

# О МЕХАНИЗМЕ ПОГЛОЩЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН СВЕРХВЫСОКОЧАСТОТНОГО ДИАПАЗОНА В СВЕРХТЕКУЧЕМ ГЕЛИИ

Э. А. Пашицкий\*, В. И. Пентегов

Институт физики Национальной академии наук Украины  
03028, Киев, Украина

Поступила в редакцию 18 августа 2011 г.

В экспериментах по изучению поглощения электромагнитных (ЭМ) волн сверхвысокочастотного (СВЧ) диапазона в сверхтекучем (СТ) гелии [1–3] на фоне широкой полосы поглощения шириной (30–40) ГГц наблюдалась узкая линия поглощения ЭМ-поля шириной порядка (20–200) кГц на частотах  $f_0 \approx (110–180)$  ГГц, которые соответствуют энергии ротонной щели  $\Delta_r(T)$  в интервале температур (1.4–2.2) К. В данной работе на основе так называемого флексоэлектрического механизма поляризации атомов гелия ( $^4\text{He}$ ) при наличии в СТ-гелии ( $\text{He II}$ ) градиентов плотности показано, что нерезонансное СВЧ-поглощение в интервале частот (170–200) ГГц может быть обусловлено существованием переменных во времени локальных градиентов плотности, которые создаются ротонными возбуждениями в объеме  $\text{He II}$ . При этом ширина полосы поглощения определяется временем ротон-ротонного рассеяния в равновесном больцмановском газе ротонов, которое при  $T = 1.4$  К равно  $t_{r-r} \approx 3.4 \cdot 10^{-11}$  с и убывает с повышением температуры. Высказывается предположение о том, что существование anomalously узкой линии резонансного СВЧ-поглощения в  $\text{He II}$  на ротонной частоте  $f_0(T) = \Delta_r(T)/2\pi\hbar$  обусловлено двумя факторами: 1) дискретной структурой спектра поверхностных ЭМ-мод резонатора в виде периодической последовательности узких пиков и 2) наличием в  $\text{He II}$  вблизи поверхности резонатора стационарного дипольного слоя, который возникает за счет поляризации атомов  $^4\text{He}$  под действием градиента плотности, связанного с обращением в нуль плотности СТ-компоненты на твердой стенке. Благодаря этому процесс релаксации неравновесных ротонов, рождающихся внутри такого приповерхностного дипольного слоя, сильно подавлен, а форма и ширина резонансной линии СВЧ-поглощения определяются ротонной плотностью состояний, которая при слабой диссипации имеет острый максимум на краю ротонной щели. Эффективные дипольные моменты ротонов внутри дипольного слоя с равной вероятностью могут быть направлены как вдоль, так и против нормали к поверхности резонатора, чем объясняется наблюдавшееся в экспериментах симметричное дублетное расщепление резонансной линии поглощения во внешнем постоянном электрическом поле, перпендикулярном поверхности резонатора. Показано, что отрицательное поглощение (индуцированное излучение) квантов ЭМ-поля, наблюдавшееся при включении «тепловой пушки» Капицы, происходит в том случае, когда числа заполнения ротонных состояний за счет «накачки» ротонов превышают числа заполнения фотонов ЭМ-поля резонатора.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее время в ряде работ [1–3] были опубликованы результаты экспериментов, в которых с помощью погруженного в  $\text{He II}$  диэлектрического резонатора в виде круглого диска радиусом  $R_0 \approx 1$  см и толщиной  $l \approx 1$  мм изучалось поглощение ЭМ-волн СВЧ-диапазона (80–240) ГГц. В этих экспериментах впервые была обнаружена

чрезвычайно узкая линия поглощения на частотах, удовлетворяющих условию  $f_0(T) = \Delta_r(T)/2\pi\hbar$ , где  $\Delta_r(T)$  — зависящая от температуры ротонная щель в спектре элементарных возбуждений  $\text{He II}$ . Anomalously узкая резонансная линия, ширина которой на шесть–семь порядков меньше ротонной частоты  $f_0(T)$ , наблюдалась на фоне гораздо более широкой полосы поглощения («пьедестала») шириной порядка (30–40) ГГц. Частота резонансной линии монотонно уменьшалась с повышением температуры от максимального значения  $f_0^{max} \approx 180$  ГГц при  $T = 1.4$  К,

\*E-mail: pashitsk@iop.kiev.ua

когда  $\Delta_r/k_B \approx 8.65$  К (где  $k_B$  — постоянная Больцмана), до минимального значения  $f_0^{min} \approx 110$  ГГц при  $T = T_\lambda$ , когда  $\Delta_r/k_B \approx 5.52$  К, в полном соответствии с температурной зависимостью ротонной щели  $\Delta_r(T)$ , известной из результатов нейтронных экспериментов [4, 5]. При этом ширина резонансной линии поглощения, равная  $\Delta f \approx 20$  кГц при  $T = 1.4$  К, возросла с повышением температуры и при  $T \approx T_\lambda$  достигала значения  $\Delta f \approx 200$  кГц, а в области  $T > T_\lambda$  сохранялась слабая размытая линия поглощения шириной  $\Delta f \approx 400$  кГц на минимальной частоте 110 ГГц, что свидетельствует о существовании конечной ротонной щели в нормальном жидком гелии ( $^4\text{He}$  I) выше  $\lambda$ -точки.

Как было показано в последующих экспериментах [6], в постоянном электрическом поле, направленном перпендикулярно боковой поверхности резонатора, происходит симметричное дублетное расщепление узкой резонансной линии СВЧ-поглощения, причем ширина расщепления пропорциональна напряженности поля, по аналогии с линейным эффектом Штарка.

Кроме того, в работе [7] впервые наблюдался эффект отрицательного поглощения (индуцированного излучения) энергии ЭМ-волн на ротонной частоте при наличии в  $^4\text{He}$  II стационарного теплового потока, создаваемого с помощью струи нормальной компоненты, вытекающей из сопла «тепловой пушки» Капицы [8]. Интенсивность положительного и отрицательного СВЧ-поглощения изменялась дискретно при непрерывном изменении мощности «тепловой пушки», что по предположению авторов работы [7] связано с квантованием азимутальной скорости макроскопического вихревого потока СТ-компоненты, вращающегося вокруг диска резонатора навстречу струе нормальной компоненты. Однако природа такой связи не была установлена.

Механизм как положительного, так и отрицательного СВЧ-поглощения на ротонной частоте, несмотря на ряд попыток его объяснения, до настоящего времени не выяснен. Так, например, в работе [1] высказывалось предположение о том, что поглощение фотонов на резонансной частоте сопровождается рождением ротонных, и обсуждался вопрос о законе сохранения импульса с учетом передачи большого импульса ротона твердой стенке резонатора с возможным рождением в нем фононов, однако процесс такого неупругого взаимодействия ротона с поверхностью твердого тела рассмотрен не был.

При этом остается также непонятным сам механизм взаимодействия ротонных в нейтральной бозе-жидкости  $^4\text{He}$  II с ЭМ-полем. В работе [3] было

высказано предположение о том, что электрическая компонента ЭМ-поля резонатора взаимодействует с дипольным моментом ротона, который возникает в результате асимметричного распределения плотности в ротонном возбуждении, однако никаких обоснований такого механизма формирования ротонного дипольного момента в объеме  $^4\text{He}$  II не было приведено. С другой стороны, для объяснения аномально малой ширины линии резонансного поглощения в работе [3] было выдвинуто предположение о передаче импульса ротона макроскопически когерентной СТ-компоненте как целому, по аналогии с эффектом Мессбауэра в твердом теле, хотя механизм такой передачи импульса в квантовой бозе-жидкости  $^4\text{He}$  II, предложенный в работе [3], нельзя считать обоснованным.

Отрицательное поглощение (излучение) фотонов ЭМ-поля трактовалось в работе [7] в рамках простой «двухуровневой» модели квантовой жидкости  $^4\text{He}$  с верхним «уровнем» на краю ротонной щели, инверсная населенность которого возникает под действием тепловой пушки Капицы, однако обоснование такой модели квантового генератора для  $^4\text{He}$  II в работе [7] отсутствует.

Недавно был опубликован ряд теоретических работ [9–12], в которых предпринимались попытки объяснения механизма взаимодействия ротонных с ЭМ-полем. В частности, в работе [9] рассматривалась возможность возникновения дипольного момента у ротона в рамках модели микроскопического квантового вихревого кольца, движущегося в СТ-жидкости. Однако на основе симметричных соображений в работе [9] было показано, что постоянный дипольный момент у ротона в объеме  $^4\text{He}$  II должен отсутствовать. Кроме того, сама модель ротона в виде вихревого кольца не согласуется с тем фактом, что конечная ротонная щель сохраняется в спектре нормального жидкого гелия ( $^4\text{He}$  I) выше  $\lambda$ -точки, когда существование квантовых вихрей и вихревых колец невозможно из-за отсутствия когерентной СТ-компоненты.

