ЖЭТФ, 2012, том 142, вып. 3 (9), стр. 419–441

КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ ОТКРЫТЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ СТОХАСТИЧЕСКИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ОБОБЩЕННОГО ЛАНЖЕВЕНОВСКОГО (НЕВИНЕРОВСКОГО) ТИПА

А. М. Башаров [*]

Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт»
123182, Москва, Россия

Поступила в редакцию 18 ноября 2011 г.

Показано, что представление эффективного гамильтониана, как оно формулировалось в работах автора, служит основой для выделения в широкополосном окружении открытой квантовой системы независимых шумовых источников, которые через генерируемые ими стационарные квантовые винеровские и пуассоновские процессы в марковском приближении определяют эффективный гамильтониан и уравнение для оператора эволюции открытой системы и ее окружения. Получены общие стохастическое дифференциальное уравнение обобщенного ланжевеновского (невинеровского) типа для оператора эволюции и кинетическое уравнение для матрицы плотности открытой системы, позволяющие исследовать динамику широкого класса сосредоточенных открытых систем в марковском приближении. Основной отличительной чертой динамики открытых квантовых систем, описываемых предложенным образом, являются эффекты стабилизации возбужденных состояний по отношению к коллективным процессам и дополнительный частотный сдвиг спектра открытой системы. В качестве иллюстрации развитого общего подхода рассмотрена динамика фотонов в одномодовом резонаторе без потерь на зеркалах, содержащем внутрирезонаторные одинаковые атомы, связанные с внешним вакуумным электромагнитным полем. При определенных атомных плотностях фотоны резонаторной моды «запираются» внутри резонатора, демонстрируя тем самым новый эффект пленения излучения и невинеровскую динамику.

1. ВВЕДЕНИЕ

В работах [1–4] для разных моделей взаимодействия ансамбля одинаковых атомов с окружающим вакуумным электромагнитным полем без фотонов установлены новые — невинеровские — особенности динамики атомных систем. В зависимости от начального состояния ансамбля одинаковых атомов его переход в состояние с меньшим на единицу возбуждением в атомной системе носит экспоненциальный характер, описываемый функцией типа $\exp\{-\gamma\gamma_{nW}N_a t\}$ с дополнительным невинеровским множителем γ_{nW}, который при некоторых значениях числа атомов N_a может обращаться в нуль. Здесь γ — константа обычного радиационного распада одного атома, а состояния атомного ансамбля считаются симметричными по перестановкам атомов. Для случая однократно возбужденного атомного ансамбля (так называемое W-состояние [5, 6], являющееся примером искусственной частицы с сильным штарковским взаимодействием [2, 3]) параметр $\gamma_{nW} = \gamma_{nW}^{(1)}$ определяется выражением [1, 3]

$$\gamma_{nW}^{(1)} = \frac{2\left(1 - \cos\left(N_a \eta_{St}^{(1)}\right)\right)}{\left(N_a \eta_{St}^{(1)}\right)^2}, \qquad \eta_{St}^{(2)} = |\Pi_1(\Omega_{21})| \frac{\hbar}{d_{12}^2}, \tag{1}$$

где Ω_{21} — частота атомного перехода с матричным элементом оператора дипольного момента d_{12}, $\Pi_1(\Omega_{21})$ — стандартный параметр, определяющий штарковский сдвиг нижнего атомного уровня [7].

Два основных новых эффекта характеризуют невинеровскую динамику. Первый состоит в подавлении коллективного спонтанного излучения и стабилизации возбужденного состояния по отношению к коллективным процессам релаксации. Это происходит на фоне сверхизлучательного эффек-

[*] E-mail: basharov@gmail.com

та Дике [8, 9], который в рассматриваемом примере сосредоточенного в малом объеме ансамбля атомов характеризуется множителем N_a в экспоненте $\exp\{-\gamma\gamma_{nW}^{(1)}N_a t\}$. Из формулы (1) видно, что при критических значениях числа атомов в ансамбле, определяемых условием $N_a^{cr}\eta_{St}^{(1)} = 2\pi n$, $n = 1, 2, \ldots$, скорость перехода из возбужденного состояния становится равной нулю. Причиной эффекта стабилизации возбужденного состояния является интерференция реального перехода (с излучением фотона) в квантовое состояние атомного ансамбля, характеризуемое меньшим числом возбуждений, и виртуальных переходов без изменения квантового состояния и излучения фотонов [10]. Виртуальные переходы определяются штарковским взаимодействием атомов с вакуумным электромагнитным полем. Будучи малой величиной (второго порядка по константе связи с вакуумным полем), штарковское взаимодействие растет в ансамбле одинаковых атомов [3, 4] и начинает при определенных атомных плотностях играть упомянутую роль.

Чтобы получить аналитически осцилляторную зависимость (1) в экспоненте стандартными методами квантовой электродинамики резонансных сред, основанными на диаграммной технике Константинова – Переля – Келдыша для функций Грина [11–13], необходимо просуммировать все диаграммы по штарковскому взаимодействию с вакуумным электромагнитным полем без фотонов. Это представляется крайне затруднительным, как и при использовании цепочек Боголюбова – Борна – Грина – Кирквуда – Ивона [14, 15], в которых на определенном этапе необходимо обрывать иерархию цепочек. В методе [16, 17] штарковским взаимодействием и вовсе пренебрегается, а приложения метода Цванцига [18] с похожими (на осцилляторную зависимость в экспоненте) результатами автору неизвестны. В работах по коллективному излучению сферически-симметричного ансамбля одинаковых атомов [19, 20] численным расчетом продемонстрированы специфические случаи, в которых можно говорить о частичном подавлении излучения.

Вторым новым эффектом, характеризующим невинеровскую динамику, является дополнительный частотный сдвиг, который является следствием релаксационной динамики и в работах [1–4, 10] целиком обусловлен штарковским взаимодействием, представленным как квантовый пуассоновский процесс, и соответственно тесно связан с эффектом подавления коллективного спонтанного излучения. Дополнительный частотный сдвиг как обобщенный лэмбовский сдвиг обсуждался в недавних работах [21, 22], однако он никак не увязывался с эффектом подавления коллективного спонтанного излучения.

В работах [1–4, 10] формулы, подобные приведенной выше с множителем в экспоненте (1), весьма просто получаются аналитически благодаря автоматическому суммированию бесконечного ряда теории возмущений в марковском приближении в результате использования техники, основанной на квантовых стохастических дифференциальных уравнениях (КСДУ) невинеровского типа. С точки зрения теории квантовых случайных процессов [23–27] штарковское взаимодействие в работах [1–4, 10] представлено квантовым пуассоновским процессом, алгебраические свойства которого, выраженные алгеброй Хадсона – Партасарати [23], позволяют отказаться от каких-либо представлений диаграммной техники и во многих интересных случаях получать аналитические результаты при главном допущении лишь о марковости рассматриваемых процессов и сосредоточенности в малом объеме атомной подсистемы.

В данной статье обобщен подход работ [1–4, 10] и сформулированы принципы общего описания в марковском приближении различных сосредоточенных открытых систем, частным случаем которых являются модели [1–4, 10] на основе КСДУ невинеровского типа, формулируемых в представлении эффективного гамильтониана. Выведено общее КСДУ для оператора эволюции открытой системы и ее широкополосного окружения, представляемого квантованным полем бозонного типа с нулевой плотностью бозонов. На основе полученного КСДУ определены операторы Линдблада, характеризующие кинетическое уравнение для матрицы плотности открытой системы. Установлены ограничения на использование кинетических уравнений, получаемых в рамках какой-либо теории, в частности, некорректность рассмотрения в кинетических уравнениях всякого рода дисперсионных пределов. Развитая теория применена для описания динамики фотонов одномодового резонатора без потерь на зеркалах с внутрирезонаторными атомами, связанными с внешним вакуумным электромагнитным полем без фотонов. Показано, что динамика фотонов резонаторной моды при достаточной плотности внутрирезонаторных атомов также имеет невинеровский тип и его характерные черты — подавление исхода фотонов из резонатора (захват фотонов) и дополнительный частотный сдвиг. Таким образом, продемонстрировано, что невинеровские особенности динамики носят весьма общий характер и могут проявляться в открытых подсистемах разного типа, например бозонного или фермионного.

Статья имеет следующую структуру. В разд. 2 обсуждается понятие открытой системы. В разд. 3 рассмотрены математические особенности описания открытых систем в марковском приближении. Раздел 4 посвящен обсуждению представления эффективного гамильтониана. Подчеркиваются отличия введенного определения эффективного гамильтониана от известных и вытекающие из него важные следствия для построения КСДУ. В разд. 5 анализируется структура слагаемых эффективного гамильтониана, которые в разд. 6 представлены стационарными квантовыми случайными процессами. В разд. 7 получен общий вид КСДУ невинеровского типа, на основе которого в разд. 8 выведены кинетические уравнения невинеровского типа для матрицы плотности открытой системы. В разд. 9 представлен пример применения развитой теории к изучению динамики фотонов одномодового резонатора с внутрирезонаторными нерезонансными атомами. Раздел 10 посвящен обсуждению основных черт невинеровской динамики открытых систем на рассмотренном примере одномодового резонатора. В Заключении рассмотрены границы применимости развитой теории и возможные ее обобщения за рамки сделанных предположений, где, по-видимому, сохранятся те или иные невинеровские особенности развитой теории.

