмотрении сверхпроводимости переходных металлов в рамках двухзонной модели [6, 7].

Коном и Латинджером [8] было показано, что к SC-спариванию может приводить потенциал отталкивания, который принимает отрицательные значения в некоторой конечной области реального пространства. Таким свойством обладает, например, экранированный кулоновский потенциал в вырожденном ферми-газе, проявляющий фриделевские осцилляции.

Механизм Кона–Латинджера [8] приводит к связанному состоянию относительного движения пары частиц. Вывод о том, что при спаривающем отталкивании основная SC-неустойчивость развивается в триплетном p -канале [9], подтвержден в расширенной модели Хаббарда в пределе малой плотно-

сти [10]. Спариванию в p - или d -каналах при отталкивании обычно соответствует низкая температура SC-перехода T_c [11]. Однако, как утверждает в работах [12, 13], в $2D$ -системе при синглетном d -спаривании и заполнении разрешенной зоны, близком к половинному, даже слабое внутрицентровое отталкивание, усиленное зонными эффектами, может значительно увеличить T_c , несмотря на ограничения на SC-спаривание при кулоновском отталкивании электронов в p - и d -состояниях [14].

В качестве физической причины спаривания в обычных сверхпроводниках принято рассматривать электрон-фононное взаимодействие (ЭФВ), при этом ширина слоя эффективного притяжения электронов в импульсном пространстве соответствует характерной энергии фонона $\varepsilon_D = \hbar\omega_D$, где ω_D — дебаевская частота. Если предположить, что сверхпроводимость купратов соответствует фоновому сценарию, а роль кулоновского взаимодействия сводится к «переключению» симметрии щели с s -волновой на d -волновую [15–18], то оказывается, что высокие значения T_c могут быть получены только при весьма больших значениях ЭФВ-константы связи и учете анизотропии спаривания из-за преобладающего вклада рассеяния вперед (*forward scattering*) [19, 20].

Необычный изотопический эффект, наблюдаемый в купратах [21], указывает на необходимость одновременного учета кулоновского и ЭФВ-вкладов в спаривающее взаимодействие. В пренебреже-

*E-mail: vib45@mail.ru

нии вкладом механизма Кона–Латинджера учет кулоновского отталкивания в рамках фононной модели сверхпроводимости [5] показывает, что для возникновения связанного состояния куперовской пары необходимо, чтобы ЭФВ-константа связи V превышала не кулоновскую энергию U (порядка внутрицентральной энергии в модели Хаббарда), а ее логарифмически ослабленное значение $U/[1 + Ug \ln(\mu/\varepsilon_D)]$, где μ — энергия Ферми, g — плотность состояний на один спин на уровне Ферми. В металлах $\mu \gg \varepsilon_D$, что соответствует заметному ослаблению влияния кулоновского отталкивания на SC-спаривание по ЭФВ-сценарию. В допированных купратах $\mu \sim \varepsilon_D$, а кулоновская энергия существенно превышает значения, типичные для металлов. Поэтому для проявления ЭФВ-механизма спаривания необходимо выполнение более сильного неравенства $V > U$.

Энергетическая щель в теории BCS [4, 5] и энергия связанного состояния куперовской пары в задаче двух частиц [22] фактически одинаково зависят от константы связи. В настоящей работе кулоновское спаривание с большим импульсом [23] исследовано в рамках задачи Купера с учетом вклада ЭФВ-механизма, включая эффект преимущественного рассеяния вперед.

2. СПАРИВАНИЕ С БОЛЬШИМ ИМПУЛЬСОМ

Эффективность механизма Кона–Латинджера значительно возрастает из-за усиления сингулярности экранирования при нестинге контура Ферми (FC), когда на противоположных сторонах односвязного FC имеются участки, на которых закон дисперсии удовлетворяет условию

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = -\varepsilon(\mathbf{Q} - \mathbf{p}) \quad (1)$$

при некотором перпендикулярном этим участкам импульсе нестинга \mathbf{Q} . Этот импульс определяет период $2\pi/Q$ одномерной волны плотности заряда (CDW). Спектр квазичастиц имеет вид

$$\epsilon(\mathbf{p}; \mathbf{Q}) = \epsilon_{\pm}(\mathbf{p}; \mathbf{Q}) \pm \sqrt{\epsilon_{\pm}^2(\mathbf{p}; \mathbf{Q}) + D^2(\mathbf{p}; \mathbf{Q})}. \quad (2)$$

Здесь $2\epsilon_{\pm}(\mathbf{p}; \mathbf{Q}) = \varepsilon(\mathbf{p}) \pm \varepsilon(\mathbf{Q} - \mathbf{p})$, а $D(\mathbf{p}; \mathbf{Q})$ — параметр порядка, описывающий электрон-дырочное спаривание. Нестинг FC может также способствовать возникновению волн плотности спина, плотности тока заряда и плотности тока спина [24].

Благодаря нестингу, могут оказаться отличными от нуля аномальные средние $\langle \hat{c}_{\mathbf{p}\sigma}^{\dagger} \hat{c}_{\mathbf{p}-\mathbf{Q}\sigma} \rangle$, поскольку

если импульс \mathbf{p} электрона со спином $\sigma = \pm 1/2$ принадлежит одной из сторон FC, то импульс $\mathbf{p} - \mathbf{Q}$ другого электрона с таким же спином принадлежит противоположной его стороне. Поскольку оператор $\hat{c}_{\mathbf{p}-\mathbf{Q}\sigma}$ уничтожения электрона с импульсом $\mathbf{p} - \mathbf{Q}$ и спином σ рождает дырку с импульсом $\mathbf{Q} - \mathbf{p}$ и спином $\bar{\sigma} \equiv -\sigma$, рассматриваемое аномальное среднее соответствует рождению электронно-дырочной пары с суммарным импульсом \mathbf{Q} .

На участках FC, удовлетворяющих условию (1), возникает диэлектрическая щель $2|D(\mathbf{p}; \mathbf{Q})|$. Спаривание в канале частица–дырка уменьшает спектральный вес канала частица–частица, одновременно приводя к гигантскому увеличению плотности состояний непосредственно над и под диэлектрической щелью. Как следствие, увеличивается эффективная константа спаривающего SC-взаимодействия [25].

Перераспределение спектрального веса между SC- и диэлектрической ветвями спектра элементарных возбуждений приводит к подавлению больших передач импульса при рассеянии в спаривающем взаимодействии. Соответственно, возрастает роль области импульсного пространства, на которую приходятся фриделевские осцилляции экранированного кулоновского взаимодействия [26].

Пространственный шахматный порядок в SC-состоянии и страйп-упорядочение псевдоцелового (PG) состояния, наблюдаемые в купратах [27], указывают на возникновение волны плотности куперовских пар (PDW) [28], характеризуемой некоторым импульсом \mathbf{K} , имеющим смысл импульса центра масс пары, который определяет пространственный период PDW.