В работах [10–12] было введено представление о «циркулярных» фононах и ротонах, волновые функции которых имеют такую же пространственную структуру и симметрию, как и поверхностные собственные ЭМ-моды цилиндрического резонатора, и не обладают определенным импульсом. Однако такое макроскопическое состояние, присущее линейным полям (в частности, ЭМ-полю), не может реализоваться для ротонных возбуждений, которые являются квантами нелинейного бозонного поля (бозе-жидкости) с сильным взаимодействием между бо-

зонами и представляют собой локализованные волновые пакеты [13].

В настоящей работе высказывается предположение о том, что наблюдавшиеся в экспериментах [1–3] эффекты могут быть следствием рассмотренного в работе [14] флексоэлектрического эффекта в неоднородном He II, т. е. механизма поляризации атомов гелия ( $^4\text{He}$ ) под действием локальных градиентов плотности в He II, когда в области неоднородности возникает асимметрия сил Ван дер Ваальса, действующих на атом  $^4\text{He}$  со стороны соседних атомов. В разд. 2 рассматриваются переменные во времени градиенты плотности, создаваемые самими ротонными возбуждениями в объеме He II, и с помощью метода вторичного квантования получено выражение для скорости поглощения энергии собственных поверхностных ЭМ-мод резонатора за счет процессов поглощения фотонов с рождением ротонов. При этом не возникает никаких проблем с законом сохранения импульса, поскольку собственные ЭМ-моды не имеют определенного импульса и жестко привязаны к поверхности резонатора, так что импульс рождающегося ротона целиком передается всему резонатору как целому. Показано, что с учетом характерного времени ротон-ротонной релаксации  $t_{r-r} \approx 3.4 \cdot 10^{-11}$  с при  $T = 1.4$  К ширина линии нерезонансного поглощения  $\Delta f \approx 30$  ГГц совпадает по порядку величины с наблюдавшейся экспериментально шириной «пьедестала» в области частот (170–200) ГГц.

В разд. 3 обсуждается вопрос о происхождении узкой резонансной линии СВЧ-поглощения в He II на ротонной частоте  $f_0(T) = \Delta_r(T)/2\pi\hbar$  и высказывается предположение о том, что причиной anomalно малой ширины этой линии ( $\Delta f \approx 20$  кГц при  $T = 1.4$  К и  $\Delta f \approx 200$  кГц при  $T = T_\lambda$ ) является, с одной стороны, дискретная структура частотного спектра поверхностных ЭМ-мод диэлектрического резонатора (так называемых мод шепчущей галереи) в виде периодической последовательности (гребенки) узких пиков полушириной порядка 1 МГц, а с другой стороны, существование стационарного дипольного слоя вблизи поверхности резонатора, связанного с поляризацией атомов  $^4\text{He}$  под действием приповерхностного градиента плотности в He II, который возникает благодаря обращению в нуль плотности СТ-компоненты на любой твердой стенке [15]. В результате этого, рождение неравновесных ротонов за счет процессов поглощения фотонов, принадлежащих пику СВЧ-спектра резонатора с частотой близкой к частоте ротонного минимума в спектре квазичастиц, происходит непосред-

ственно вблизи края ротонной щели в узкой области энергий, соответствующей температуре порядка или менее  $10^{-4}$  К. Поскольку толщина приповерхностного дипольного слоя меньше среднего расстояния между тепловыми равновесными ротонами и средней длины свободного пробега ротонов в объеме He II, а время поглощения фотона с рождением ротона  $t_0$  по порядку величины совпадает с периодом СВЧ-колебаний ЭМ-поля  $1/f_0 \approx 5 \cdot 10^{-12}$  с на резонансной частоте  $f_0 \approx 180$  ГГц при  $T = 1.4$  К и гораздо меньше времени ротонной релаксации  $t_{r-r} \approx 3.4 \cdot 10^{-11}$  с, процесс термализации неравновесных «холодных» ротонов сильно подавлен. В связи с этим форма и ширина резонансной линии СВЧ-поглощения фактически определяются ротонной плотностью состояний (ПС), корневая особенность которой на краю ротонной щели за счет слабости, но конечной диссипации имеет вид острого и узкого максимума. По мере повышения температуры He II ротонная щель  $\Delta_r(T)$  и соответствующая резонансная частота  $f_0(T) = \Delta_r(T)/2\pi\hbar$  уменьшаются, т. е. период резонансных СВЧ-колебаний и время процесса поглощения фотона с рождением ротона увеличиваются, а время ротон-ротонного рассеяния  $t_{r-r}$  уменьшается за счет возрастания концентрации тепловых ротонов в He II. При этом становятся все более существенными процессы релаксации рождающихся неравновесных ротонов на равновесных ротонах, что приводит к постепенному уширению резонансной линии СВЧ-поглощения с ростом температуры, в соответствии с экспериментальными данными [1–3].

В разд. 3 рассмотрен также возможный механизм наблюдавшегося в работе [6] симметричного дублетного расщепления anomalно узкой резонансной линии СВЧ-поглощения во внешнем постоянном электрическом поле  $E_0$ , приложенном перпендикулярно боковой поверхности резонатора. При этом учитываются наличие локального приповерхностного градиента плотности He II за счет обращения в нуль плотности СТ-компоненты на поверхности диэлектрического резонатора и образование стационарного дипольного слоя, обусловленного электрической поляризацией атомов  $^4\text{He}$  под действием этого градиента. Ротон, рождающийся внутри такого дипольного слоя, приводит к локальному возмущению плотности поляризованных атомов, что соответствует появлению у ротона эффективного переменного во времени дипольного момента, осциллирующего на частоте  $f_0$ . Поскольку в среднем числа ротонов, родившихся с параллельными и антипараллельными электрическому полю направлениями собствен-

ного дипольного момента, одинаковы, за счет электродипольного сдвига энергии ротонных состояний возникает наблюдавшееся в работе [6] линейное по напряженности поля симметричное дублетное расщепление резонансной линии СВЧ-поглощения.

В разд. 4 показано, что в условиях внешней дополнительной «накачки» неравновесных ротонных состояний с помощью вытекающей из сопла тепловой пушки Капицы [8] струи нормальной компоненты, когда числа заполнения ротонных состояний начинают превышать числа заполнения фотонов ЭМ-поля резонатора, возникает наблюдавшееся в работе [7] отрицательное СВЧ-поглощение (индуцированное излучение) с рождением фотонов и уничтожением ротонных состояний. При этом существование стимулированного тепловой пушкой макроскопического вихревого потока СТ-компоненты, вращающегося вокруг диска резонатора с квантованной азимутальной скоростью  $v_{s\varphi} = 2\pi\hbar\nu/m_4R_0$  (где  $m_4$  — масса атома  ${}^4\text{He}$ , а  $\nu$  — число квантов циркуляции скорости), в квазиклассическом приближении ( $\nu \gg 1$ ) в условиях, когда в  $\text{He II}$  отсутствует перенос массы, т. е. когда скорость гидродинамического течения  $v = (\rho_n v_n + \rho_s v_s)/\rho = 0$ , приводит к формированию дискретной скорости потока нормальной компоненты вблизи поверхности резонатора и, как следствие, к ступенчатой зависимости чисел заполнения ротонных состояний и интенсивности резонансного поглощения или излучения ЭМ-волн от исходной мощности тепловой пушки, в соответствии с экспериментальными данными [7].

В заключительном разд. 5 приводятся краткое обсуждение полученных в работе теоретических результатов и их сопоставление с экспериментальными данными [1–7].

## 2. НЕРЕЗОНАНСНОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ ЭМ-ВОЛН В СТ-ГЕЛИИ

Вопрос о взаимодействии  $\text{He II}$  с ЭМ-полем остается центральным для понимания наблюдавшихся в работах [1–3] эффектов. Это взаимодействие может быть связано, например, с поляризацией атомов  ${}^4\text{He}$  и возникновением у них дипольного момента под действием локальных градиентов плотности  $\text{He II}$ , которые приводят к асимметрии сил Ван дер Ваальса, действующих на данный атом со стороны других атомов. Такой механизм поляризации изотропных сред (в частности, жидкого гелия), обсуждался ранее в работе [14], по аналогии с флексоэлектрическим эффектом в анизотропных жидких кри-

сталлах [16] и в сердцевинах квантовых вихрей в СТ-ферми-жидкости  ${}^3\text{He}$  [17]. В последующих работах [18, 19] этот механизм поляризации атомов  ${}^4\text{He}$  рассматривался более подробно как на микроскопическом, так и на феноменологическом уровне, а также в рамках модельной системы разреженного бозе-газа связанных электрон-дырочных пар (экситонов) [20, 21].