2. ПОНЯТИЕ ОТКРЫТОЙ КВАНТОВОЙ СИСТЕМЫ

Задачи квантовой оптики, такие как спонтанное излучение атома или ансамбля одинаковых атомов, динамика высокодобротных микрорезонаторов с потерями на зеркалах, взаимодействие фотонов высокодобротной резонаторной моды и внешнего широкополосного электромагнитного поля с внутрирезонаторными атомами, дают примеры открытых квантовых систем, взаимодействующих с окружением [28–34]. Для открытых систем характерно, что их взаимодействие с окружением является достаточно слабым, чтобы представление об изолированной системе (в отсутствие взаимодействия с окружением) было хорошим «нулевым» приближением для открытой системы. Кроме того, окружение представляется многомодовым (широкополосным) и в некотором смысле однородным, так что влиянием открытой системы на состояние окружения можно пренебрегать.

Со спектральной точки зрения открытую квантовую систему удобно представлять как систему, возможно, состоящую из нескольких подсистем, число степеней свободы которых мало, а спектр дискретен, в то же время окружение открытой системы представляется значительно большей системой или совокупностью систем с бесконечно большим числом степеней свободы, спектр которых непрерывен (рис. 1).

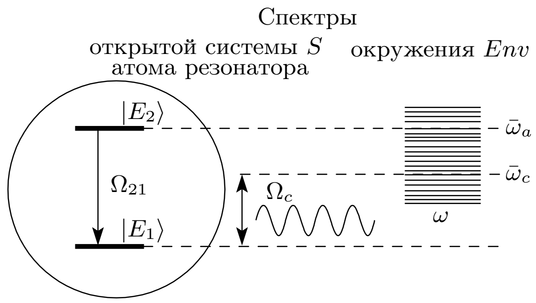

Рис. 1. Условное изображение спектра открытой системы и ее окружения

При этом отличия в описании одной открытой квантовой системы от другой кроются в алгебрах операторов, представляющих подсистемы открытой системы и ее окружения. Так, атомная подсистема представляется проекционными операторами $|E_i\rangle\langle E_j|$ на состояния атома $|E_i\rangle$, характеризуемые энергиями E_i и ортогональным разложением единицы:

$$\sum_i |E_i\rangle\langle E_i| = 1, \quad \langle E_i|E_j\rangle = \delta_{ij}.$$

Во многих типичных задачах нелинейной и квантовой оптики алгебра проекционных операторов сводится к алгебре углового момента $su(2)$ [30, 35].

Фотонная подсистема открытой системы обычно характеризуется операторами рождения $c_c^\dagger$ и уничтожения c_c фотонов резонаторной (cavity) моды, подчиняющихся алгебре осцилляторов Гейзенберга–Вейля:

$$[c_c, c_c^\dagger] = 1.$$

Атомная и фотонная подсистемы в некоторых задачах могут выступать как единый объект [36], описываемый полиномиальными алгебрами Карасева [37, 38] и т. д.

Подсистемами открытой системы могут также быть квантовые точки, ямы, проволочки и другие электронные системы, а также фононные системы с несколькими модами, например, локальные фононы нанокристаллов, наномеханических резонаторов и т. п. [39–42].

В качестве многомодового окружения в примерах теории открытых квантовых систем, взятых из квантовой оптики, часто выступает вакуумное электромагнитное поле, представляемое операторами рождения $b^\dagger_{\mathbf{q}}$ и уничтожения $b_{\mathbf{q}}$ фотонов с импульсом $\hbar\mathbf{q}$ и энергией $\hbar\omega$, законом дисперсии $\omega = qc$ (здесь c — скорость света) и коммутационными соотношениями

$$[b_{\mathbf{q}}, b^\dagger_{\mathbf{q}'}] = \delta_{\mathbf{q}\mathbf{q}'}.$$

Фононное окружение также описывается приведенной выше алгеброй бозонных операторов. В других примерах открытых квантовых систем в качестве многомодового окружения по отношению к данному атому могут рассматриваться другие атомы того же или другого сорта, так что алгебра операторов, представляющих многомодовое окружение, также может быть весьма разнообразной.

3. ОСОБЕННОСТИ КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ОТКРЫТЫХ СИСТЕМ

Описание открытой квантовой системы подразумевает вывод кинетического уравнения (master equation) для матрицы плотности ρ^S открытой системы с эффективным гамильтонианом H^{Eff-S} и релаксационным оператором $\hat\Gamma$:

$$\frac{d\rho^S}{dt} = \frac{i}{\hbar}[\rho^S, H^{Eff-S}] - \hat\Gamma\rho^S. \qquad (2)$$

Кинетическое уравнение (2) лежит в основе последующего анализа физических эффектов и явлений. В работе [43] показано, что при весьма общих предположениях релаксационный оператор $\hat\Gamma$ имеет форму, которую принято называть формой Линдблада:

$$\hat\Gamma\rho^S = -\frac{i}{\hbar}[\rho^S, H^{Shift-S}] + \\ + \sum_n \left(\frac{1}{2}L_n^{S\dagger}L_n^S\rho^S + \frac{1}{2}\rho^S L_n^{S\dagger}L_n^S - L_n^S\rho^S L_n^{S\dagger}\right), \qquad (3)$$

где L_n^S — так называемые операторы Линдблада, $n = 1, 2, \ldots$, а $H^{Shift-S}$ — добавочное слагаемое к эффективному гамильтониану системы, обусловленное динамикой, описываемой непрерывной квантовой динамической полугруппой [24–27, 43]. При этом слагаемые, содержащие операторы L_n^S, описывают релаксационные переходы в открытой квантовой системе, а оператор $H^{Shift-S}$ определяет сдвиги энергии уровней, обусловленные релаксационными переходами, так что, если $L_n^S = 0$ для всех $n = 1, 2, \ldots$, то $H^{Shift-S} = 0$.

Стандартные способы [11–18, 30] получения кинетического уравнения (2) так или иначе на определенном этапе преобразований, используют предположения типа расцепления корреляторов и пренебрежения эффектами памяти. Эти предположения, будучи примененными на самых ранних этапах преобразования, характеризуют и так называемое марковское приближение [30–32]. Однако, если марковское приближение сформулировать в исходных уравнениях для общей волновой функции открытой квантовой системы и окружения $|\Psi^{S+Env}\rangle$, то уравнения Шредингера для волновой функции и оператора эволюции станут математически неопределенными [31, 44]. Кратко поясним это важное обстоятельство на примере спонтанного излучения атома при переходе с возбужденного уровня $|E_2\rangle$ на основной уровень $|E_1\rangle$.

В электродипольном приближении [30, 45] гамильтониан взаимодействия атома и вакуумного электромагнитного поля в представлении взаимодействия можно записать обычным образом как

$$H^{Ini}(t) = -\mathbf{E}(t)\cdot\mathbf{d}(t),$$

где

$$\mathbf{E}(t) = \sum_{\mathbf{q}\lambda}\Gamma_{\omega_{\mathbf{q}}} b_{\mathbf{q}\lambda}\mathbf{e}_{\mathbf{q}\lambda} e^{-i\omega_{\mathbf{q}}t} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} + \text{H.c.}$$

— оператор вектора напряженности вакуумного электрического поля, получаемый стандартной процедурой квантования электромагнитного поля [45],

$$\mathbf{d}(t) = \sum_{jk}\mathbf{d}_{jk} e^{i\Omega_{jk}t}|E_j\rangle\langle E_k|$$

— оператор вектора дипольного момента атома. Через $\mathbf{e}_{\mathbf{q}\lambda}$ обозначен единичный вектор поляризации. В случае обычного трехмерного пространства $\Gamma_{\mathbf{q}} = (2\pi\hbar\omega_{\mathbf{q}}/\ell^3)^{1/2}$, ℓ^3 — объем квантования, $\omega_{\mathbf{q}} = qc$ — закон дисперсии. Для волновой функции $|\Psi^{S+Env}(t)\rangle$ и оператора эволюции $U(t)$ открытой системы и окружения имеем обычные уравнения Шредингера

$$i\hbar\frac{d}{dt}|\Psi^{S+Env}(t)\rangle = H^{Int}(t)|\Psi^{S+Env}(t)\rangle, \\ |\Psi^{S+Env}(t)\rangle = U(t)|\Psi^{S+Env}(0)\rangle, \qquad (4) \\ i\hbar\frac{d}{dt}U(t) = H^{Int}(t)U(t), \quad U(0) = 1^{S+Env}.$$

Решение уравнения (4) можно записать в виде ряда

$$U(t) = I + \left(-\frac{i}{\hbar}\right)\int\limits_0^t H^{Int}(t')\,dt' + \left(-\frac{i}{\hbar}\right)^2 \times$$
$$\times \int\limits_0^t\int\limits_0^{t'} H^{Int}(t')H^{Int}(t'')\,dt'dt'' + \ldots =$$
$$= \overleftarrow{T}\exp\left(-\frac{i}{\hbar}\int\limits_0^t H^{Int}(t')\,dt'\right), \quad (5)$$

где $\overleftarrow{T}$ — оператор упорядочения по времени.