Отличный от нуля импульс куперовской пары, вообще говоря, приводит к подавлению сингулярности в уравнении самосогласования, описывающем SC-спаривание. При этом спектр элементарных возбуждений приобретает вид

$$E(\mathbf{p}; \mathbf{K}) = \epsilon_{-}(\mathbf{p}; \mathbf{K}) \pm \sqrt{\epsilon_{\pm}^2(\mathbf{p}; \mathbf{K}) + \Delta^2(\mathbf{p}; \mathbf{K})}, \quad (3)$$

где $2\epsilon_{\pm}(\mathbf{p}; \mathbf{K}) = \varepsilon(\mathbf{p}) \pm \varepsilon(\mathbf{K} - \mathbf{p})$, а $\Delta(\mathbf{p}; \mathbf{K})$ — параметр SC-порядка. Из формулы (3) следует, что при $\mathbf{K} = 0$ энергетическая щель $2|\Delta(\mathbf{p}; \mathbf{K})|$ возникает на всей поверхности Ферми, поскольку в отсутствие магнитного поля $\varepsilon(-\mathbf{p}) = \varepsilon(\mathbf{p})$, так что $\epsilon_{-}(\mathbf{p}; 0) \equiv 0$.

В общем случае из-за слагаемого $\epsilon_{-}(\mathbf{p}; \mathbf{K})$ перед квадратным корнем сверхпроводимость при $\mathbf{K} \neq 0$ может существовать лишь при весьма малых \mathbf{K} , как это имеет место в состоянии Фулде–Феррелла–Ларкина–Овчинникова (FFLO) [29, 30] в сверхпроводниках со слабым ферромагнитным упорядо-

чением, приводящим к неэквивалентности поверхностей Ферми для электронов с противоположными ориентациями спинов. В таком случае кинетическая энергия куперовской пары с суммарным импульсом \mathbf{K}

$$2\epsilon_+(\mathbf{k}; \mathbf{K}) = \epsilon(\mathbf{K}/2 + \mathbf{k}) + \epsilon(\mathbf{K}/2 - \mathbf{k}) \quad (4)$$

обращается в нуль, когда импульсы $\mathbf{k}_+ = \mathbf{K}/2 + \mathbf{k} \equiv \mathbf{p}$ и $\mathbf{k}_- = \mathbf{K}/2 - \mathbf{k} \equiv \mathbf{K} - \mathbf{p}$ частиц, образующих синглетную пару, принадлежат этим разным поверхностям Ферми. Здесь \mathbf{k} — импульс относительного движения пары. Состоянию FFLO соответствует длинноволновая пространственная модуляция параметра порядка в виде бегущей [29] или стоячей [30] волн, а также в виде линейных комбинаций решений [29, 30] по кристаллически эквивалентным \mathbf{K} [31].

Щель в спектре (3) проявляется на части FC при условии $|\epsilon_-(\mathbf{p}; \mathbf{K})| < |\Delta(\mathbf{p}; \mathbf{K})|$. С ростом \mathbf{K} величина $|\epsilon_-(\mathbf{p}; \mathbf{K})|$ возрастает, поскольку при одинаковых FC для частиц с противоположными ориентациями спинов разность энергий одночастичных состояний с импульсами \mathbf{p} и $\mathbf{K} - \mathbf{p}$ увеличивается с \mathbf{K} . При этом возникает эффективное обрезание на нижнем пределе интеграла в уравнении самосогласования, чем фактически устраняется логарифмическая сингулярность этого уравнения [32]. В результате его решение (пока оно вообще существует при достаточно малых \mathbf{K}) оказывается возможным, если эффективная константа связи превышает некоторое пороговое значение, увеличивающееся с \mathbf{K} .

Ситуация может измениться радикально, если импульс куперовской пары \mathbf{K} велик, $K \sim \pi/a$, где a — межатомное расстояние, а закон дисперсии таков, что $\epsilon_-(\mathbf{p}, \mathbf{K})$ обращается в нуль на конечной части FC. Это означает выполнение условия зеркального нестинга [23]

$$\epsilon(\mathbf{p}) = \epsilon(\mathbf{K} - \mathbf{p}), \quad (5)$$

устраняющего слагаемое $\epsilon_-(\mathbf{p})$ перед корнем в формуле (30) и, кроме того, сохраняющего логарифмическую сингулярность уравнения самосогласования.

При зеркальном нестинге отличными от нуля могут оказаться аномальные средние $\langle \hat{c}_{\mathbf{p}\uparrow}^\dagger \hat{c}_{\mathbf{K}-\mathbf{p}\downarrow}^\dagger \rangle$, соответствующие синглетным парам частиц с противоположными ориентациями спинов и импульсами \mathbf{p} , $\mathbf{K} - \mathbf{p}$, импульс центра масс которых \mathbf{K} параллелен прямолинейным отрезкам на противоположных сторонах FC. В отличие от куперовского спаривания при нулевом импульсе пары, в SC-спаривание при большом импульсе вносят вклад не все одночастичные состояния внутри зоны Бриллюэна, а только их

часть, принадлежащая некоторой зависящей от \mathbf{K} области кинематического ограничения, существование которой связано с тем, что обе частицы пары должны находиться либо внутри, либо вне FC [23].

Спаривание с большим импульсом согласуется с наблюдаемыми свойствами купратов в SC- и PG-состояниях, объясняя спектроскопические характеристики и пространственную неоднородность этих состояний [33]. Спаривающее отталкивание приводит к нетривиальной топологии параметра порядка, формирующейся в результате конкуренции рассеяния между областями импульсного пространства, в которых параметр порядка имеет разные или одинаковые знаки.

3. СВЯЗАННОЕ СОСТОЯНИЕ КУПЕРОВСКОЙ ПАРЫ

Волновая функция $\varphi(\mathbf{k}; \mathbf{K}) \equiv \varphi(\mathbf{k})$ пары частиц с суммарным импульсом \mathbf{K} и энергией $\epsilon(\mathbf{k}) \equiv 2\epsilon_+(\mathbf{k}; \mathbf{K})$ является нетривиальным решением интегрального уравнения

$$\varphi(\mathbf{k}) + \frac{1}{\epsilon(\mathbf{k}) - E} \int_{\Xi} \frac{d^2 k'}{(2\pi)^2} U(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \varphi(\mathbf{k}') = 0, \quad (6)$$

где E и \mathbf{k} — энергия и импульс относительного движения пары, $\epsilon_+(\mathbf{k}; \mathbf{K})$ определяется выражением (4), а ядро $U(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$ при спаривающем отталкивании всюду положительно в области кинематического ограничения Ξ , по которой проводится интегрирование в формуле (6) и которой принадлежат импульсы относительного движения пары до и после рассеяния (соответственно \mathbf{k}' и \mathbf{k}). При условии $U(\mathbf{k} - \mathbf{k}') > 0$ решение уравнения (6) не может быть знакопостоянной функцией импульса, поэтому область Ξ , в которой определена функция $\varphi(\mathbf{k})$, делится на две части, Ξ_1 и Ξ_2 , в каждой из которых волновая функция сохраняет постоянный знак. Таким образом, волновая функция $\varphi(\mathbf{k})$ имеет линию нулей, на которой $\varphi(\mathbf{k}) = 0$.