Эти модели приводят к выводу о возможности появления дипольного момента у атома  ${}^4\text{He}$ , пропорционального градиенту плотности, который может быть представлен в виде (см. [19])

$$\mathbf{d}_{eff}(\mathbf{r}) = \frac{4}{3} d_0 \bar{r} \frac{\nabla n(\mathbf{r})}{n_0}, \quad (1)$$

где  $n_0$  — равновесная средняя концентрация атомов в жидком гелии ( $n_0 \approx 2.2 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$ ),  $\bar{r} = n_0^{-1/3}$  — среднее расстояние между атомами ( $\bar{r} \approx 3.6 \text{ \AA}$ ), а параметр  $d_0$ , согласно квантовомеханическим расчетам [18], равен  $d_0 \approx e(4 \cdot 10^{-4}) \text{ \AA}$ , где  $e$  — заряд электрона по абсолютной величине.

В дальнейшем вместо формулы (1) будет использоваться несколько иное выражение:

$$\mathbf{d}_{eff}(\mathbf{r}) = \alpha_0 \frac{er_0^2}{n_0} \nabla n(\mathbf{r}), \quad (2)$$

где  $r_0$  — квантовомеханический радиус атома  ${}^4\text{He}$  ( $r_0 \approx 1.22 \text{ \AA}$ ), а  $\alpha_0$  — некоторый безразмерный феноменологический коэффициент. Заметим, что формулы (1) и (2) совпадают для приведенного выше значения параметра  $d_0$ , если положить  $\alpha_0 \approx 1.3 \cdot 10^{-3}$ . Однако точность любых микроскопических расчетов для такой сложной многочастичной квантовой системы, как СТ-гелий, является неконтролируемой, так что надежная оценка параметра  $\alpha_0$  может быть получена только из экспериментальных данных (см. ниже).

Поскольку ротонные состояния представляют собой движущиеся с групповой скоростью  $V_g = d\varepsilon_r(p)/dp$  локализованные волновые пакеты [13] с характерными масштабами неоднородности порядка де-Бройлевской длины волны ротона  $\lambda = 2\pi\hbar/p_0 \approx 3.3 \text{ \AA}$ , где  $p_0$  — импульс, соответствующий положению ротонного минимума в спектре квазичастиц в  $\text{He II}$  ( $p_0/\hbar \approx 1.92 \cdot 10^8 \text{ см}^{-1}$ ), их существование должно вызывать локальные нестационарные возмущения плотности  $\text{He II}$ , которые осциллируют на частоте  $f_0 = \Delta_r/2\pi\hbar$  и под действием которых, согласно формуле (2), должна возникать переменная поляризация атомов  ${}^4\text{He}$ .

В рамках метода вторичного квантования оператор индуцированного дипольного момента едини-

цы объема He II под действием локальных градиентов плотности, создаваемых ротонными возмущениями, может быть представлен в следующем виде:

$$\hat{\mathbf{d}}_r(\mathbf{r}, t) = -\alpha_0 \frac{er_0^2}{m_4} \nabla \hat{\rho}'_r(\mathbf{r}, t), \quad (3)$$

где  $m_4$  — масса атома  $^4\text{He}$ , а  $\hat{\rho}'_r(\mathbf{r}, t)$  — оператор возмущения ротонной плотности He II, который, по аналогии с оператором возмущения фононной плотности [22], в гейзенберговском представлении может быть записан в виде

$$\begin{aligned} \hat{\rho}'_r(\mathbf{r}, t) = & i \sum_{\mathbf{p}} \sqrt{\frac{\rho_0 p^2}{2V \varepsilon_r(p)}} \times \\ & \times \left( \hat{b}_{\mathbf{p}} \exp \left\{ \frac{i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - \varepsilon_r(p)t)}{\hbar} \right\} - \right. \\ & \left. - \hat{b}_{\mathbf{p}}^{\dagger} \exp \left\{ \frac{-i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - \varepsilon_r(p)t)}{\hbar} \right\} \right). \quad (4) \end{aligned}$$

Здесь  $V$  — объем системы, а  $\hat{b}_{\mathbf{p}}^{\dagger}$  и  $\hat{b}_{\mathbf{p}}$  — бозонные операторы рождения и уничтожения ротона с импульсом  $\mathbf{p}$  и с энергией

$$\varepsilon_r(p) = \Delta_r + \frac{(p - p_0)^2}{2\mu_r}, \quad (5)$$

где  $\mu_r$  — эффективная масса ротона, характеризующая форму ротонного минимума ( $\mu_r \approx 0.16m_4$ ). При этом ротонная плотность состояний (ПС) имеет вид

$$\begin{aligned} N_r(\varepsilon, T) = & \frac{p_0^2}{\pi^2 \hbar^3} \times \\ & \times \text{Re} \left\{ \sqrt{\frac{\mu_r}{2[\varepsilon - \Delta_r(T)]}} + \frac{2\mu_r}{p_0^2} \sqrt{\mu_r[\varepsilon - \Delta_r(T)]} \right\} \quad (6) \end{aligned}$$

и характеризуется корневой особенностью на краю ротонной щели при  $\varepsilon \rightarrow \Delta_r(T)$ . Заметим, что оператор (4) описывает только продольную (потенциальную) часть возмущения ротонной плотности и не включает в себя отличную от нуля вихревую составляющую ротонных возмущений (см. [13]).

С учетом (3) запишем гамильтониан взаимодействия поляризованного He II с переменным электрическим полем  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  в следующем виде:

$$\hat{H}_{int}(t) = \alpha_0 \frac{er_0^2}{m_4} \int d\mathbf{r} (\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \nabla \hat{\rho}'_r(\mathbf{r}, t)). \quad (7)$$

Для вычисления интеграла (7) необходимо знать пространственное распределение электрической компоненты  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  собственных поверхностных ЭМ-мод диэлектрического резонатора в объеме He II, что требует выполнения довольно сложных

вычислений в рамках классической электродинамики (см. [10–12]). Однако задача может быть существенно упрощена, если учесть, что внешнее ЭМ-поле резонатора должно удовлетворять уравнению Максвелла  $\text{div } \mathbf{E} = 0$ .

В этом случае соотношение (7), в соответствии с теоремой Гаусса–Остроградского, может быть сведено к поверхностному интегралу:

$$\hat{H}_{int} = \alpha_0 \frac{er_0^2}{m_4} \int_S d\mathbf{S} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \hat{\rho}'_{rot}(\mathbf{r}, t). \quad (8)$$

Здесь интегрирование ведется по боковой цилиндрической поверхности диска, где локализована энергия ЭМ-поля поверхностных мод открытого диэлектрического резонатора,  $d\mathbf{S}$  — элемент этой поверхности, ориентированный по нормали к ней (т.е. по радиусу), а величины  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  и  $\hat{\rho}'_{rot}(\mathbf{r}, t)$  берутся на поверхности резонатора при  $r = R_0$ . При этом в уравнение (8) входит только параллельная нормали к поверхности радиальная компонента электрического поля ЭМ-волны, значение которой для  $m$ -й цилиндрической моды можно представить в виде

$$E_r(R_0, \varphi, t) \approx E_m \exp(i\omega t) \cos(m\varphi), \quad (9)$$

где  $\varphi$  — азимутальный угол поворота вокруг оси диска,  $\omega$  — частота ЭМ-поля, а  $E_m$  — амплитуда поля на поверхности диска (здесь для простоты в пределах толщины диска  $d$  не учитывается зависимость поля от координаты  $z$ ).