Вычисление (5) обычно проводят в различных приближениях. Например, вместо исходного гамильтониана $H^{Int}(t) = H^{Ini}(t)$ берут гамильтониан взаимодействия в приближении «вращающейся волны» [30, 46] $H^{Int}(t) = H^{RF}(t)$ для двух уровней атома, связанных спонтанным переходом $E_2 \to E_1$. Для атома, расположенного в точке $\mathbf{r} = 0$, пренебрегая поляризационными эффектами и упрощая модовую структуру поля [31, 44], оператор взаимодействия в приближении вращающейся волны (иначе — во вращающейся системе, RF) можно записать в виде

$$H^{RF}(t) = \int d\omega\,\Gamma(\omega)\left(b_\omega^\dagger d_{12}e^{i(\omega-\Omega_{21})t}|E_1\rangle\langle E_2| + \right.$$
$$\left. + \, b_\omega d_{21}e^{-i(\omega-\Omega_{21})t}|E_2\rangle\langle E_1|\right).$$

Из исходного гамильтониана $H^{Ini}(t)$ в оператор $H^{RF}(t)$ вошли лишь слагаемые, которые описывают процесс перехода атома в основное состояние из возбужденного $|E_1\rangle\langle E_2|$ с рождением фотона частоты ω (слагаемое с оператором $|E_1\rangle\langle E_2|b_\omega^\dagger$) и обратный процесс поглощения фотона с переходом атома в возбужденное состояние (слагаемое с оператором $b_\omega|E_2\rangle\langle E_1|$). Далее используют марковское приближение.

Марковскому приближению в случае $H^{Int}(t) = H^{RF}(t)$ соответствуют следующие три условия [30, 31, 44].

1. В начальный момент времени состояния атома $|\Psi^S(0)\rangle$ и вакуумного электромагнитного поля $|\Psi^{Env}(0)\rangle$ не связаны какими-либо корреляциями, т. е. волновая функция открытой системы и окружения факторизована,

$$|\Psi^{S+Env}(0)\rangle = |\Psi^S(0)\rangle \otimes |\Psi^{Env}(0)\rangle,$$

а моды электромагнитного поля статистически независимы друг от друга (свойство дельта-коррелированности мод):

$$\begin{gathered}\langle\Psi^{Env}(0)|b_\omega^\dagger b_{\omega'}|\Psi^{Env}(0)\rangle = n(\omega)\delta(\omega-\omega'),\\ \langle\Psi^{Env}(0)|b_\omega b_{\omega'}^\dagger|\Psi^{Env}(0)\rangle = (1+n(\omega))\delta(\omega-\omega').\end{gathered} \quad (6)$$

2. Параметр связи открытой системы с окружением, определяемый в данном случае величиной $\Gamma(\omega)$, и плотность фотонов $n(\omega)$ окружения не зависят от частоты и являются постоянными величинами:

$$\begin{gathered}\Gamma(\omega) = \Gamma(\Omega_{21}) = \text{const},\\ n(\omega) = n(\Omega_{21}) = \text{const}.\end{gathered} \quad (7)$$

3. Пределы интегрирования по частотам распространяются от $-\infty$ до $+\infty$.

Первое условие главным образом обеспечивает расцепление корреляторов, второе — пренебрежение эффектами памяти, третье (совместно с другими) — представление операторов взаимодействия открытой системы и широкополосного окружения через стационарные квантовые случайные процессы.

В перечисленных условиях интегралы в (5) становятся математически неопределенными — значения интегралов как предела интегральных сумм зависят от выбора точек внутри интервалов разбиения области интегрирования, в которых вычисляется значение подынтегральной функции [31, 44]. Корректная формулировка этих уравнений дается в терминах КСДУ [31, 44], формализм которых позволяет наиболее просто получать кинетические уравнения.

Подход с использованием КСДУ оказался весьма эффективным не только для получения кинетических уравнений и релаксационного оператора в задачах квантовой оптики [1–4, 7, 10, 31, 36, 42, 44, 47–58], но и для моделирования траектории открытой системы [28, 29, 31, 32, 56, 57, 59, 60], а также в теории непрерывных измерений [31, 32, 61–64].

Однако в традиционной формулировке [31, 44] подхода на основе КСДУ имеет место существенная неопределенность (или незавершенность), приводящая к неправильному результату. Эта незавершенность состоит в отсутствии четких условий, в которых осуществляется формулировка требований марковости и написание КСДУ. В результате КСДУ, написанное для исходного «наиболее общего» гамильтониана $H^{Int}(t) = H^{Ini}(t)$, описывающего открытую квантовую систему, окружение и их взаимодействие, приводит к получению «нулевого» релаксационного оператора [65], тогда как правильные результаты получаются в приближении «вращающейся волны» [31, 44].

4. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОГО ГАМИЛЬТОНИАНА КАК ОСНОВА ДЛЯ ФОРМУЛИРОВКИ КВАНТОВОГО СТОХАСТИЧЕСКОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ОПЕРАТОРА ЭВОЛЮЦИИ ОТКРЫТЫХ СИСТЕМ

В работе [48] было предложено применять технику КСДУ не к исходному «наиболее общему» гамильтониану, и не к частному случаю гамильтониана в приближении вращающейся волны, а к эффективному гамильтониану, получаемому при помощи унитарного преобразования исходной полной волновой функции:

$$|\tilde{\Psi}^{S+Env}(t)\rangle = e^{-iQ(t)}|\Psi^{S+Env}(t)\rangle, \quad Q(t) = Q^{\dagger}(t).$$

Уравнение Шредингера для преобразованной волновой функции открытой системы и окружения,

$$i\hbar\frac{d}{dt}|\tilde{\Psi}^{S+Env}(t)\rangle = \tilde{H}(t)|\tilde{\Psi}^{S+Env}(t)\rangle,$$

определяется преобразованным гамильтонианом:

$$\tilde{H}(t) = e^{-iQ(t)}H^{Int}(t)e^{iQ(t)} - i\hbar e^{-iQ(t)}\frac{d}{dt}\,e^{iQ(t)}. \quad (8)$$

Далее в соответствии с понятием открытой квантовой системы оператор $Q(t)$ и преобразованный гамильтониан $\tilde{H}(t)$ разлагаются в ряд теории возмущений по константам взаимодействия открытой квантовой системы с внешними полями, порядок которых отмечается верхними индексами [48]:

$$\begin{gathered} Q(t) = Q^{(1,0,\dots)}(t) + Q^{(0,1,\dots)}(t) + \dots, \\ \tilde{H}(t) = \tilde{H}^{(1,0,\dots)}(t) + \tilde{H}^{(0,1,\dots)}(t) + \dots \\ \dots + \tilde{H}^{(2,0,\dots)}(t) + \tilde{H}^{(0,2,\dots)}(t) + \dots \end{gathered} \quad (9)$$

Унитарная симметрия, лежащая в основе ряда (9), является неотъемлемым свойством квантовой теории, и ее использование в конкретных задачах началось с самого зарождения квантовой механики [66–71]. Однако принципы выделения слагаемых ряда в (9) до сих пор отличались от предложенного в работе [48]. Так, в [69] и других работах основным требованием к слагаемым ряда (9) было требование сохранения полной энергии или числа возбуждений. В работах [48, 72] основное требование к слагаемым ряда (9) сформулировано как отсутствие быстро меняющихся во времени слагаемых в представлении взаимодействия. В случае открытой квантовой системы, взаимодействующей с широкополосным окружением, такая простая модификация