Обозначим через \mathbf{k}_i импульс частицы в части Ξ_i области кинематического ограничения ($i = 1, 2$; $\mathbf{k}_i \in \Xi_i$) и будем считать, что $\varphi(\mathbf{k}_1) > 0$; соответственно $\varphi(\mathbf{k}_2) < 0$. Уравнение (6) можно переписать как

$$[\epsilon(\mathbf{k}_i) - E] \varphi(\mathbf{k}_i) + \sum_{j=1}^2 \int_{\Xi_j} \frac{d^2 k_j}{(2\pi)^2} U(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_j) \varphi(\mathbf{k}_j) = 0, \quad (7)$$

где ядро $U(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_j) = U(\mathbf{k}_j - \mathbf{k}_i)$ описывает рассеяние частицы из состояния $\mathbf{k}_i \in \Xi_i$ в состояние $\mathbf{k}_j \in \Xi_j$.

Интеграл в формуле (7) положителен при $i = j$ и отрицателен при $i \neq j$. Это означает, что рассеяние частицы между частями области Ξ с разными знаками волновой функции формально изменяет знак энергии взаимодействия: отталкивание превращается в эффективное спаривающее притяжение.

Для приближенного решения интегрального уравнения (7) можно заменить истинное ядро $U(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_j)$ этого уравнения близким ему вырожденным ядром. Если воспользоваться заменой, соответствующей приближению BCS, то параметры вырожденного ядра U_{ij} находятся с помощью оценки правой части (7) по теореме о среднем,

$$\int_{\Xi_j} \frac{d^2 k_j}{(2\pi)^2} U(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_j) \varphi(\mathbf{k}_j) = U_{ij} \int_{\Xi_j} \frac{d^2 k_j}{(2\pi)^2} \varphi(\mathbf{k}_j) \equiv U_{ij} A_j. \quad (8)$$

Отметим, что в случае спаривающего отталкивания все $U_{ij} > 0$, тогда как A_1 и A_2 имеют разные знаки.

Такой выбор кусочно-постоянного ядра позволяет свести интегральное уравнение (7) к системе линейных однородных уравнений относительно величин A_i , определенных в формуле (8):

$$A_i + L_i(E) \sum_j U_{ij} A_j = 0, \quad (9)$$

где

$$L_i(E) = \int_{\Xi_i} \frac{d^2 k_i}{(2\pi)^2} \frac{1}{\varepsilon(\mathbf{k}_i) - E}. \quad (10)$$

Условие разрешимости системы (9) является уравнением, из которого определяется энергия относительного движения пары частиц. При возникновении связанного состояния энергия E куперовской пары определено меньше ее кинетической энергии $\varepsilon(\mathbf{k})$ при любом импульсе относительного движения, поэтому $L_i(E) > 0$. Интегралы (10) имеют логарифмическую особенность при $E \rightarrow 0$. Пусть $L(E)$ — сингулярная часть этих интегралов. Тогда при $E \rightarrow 0$ оба интеграла отличаются на константу, которой можно пренебречь, положив $L_1(E) = L_2(E) \equiv L(E)$.

Система уравнений (9) имеет нетривиальное решение при $L(E) > 0$, если выполняется условие [7]

$$U_{12}U_{21} - U_{11}U_{22} > 0. \quad (11)$$

В противном случае, когда $U_{12}U_{21} - U_{11}U_{22} \leq 0$, связанное состояние пары при спаривающем отталкивании не возникает. Неравенство (11) заведомо

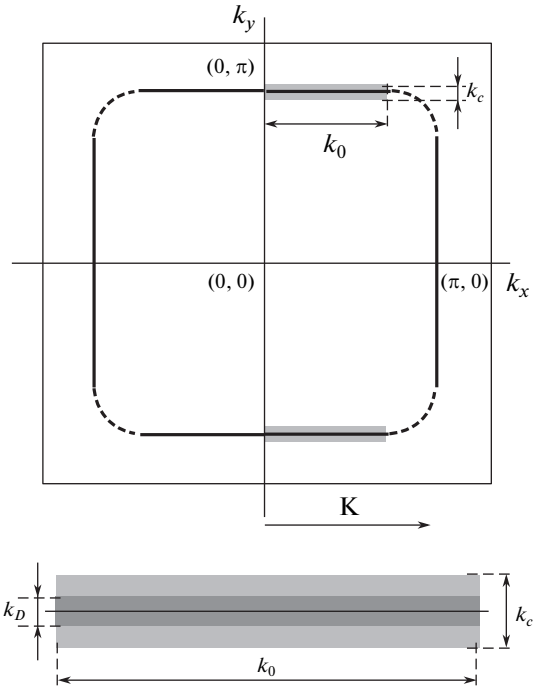


Рис. 1. Односвязный ФС в зоне Бриллюэна представлен жирной линией, на сплошной части которой удовлетворяются условия нестинга. Для импульса куперовской пары \mathbf{K} показана область кинематического ограничения, представляющая две затененные узкие полоски длиной k_0 и шириной k_c , охватывающие прямолинейные участки ФС. Ниже показана структура такой полоски: более темная внутренняя часть шириной k_D соответствует области импульсного пространства, в которой эффективен ЭФВ-механизм спаривания

выполняется в случае экранированного кулоновского взаимодействия, определенного в достаточно малой области кинематического ограничения, когда энергия взаимодействия частиц может быть представлена первыми членами ее разложения в степенной ряд по передаче импульса при рассеянии $\kappa_{ij} = \mathbf{k}_i - \mathbf{k}_j$ [34, 35].

Рассмотрим пару частиц с суммарным импульсом \mathbf{K} вдоль оси k_x (рис. 1). Пусть область кинематического ограничения представляет собой две узкие (шириной k_c) параллельные друг другу и оси k_x полоски длиной k_0 каждая, охватывающие прямолинейные участки ФС. Вблизи такого участка зависимостью энергии частицы от k_x можно пренебречь, а в зависимости от k_y можно сохранить лишь линейный член, поскольку предполагается, что $k_c \ll k_0$. Закон дисперсии электрона, таким образом, прини-

мает вид

$$\varepsilon(\mathbf{k}) = \hbar v_F k_y, \quad (12)$$

где v_F — фермиевская скорость в направлении k_y , импульс отсчитывается от импульса Ферми k_F для этого направления.