Матричные элементы квантовых переходов с поглощением и испусканием ротона равны

$$\begin{aligned} H_{\mathbf{p}}^{(\mp)} \equiv & \begin{cases} \langle n_{\mathbf{p}}^{rot} - 1 | H_{int} | n_{\mathbf{p}}^{rot} \rangle \\ \langle n_{\mathbf{p}}^{rot} + 1 | H_{int} | n_{\mathbf{p}}^{rot} \rangle \end{cases} = \frac{\alpha_0 er_0^2}{m_4} \times \\ & \times \sqrt{\frac{\rho_0 p^2}{2V \varepsilon_r(p)}} B_m(\mathbf{p}) \exp \left\{ -\frac{i(\varepsilon_r(p) - \hbar\omega)t}{\hbar} \right\} \times \\ & \times \begin{cases} \sqrt{n_{\mathbf{p}}^{rot}} \\ \sqrt{n_{\mathbf{p}}^{rot} + 1} \end{cases}, \quad (10) \end{aligned}$$

где  $n_{\mathbf{p}}^{rot}$  — число заполнения ротонного состояния с импульсом  $\mathbf{p}$ , а функция  $B_m(\mathbf{p})$  при переходе к полярным координатам определяется выражением

$$\begin{aligned}
 B_m(\mathbf{p}) &\equiv \int_S d\mathbf{S} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}) \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \mathbf{p} \cdot \mathbf{r} \right\} = \\
 &= E_m R_0 \int_{-d/2}^{d/2} dz \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} pz \cos \theta \right\} \times \\
 &\times \int_0^{2\pi} d\varphi \cos(m\varphi) \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} p R_0 \sin \theta \cos(\varphi - \phi) \right\}, \quad (11)
 \end{aligned}$$

где  $\theta$  и  $\phi$  — полярный и азимутальный углы, определяющие направление ротоного импульса (здесь в качестве полярной оси выбрана ось  $z$ , параллельная оси диска, и не учитывается вклад быстро убывающих за пределами диска при  $z > d/2$  и  $z < -d/2$  «хвостов» ЭМ-поля).

Следует подчеркнуть, что взаимодействие ротонов с пространственно-неоднородным классическим ЭМ-полем резонатора, которое описывается структурным фактором (11), не требует выполнения закона сохранения импульса, поскольку собственные поверхностные ЭМ-моды открытого диэлектрического резонатора не имеют определенного импульса и жестко привязаны к поверхности резонатора, так что импульсы ротонов, рождающихся за счет поглощения фотонов, полностью передаются резонатору как целому, без возбуждения в нем фононов.

Используя известное разложение экспоненты с осциллирующим показателем по гармоникам,

$$\exp \{ i x \cos(\varphi - \phi) \} = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} i^n J_n(x) \cos n(\varphi - \phi), \quad (12)$$

где  $J_n(x)$  — цилиндрическая функция Бесселя первого рода, в результате интегрирования по  $z$  и по  $\varphi$  в формуле (11) получаем

$$\begin{aligned}
 B_m(\mathbf{p}) &= i^m 2\pi E_m R_0 d \cos(m\phi) \times \\
 &\times j_0 \left( \frac{pd \cos \theta}{2\hbar} \right) J_m \left( \frac{pR_0 \sin \theta}{\hbar} \right), \quad (13)
 \end{aligned}$$

где  $j_0(y) = (\sin y/y)$  — сферическая функция Бесселя нулевого порядка.

Заметим, что в данном методе ненулевой результат (13) обусловлен взаимодействием с электрическим полем (9) только  $m$ -й азимутальной гармоники пространственно-неоднородного возмущения ротоной плотности (4). Такой подход принципиально отличается от высказанного в работах [10–12] предположения о существовании «циркулярных» ротонов, волновые функции которых имеют такую же пространственную структуру и симметрию, что и фотоны ЭМ-поля цилиндрического резонатора.

Вероятности поглощения и испускания ротонов в единицу времени, согласно работе [23], равны

$$\begin{aligned}
 P_{\mp}(\mathbf{p}, \omega) &= \frac{2\pi}{\hbar} \left( \frac{\alpha_0 e r_0^2}{m_4} \right)^2 \frac{\rho_0 p^2}{2V \varepsilon_r(p)} \times \\
 &\times |B_m(\mathbf{p})|^2 \delta(\varepsilon_r(p) - \hbar\omega) \begin{cases} n_{\mathbf{p}}^{rot} \\ n_{\mathbf{p}}^{rot} + 1 \end{cases}, \quad (14)
 \end{aligned}$$

где  $\delta$ -функция описывает закон сохранения энергии в процессах рождения и уничтожения ротонов при взаимодействии He II с классическим ЭМ-полем.

Скорость поглощения энергии ЭМ-поля резонатора в единицу времени за счет рождения ротонов определяется выражением

$$\begin{aligned}
 Q(\omega) &= V \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^3} \varepsilon_r(p) [P_+(\mathbf{p}, \omega) - P_-(\mathbf{p}, \omega)] = \\
 &= \frac{\pi}{\hbar} \rho_0 \left( \frac{\alpha_0 e r_0^2}{m_4} \right)^2 \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^3} p^2 |B_m(\mathbf{p})|^2 \times \\
 &\times \delta(\varepsilon_r(p) - \hbar\omega). \quad (15)
 \end{aligned}$$

Заметим, что при  $\hbar\omega \approx \Delta_r$  основной вклад в интеграл в выражении (15) вносят большие импульсы порядка  $p_0$ . Переходя от интегрирования по импульсу  $\mathbf{p}$  к интегрированию по энергии  $\varepsilon = \varepsilon_r(p)$ , с учетом корневой особенности ротоной ПС (6) при  $\varepsilon = \Delta_r$ , согласно выражению (13), получаем следующее соотношение для определения скорости поглощения энергии ЭМ-поля:

$$\begin{aligned}
 Q &= \pi^2 \hbar \rho_0 \left( \frac{\alpha_0 e r_0^2}{m_4} \right)^2 E_m^2 R_0^2 N_r(\hbar\omega) \times \\
 &\times \int_0^{\pi} d\theta \sin \theta \cdot \sin^2 \left( \frac{p_0 d \cos \theta}{2\hbar} \right) \cos^{-2} \theta \times \\
 &\times J_m^2 \left( \frac{p_0 R_0 \sin \theta}{\hbar} \right). \quad (16)
 \end{aligned}$$

Учитывая сильное неравенство  $p_0 R_0 / \hbar \gg 1$ , можно использовать асимптотическое выражение для функции Бесселя

$$J_m(x) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos \left( x - \frac{m\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \right). \quad (17)$$

Усредняя по периоду квадрат функции (17), которая благодаря условию  $R_0 \gg d$  осциллирует гораздо быстрее, чем  $\sin(p_0 d \cos \theta / 2\hbar)$ , в результате последующего интегрирования по  $\theta$  получим

$$\begin{aligned}
 Q &\approx \pi^2 \hbar^2 E_m^2 \rho_0 \left( \frac{\alpha_0 e r_0^2}{m_4} \right)^2 \frac{R_0}{p_0} N_r(\hbar\omega) \times \\
 &\times \left( \frac{p_0 d}{2\hbar} \right)^2 {}_1F_2 \left( \frac{1}{2}; \frac{3}{2}, 2; - \left( \frac{p_0 d}{2\hbar} \right)^2 \right), \quad (18)
 \end{aligned}$$

где  ${}_1F_2(a, b, c; -x)$  — гипергеометрическая функция, асимптотика которой при больших значениях аргумента  $x = (p_0 d / 2\hbar)^2 \gg 1$  приводит к следующему окончательному выражению для скорости поглощения фотонов ЭМ-поля с рождением ротонов в гелии вблизи поверхности резонатора:

$$Q(\omega) \approx \frac{\pi^2 \hbar}{2} \rho_0 E_m^2 \left( \frac{\alpha_0 e r_0^2}{m_4} \right)^2 R_0 d N_r(\hbar\omega). \quad (19)$$

Из формулы (19) следует, что форма линии СВЧ-поглощения определяется ротонной ПС, которую с учетом конечного времени релаксации ротонов по импульсу и энергии следует вычислять с помощью выражения

$$\begin{aligned} \tilde{N}_r(\varepsilon, T) &= \\ &= \frac{1}{\pi} \int \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3} \frac{\Gamma_r(p, T)}{[\varepsilon - \varepsilon_r(p, T)]^2 + \Gamma_r^2(p, T)}, \quad (20) \end{aligned}$$

где  $\Gamma_r(p, T)$  — декремент (обратное время) затухания ротонных состояний за счет процессов рассеяния на тепловых ротонах и фононах в He II. Следует подчеркнуть, что при  $\Gamma_r \neq 0$  ротонная ПС (20) отлична от нуля как при энергиях  $\varepsilon > \Delta_r$ , так и в области  $\varepsilon < \Delta_r$ , в которой ПС (6) равна нулю по определению.