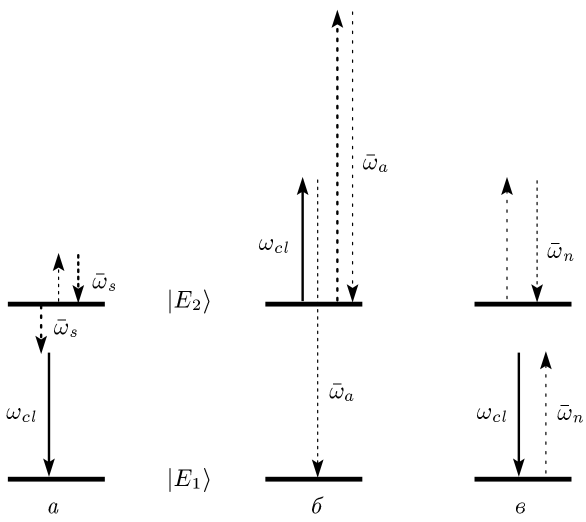

Рис. 2. Двухквантовые переходы в атоме во внешнем нерезонансном монохроматическом поле частоты ω_{cl} и вакуумном электромагнитном поле. Унитарное преобразование [48] разбивает вакуумное поле на три независимых шумовых источника с центральными частотами $\overline{\omega}_s = (E_2 - E_1)\hbar^{-1} - \omega_{cl}$ (*а*), антистоксовой $\overline{\omega}_a = (E_2 - E_1)\hbar^{-1} + \omega_{cl}$ (*б*) и $\overline{\omega}_n = \omega_{cl}$ (*в*). Фотоны этих источников участвуют в оптически запрещенном атомном переходе $E_2 \to E_1$ и вызывают штарковские сдвиги уровней (виртуальные переходы с возвращением на исходный уровень)

условия выделения слагаемых ряда (9) приводит к понятию эффективного гамильтониана и представления эффективного гамильтониана, отличному, вообще говоря, от известных теорий эффективного гамильтониана [30, 34, 66–71]. Кроме того, сформулированное условие выделения слагаемых ряда (9) обусловливает ряд важных следствий, которые кладутся в основу квантовой теории открытых систем на основе КСДУ в представлении эффективного гамильтониана и подчеркивают отличия эффективного гамильтониана, рассматриваемого в данной работе и построенного на принципах работ [48, 72], от других [30, 34, 66–71]. Ниже перечислим четыре важнейших следствия для теории открытых квантовых систем, вытекающих из принципов [48, 72] построения эффективного гамильтониана.

Следствие 1. Широкополосное окружение унитарным преобразованием [48, 72] (с отсутствием быстроменяющихся слагаемых в представлении взаимодействия) «автоматически» разбивается на совокупность независимых квантовых широкополосных шумовых источников, о необходимости введения ко-

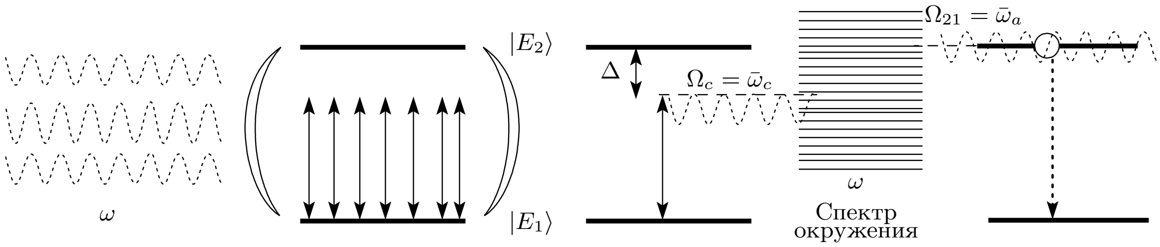

Рис. 3. Одномодовый резонатор с потерями на зеркалах и с внутрирезонаторными нерезонансными моде атомами. Унитарное преобразование [48] разбивает внешнее вакуумное электромагнитное поле на два независимых источника с центральными частотами Ω_c (совпадает с частотой резонаторной моды) и Ω_{21} (совпадает с частотой оптически разрешенного атомного перехода $E_2 \to E_1$). В первом порядке теории возмущений резонаторные фотоны связаны с шумовым источником с центральной частотой Ω_c. Во втором порядке теории возмущений атомы связаны с шумовым источником с центральной частотой Ω_{21} [42, 51]

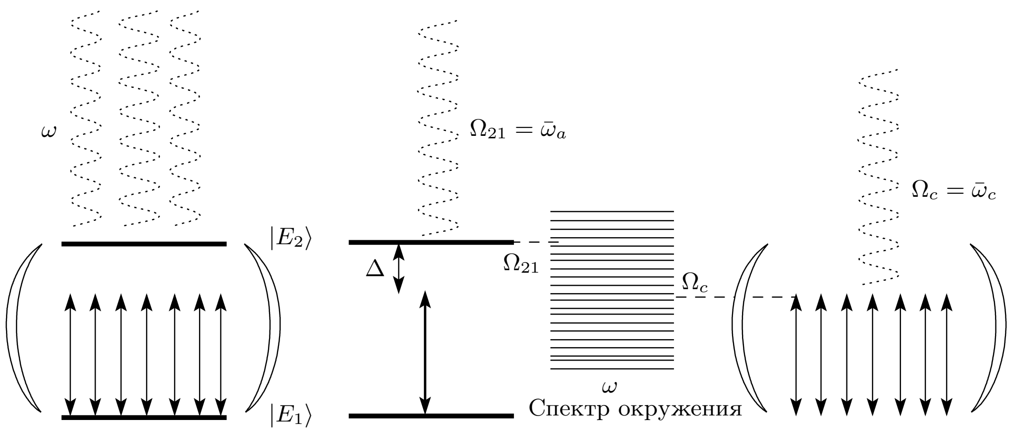

Рис. 4. Одномодовый резонатор без потерь на зеркалах и с внутрирезонаторными нерезонансными моде атомами, связанными с внешним вакуумным электромагнитным полем. Унитарное преобразование [48] разбивает внешнее вакуумное электромагнитное поле на два независимых источника с центральными частотами Ω_c (совпадает с частотой резонаторной моды) и Ω_{21} (совпадает с частотой оптически разрешенного атомного перехода $E_2 \to E_1$). В первом порядке теории возмущений внутрирезонаторные атомы связаны с шумовым источником с центральной частотой Ω_{21}. Во втором порядке теории возмущений резонаторные фотоны связаны с шумовым источником с центральной частотой Ω_c

торых говорилось еще в работе [73]. Это представляется очевидным в случае спонтанного двухквантового излучения во внешнем нерезонансном монохроматическом поле. Здесь независимые шумовые источники [48] появляются из соображений теории двухквантового резонанса [7, 72]. Фотоны этих источников участвуют как в реальных двухквантовых переходах с участием кванта из монохроматической волны, так и в виртуальных двухквантовых переходах с возвращением на исходный уровень (рис. 2). На рис. 3 и 4 представлены несколько более сложные случаи, в которых подсистема открытой квантовой системы, напрямую не связанная с окружением (атомы в случае рис. 3 и резонаторные фотоны в случае рис. 4), тем не менее во втором порядке теории возмущений оказывается подверженной воздействию окружения, но в другой области спектра окружения, в отличие от подсистемы, непосредственно (в первом порядке теории возмущений) взаимодействующей с окружением (резонаторные фотоны в случае рис. 3 и атомы в случае рис. 4).

Следствие 2. Условия марковости, в том числе и свойства дельта-коррелированности (типа условия (6)) мод шумовых источников, должны формулироваться только в представлении эффективного гамильтониана, в котором отсутствуют быстроменяющиеся во времени слагаемые (в представлении взаимодействия). Это исключает появление парадоксальных результатов типа представленных в работе [65] и в целом согласуется с представлениями квантового стохастического предела [74].

Следствие 3. Унитарное преобразование [48] (с требованием отсутствия быстроменяющихся слагаемых в представлении взаимодействия) накладывает жесткие ограничения на дальнейшее исследование предельных случаев получаемого кинетического уравнения (2). Вообще говоря, некорректно в (2) и (3) рассматривать всякого рода дисперсионные пределы, как например, в работах [34, 75, 76]. Из рис. 3 и 4 видно, что строгий резонанс во взаимодействии атомов и резонаторной моды ($\Delta \approx 0$) отвечает одной части частотного спектра окружения открытой системы, тогда как дисперсионный предел (рост Δ) вовлекает в процессы взаимодействия моды окружения, находящиеся в другой части частотного спектра. Рост параметра отстройки от резонанса Δ приводит к тому, что множители типа $\exp(\pm i\Delta t)$ становятся быстропеременными временными множителями в гамильтониане в представлении взаимодействия, а согласно следствию 2 некорректно тогда формулировать марковское приближение с КСДУ и определяемым им кинетическим уравнением. Подход [48, 72] требует, чтобы каждому дисперсионному пределу отвечал свой эффективный гамильтониан с соответствующими шумовыми источниками (отличающимися от источников в случае строгого резонанса), которые определяют свои КСДУ и кинетическое уравнение. Кинетические уравнения, отвечающие случаям, связанным друг с другом дисперсионным пределом, вообще говоря, не связаны никаким предельным переходом. Кроме принципиального различия в природе шумовых источников, подход [48, 72] приводит к корректным выражениям для параметров кинетического уравнения, описывающего дисперсионный предел, которые отличаются от аналогичных параметров, получаемых при предельном переходе к дисперсионному пределу в кинетическом уравнении, изначально выведенном для случая строгого резонанса. Наконец, подход [48, 72] обосновывает приближение вращающейся волны и указывает область его применимости. Для случаев резонансного взаимодействия атома с резонаторной модой частоты Ω_c или волновым пакетом с несущей частотой $\overline{\omega}_{cl}$ отстройки от резонанса $\Delta = \Omega_c - \Omega_{21}$ и $\Delta = \overline{\omega}_{cl} - \Omega_{21}$ должны быть малыми — много меньшими всех характерных частот задачи. При взаимодействии атома с широкополосным полем с центральной частотой $\overline{\omega}$ отстройка от резонанса $\Delta = \overline{\omega} - \Omega_{21}$ должна считаться равной нулю $\Delta = 0$, так что опять некорректно рассматривать всякого рода дисперсионные пределы кинетических уравнений, полученных в приближении вращающейся волны.