Ядро $U(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$ сводится к приближенному вырожденному ядру, поскольку внутри каждой из связанных частей области кинематического ограничения передача импульса при рассеянии вдоль k_y происходит в малом интервале $|\kappa_y| \leq k_c$, а рассеянию между связными частями соответствует $|\kappa_y| \approx 2k_F$, поскольку $k_c \ll k_F$. Поэтому, если предположить, что $U(\kappa)$ является медленно меняющейся функцией передачи импульса в направлении k_x , то можно пренебречь зависимостью ядра от κ_y , положив $U(\kappa_x; \kappa_y) \approx U(\kappa_x; 0)$ при рассеянии внутри связных областей и $U(\kappa_x; \kappa_y) \approx U(\kappa_x; 2k_F)$ при рассеянии между связными областями, и записать ядро в виде первых неисчезающих членов разложения в ряд по степеням κ_x :

$$\begin{aligned} U(\kappa_x; 0) &\approx U_0 r_0^2 (1 - \kappa_x^2 r_0^2 / 2), \\ U(\kappa_x; 2k_F) &\approx U'_0 r_0^2 (1 - \kappa_x^2 r_0^2 / 2). \end{aligned} \quad (13)$$

Для экранированного кулоновского потенциала $U'_0 \approx U_0$, $U_0 = 4\pi U_c$, где U_c — характерная кулоновская энергия, а r_0 имеет смысл радиуса экранирования. Предполагается, что $U(\kappa_x; 0) > 0$ при любых допустимых передачах импульса вдоль k_x . Отсюда следует ограничение на размер k_0 области кинематического ограничения вдоль k_x : $k_0^2 r_0^2 > 2$.

Обозначим

$$\phi(k_x) = \int_0^{k_c} \frac{dk_y}{2\pi} \varphi(k_x, k_y) \quad (14)$$

и преобразуем (7) в одномерное интегральное уравнение для функции (14),

$$\begin{aligned} \phi(k_x) + \frac{U_0 r_0^2 L(E)}{2\pi} \times \\ \times \int_{-k_0/2}^{k_0/2} dk'_x \left(1 - \frac{\kappa_x^2 r_0^2}{2}\right) \phi(k'_x) = 0, \end{aligned} \quad (15)$$

где $\kappa_x^2 = (k_x - k'_x)^2$, а

$$L(E) = \int_0^{k_c} \frac{dk_y}{2\pi} \frac{1}{\hbar v_F k_y - E} \approx \frac{1}{2\pi \hbar v_F} \ln \frac{\hbar v_F k_c}{|E|}, \quad (16)$$

причем предполагается, что энергия связи пары $|E| \ll \hbar v_F k_c$. Интегральное уравнение (15) является уравнением с вырожденным ядром, допускающим точное аналитическое решение.

4. КУЛОНОВСКОЕ СПАРИВАНИЕ

Вырожденное полиномиальное ядро уравнения (15) предполагает решение в виде полинома. Это решение может быть либо четным, $\phi(-k_x) = \phi(k_x)$, либо нечетным, $\phi(-k_x) = -\phi(k_x)$. Как было показано ранее [34], связанному состоянию пары может соответствовать одно из четных решений, которое можно представить в виде $\phi(k_x) = a + bk_x^2$, где a и b — подлежащие определению коэффициенты.

Выполняя интегрирование в формуле (15) и приравнявая нулю коэффициенты при одинаковых степенях импульса, находим систему уравнений для a и b :

$$\begin{aligned} \left[\omega - \frac{1}{3}\alpha + 1\right] a + \left[\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\alpha\right] b' = 0, \\ -\alpha a + \left[\omega - \frac{1}{3}\alpha\right] b' = 0. \end{aligned} \quad (17)$$

Здесь $\omega^{-1} = U_0 r_0^2 L(E) k_0 / 2\pi$, $\alpha = k_0^2 r_0^2 / 8$, $b' = (k_0^2 / 4) b$.

Решение секулярного уравнения для зависящего от энергии связи пары параметра $\omega > 0$ имеет вид

$$\omega = \frac{1}{3}\alpha - \frac{k_n^2 r_0^2}{2}, \quad (18)$$

где

$$k_n^2 = \frac{2}{r_0^2} \left(\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{\alpha}{3} + \frac{\alpha^2}{5}} \right) \quad (19)$$

определяет положения линий нулей $k_x = \pm k_n$ волновой функции пары; в принятом приближении эти линии перпендикулярны оси k_x . Из формулы (18) следует, что $\omega \geq 0$ при любом α . Для отношения коэффициентов a и b' имеем $a/b' = -k_n^2 r_0^2 / 2\alpha$, откуда следует, что $a/b' < 0$ при $0 < \alpha < 5/3$. Следует отметить, что пределы применимости использованной здесь полиномиальной аппроксимации ядра уравнения (15) соответствуют существенно меньшему интервалу значений α : $0 < \alpha < 1/4$.

Таким образом, одномерная волновая функция (14) относительного движения пары может быть записана в виде

$$\phi(k_x) = b(k_x^2 - k_n^2), \quad (20)$$

где единственный коэффициент b должен определяться условием нормировки. Для энергии связи находим

$$|E| = \varepsilon_c \exp(-1/\lambda), \quad (21)$$

где $\varepsilon_c = \hbar v_F k_c$, а безразмерная константа связи определена как

$$\lambda = \frac{2U_0\alpha}{\pi^2\hbar v_F k_0} \left(\frac{\alpha}{3} - \frac{k_n^2 r_0^2}{2} \right). \quad (22)$$

Константа связи зависит от нестинговых свойств ФС. Действительно, $\alpha \sim \sqrt{k_0}$, где k_0 — длина прямолинейного участка ФС, на котором выполняется условие зеркального нестинга. При $\alpha \rightarrow 0$ имеем $\lambda \sim \alpha^{5/2} \rightarrow 0$, что соответствует тому, что энергия связи, формально отличная от нуля при любом α , быстро стремится к нулю при отклонении ФС от зеркального нестинга.

Поскольку в случае спаривающего отталкивания замена истинного ядра уравнения (7) вырожденным полиномиальным ядром (13) допустима лишь при $0 < \alpha < 1/4$, примем для оценок значение $\alpha \approx 0.25$, близкое к предельному. Такое приближение соответствует сильному экранированию кулоновского взаимодействия, если принять, что длина k_0 прямолинейного участка ФС достаточно велика. Выберем также $k_0 \approx 3 \cdot 10^7 \text{ см}^{-1}$. Для ширины полосы кинематического ограничения примем $k_c \approx 3 \cdot 10^6 \text{ см}^{-1}$, так что можно считать, что $k_c \ll k_0$. Полагая также $U_c \approx 10 \text{ эВ}$ и $v_F \approx 10^7 \text{ см/с}$, получим оценку безразмерного отношения $2U_0/\pi^2\hbar v_F k_c \approx 1.32 \cdot 10^2$, что позволяет оценить куперовскую константу связи как $\lambda \approx 0.2$.

Как известно [36], значения константы связи и предэкспоненциального множителя в двухчастичной задаче Купера вдвое меньше соответствующих величин в теории BCS [4]. С учетом удвоения куперовских значений константы связи и предэкспоненциального множителя получаем грубую оценку температуры перехода: $T_c \sim 100 \text{ К}$.

Принятое приближение в виде полинома второй степени для вырожденного ядра, как уже отмечалось, соответствует случаю сильного экранирования кулоновского потенциала. При более слабом экранировании необходим учет более высоких степеней в разложении ядра по передаче импульса при рассеянии, что существенно усложняет анализ решения секкулярного уравнения, но не сильно влияет на порядок величины T_c . Таким образом, механизм спаривания при кулоновском отталкивании на относительно небольшой части ФС с зеркальным нестингом может приводить к температуре SC-перехода, превышающей значения, характерные для ЭФВ-механизма при спаривающем притяжении на всем ФС.