В условиях термодинамического равновесия при  $T \approx 1.4$  К, когда основной вклад в кинетические и термодинамические свойства He II вносит бозе-газ тепловых ротонов, усредненное по импульсам время ротон-ротонного рассеяния равно [24]

$$t_{r-r}(T) = \frac{\hbar^4}{2p_0 \mu_r |V_0|^2 N_r(T)}, \quad (21)$$

где  $V_0$  — амплитуда упругого рассеяния ротонов на ротонах ( $|V_0| \approx 2.5 \cdot 10^{-38}$  эрг·см<sup>3</sup>), а  $N_r(T)$  — средняя концентрация равновесных ротонов в He II. При  $T = 1.4$  К, когда  $N_r \approx 1.3 \cdot 10^{20}$  см<sup>-3</sup>, согласно формуле (21) получаем оценку характерного времени ротон-ротонной релаксации  $t_{r-r} \approx 3.4 \cdot 10^{-11}$  с, в течение которого происходит установление термодинамического равновесия между родившимися и тепловыми ротонами. Как показали численные расчеты в работе [25], импульсная зависимость длины свободного пробега ротона за счет рассеяния на коротковолновых фононах  $l_{r-ph} = V_g t_{r-ph}$  определяется, в основном, дисперсией групповой скорости ротонов  $V_g = (p - p_0) / \mu_r$ , так что зависимость времени ротон-фононного рассеяния  $t_{r-ph}$  от  $p$  является весьма слабой. Предполагая, что это справедливо также для ротон-ротонного рассеяния, и полагая

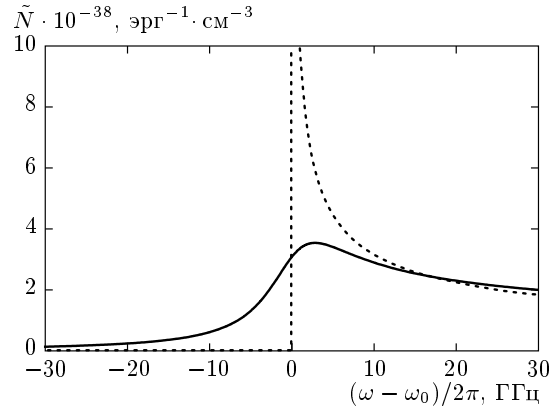


Рис. 1. Ротонная ПС для  $\Gamma_r/k_B = 0.22$  К при  $T = 1.4$  К (сплошная кривая) и для  $\Gamma_r = 0$  (пунктирная кривая)

$\Gamma_r(T) = \hbar / t_{r-r}(T)$ , на основании вычислений ротонной ПС по формуле (20) приходим к выводу, что максимальное значение ПС в точке  $\varepsilon = \Delta_r$  равно  $\tilde{N}_r \approx 3 \cdot 10^{38}$  эрг<sup>-1</sup>·см<sup>-3</sup>, а ширина линии поглощения, равная  $\Gamma_r / \hbar \approx 30$  ГГц (см. рис. 1), согласуется по порядку величины с шириной пьедестала, наблюдавшегося в работе [3]. Таким образом, рассеяние неравновесных ротонов, рождающихся при поглощении фотонов с частотами  $f > \Delta_r / 2\pi\hbar$  и  $f < \Delta_r / 2\pi\hbar$ , на равновесных тепловых ротонах может быть ответственным за существование широкой полосы нерезонансного СВЧ-поглощения ЭМ-волн в He II.

Учитывая, что в экспериментах [1–3] скорость поглощения энергии СВЧ-поля в He II составляла не более 10 % от полной СВЧ-мощности порядка 100 мкВт, подводимой к резонатору, а амплитуда электрической составляющей ЭМ-поля на поверхности резонатора достигала значения  $E_m \approx 200$  В/см (частное сообщение А. С. Рыбалко), с помощью формулы (19) получаем оценку для безразмерного параметра  $\alpha_0 \approx 10^{-2}$ , что почти на порядок превышает значение  $\alpha_0$ , полученное на основе модельных квантовомеханических расчетов [18].

### 3. РЕЗОНАНСНОЕ СВЧ-ПОГЛОЩЕНИЕ В СТ-ГЕЛИИ

Перейдем к рассмотрению вопроса о природе наблюдавшейся в экспериментах [1–3] аномально узкой резонансной линии СВЧ-поглощения в He II и покажем, что ее возникновение связано с дискретной структурой спектра поверхностных ЭМ-мод в виде узких пиков шириной порядка 1 МГц, а так-

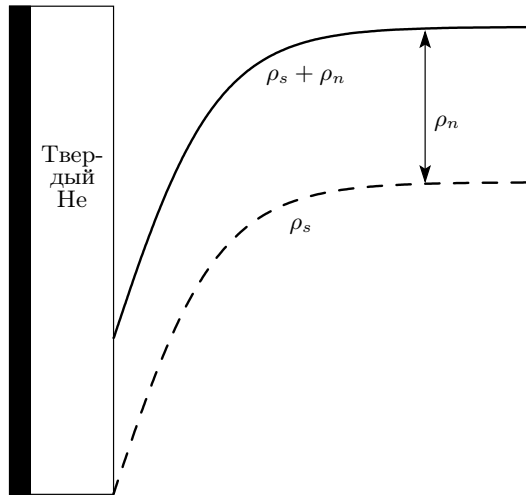


Рис. 2. Приповерхностный неоднородный слой He II, возникающий за счет обращения в нуль плотности СТ-компоненты на твердой стенке

же с изменением физических свойств He II вблизи твердой стенки, по сравнению с его объемными свойствами.

Как известно [15], на любой твердой поверхности, в частности, на поверхности пленки кристаллического гелия, образующейся под давлением  $P > 25$  атм, которое обусловлено силами Ван дер Ваальса, действующими на атомы гелия со стороны твердой стенки, плотность макроскопически когерентной СТ-компоненты He II должна обращаться в нуль. Это означает, что внутри некоторого приповерхностного слоя, толщина которого определяется соотношением (см. [15])

$$L(T) = 2\bar{r} \frac{T}{T_\lambda} \frac{\rho}{\rho_s(T)}, \quad (22)$$

плотность He II пространственно неоднородна и уменьшается от значения  $\rho = \rho_n + \rho_s$  до величины  $\rho_n$ , где  $\rho_n$  и  $\rho_s$  — плотности нормальной и СТ-компонент (рис. 2). Толщина  $L(T)$  фактически равна длине когерентности (или корреляционной длине) в СТ-гелии и в интервале температур  $1 \text{ К} \leq T \leq 2 \text{ К}$  возрастает от одного до нескольких межатомных расстояний  $\bar{r} \approx 3.6 \cdot 10^{-8}$  см, а при  $T \rightarrow T_\lambda$ , когда  $\rho_s(T) \rightarrow 0$ , стремится к бесконечности.

Таким образом, вблизи любой твердой поверхности, независимо от ее химической природы, существует постоянный градиент плотности He II, под действием которого, согласно флексоэлектрическому эффекту [14], происходит статическая поляризация атомов гелия с появлением у них постоянного

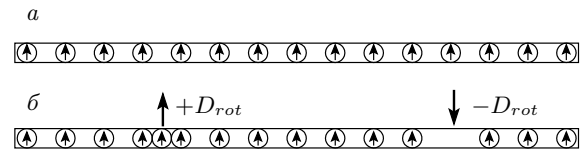


Рис. 3. Дипольный слой атомов  $^4\text{He}$ , поляризованных под действием приповерхностного градиента плотности He II вблизи твердой стенки (а) и образование собственных эффективных дипольных моментов ротонов за счет возмущений плотности (сжатий и разрежений) поляризованных атомов гелия вблизи поверхности резонатора (б)

индуцированного дипольного момента, направленного по нормали к поверхности. В результате этого вблизи любой твердой поверхности, независимо от ее материала (диэлектрик, металл, полупроводник), в He II возникает приповерхностный стационарный двойной электрический слой (рис. 3а).

Используя соотношение (2) и полученную в разд. 2 оценку коэффициента  $\alpha_0 \approx 10^{-2}$ , для приповерхностного неоднородного слоя толщиной  $L \geq \bar{r}$  получаем следующее значение индуцированного дипольного момента атома  $^4\text{He}$  вблизи поверхности резонатора  $d_{eff} \leq 2.3 \cdot 10^{-20}$  ед. СГСЭ =  $2.3 \cdot 10^{-2}$  Д. При этом скачок электростатического потенциала в приповерхностном дипольном слое при  $L \approx \bar{r}$  равен по порядку величины  $\Delta\Phi \approx d_{eff}/\bar{r}^2 \leq 6 \cdot 10^{-3}$  В, что соответствует напряженности электрического поля внутри дипольного слоя  $E_s \approx \Delta\Phi/\bar{r} \leq 170$  кВ/см.

Поскольку ротонные возбуждения сопровождаются локальными колебаниями плотности с частотой  $f \approx \Delta_r/2\pi\hbar$  и с де-бройлевской длиной волны  $\lambda_r \approx 2\pi\hbar/p_0 < \bar{r}$ , ротон, рождающийся вблизи поверхности диэлектрического резонатора внутри двойного электрического слоя, создает возмущения плотности дипольного момента в слое и, тем самым, приобретает собственный эффективный дипольный момент  $D_{rot}(t)$ , осциллирующий во времени и направленный по или против нормали к твердой стенке (рис. 3б). В результате внутри приповерхностного дипольного слоя возникает дополнительное к выражению (8) электродипольное взаимодействие ротона с радиальной электрической компонентой ЭМ-поля резонатора:

$$W(t) = -D_{rot}(t)E_r(t), \quad (23)$$

которое является определяющим для эффекта резонансного СВЧ-поглощения в He II.