Следствие 4. Унитарное преобразование [48] единым образом вводит в квантовую теорию открытых систем КСДУ обобщенного ланжевеновского (невинеровского) типа, в котором существенную роль играет штарковское взаимодействие открытой системы с окружением. Впервые это продемонстрировано в работах [1–4, 10].

В работах [1, 2] переход к эффективному гамильтониану (на введенных в [48, 72] принципах выделения слагаемых в ряде (9)) характеризуется как переход в представление эффективного гамильтониана. При этом можно говорить о представлении эффективного гамильтониана в картинах Шредингера и Дирака (взаимодействия), которые очевидным образом связаны друг с другом [1, 2].

5. О СТРУКТУРЕ СЛАГАЕМЫХ ЭФФЕКТИВНОГО ГАМИЛЬТОНИАНА

Рассмотрим слагаемые ряда (9). Пусть для определенности первый (левый) индекс в группе верхних индексов слагаемых $\tilde{H}^{(i,j,k,\dots)}(t)$ в разложении (9) указывает порядок по параметру связи атомов с широкополосным полем окружения, второй — порядок по параметру связи атома с резонаторной модой, третий — порядок по параметру связи атома с когерентным полем накачки. Можно также рассматривать при помощи соответствующих (других) индексов порядки по параметру связи (на зеркале) резонаторной моды с (другим, вообще говоря) широкополосным полем окружения (например, четвертый индекс) и т. д. и т. п. В низших порядках разложения (9) имеем слагаемые, линейные по параметрам связи с полями задачи:

$$\tilde{H}^{(1,0,0,\dots)}(t), \tilde{H}^{(0,1,0,\dots)}(t),$$

$$\tilde{H}^{(0,0,1,\dots)}(t), \tilde{H}^{(0,0,0,1,\dots)}(t) \quad \text{и т. д.},$$

билинейные слагаемые по параметрам связи:

$$\tilde{H}^{(1,1,0,\dots)}(t), \tilde{H}^{(1,0,1,\dots)}(t),$$

$$\tilde{H}^{(0,1,1,\dots)}(t) \quad \text{и т. д.},$$

квадратичные слагаемые по параметрам связи:

$$\tilde{H}^{(2,0,0,\dots)}(t), \tilde{H}^{(0,2,0,\dots)}(t),$$

$$\tilde{H}^{(0,0,2,\dots)}(t), \tilde{H}^{(0,0,0,2,\dots)}(t) \quad \text{и т. д.}$$

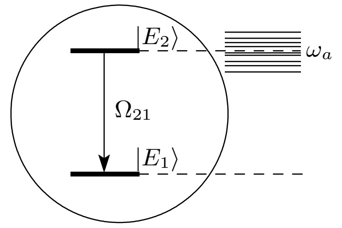

Рис. 5. Резонансное взаимодействие между атомной подсистемой и широкополосным внешним электромагнитным полем (атомная релаксация). Описывается слагаемым в эффективном гамильтониане $\tilde{H}^{(1,0,0,\dots)}(t) = \int d\omega_a \Gamma(\omega_a)\, d_{12} b^\dagger_{\omega_a} e^{i(\omega_a - \Omega_{21})t} \times$ $\times\, |E_1\rangle\langle E_2| + $ Н.с., в котором интегрирование происходит только по частоте шумового источника с центральной частотой $\overline{\omega}_a = \Omega_{21}$. Именно это требование отличает $\tilde{H}^{(1,0,0,\dots)}(t)$ от гамильтониана взаимодействия $H^{RF}(t)$ в приближении вращающейся волны

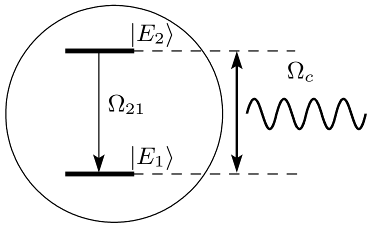

Рис. 6. Резонансное взаимодействие между атомной и фотонной подсистемами открытой квантовой системы (энергообмен между подсистемами). Описывается слагаемым в эффективном гамильтониане $\tilde{H}^{(0,1,0,\dots)}(t) = g_c d_{12} b^\dagger_{\omega_c} e^{i(\omega_c - \Omega_{21})t} |E_1\rangle\langle E_2| + $ Н.с., в котором g_c — параметр связи атома и фотонной моды (например, резонатора) частоты Ω_c

Другие слагаемые возникают в многофотонных (трехфотонных и выше) резонансах [77], в нерезонансных процессах [7, 72, 78].

Линейные по параметрам связи слагаемые описывают одноквантовые резонансы с обменом возбуждениями различной природы как внутри открытой системы, так и между открытой системой и окружением (см. рис. 5–9).

Билинейные по параметрам связи слагаемые эффективного гамильтониана описывают двухквантовые резонансы, обмен возбуждениями различной природы как внутри открытой системы, так и между открытой системой и окружением (см. рис. 3–5). Вид таких слагаемых здесь не приводим (см. [7, 36, 42, 48–51]), а некоторые случаи рассмотрим ниже и в разд. 6, 8.

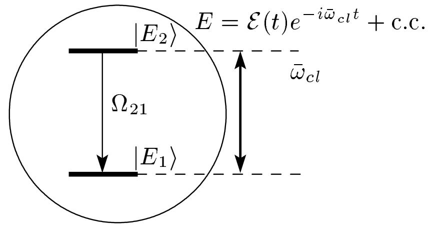

Рис. 7. Резонансное взаимодействие между атомной подсистемой и внешним когерентным (классическим) электромагнитным полем (когерентная накачка). Описывается слагаемым в эффективном гамильтониане $\tilde{H}^{(0,0,1,\dots)}(t) = -\mathcal{E}^*(t)\, d_{12} e^{i(\overline{\omega}_{cl} - \Omega_{21})t} |E_1\rangle\langle E_2| + $ Н.с., в котором $\mathcal{E}(t)$ — медленно меняющаяся амплитуда напряженности E электрического поля частоты $\overline{\omega}_{cl}$

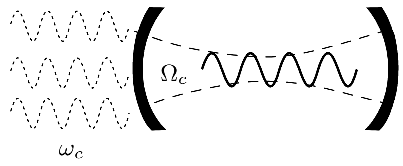

Рис. 8. Резонансное взаимодействие между фотонной подсистемой и внешним широкополосным электромагнитным полем (потери на зеркале). Описывается слагаемым $\tilde{H}^{(0,0,0,1,\dots)}(t) = \int d\omega_c g(\omega_c) b^\dagger_{\omega_c} b_c e^{i(\omega_c - \Omega_{21})t} + $ Н.с., в котором интегрирование происходит только по частоте шумового источника с центральной частотой $\overline{\omega}_c = \Omega_c$

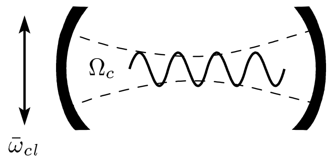

Рис. 9. Резонансное взаимодействие между фотонной подсистемой и внешним когерентным (классическим) электромагнитным полем (когерентная накачка моды). Описывается слагаемым в эффективном гамильтониане $\tilde{H}^{(0,0,0,0,1,\dots)}(t) = g_c b^\dagger_c \mathcal{E}(t) e^{i(\Omega_c - \overline{\omega}_{cl})t} + $ Н.с.

Квадратичные по параметрам связи слагаемые описывают двухквантовые резонансные переходы в отрытой системе, лэмбовские и штарковские сдвиги уровней подсистем открытой системы, взаимодействие между подсистемами (одинаковыми атомами).