5. ЭФВ В ПРОБЛЕМЕ КУЛОНОВСКОГО СПАРИВАНИЯ

Модель, использованную выше для исследования кулоновского спаривания, можно изменить таким образом, чтобы в схему SC-спаривания с большим импульсом включить механизм сверхпроводимости, наведенной ЭФВ. В этой схеме область кинематического ограничения Ξ возникает как область импульсного пространства, которая ограничивает передачи импульса при взаимодействии частиц, составляющих куперовскую пару с большим импульсом. Вклад ЭФВ в спаривающее взаимодействие, определенное для пары в области Ξ , приносит ограничение по энергии, передаваемой при рассеянии. Обычно принимается, что эффективное притяжение отлично от нуля и постоянно, $U_a(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = -V$, если импульсы частиц до и после рассеяния (соответственно \mathbf{k} и \mathbf{k}') принадлежат прилегающей к ФС полосе импульсного пространства, ширина которой $k_D \sim \omega_D$. В противном случае U_a полагается равным нулю. Энергия электрона $\hbar v_F k_D$, соответствующая импульсу k_D , велика по сравнению с энергией связи пары, $|E| \ll \hbar v_F k_D$, но при этом $k_D < k_c$ или даже $k_D \ll k_c$.

Таким образом, полоса эффективного притяжения целиком лежит в пределах области кинематического ограничения. В этой полосе допускается рассеяние вдоль k_x с ограничением передачи импульса $-k_0 \leq \kappa_x \leq k_0$, как и во всей области Ξ . Малость k_c по сравнению с фермиевским импульсом k_F позволяет свести ядро, соответствующее экранированному кулоновскому отталкиванию, к функциям (13), зависящим только от проекций импульсов \mathbf{k} и \mathbf{k}' на ось k_x .

Однако, если \mathbf{k} и \mathbf{k}' принадлежат полосе эффективного притяжения, то это ядро должно быть изменено:

$$U_0(1 - \kappa_x^2 r_0^2/2) \rightarrow U_0(1 - \kappa_x^2 r_0^2/2) - V. \quad (23)$$

Симметричному ядру (23) соответствуют либо четные, либо нечетные решения, которые, как и в случае $V = 0$, имеют вид полиномов второй степени. Вообще говоря, эти решения имеют разрыв при $k_y = k_D$, поэтому уравнение (15) для волновой функции относительного движения пары следует переписать в виде системы уравнений для двух функций, аргумент одной из которых, $\phi_1(k_x) = a_1 + b_1 k_x^2$, принадлежит полосе эффективного притяжения, а аргумент другой функции, $\phi_2(k_x) = a_2 + b_2 k_x^2$, ей не принадлежит:

$$\begin{aligned}
 & a_1 + b_1 k_x^2 + \frac{U_0 r_0^2 L_1}{\pi} \int_0^{k_0/2} dk'_x \times \\
 & \times \left\{ \left[(1 - \delta) - \frac{\kappa_x^2 r_0^2}{2} \right] (a_1 + b_1 k_x'^2) + \right. \\
 & \left. + \left[1 - \kappa_x^2 r_0^2 / 2 \right] (a_2 + b_2 k_x'^2) \right\} = 0, \\
 & a_2 + b_2 k_x^2 + \frac{U_0 r_0^2 L_2}{\pi} \int_0^{k_0/2} dk'_x \times \\
 & \times \left\{ \left[1 - \frac{\kappa_x^2 r_0^2}{2} \right] (a_1 + b_1 k_x'^2) + \right. \\
 & \left. + \left[1 - \frac{\kappa_x^2 r_0^2}{2} \right] (a_2 + b_2 k_x'^2) \right\} = 0,
 \end{aligned} \tag{24}$$

где $\kappa_x^2 = (k_x - k'_x)^2$, $\delta = V/U_0$,

$$L_1 = \int_0^{k_D} \frac{dk_y}{2\pi} \frac{1}{\hbar v_F k_y - E} \approx \frac{1}{2\pi \hbar v_F} \ln \frac{\hbar v_F k_D}{|E|}, \tag{25}$$

$$L_2 = \int_{k_D}^{k_c} \frac{dk_y}{2\pi} \frac{1}{\hbar v_F k_y - E} \approx \frac{1}{2\pi \hbar v_F} \ln \frac{k_c}{k_D}, \tag{26}$$

приближенные равенства имеют место, если $|E| \ll \ll \hbar v_F k_D \ll \hbar v_F k_c$. В этом приближении, аналогичном использованному в работе [5], лишь $L_1(E)$ зависит от энергии связи пары, так что секулярное уравнение, соответствующее системе уравнений (24), превращается в квадратное уравнение относительно величины $L_1(E)$.

Обозначим через $g = k_0/4\pi^2 \hbar v_F$ плотность состояний на уровне Ферми и рассмотрим предельный случай $\alpha \rightarrow 0$, который фактически означает отсутствие нестинга ФС. Система четырех уравнений, получающаяся из формулы (24), приводит к $b_1 = b_2 = 0$, т. е. к кусочно-постоянной волновой функции $\phi_1(k_x) = a_1$, $\phi_2(k_x) = a_2$ без линии нулей внутри области кинематического ограничения, что сводит (24) к системе двух уравнений:

$$\begin{aligned}
 (\omega_1 + 1 - \delta)a_1 - a_2 &= 0, \\
 a_1 + (\omega_2 + 1)a_2 &= 0,
 \end{aligned} \tag{27}$$

где $\omega_1^{-1} = gU_0 \ln(\hbar v_F k_D/|E|)$, $\omega_2^{-1} = gU_0 \ln(k_c/k_D)$. Здесь k_D — определенная выше ширина прилегающей к ФС полосы, в которой проявляется притяжение электронов, наведенное ЭФВ. Оценка $k_D = \omega_D/v_F$ при дебаевской частоте $\omega_D \approx 10^{12} \text{ с}^{-1}$ при-

водит к $k_D \approx 3 \cdot 10^6 \text{ см}^{-1}$. Связанное состояние существует, если $V > U^*$, где

$$U^* = \frac{U_0}{1 + gU_0 \ln(k_c/k_D)}, \tag{28}$$

что в точности (с заменой фермиевского импульса k_F на ширину полосы кинематического ограничения k_c) согласуется с известным результатом, полученным в модели ЭФВ-спаривания с учетом кулоновского отталкивания [5]. Таким образом, в отсутствие зеркального нестинга решение без линии нулей, подобное s -волновому решению в задаче о спаривании с нулевым импульсом [5], в проблеме спаривания с большим импульсом может возникать лишь при условии, что ЭФВ-константа связи V превышает некоторое пороговое значение U^* . Для выполнения условия $V > U^*$ необходимы весьма большие значения V .