Перейдем к обсуждению вопроса о происхождении резонансной линии поглощения на ротонной



частоте  $f_0(T) = \Delta_r(T)/2\pi\hbar$ , ширина которой  $\Delta f$  при  $T = 1.4$  К на семь порядков меньше частоты  $f_0$ . Будем учитывать при этом, что частотный спектр ЭМ-поля резонатора, как уже упоминалось во Введении, состоит из большого числа сравнительно узких пиков полушириной порядка 1 МГц, разделенных по частоте интервалами порядка или более 1 ГГц. Это означает, что неравновесные ротонны, рождающиеся в результате поглощения фотонов СВЧ-поля с частотами в пределах одного пика, расположенного по частоте вблизи ротонного минимума, находятся в очень узком энергетическом слое вблизи края ротонной щели, ширина которого соответствует температуре менее  $10^{-4}$  К. Поскольку время поглощения фотона с рождением ротона  $t_0$  по порядку величины равно периоду колебаний СВЧ-поля  $1/f_0 \approx 5 \cdot 10^{-12}$  с и гораздо меньше характерного времени ротон-ротонного рассеяния  $t_{r-r} \approx 3.4 \cdot 10^{-11}$  с, процессы релаксации неравновесных «холодных» ротоннов за счет рассеяния на равновесных тепловых ротонах в He II сильно подавлены.

Дополнительное ослабление процесса релаксации ротоннов, рождающихся внутри приповерхностного дипольного слоя, обусловлено тем, что при  $T < 2$  К толщина этого слоя меньше среднего расстояния между равновесными тепловыми ротонами в He II, которое при  $T = 1.4$  К равно по порядку величины  $N_r^{-1/3}(T) \approx 2 \cdot 10^{-7}$  см, и средней длины свободного пробега  $l_{r-r}(T) = \bar{V}_g(T)t_{r-r}(T)$ , которая при той же температуре и средней групповой скорости ротоннов  $\bar{V}_g(T) = \sqrt{k_B T / 2\mu_r}$  равна  $l_{r-r}(T) \approx 3 \cdot 10^{-7}$  см. Таким образом, область вблизи поверхности резонатора, где ротонны приобретают собственный дипольный момент, оказывается обедненной газом равновесных ротоннов.

В этом случае форма и ширина аномально узкой резонансной линии СВЧ-поглощения определяется ротонной ПС (20) с аномально малым декрементом затухания  $\gamma_r \ll \Gamma_r$ , для оценки величины которого необходимо детальное рассмотрение кинетики процессов релаксации неравновесных ротоннов, рождающихся вблизи ротонного минимума. На рис. 4 показана аномально узкая линия СВЧ-поглощения на фоне одиночного пика поверхностной моды резонатора, вычисленная для декремента затухания  $\gamma_r/k_B \approx 2.4 \cdot 10^{-7}$  К, величина которого соответствует экспериментально наблюдаемой ширине резонансной линии поглощения.

По мере повышения температуры в силу уменьшения ширины ротонной щели  $\Delta_r(T)$  и соответствующей резонансной частоты  $f_0(T) = \Delta_r(T)/2\pi\hbar$  вре-

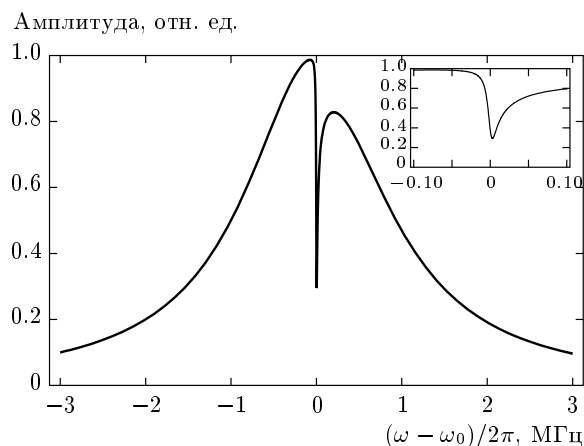


Рис. 4. Форма резонансной линии СВЧ-поглощения на фоне одиночного пика поверхностной ЭМ-моды резонатора, определяющаяся ротонной ПС с декрементом затухания  $\gamma_r/k_B \approx 2.4 \cdot 10^{-7}$  К

мя  $t_0(T) \approx 1/f_0(T)$  увеличивается, тогда как среднее время ротонной релаксации (21) за счет роста концентрации равновесных ротоннов в He II уменьшается. Кроме того, согласно формуле (22), происходит увеличение толщины дипольного слоя  $L(T)$  и одновременное уменьшение длины свободного пробега ротоннов и среднего расстояния между ними. В результате этого с повышением  $T$  растет роль процессов термализации неравновесных ротоннов, т. е. возрастает величина декремента  $\gamma_r(T)$ , и ширина резонансной линии СВЧ-поглощения должна увеличиваться в качественном согласии с экспериментом [1–3]. Однако для более точного количественного сопоставления формы узкой линии резонансного поглощения при разных температурах с экспериментальными данными необходимо более строгое рассмотрение кинетических процессов рассеяния неравновесных ротоннов, рождающихся за счет поглощения фотонов ЭМ-поля резонатора, на равновесных тепловых ротонах в He II, что выходит за рамки данной статьи.

Наблюдавшееся в экспериментах [6] симметричное дублетное расщепление аномально узкой резонансной линии СВЧ-поглощения во внешнем постоянном электрическом поле  $E_0$  напряженностью до 5 кВ/см, направленном по радиусу (т. е. по нормали к боковой поверхности диска резонатора), при наличии в He II дипольного приповерхностного слоя обусловлено тем, что рождающиеся внутри такого слоя ротонны с равной вероятностью могут иметь в момент рождения как положительный (направленный

по нормали к поверхности) эффективный дипольный момент  $+D_{rot}$ , так и отрицательный (противоположно направленный) дипольный момент  $-D_{rot}$ , т. е. в среднем числа рождающихся ротонов с разными знаками дипольного момента равны, что обеспечивает симметрию дублетного расщепления. При этом величина расщепления определяется энергией электродипольного взаимодействия ротона с постоянным электрическим полем (23), а частоты дублета равны

$$f_{\pm} = f_0 \pm D_{rot}E_0/2\pi\hbar, \quad (24)$$

так что ширина дублетного расщепления пропорциональна напряженности внешнего поля и равна  $\Delta f_d = D_{rot}E_0/\pi\hbar$ . Сопоставляя ее с полученным в экспериментах [6] значением  $\Delta f = 2kE_0$ , где  $k \approx 42.65$  Гц·см/кВ, можно оценить величину эффективного дипольного момента ротона  $D_{rot} \approx 1.7 \cdot 10^{-25}$  ед. СГСЭ =  $1.7 \cdot 10^{-7}$  Д, или  $5.65 \cdot 10^{-34}$  Кл·м в единицах системы СИ (в работе [6] приведено близкое значение дипольного момента  $3 \cdot 10^{-34}$  Кл·м).

Таким образом, предположение о приповерхностном механизме поляризации атомов  $^4\text{He}$  и ротонов вблизи поверхности диэлектрического резонатора позволяет понять, по крайней мере, на качественном уровне все основные особенности процесса резонансного СВЧ-поглощения в He II, наблюдавшиеся в экспериментах [1–3, 6], в том числе, и механизм дублетного расщепления узкой резонансной линии поглощения во внешнем постоянном электрическом поле.

В заключение этого раздела отметим, что в недавних экспериментах с кольцевым металлическим экраном, окружающим диск резонатора и находящимся на расстоянии 1 мм от его поверхности, напряженность постоянного электрического поля  $E_0$  между экраном и резонатором удалось увеличить до 150 кВ/см и наблюдать квадратичную составляющую в зависимости ширины дублетного расщепления резонансной линии СВЧ-поглощения от внешнего поля  $E_0$  (частное сообщение А. С. Рыбалко). В связи с этим следует отметить, что максимальное значение приложенного поля  $E_0 \approx 150$  кВ/см близко к величине собственного электрического поля  $E_s \leq 170$  кВ/см внутри приповерхностного дипольного слоя в He II, так что квадратичная зависимость дублетного расщепления может быть обусловлена дополнительной поляризацией атомов  $^4\text{He}$  и ротонов полем  $E_0$ .