Типичный вид оператора штарковского сдвига уровней дается выражениями

$$\tilde{H}^{0,2,0,\dots}(t) = \tilde{H}^{Stark}_C(t) = g_c^2 b^\dagger_c b_c \sum_k \Pi_k(\Omega_c) |E_k\rangle\langle E_k|,$$

$$\tilde{H}^{(0,0,2,\dots)}(t) = \sum_k |\mathcal{E}(t)|^2 \Pi_k(\nu) |E_k\rangle\langle E_k|.$$

При этом типичный вид оператора штарковского взаимодействия атомов с шумовым источником с центральной частотой $\overline{\omega}_n$, выделенным из широкополосного окружения переходом к представлению эффективного гамильтониана [1, 2, 7, 36], записывается как

$$\tilde{H}^{St(n)}(t) = \int d\omega_n d\omega_n' \Gamma(\omega_n)\Gamma(\omega_n') b^\dagger_{\omega_n} b_{\omega_n'} e^{i(\omega_n - \omega_n')t} \times \\ \times \sum_k \frac{1}{2} \left(\Pi_k(\omega_n) + \Pi_k(\omega_n')\right) |E_k\rangle\langle E_k|.$$

Здесь использовано стандартное обозначение теории оптического резонанса [7, 72]:

$$\Pi_k(\nu) = \sum_j \frac{|d_{kj}|^2}{\hbar} \left(\frac{1}{\omega_{kj} + \nu} + \frac{1}{\omega_{kj} - \nu} \right).$$

Отдельно подчеркнем, что слагаемые второго порядка по квантованным полям, например второго порядка по параметру связи с широкополосным полем окружения,

$$\tilde{H}^{(2,0,0,\dots)}(t) = H^{Lamb} + H^{Stark}(t) + H^{Ex},$$

содержат операторы, описывающие лэмбовский сдвиг H^{Lamb}, взаимодействие атомов между собой E^{ex} и штарковское взаимодействие атомов $H^{Stark}(t)$ [1, 2, 7, 36]. Описывая процессы второго порядка, указанные операторы в некотором смысле являются универсальными и характеризуют различные открытые квантовые системы. Оператор лэмбовского сдвига атомных уровней не содержит операторов широкополосного поля и легко исключается из последующего рассмотрения соответствующим унитарным преобразованием [1, 2, 36]. Оператор взаимодействия между атомами приводит к фазовой модуляции и зачастую не влияет непосредственно на скорость радиационных переходов между атомными уровнями [2], за исключением случая учета комбинационных эффектов [50] типа радиационных столкновений [72, 79, 80]. Во многих случаях его учет или пренебрежение им можно рассматривать как особенность изучаемой модели. Операторы штарковского взаимодействия атомных ансамблей с электромагнитными полями определяют своеобразие обобщенного ланжевеновского (невинеровского) типа КСДУ в теории открытых квантовых систем. Рассмотрим их подробнее.

Процессы, описываемые операторами штарковского взаимодействия, можно представлять как виртуальное излучение фотона и последующее его поглощение, так что атом остается на одном и том

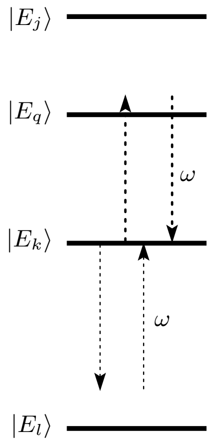

Рис. 10. Наглядное представление штарковского взаимодействия как процесса виртуального излучения и поглощения одного и того же фотона частоты ω без совершения какого-либо реального квантового перехода. Эффективность виртуальных переходов с уровня $|E_k\rangle$ и обратно зависит от наличия квазирезонансного уровня $|E_q\rangle$

же энергетическом уровне (рис. 10). Эти процессы приводят к сдвигу энергии этого энергетического уровня, который в нелинейной оптике известен как высокочастотный эффект Штарка [7, 30, 81] и оказывает существенное влияние на взаимодействие и прохождение интенсивных оптических импульсов в среде [7]. Эффективность таких процессов определяется параметром $\Pi_k(\omega)$ и зависит также от наличия квазирезонансного уровня (уровень $|E_q\rangle$ на рис. 10), который может присутствовать или отсутствовать для разных частот. Соответственно для разных частей спектра широкополосного окружения открытой системы штарковское взаимодействие может иметь различные значения.

Операторы штарковского взаимодействия аддитивны по всем имеющимся в задаче электромагнитным полям и шумовым источникам и помимо слагаемых $\tilde{H}^{(2,0,0,\dots)}(t)$, операторы штарковского взаимодействия представляются также слагаемыми $\tilde{H}^{(0,2,0,\dots)}(t)$ (штарковское взаимодействие с резонаторной модой) и слагаемым $\tilde{H}^{(0,0,2,0,\dots)}(t)$ (классический высокочастотный эффект Штарка). В ансамбле одинаковых атомов штарковское взаимодействие имеет важную особенность — оно растет с ростом числа атомов в ансамбле [3, 4]. Это видно из следующих ниже обобщений предыдущих формул.

В классическом электромагнитном поле (с напряженностью электрического поля

$$E(t) = \mathcal{E}(t) \exp\left(i\mathbf{k}_{cl} \cdot \mathbf{r} - i\overline{\omega}_{cl} t\right) + \text{c.c.},$$

несущей частотой $\overline{\omega}_{cl} = \overline{k}_{cl}c$ и медленно меняющейся амплитудой $\mathcal{E}(t)$) оператор штарковского взаимодействия для атомного ансамбля имеет простой вид [7, 72]:

$$H^{(0,0,2,0,\dots)}(t) = |\mathcal{E}(t)|^2 \sum_{i,k} \Pi_k(\omega_{cl})|E_k\rangle^{(i)}\langle E_k|^{(i)}.$$

Если имеется несколько классических полей с несущими частотами $\overline{\omega}_{cl}^{(s)}$ и амплитудами $\mathcal{E}^{(s)}(t)$, то

$$H^{(0,0,2,0,\dots)}(t) = \sum_s |\mathcal{E}^{(s)}(t)|^2 \times \\ \times \sum_{i,k} \Pi_k(\omega_{cl}^{(s)})|E_k\rangle^{(i)}\langle E_k|^{(i)}.$$

Здесь верхний индекс $i = 1, \dots, N_a$ у векторов квантовых состояний атома нумерует атомы в ансамбле.

Для квантованного поля шумового источника с центральной частотой $\overline{\omega}_n$ (в пренебрежении поляризацией и для простой модовой структуры) оператор штарковского взаимодействия $H^{St(n)}(t)$ для атомного ансамбля, локализованного в области с размерами, много меньшими характерной длины волны, можно получить из классического случая путем замены [1]

$$\mathcal{E} \to \int d\omega_n' \Gamma(\omega_n') b_{\omega_n'} e^{-i\omega_n' t},$$
$$\mathcal{E}^* \to \int d\omega_n \Gamma(\omega_n) b_{\omega_n}^{\dagger} e^{i\omega_n t},$$
$$\Pi_k(\omega_{cl}) \to \frac{1}{2}\left(\Pi_k(\omega_n) + \Pi_k(\omega_n')\right),$$

так что

$$H^{St(n)}(t) = \int d\omega_n d\omega_n' \Gamma(\omega_n)\Gamma(\omega_n') b_{\omega_n}^{\dagger} b_{\omega_n'} e^{i(\omega_n - \omega_n')t} \times \\ \times \sum_{i,k} \frac{1}{2}\left(\Pi_k(\omega_n) + \Pi_k(\omega_n')\right)|E_k\rangle^{(i)}\langle E_k|^{(i)}. \quad (10)$$

Если внешнее широкополосное поле представлено несколькими шумовыми источниками с центральными частотами $\overline{\omega}_n$, то

$$H^{Stark}(t) = \sum_n H^{St(n)}(t).$$

Для квантованного поля резонаторной моды частоты Ω_c и параметра связи g_c при замене

$$\mathcal{E} \to g_c c_c e^{-i\Omega_c t}, \quad \mathcal{E}^* \to g_c c_c^{\dagger} e^{i\Omega_c t}, \quad \Pi_j(\omega_{cl}) \to \Pi_j(\Omega_c),$$

получаем

$$H_C^{Stark} = g_c^2 c_c^{\dagger} c_c \sum_{i,j} \Pi_j(\Omega_c)|E_j\rangle^{(i)}\langle E_j|^{(i)}.$$

Для нескольких мод также имеем сумму подобных операторов. При этом

$$\tilde{H}^{(0,2,0,\dots)}(t) = H_C^{Lamb} + H_C^{Stark} + H_C^{Ex}.$$

Здесь нижний индекс отмечает операторы, аналогичные введенным выше для $\tilde{H}^{(2,0,0,\dots)}(t)$, но обязанные своим происхождением взаимодействию атомной подсистемы с квантованным полем резонаторной моды.