При $\alpha \neq 0$, благодаря зеркальному нестингу ФС, возникает знакопеременное решение для волновой функции относительного движения куперовской пары с большим импульсом, существующее и при $V = 0$. Соответствующая безразмерная константа связи λ является монотонно возрастающей функцией α . Включение ЭФВ-механизма спаривания в схему кулоновского спаривания с большим импульсом приводит к весьма существенному увеличению эффективной константы связи λ уже при относительно небольших значениях безразмерного параметра $\delta = V/U_0$.

В качестве примера рассмотрим еще один предельный случай, когда $\omega_2 \gg 1$, что соответствует относительно небольшим значениям кулоновской константы связи U_0 и отношения $k_c/k_D \geq 1$. В таком случае, как следует из формул (24), $a_2 \sim a_1/\omega_2$, $b_2 \sim b_1/\omega_2$, поэтому система уравнений, получающаяся из формул (24), может быть приближенно сведена к системе двух уравнений для a_1 и b_1 . Условие существования нетривиального решения этой системы приводит к

$$\begin{aligned}
 \omega_1 &= \frac{\alpha}{3} - \frac{1}{2} + \frac{\delta}{2} + \\
 &+ \sqrt{\left(\frac{1-\delta}{2}\right)^2 - \frac{\alpha}{3} + \frac{\alpha^2}{5} + \frac{\alpha\delta}{3}},
 \end{aligned} \tag{29}$$

что при $\delta \rightarrow 0$ совпадает с формулой (18). Из формулы (29) следует, что, благодаря логарифмической зависимости ω_1 от энергии связи куперовской пары, последняя является монотонной быстро возрастающей функцией параметра α , характеризующего степень отклонения ФС от зеркального нестинга (зависимость ω_1 от α показана на рис. 2); при заданном

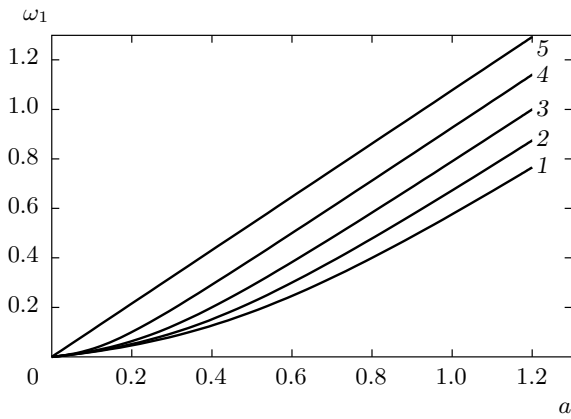


Рис. 2. Зависимость функции ω_1 (29), определяющей энергию связи куперовской пары, от параметра α , качественно отражающего нестинговые свойства ФС. Цифры 1, 2, 3, 4, 5 у линий соответствуют значениям δ , равным соответственно 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 и 1.0

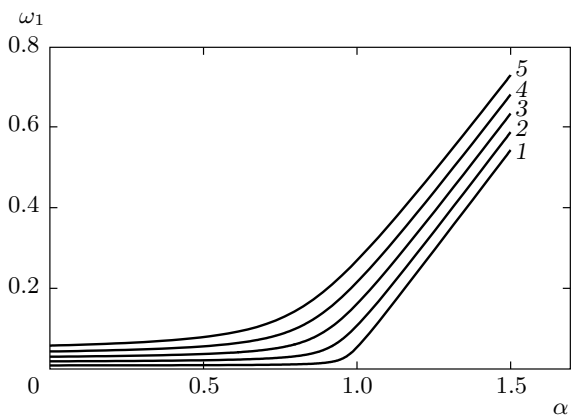


Рис. 3. Зависимость функции ω_1 (29), определяющей энергию связи куперовской пары, от соотношения δ между вкладами ЭФВ- и кулоновского механизмов спаривания. Цифры 1, 2, 3, 4, 5 у линий соответствуют значениям α , равным соответственно 0.05, 0.1, 0.15, 0.2 и 0.25

α функция ω_1 монотонно возрастает с ростом параметра δ , определяющего вклад ЭФВ в кулоновское спаривание, как показано на рис. 3.

6. СПАРИВАЮЩИЙ ПОТЕНЦИАЛ

Если $U(\kappa)$ — матричный элемент энергии взаимодействия, приводящего к SC-спариванию, как функция передачи импульса при рассеянии, то

$$u(\mathbf{r}) = \int U(\kappa) e^{i\kappa \cdot \mathbf{r}} \frac{d^2\kappa}{(2\pi)^2} \quad (30)$$

имеет смысл соответствующей потенциальной энергии пары в реальном пространстве. Спаривающее взаимодействие является интегрально отталкивающим, если

$$U(0) = \int u(\mathbf{r}) d^2r > 0. \quad (31)$$

В случае кулоновского спаривания и области кинематического ограничения в виде двух полосок, охватывающих ФС (рис. 1), компонента κ_x вектора передачи импульса при рассеянии $\kappa = \mathbf{k} - \mathbf{k}'$ изменяется в пределах $-k_0 \leq \kappa_x \leq k_0$, а компонента κ_y — в пределах $-k_c \leq \kappa_y \leq k_c$, если рассеяние происходит внутри полоски, и $\pm 2k_F - k_c \leq \kappa_x \leq \pm 2k_F + k_c$ при рассеянии между полосками. Выберем длину полоски $k_0 = k_F$ (что уже отражено на рис. 1) и предположим, что $k_c \ll k_F$. Тогда зависимостью матричного элемента $U(\kappa)$ от κ_y можно пренебречь, положив в случае рассеяния внутри полосок

$$U(\kappa) \approx 2U(\kappa_x, 0)k_c\delta(\kappa_y). \quad (32)$$

Множитель 2 учитывает рассеяние в каждой из двух полосок, тогда как другой множитель, k_c , отражает тот факт, что область интегрирования по k_y имеет конечную ширину, равную k_c . Аналогично, при рассеянии между полосками имеем

$$U(\kappa) \approx U(\kappa_x, 2k_F)k_c[\delta(\kappa_y - 2k_F) + \delta(\kappa_y + 2k_F)]. \quad (33)$$

Выражения для $U(\kappa_x, 0)$ и $U(\kappa_x, 2k_F)$ определены формулами (13).

В принятом приближении вклад (32) от рассеяния внутри полосок приводит к не зависящему от y вкладу в потенциал $U(\mathbf{r}) \rightarrow U(x)$, тогда как вкладу (33) соответствует осциллирующий вклад, пропорциональный $\cos 2k_F y$ и поэтому существенный лишь при малых y . Следовательно, в приближении (32) спаривающий потенциал выглядит как одномерный.