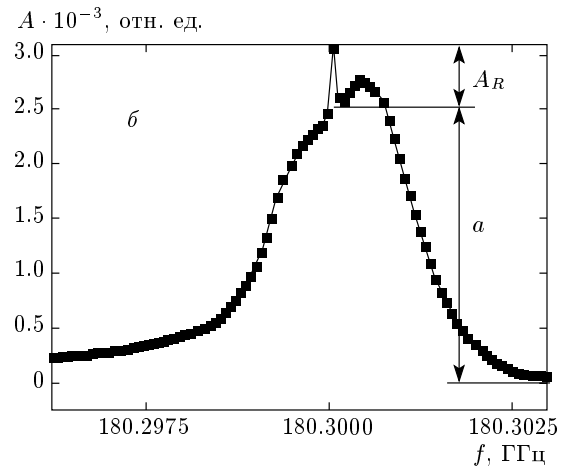
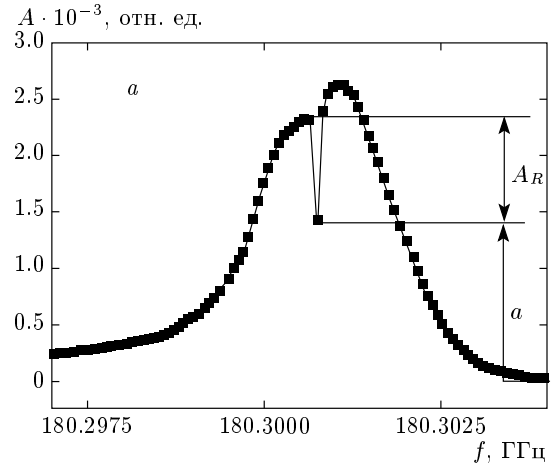


Рис. 5. Аномально узкие пики положительного (а) и отрицательного (б) резонансного СВЧ-поглощения (рисунки взяты из экспериментальной работы [7])

#### 4. МЕХАНИЗМ ИНДУЦИРОВАННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ЭМ-ВОЛН В He II В ПРИСУТСТВИИ ТЕПЛОВОГО ПОТОКА И МАКРОСКОПИЧЕСКОГО ВИХРЕВОГО ПОТОКА СТ-КОМПОНЕНТЫ

Как отмечалось во Введении, в работе [7] впервые наблюдался эффект отрицательного резонансного поглощения ЭМ-волн на ротоновой частоте  $f_0 = \Delta_r/2\pi\hbar$  (рис. 5) при наличии в He II стационарного теплового потока, который создавался с помощью тепловой пушки Капицы [8]. Струя нормальной компоненты, представляющая собой поток нагретого бальмановского газа ротонов, испускалась из сопла тепловой пушки по касательной к поверхности диска диэлектрического резонатора. Скорость струи  $v_{n0}$  на выходе из сопла пушки определялась соотношением [8]

$$v_{n0} = \frac{W_{heat}}{\rho S T}, \quad (25)$$

где  $W_{heat}$  — плотность мощности нагревателя в камере пушки, рассчитанная на единицу площади сечения сопла, а  $S$  — энтропия нормальной компоненты в расчете на единицу массы.

Благодаря термомеханическому эффекту в He II, навстречу струе нормальной компоненты движется поток СТ-компоненты, скорость которого  $v_{s0}$  в условиях несжимаемости He II связана с  $v_{n0}$  соотношением

$$\text{div}(\rho_n \mathbf{v}_{n0} + \rho_s \mathbf{v}_{s0}) = 0. \quad (26)$$

При обтекании диска резонатора, погруженного в He II, в силу условия однозначности макроскопически когерентной волновой функции СТ-компоненты при обходе замкнутого контура, вблизи внешней круговой поверхности резонатора возникает макроскопический квантовый вихрь, азимутальная скорость которого при  $r \geq R_0$  может принимать только дискретные квантованные значения:

$$v_{s\varphi}(\nu, r) = \frac{2\pi\hbar\nu}{m_4 r}. \quad (27)$$

Такой макроскопический СТ-вихрь соответствует очень большим квантовым числам  $\nu \gg 1$ , и в связи с этим в квазиклассическом приближении с хорошей точностью его можно рассматривать в рамках двухжидкостной гидродинамики как замкнутый поток СТ-компоненты. Предполагая, что в He II отсутствует перенос массы, т. е. среднemasовая гидродинамическая скорость  $\mathbf{v} = (\rho_n \mathbf{v}_n + \rho_s \mathbf{v}_s)/\rho = 0$ , можно с учетом формулы (27) оценить скорость нормальной компоненты в тепловом потоке вблизи поверхности резонатора в области  $r > R_0$  как

$$v_n(\nu, r) \approx -\frac{\rho_s}{\rho_n} v_{s\varphi}(\nu, r) = -\frac{\rho_s}{\rho_n} \frac{2\pi\hbar\nu}{m_4 r}. \quad (28)$$

Заметим, что скорость нормальной компоненты должна обращаться в нуль на поверхности резонатора при  $r = R_0$  вместе с плотностью СТ-компоненты.

Таким образом, при непрерывном изменении мощности нагревателя тепловой пушки скорость струи нормальной компоненты вблизи точки касания с диском резонатора, а следовательно, и число избыточных (неравновесных) ротонов, инжектируемых в приповерхностный слой, изменяется дискретным (ступенчатым) образом, что должно проявляться в процессах резонансного СВЧ-поглощения и излучения (см. ниже).

За счет упругого рассеяния на тепловых ротонах в He II с характерным временем  $t_{r-r} \approx 3.4 \cdot 10^{-11}$  с

при  $T = 1.4$  К должна происходить быстрая релаксация неравновесных «горячих» ротонов в низшие ротонные состояния в области максимума (корневой особенности) ротонной ПС, так что при непрерывной инжекции ротонов тепловой пушкой числа заполнения ротонных состояний на краю ротонной щели могут значительно превышать числа заполнения состояний в равновесном больцмановском газе ротонов в He II и числа заполнения фотонов ЭМ-поля резонатора.

В этом случае проведенное в разд. 2 рассмотрение взаимодействия ротонов с собственными поверхностными ЭМ-модами открытого диэлектрического резонатора, основанное на предположении о том, что ЭМ-поле является классическим, когда числа заполнения фотонов  $n_p^{phot} \gg 1$  и значительно превышают числа заполнения ротонных состояний, является недостаточным для описания процессов взаимодействия с участием неравновесных ротонов, характеризующихся достаточно большими числами заполнения  $\tilde{n}_p^{rot} \gg \exp\{-\Delta_r(T)/k_B T\}$ . Иными словами, наряду с рассмотренными выше процессами поглощения фотонов с рождением ротонов, следует учитывать обратные процессы излучения фотонов с уничтожением ротонов.

Вероятности  $P_{phot \rightarrow rot}$  и  $P_{rot \rightarrow phot}$ , соответствующие процессам поглощения (излучения) фотонов с рождением (уничтожением) ротонов, при условии неравновесной («инверсной») заселенности ротонных состояний в He II определяются следующими выражениями:

$$P_{phot \rightarrow rot} = \frac{2\pi}{\hbar} n_p^{phot} (\tilde{n}_p^{rot} + 1) |M(\mathbf{p})|^2 \times \delta(\varepsilon_r(p) - \hbar\omega_0), \quad (29)$$

$$P_{rot \rightarrow phot} = \frac{2\pi}{\hbar} (n_p^{phot} + 1) \tilde{n}_p^{rot} |M(\mathbf{p})|^2 \times \delta(\varepsilon_r(p) - \hbar\omega_0), \quad (30)$$

где  $n_p^{phot}$  — числа заполнения фотонных состояний ЭМ-поля резонатора, а  $M(\mathbf{p})$  — матричный элемент взаимодействия ротона с фотоном.

При этом скорость поглощения энергии ЭМ-поля в единицу времени в расчете на один ротон определяется разностью этих вероятностей (ср. с (15)):

$$\begin{aligned} \dot{Q}(\omega_0) &= \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^3} \varepsilon_r(p) [P_{phot \rightarrow rot}(\mathbf{p}, \omega_0) - \\ &- P_{rot \rightarrow phot}(\mathbf{p}, \omega_0)] = \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^3} \times \\ &\times (n_p^{phot} - \tilde{n}_p^{rot}) \varepsilon_r(p) |M(\mathbf{p})|^2 \delta(\varepsilon_r(p) - \hbar\omega_0). \quad (31) \end{aligned}$$

Таким образом, величина скорости поглощения энергии СВЧ-поля (31), в зависимости от чисел заполнения  $\tilde{n}_p^{rot}$  и  $n_p^{hot}$ , может быть как положительной, так и отрицательной, что соответствует поглощению или излучению фотонов.