Заметим также, что слагаемые $\tilde{H}^{(1,1,0,\dots)}(t)$, $\tilde{H}^{(1,0,1,\dots)}(t)$ и т. п. можно представлять и как операторы штарковского взаимодействия, при котором виртуально излучается (поглощается) фотон из одного поля, а поглощается (излучается) фотон другого поля. Например, $\tilde{H}^{(1,1,0,\dots)}(t)$ можно получить из $H^{(0,0,2,0,\dots)}(t)$ заменой

$$\mathcal{E} \to g_c c_c e^{-i\Omega_c t}, \quad \mathcal{E}^* \to \int d\omega_c \Gamma(\omega_c) b_{\omega_c}^{\dagger} e^{i\omega_c t},$$
$$\Pi_k(\omega_{cl}) \to \frac{1}{2}\left(\Pi_k(\omega_c) + \Pi_k(\Omega_c)\right)$$

и добавлением слагаемого, эрмитово сопряженного полученному, т. е.

$$H^{(1,1,0,\dots)}(t) = g_c c_c \int d\omega_c \Gamma(\omega_c) b_{\omega_c}^{\dagger} e^{i\omega_c t - i\Omega_c t} \times \\ \times \sum_{i,k} \frac{1}{2}\left(\Pi_k(\omega_c) + \Pi_k(\Omega_c)\right)|E_k\rangle^{(i)}\langle E_k|^{(i)} + \text{H.c.}$$

Здесь также наглядно видно выделение такими процессами в представлении эффективного гамильтониана шумового источника из широкополосного поля окружения. Чтобы выписанное слагаемое $\tilde{H}^{(1,1,0,\dots)}(t)$ не содержало быстро меняющихся во времени множителей, член $\exp(i\omega_c t - i\Omega_c t)$ не должен быстро осциллировать, т. е. центральная частота $\overline{\omega}_c$ шумового источника, фотоны которого отмечаются нижним индексом c, должна совпадать с частотой Ω_c резонаторной моды $\overline{\omega}_c = \Omega_c$ (см. рис. 4). Таким образом, штарковское взаимодействие атомной (электронной) подсистемы открытой системы устанавливает связь между полями различной природы.

6. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ СЛАГАЕМЫХ ЭФФЕКТИВНОГО ГАМИЛЬТОНИАНА СТАЦИОНАРНЫМИ КВАНТОВЫМИ СЛУЧАЙНЫМИ ПРОЦЕССАМИ

Исходя из структуры слагаемых, линейных по параметру связи с широкополосным полем окружения $\tilde{H}^{(1,0,0,\dots)}(t)$, $\tilde{H}^{(1,1,0,\dots)}(t)$, $\tilde{H}^{(1,0,1,\dots)}(t)$ и т. п., удобно ввести операторы (в разд. 9 уточнены безразмерные временные аргументы)

$$b_a(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{\infty} d\omega_a e^{-i(\omega_a - \Omega_{21})t} b_{\omega_a},$$
$$B_a(t) = \int\limits_0^t dt' b_a(t'), \tag{11}$$
$$dB_a(t) = B_a(t+dt) - B_a(t).$$

Нижний индекс a характеризует введенные операторы как операторы шумового источника с центральной частотой $\overline{\omega}_a = \Omega_{21}$. Несмотря на бесконечные пределы[1)] интегрирования по частотам в (11), вклад в физически наблюдаемые эффекты дает лишь узкая область частот вблизи центральной частоты [30].

Определяя интегралы в разложении (4) как интегралы в смысле Ито [7, 23–27, 31, 44]

$$\int\limits_0^t \varphi(t')\, dB_a(t') = \lim_{N\to\infty} \sum_{i=1}^{N} \varphi(t_{i-1})\, (B_a(t_i) - B_a(t_{i-1}))$$

(здесь предел — в среднеквадратичном смысле), имеем следующую алгебру операторов [31, 44] (алгебра Гардинера–Коллет):

$$\begin{gathered} dB_a(t)\, dB_a^\dagger(t) = (1+n_a)\, dt, \\ dB_a^\dagger(t)\, dB_a(t) = n_a dt, \\ dB_a(t)\, dB_a(t) = dB_a^\dagger(t)\, dB_a^\dagger(t) = dB_a(t)\, dt = \\ = dB_a^\dagger(t)\, dt = dt\, dt = 0. \end{gathered} \tag{12}$$

Здесь $n_a = n(\overline{\omega}_a)$ — плотность фотонов шумового источника на его центральной частоте. Выписанные соотношения следует понимать как равенство соответствующих интегралов для так называемых неупреждающих операторов в качестве подынтегральных выражений [31].

Введенные операторы (11) представляют квантовые винеровские процессы $B_a(t)$ и $B_a^\dagger(t)$ (точнее см. ниже и в [25, 26]) для шумового источника с центральной частотой $\overline{\omega}_a$. Нижний индекс указывает на «привязку» введенных операторов к порождающему их шумовому источнику выделенным унитарным преобразованием [48, 72] исходного гамильтониана. В марковском приближении в представлении эффективного гамильтониана винеровские процессы $B_n(t)$ и $B_n^\dagger(t)$, $n = 1, 2, \ldots$, всех получаемых унитарным преобразованием [48, 72] шумовых источников определяют операторы в эффективном гамильтониане, линейные по константе связи с широкополосными полями:

$$\Big(\tilde{H}^{(1,0,0,\ldots)}(t) + \tilde{H}^{(1,1,0,\ldots)}(t) + \\ + \tilde{H}^{(1,0,1,\ldots)}(t) + \ldots\Big)\, dt = \\ = \sum_n \left(Y_n^\dagger dB_n(t) + Y_n dB_n^\dagger(t)\right). \tag{13}$$

Сумма по нижнему индексу n подразумевает суммирование по всем независимым шумовым источникам, введенным в рассмотрение представлением эффективного гамильтониана, причем все произведения любых двух дифференциалов винеровских процессов для разных шумовых источников равны нулю. Через Y_n обозначены операторы, характеризующие открытую квантовую систему в процессах с участием n-го шумового источника. Эти операторы пропорциональны (линейны и билинейны) параметрам связи как с широкополосными внешними полями, так и с другими полями задачи. Считаем, что здесь и ниже, а также в следующем разделе все величины должным образом приведены к безразмерному виду, однако обозначены прежними символами.

Впервые оператор, линейный по параметру связи с широкополосным полем, представлен дифференциалами квантовых винеровских процессов в работе [44] для гамильтониана взаимодействия $H^{Int}(t) = H^{RF}(t)$ в модели вращающейся волны, марковское приближение для которого выражено приведенными в разд. 3 условиями. Подчеркнем, что, строго говоря, линейному приближению по константе связи должен отвечать оператор $H^{Int}(t) = \tilde{H}^{(1,0,0,\ldots)}(t)$ [48, 49, 72] с нулевой отстройкой от резонанса $\Delta = \overline{\omega}_a - \Omega_{21} = 0$. В работах [7, 36, 48–51, 77] квантовые винеровские процессы введены для описания различных эффектов взаимодействия с окружением, линейных по параметрам связи с широкополосными полями и представляемых в эффективном гамильтониане слагаемыми типа $\tilde{H}^{(1,1,0,\ldots)}(t)$, $\tilde{H}^{(1,0,1,\ldots)}(t)$ и т. п.

В работах [1, 2] для различных моделей связи открытой системы с окружением показано, что в марковском приближении штарковское взаимодействие описывается квантовым пуассоновским процессом, который вводится как

1) Если не упрощать модовую структуру, то выписанные интегралы по частотам являются, по сути дела, интегралами по проекциям импульса фотонов [82], так что можно естественно расширить определение операторов, входящих в (9).

$$\Lambda_a(t) = \int_0^t dt' b_a^\dagger(t') b_a(t'),$$
$$d\Lambda_a(t) = \Lambda_a(t+dt) - \Lambda_a(t). \quad (14)$$

Тогда, учитывая все шумовые источники, имеем следующее представление:

$$H^{Stark}(t)\,dt = \sum_n Y_{\Lambda n} d\Lambda_n(t). \quad (15)$$

Через $Y_{\Lambda n}$ обозначены операторы, характеризующие атомную подсистему открытой квантовой системы в процессах второго порядка с участием n-го шумового источника. Они пропорциональны квадрату параметра связи с n-м шумовым источником и являются диагональными.

Введенные величины $d\Lambda_n(t)$ называют соответственно инкрементами (дифференциалами или дифференциалами Ито) квантовых пуассоновских процессов $\Lambda_n(t)$. Иногда их просто называют квантовыми пуассоновскими процессами. Здесь надо иметь в виду, что, в отличие от классического случая, квантовые винеровский и пуассоновский процессы связаны друг с другом. Корректно определенные квантовые винеровский $W(t)$ и пуассоновский $P(t)$ процессы определяются введенными операторами (должным образом приведенными к безразмерному виду и относящимися к одному и тому же шумовому источнику) как [25, 26]

$$W(t) = B(t) + B^\dagger(t), \quad P(t) = \Lambda(t) + i\left(B^\dagger(t) - B(t)\right).$$

Операторы $B(t)$, $B^\dagger(t)$, $\Lambda(t)$ (или $dB(t)$, $dB^\dagger(t)$, $d\Lambda(t)$) называют также уничтожающим, порождающим и считывающим случайными процессами [25, 26]. Их инкременты подчиняются алгебре Хадсона – Партасарати [23]:

$$\begin{gathered} d\Lambda(t)\,d\Lambda(t) = d\Lambda(t), \quad dB(t)\,dB^\dagger(t) = dt, \\ d\Lambda(t)\,dB^\dagger(t) = dB^\dagger(t), \quad dB(t)\,d\Lambda(t) = dB(t), \\ d\Lambda(t)\,dB(t) = d\Lambda(t)\,dt = dB^\dagger(t)\,d\Lambda(t) = \\ = dB^\dagger(t)\,dB(t) = dB^\dagger(t)\,dt = dB(t)\,dt = \\ = dt\,dt = 0. \end{gathered} \quad (16)$$

При этом считается, что все операторы относятся к одному шумовому источнику, плотность фотонов которого равна нулю. Произведения двух инкрементов случайных процессов для разных шумовых источников равны нулю, поскольку разные шумовые источники независимы друг от друга.