Чтобы учесть изотропный вклад, который вносит ЭФВ в спаривающее взаимодействие, необходимо изменить определение матричного элемента, представив его в виде (23). Сохраняя в $U(\kappa)$ лишь вклад (32), соответствующий рассеянию внутри полосок, находим одномерный спаривающий потенциал $U(\mathbf{r}) \rightarrow U(\xi)$, где

$$U(\xi) = w \left[\beta \frac{\sin \xi}{\xi} - 8\alpha \frac{\xi \cos \xi - (1 - \xi^2/2) \sin \xi}{\xi^3} \right]. \quad (34)$$

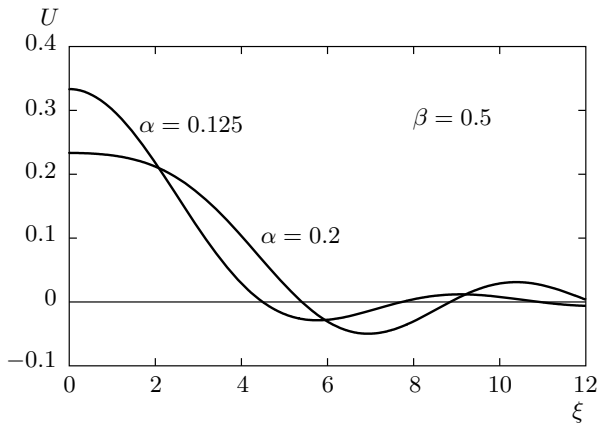


Рис. 4. Влияние нестинговых свойств FC на одномерный спаривающий потенциал (34)

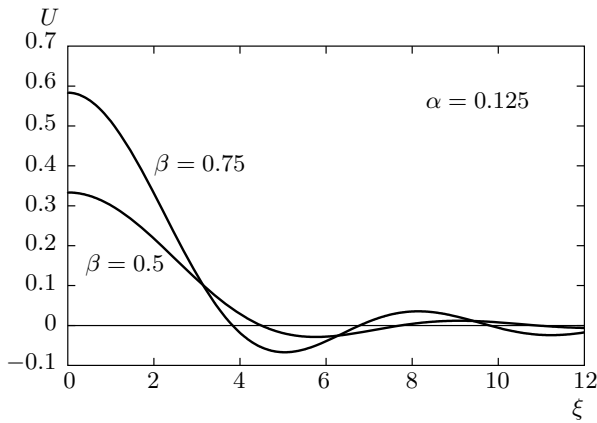


Рис. 5. Влияние вклада ЭФВ в спаривание на одномерный спаривающий потенциал (34)

Здесь $w = 2U_0 r_0^2 k_c k_0 / \pi$, $\beta = 1 - V k_D / U_0 k_c$, $\xi = k_0 x$, $8\alpha = k_0^2 r_0^2$.

Кулоновскому спариванию с большим импульсом, не включающему эффекты, связанные с ЭФВ, соответствует $\beta = 1$. Условие (31), при котором спаривающее взаимодействие является интегрально отталкивательным, приводит к $\beta > 0$, поэтому областью изменения безразмерного параметра β является интервал $0 < \beta < 1$. Из условия положительности матричного элемента экранированного кулоновского взаимодействия (13) находится область изменения другого безразмерного параметра, определяющего спаривающий потенциал: $0 < \alpha < 1/4$. Рисунки 4, 5 иллюстрируют поведение потенциала $U(\xi)$ при различных значениях параметров α и β .

Постепенное включение ЭФВ в кулоновское спаривание означает уменьшение β от предельного зна-

чения $\beta = 1$ до нуля, когда спаривающее взаимодействие фактически становится притяжением. Это соответствует постепенному снижению центрального максимума функции $U(\xi)$ (при $\xi = 0$), а также расширению той области осциллирующего потенциала, в которой $U(\xi) < 0$. При этом возрастает эффективная константа связи; соответственно, возрастают энергия связи пары и T_c . Отметим, что при $\alpha \rightarrow 0$ спаривающий потенциал вырождается в $U(\xi) \rightarrow w\beta \sin \xi / \xi$, в котором при $\beta > 0$ связанное состояние отсутствует. Из рис. 4 и рис. 5 следует, что подавление центрального пика спаривающего потенциала $U(\xi)$ при возрастании вклада ЭФВ в SC-спаривание является основным фактором, способствующим увеличению энергии связи куперовской пары.

Возникновение связанного состояния пары и его углубление при таком изменении формы одномерного спаривающего потенциала, когда снижается вес центрального максимума $U(0) = w(\beta - 4\alpha/3)$ и возникает тенденция к более равномерному распределению областей с разными знаками $U(\xi)$, обусловлены изменением условий интерференции волн де Бройля, распространяющихся во взаимно противоположных направлениях оси ξ . То же самое имеет место в случае одномерной потенциальной ямы, ограниченной барьерами разной высоты [37]: при одинаковой высоте барьеров связанное состояние имеет место при любой глубине ямы, тогда как изменение отношения высот барьеров от единицы влечет выталкивание уровня связанного состояния в сплошной спектр (делокализацию состояния). В этом смысле включение ЭФВ в схему кулоновского спаривания приводит к «симметризации» эффективного одномерного спаривающего потенциала и, соответственно, к углублению уровня энергии связанного состояния куперовской пары.

Понижение размерности системы способствует увеличению энергии связи частицы в потенциальной яме [37]. Отметим, что влияние на T_c понижения размерности эффективного спаривающего потенциала до одномерного в случае, когда уровень Ферми располагается в протяженной окрестности седловой точки электронного закона дисперсии [38], обсуждалось в работе [39], в которой для энергии связи пары (параметра энергетической щели) вместо экспоненциальной получена степенная зависимость от константы связи.

Эффекты, связанные с преобладающим рассеянием вперед при ЭФВ [19, 20], проявляются как особенности (forward scattering peak, FSP) собственной энергии квазичастицы при импульсе $\kappa \rightarrow 0$ и приво-

дят к дополнительному вкладу $U_{FS}(\boldsymbol{\kappa})$ в матричный элемент спаривающего взаимодействия. Так называемая сингулярная модель [40], в которой эта особенность представляется дельта-функцией, $U_{FS}(\boldsymbol{\kappa}) = -v\delta(\boldsymbol{\kappa})$ (v — положительная константа), приводит к однородному сдвигу вниз одномерного спаривающего потенциала $U(\xi)$. Такой сдвиг испытывают все уровни системы, что не может повлиять на энергию связи куперовской пары. Более удовлетворительное описание дает частично сингулярная модель [16], в которой FSP представляется дельта-функцией только по угловой координате импульса (носителю дельта-функции соответствует нулевой полярный угол) при усредненном полярном радиусе.

В реальной системе FSP имеет конечную ширину, характерный масштаб которой в импульсном пространстве обозначим k_{fs} . Тогда «проседание» одномерного спаривающего потенциала $U(\xi)$ происходит в области реального пространства с характерным масштабом k_{fs}^{-1} . Эта область центрирована в $\xi = 0$; в ней имеют место ослабление центрального пика и расширение области, в которой $U(\xi) < 0$. Таким образом, увеличение эффективной константы связи за счет преобладающего рассеяния вперед имеет ту же природу, что и за счет индуцированного ЭФВ изотропного притяжения: в обоих случаях имеет место симметризация кулоновского спаривающего потенциала.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Концепция SC-спаривания с большим импульсом основывается на двух дополняющих друг друга утверждениях: 1) в основе спаривания лежит отталкивательное экранированное кулоновское взаимодействие; 2) большой импульс куперовской пары является следствием нестинга FC.