В частности, при условии  $\tilde{n}_p^{rot} > n_p^{hot}$  должно иметь место отрицательное резонансное поглощение (индуцированное излучение) ЭМ-волн в He II. Действительно, при достаточно большой мощности тепловой пушки в работе [7] наблюдалось индуцированное СВЧ-излучение на резонансной частоте  $f_0 = \Delta_r/2\pi\hbar$  с усилением ЭМ-сигнала, характерным для квантовых генераторов и усилителей (мазеров). При этом роль дополнительной накачки верхнего роторного «уровня» в области максимума роторной ПС играет струя нормальной компоненты, вытекающая из сопла тепловой пушки.

Следует также подчеркнуть, что величина  $\tilde{Q}(\omega_0)$  должна изменяться ступенчатым образом при непрерывном изменении мощности тепловой пушки  $W_{heat}$  за счет дискретности потока нормальной компоненты  $\rho_n v_n(\nu, r)$ , а следовательно, и соответствующих неравновесных чисел заполнения роторных состояний вблизи поверхности резонатора, что находится в качественном согласии с экспериментальными данными [7].

## 5. ВЫВОДЫ

В данной работе на основе предложенного в работе [14] флексоэлектрического механизма поляризации изотропных диэлектрических сред (в том числе, квантовой жидкости He II) под действием локальных градиентов плотности  $\nabla n \neq 0$  показано, что наблюдавшиеся в серии экспериментов [1–3] эффекты поглощения ЭМ-волн СВЧ-диапазона в сверхтекучем He II обусловлены поляризацией атомов  $^4\text{He}$  либо в поле переменных во времени градиентов плотности, создаваемых роторными возбуждениями в объеме He II, либо под действием постоянного градиента плотности He II, возникающего вблизи поверхности диэлектрического резонатора за счет обращения в нуль плотности СТ-компоненты на твердой стенке.

Рассеяние рождающихся за счет поглощения фотонов ЭМ-поля неравновесных ротонов на равновесных тепловых ротонах в He II с характерным временем  $t_{r-r} \approx 3.4 \cdot 10^{-11}$  с приводит к сильному размытию линии СВЧ-поглощения порядка 30 ГГц, что соответствует наблюдавшемуся в работе [3] широкому

максимуму поглощения («пьедесталу») в интервале частот 170–200 ГГц.

В то же время, происхождение узкой резонансной линии СВЧ-поглощения на роторной частоте  $f_0 = \Delta_r/2\pi\hbar \approx 180$  ГГц связано с теми ротонами, которые приобретают собственный эффективный дипольный момент внутри узкого дипольного слоя, состоящего из поляризованных под действием градиента плотности атомов  $^4\text{He}$ . Поскольку толщина этого слоя меньше средней длины свободного пробега равновесных тепловых ротонов в He II и среднего расстояния между ними, процесс ротор-роторной релаксации сильно подавлен, в результате чего форма и ширина резонансной линии определяются роторной ПС с аномально малым декрементом затухания.

При этом наблюдавшееся в работе [6] дублетное расщепление линии поглощения во внешнем постоянном электрическом поле  $E_0$  происходит за счет взаимодействия с этим полем ротонов с противоположно направленными дипольными моментами, которые рождаются в приповерхностном дипольном слое, состоящем из атомов гелия, поляризованных под действием приповерхностного градиента плотности He II, который возникает за счет обращения в нуль плотности СТ-компоненты на твердой стенке.

Наблюдавшееся в работе [7] отрицательное резонансное поглощение (индуцированное излучение) квантов СВЧ-поля при наличии в He II создаваемого тепловой пушкой Капицы стационарного теплового потока и связанного с ним макроскопического вихревого потока СТ-компоненты вокруг диска резонатора может быть обусловлено неравновесным (инверсным) заполнением низших роторных состояний, благодаря дополнительной инжекции ротонов струей нормальной компоненты, вытекающей из сопла тепловой пушки. При этом роторные числа заполнения могут превышать соответствующие числа заполнения фотонов, так что процессы излучения фотонов за счет уничтожения ротонов преобладают над процессами поглощения фотонов с рождением ротонов.

Таким образом, наблюдавшиеся в экспериментах [1–3, 6, 7] особенности СВЧ-поглощения в He II определяются двумя основными факторами:

- 1) тем, что атом гелия не является элементарным нейтральным бозоном, а состоит из положительно заряженного тяжелого бозона — атомного ядра (альфа-частицы) и отрицательно заряженных легких фермионов — электронов, с чем связаны также эффекты инерционной поляризации СТ-гелия в волне второго (а, возможно, и первого) звука [26–28] и под действием механических колебаний [29];

2) существенным влиянием на СТ-гелий открытого диэлектрического резонатора, который, с одной стороны, имеет дискретный спектр поверхностных мод СВЧ-поля, а с другой стороны, создает приповерхностный градиент плотности в He II (за счет обращения в нуль плотности СТ-компоненты на твердой стенке) и связанный с этим приповерхностный дипольный слой из поляризованных атомов гелия, внутри которого ротонны приобретают собственные дипольные моменты и благодаря этому взаимодействуют с внешними переменными и постоянными электрическими полями.

В заключение выражаем благодарность Э. Я. Рудаевскому, А. С. Рыбалко, С. М. Рябченко и А. В. Семенову за полезные обсуждения экспериментальных данных по СВЧ-поглощению в He II. Один из авторов (Э. А. П.) благодарит фонд УНТЦ и Президиум НАН Украины за финансовую поддержку данной работы (проект № 11-5211/10-УНТЦ).

## ЛИТЕРАТУРА

1. A. Rybalko, E. Rudavskii, S. Rubets et al., J. Low Temp. Phys. **148**, 527 (2007).
2. A. Rybalko, S. Rubets, E. Rudavskii et al., Phys. Rev. B **76**, 140503 (2007).
3. А. С. Рыбалко, С. П. Рубец, Э. Я. Рудаевский et al., ФНТ **35**, 1073 (2009).
4. D. G. Henshaw and A. D. V. Woods, Phys. Rev. **121**, 1266 (1961).
5. G. Zsigmond, F. Mezei, and M. T. F. Telling, Physica B: Condens. Matter **388**, 43 (2007).
6. А. С. Рыбалко, С. П. Рубец, Е. У. Рудаевский et al., arXiv:0807.4810v1.
7. А. С. Рыбалко, С. П. Рубец, Э. Я. Рудаевский и др., ФНТ **34**, 326 (2008).
8. П. Л. Капица, ЖЭТФ **11**, 1 (1941).
9. V. P. Mineev, Письма в ЖЭТФ **90**, 866 (2009).
10. V. M. Loktev and D. Tomchenko, УФЖ **55**, 902 (2010).
11. V. M. Loktev and D. Tomchenko, Phys. Rev. B **82**, 172501 (2010).
12. V. M. Loktev and D. Tomchenko, УФЖ **56**, 49 (2011).
13. D. E. Galli, E. Cecchetti, and L. Reatto, Phys. Rev. Lett. **77**, 5401 (1996).
14. L. A. Melnikovsky, J. Low Temp. Phys. **148**, 559 (2007).
15. С. Паттерман, *Гидродинамика сверхтекучей жидкости*, Мир, Москва (1978), с. 283.
16. П. Де Жен, *Физика жидких кристаллов*, Мир, Москва (1977), с. 116.
17. Г. Е. Воловик, Письма в ЖЭТФ **39**, 169 (1984).
18. В. М. Локтев, М. Д. Томченко, ФНТ **34**, 337 (2008).
19. В. Д. Нацик, ФНТ **34**, 625 (2008).
20. С. И. Шевченко, А. С. Рукин, Письма в ЖЭТФ **90**, 46 (2009).
21. С. И. Шевченко, А. С. Рукин, ФНТ **36**, 186 (2010).
22. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Статистическая физика. Часть 2. Теория конденсированного состояния*, Наука, Москва (2002), с. 127.
23. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика (нерелятивистская теория)*, Наука, Москва (2004).
24. И. М. Халатников, *Теория сверхтекучести*, Наука, Москва (1971), с. 58.
25. M. A. H. Tucker and A. F. G. Wyatt, J. Low Temp. Phys. **110**, 425 (1998).
26. А. С. Рыбалко, ФНТ **30**, 1321 (2004).
27. Э. А. Пашицкий, А. А. Гурин, ЖЭТФ **138**, 1103 (2010).
28. А. С. Рыбалко, V. A. Tikhii, A. S. Neoneta et al., arXiv:1108.1272v1.
29. А. С. Рыбалко, С. П. Рубец, ФНТ **31**, 820 (2005).