SC-спаривание с большим импульсом доминирует в антинодальной области импульсного пространства и единообразно объясняет как пространственную неоднородность SC-состояния в виде PDW с шахматным упорядочением, так и страйп-структуру псевдощелевого состояния, формируемого некогерентными парами с большим импульсом [41].

Кулоновское спаривание с большим импульсом в антинодальной области вместе с обычным, навешенным ЭФВ, спариванием с нулевым импульсом в нодальной области приводят к дважды упорядоченному SC-состоянию [41, 42], которое естественным образом объясняет особенности угловой зависи-

мости спектрального веса в фотоэмиссионных спектрах как ниже, так и выше T_c .

ЭФВ играет важную роль в формировании дважды упорядоченного SC-состояния, поскольку именно этим взаимодействием обусловлено спаривание с нулевым импульсом в нодальной области. Кроме того, ЭФВ определяет особенности нетривиального изотопического эффекта в купратах [43].

В случае кулоновского спаривания ЭФВ в значительной мере способствует увеличению энергии связи куперовской пары и, следовательно, T_c . При этом сохранение отталкивательного характера спаривающего взаимодействия гарантирует возникновение необычного SC-состояния с нулями параметра порядка на FC.

Нестинг FC приводит к тому, что спаривающий потенциал фактически становится квазиодномерным. Кулоновское взаимодействие при зеркальном нестинге FC неизбежно приводит к осциллирующему спаривающему потенциалу. Вклад спаривания по фононному сценарию обеспечивает подавление центрального максимума осциллирующего потенциала. Подобная симметризация спаривающего взаимодействия является основной причиной заметного повышения T_c . Этот эффект оказывается наиболее сильно выраженным, если обе эффективные константы связи (кулоновская и обусловленная ЭФВ) таковы, что $\beta \leq 1$.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. G. Bednorz and K. A. Müller, Z. Phys. B **64**, 189 (1986).
2. P. W. Anderson, Science **235**, 1196 (1987).
3. P. W. Anderson, P. A. Lee, M. Randeria et al., J. Phys.: Condens. Matter **16**, R755 (2004).
4. J. Bardeen, L. N. Cooper, and J. R. Schrieffer, Phys. Rev. **108**, 1175 (1957).
5. Н. Н. Боголюбов, В. В. Толмачев, Д. В. Ширков, *Новый метод в теории сверхпроводимости*, АН СССР (1958).
6. В. А. Москаленко, ФММ **8**, 503 (1959).
7. H. Suhl, B. T. Matthias, and L. R. Walker, Phys. Rev. Lett. **3**, 552 (1959).
8. W. Kohn and J. M. Luttinger, Phys. Rev. Lett. **15**, 524 (1965).
9. М. Ю. Каган, А. В. Чубуков, Письма в ЖЭТФ **47**, 525 (1988).

10. M. Yu. Kagan, D. V. Efremov, M. S. Marienko, and V. V. Val'kov, *Письма в ЖЭТФ* **93**, 807 (2011).
11. D. Fay and A. Layzer, *Phys. Rev. Lett.* **20**, 187 (1968).
12. S. Raghu, S. A. Kivelson, and D. J. Scalapino, *Phys. Rev. B* **81**, 224505 (2010).
13. S. Raghu and S. A. Kivelson, *Phys. Rev. B* **83**, 094518 (2011).
14. A. S. Alexandrov and V. V. Kabanov, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 136403 (2011).
15. Е. Г. Максимов, *УФН* **170**, 1033 (2000).
16. M. L. Kulić and O. V. Dolgov, *Phys. Rev. B* **71**, 092505 (2005).
17. M. L. Kulić and O. V. Dolgov, *Phys. Rev. B* **76**, 132511 (2007).
18. E. G. Maximov, O. V. Dolgov, and M. L. Kulić, *Phys. Rev. B* **72**, 212505 (2005).
19. M. L. Kulić and R. Zeyher, *Phys. Rev. B* **49**, 4395 (1994).
20. M. L. Kulić, R. Zeyher, and M. L. Kulić, *Phys. Rev. B* **53**, 2850 (1996).
21. G.-H. Gweon, T. Sasagawa, S. Y. Zhou et al., *Nature (London)* **430**, 187 (2004).
22. L. N. Cooper, *Phys. Rev.* **104**, 1189 (1956).
23. В. И. Белявский, Ю. В. Копаев, *УФН* **176**, 457 (2006).
24. В. I. Halperin and T. M. Rice, *Sol. St. Phys.* **21**, 115 (1968).
25. А. И. Русинов, До Чан Кат, Ю. В. Копаев, *ЖЭТФ* **65**, 1984 (1973).
26. В. И. Белявский, Ю. В. Копаев, Н. Т. Нгуен, В. Л. Чан, *ЖЭТФ* **135**, 340 (2009).
27. J. E. Hoffman, E. W. Hudson, K. M. Lang et al., *Science* **295**, 466 (2002).
28. H.-D. Chen, O. Vafek, A. Yazdani, and S.-C. Zhang, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 187002 (2004).
29. P. Fulde and R. A. Ferrel, *Phys. Rev.* **135**, A550 (1964).
30. А. И. Ларкин, Ю. Н. Овчинников, *ЖЭТФ* **47**, 1136 (1964).
31. H. Shimahara, *J. Phys. Soc. Jpn.* **67**, 1872 (1998).
32. В. И. Белявский, В. В. Капаев, Ю. В. Копаев, *Письма в ЖЭТФ* **76**, 51 (2006).
33. V. I. Belyavsky, V. V. Караев, and Yu. V. Кораев, *Phys. Rev. B* **80**, 214524 (2009).
34. В. И. Белявский, Ю. В. Копаев, В. М. Софронов, С. В. Шевцов, *ЖЭТФ* **124**, 1149 (2003).
35. В. И. Белявский, Ю. В. Копаев, Ю. Н. Тогушова, С. В. Шевцов, *ЖЭТФ* **126**, 672 (2004).
36. А. А. Абрикосов, *Основы теории металлов*, Наука, Москва (1987).
37. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика. Нерелятивистская теория*, Наука, Москва (2001).
38. A. Damascelli, Z. Hussain, and Z.-X. Shen, *Rev. Mod. Phys.* **75**, 473 (2003).
39. А. А. Абрикосов, *Physica C* **341–348**, 97 (2000).
40. O. V. Danylenko, O. V. Dolgov, M. L. Kulić, and V. Oudovenko, *Eur. Phys. J. B* **9**, 201 (1999).
41. V. I. Belyavsky and Yu. V. Кораев, *Phys. Rev. B* **76**, 214506 (2007).
42. В. И. Белявский, Ю. В. Копаев, Н. Н. Туан, *ЖЭТФ* **132**, 831 (2007).
43. Guo-meng Zhao, H. Keller, and K. Conder, *J. Phys.: Condens. Matter* **13**, R569 (2001).