Заметим, что если в представлении (15) присутствует инкремент пуассоновского процесса некоторого источника, а при этом эффективный гамильтониан не зависит от инкремента винеровского процесса этого же источника, то такой пуассоновский процесс и сам источник могут в дальнейшем не учитываться при описании динамики открытой квантовой системы [1].

Учет слагаемых второго порядка в эффективном гамильтониане отличается от учета только слагаемых первого порядка по параметру связи с широкополосными полями окружения алгеброй операторов ((12) и (16)) квантовых случайных процессов. Представление эффективного гамильтониана квантовыми стационарными процессами (13) и (15) служит основой для дальнейшего получения КСДУ для оператора эволюции и кинетического уравнения для открытой системы. В случае алгебры (12) получаемые КСДУ с квантовыми винеровскими процессами естественно называть КСДУ винеровского типа. Естественно также именовать кинетические уравнения, получаемые при помощи таких КСДУ, как кинетические уравнения, управляемые квантовыми винеровскими процессами. КСДУ, записанное с учетом квантового пуассоновского процесса и основанное на другой алгебре (16), естественно называть КСДУ обобщенного (на учет пуассоновских процессов) ланжевеновского типа или невинеровского типа в том смысле, что не только квантовые винеровские процессы определяют КСДУ.

Операторы штарковского взаимодействия, вообще говоря, малы, так как являются величинами второго порядка по константе связи. Однако в ансамбле одинаковых атомов их значения (величины) растут с ростом числа атомов N_a [3, 4]. Вследствие соотношений алгебры Хадсона – Партасарати штарковское взаимодействие (пуассоновский процесс) с шумовым источником с нулевой плотностью фотонов начинает играть роль независимо от аналогичного роста в ансамбле операторов при винеровских процессах, в том числе первого порядка по константе связи и при сохранении относительной малости по сравнению с операторами при винеровских процессах. Здесь проявляется счетное или «накопительное» свойство $d\Lambda(t)\,d\Lambda(t) = d\Lambda(t)$ пуассоновского процесса.

7. КВАНТОВОЕ СТОХАСТИЧЕСКОЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ НЕВИНЕРОВСКОГО ТИПА ДЛЯ ОПЕРАТОРА ЭВОЛЮЦИИ ОТКРЫТОЙ КВАНТОВОЙ СИСТЕМЫ

Эффективный гамильтониан $H^{Eff}(t)$ открытой квантовой системы и окружения в представлении взаимодействия и в марковском приближении определяется инкрементами Ито квантовых винеровских и пуассоновских процессов как

$$H^{Eff}(t)\,dt = H^{Eff-S}(t)\,dt + \\ + \sum_n \left(Y_n^\dagger dB_n(t) + Y_n dB_n^\dagger(t)\right) + \sum_n Y_{\Lambda n} d\Lambda_n(t), \quad (17)$$

где эффективный гамильтониан открытой квантовой системы $H^{Eff-S}(t)$ определяется операторами, описывающими когерентную накачку и разного рода взаимодействия между подсистемами открытой системы, а лэмбовские сдвиги исключены дополнительным унитарным преобразованием [1, 2, 36]. При этом уравнение для оператора эволюции открытой квантовой системы и окружения не может быть получено прямой подстановкой (17) в (4), поскольку определения инкрементов Ито ((11) и (14)) и алгебры операций с ними ((12) или (16)) основаны на определении интегралов в смысле Ито. В отсутствие ($Y_{\Lambda n} \equiv 0$) невинеровских слагаемых в (17) уравнения для инкремента Ито оператора эволюции получались разными способами [7, 31, 44, 48, 61], однако невинеровские слагаемые удается весьма просто учесть [1, 2], только используя при вычислении инкремента оператора эволюции $dU(t) \equiv U(t+dt) - U(t)$ интегральное представление (4). Это дает следующее обобщающее выражение [1–4, 10]:

$$dU(t) = \left\{\exp\left(-i\left(H^{Eff-S}(t)\,dt\ + \right.\right.\right. \\ + \sum_n \left(Y_n^\dagger dB_n(t) + Y_n dB_n^\dagger(t)\right) + \\ \left.\left.\left. +\ \sum_n Y_{\Lambda n} d\Lambda_n(t)\right)\right) - 1\right\} U(t). \quad (18)$$

Из этого представления явно видна унитарность оператора эволюции и выполнение правила дифференцирования Ито:

$$d\left(U(t)U^\dagger(t)\right) = \left(dU(t)\right)U^\dagger(t) + \\ + U(t)\,dU^\dagger(t) + \left(dU(t)\right)\left(dU^\dagger(t)\right).$$

Если в формуле (17) положить $Y_{\Lambda n} \equiv 0$, то, используя алгебру Гардинера – Коллет ((12) или более общую [44]), нетрудно получить винеровское КСДУ, на основе которого далее строилось описание различных открытых квантовых систем [7, 31, 36, 42, 44, 48–55, 58, 61–64, 77, 82].

Если в (18) $Y_{\Lambda n} \neq 0$, то невинеровское КСДУ получается при разложении экспоненты в ряд и использовании алгебры Хадсона – Партасарати (16). Поскольку считаем операторы $Y_{\Lambda n}$ диагональными, получаем следующий результат:

$$dU(t) = -iH^{Eff-S}(t)\,dt\,U(t) + \\ + \sum_n \left(Y_n^\dagger \frac{Y_{\Lambda n}^e + iY_{\Lambda n}}{(Y_{\Lambda n})^2} Y_n dt + Y_n^\dagger \frac{Y_{\Lambda n}^e}{Y_{\Lambda n}} dB_n(t) + \right. \\ \left. +\ \frac{Y_{\Lambda n}^e}{Y_{\Lambda n}} Y_n dB_n^\dagger(t) + Y_{\Lambda n}^e d\Lambda_n(t)\right) U(t). \quad (19)$$

Здесь $Y_{\Lambda n}^e = \exp(-iY_{\Lambda n}) - 1$. Невинеровские операторные множители

$$Y_{\Lambda n}^e, \frac{Y_{\Lambda n}^e}{Y_{\Lambda n}}, \frac{Y_{\Lambda n}^e + iY_{\Lambda n}}{(Y_{\Lambda n})^2} \quad (20)$$

отличают КСДУ невинеровского типа от винеровского КСДУ. В отсутствие пуассоновских процессов, $Y_{\Lambda n} \equiv 0$, невинеровские операторные множители равны

$$Y_{\Lambda n}^e = 0, \quad \frac{Y_{\Lambda n}^e}{Y_{\Lambda n}} = -i, \quad \frac{Y_{\Lambda n}^e + iY_{\Lambda n}}{(Y_{\Lambda n})^2} = -\frac{1}{2}$$

и из невинеровского КСДУ (19) следует винеровское КСДУ, определяемое только инкрементами винеровских процессов:

$$dU(t) = -iH^{Eff-S}(t)\,dt\,U(t) - \\ - \sum_n \left(\frac{1}{2} Y_n^\dagger Y_n dt + iY_n^\dagger dB_n(t) + iY_n dB_n^\dagger(t)\right) U(t).$$

Здесь средняя плотность фотонов в шумовых источниках считалась равной нулю, поскольку при выводе уравнения (19) использовалась алгебра Хадсона – Партасарати. Однако в отсутствие пуассоновских процессов можно воспользоваться алгеброй Гардинера – Коллет (12) или для сжатых полей [44] и вывести винеровское КСДУ для ненулевой плотности фотонов, проводя разложение экспоненты в (17). Получится уравнение вида, который имеют все винеровские КСДУ для оператора эволюции открытой системы и окружения в случае представления окружения широкополосными бозонными полями.

8. КИНЕТИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ НЕВИНЕРОВСКОГО ТИПА

Все вычисления с величинами, определяемыми случайными процессами, например с матрицей плотности открытой системы и окружения

$$\rho^{S+Env}(t) = |\Psi^{S+Env}(t)\rangle\langle\Psi^{S+Env}(t)|,$$

проводятся путем вычисления инкрементов этих величин с последующим использованием алгебры инкрементов случайных величин типа (12) или (16). Таким образом нетрудно получить уравнение для матрицы плотности $\rho^{S+Env}(t)$. Рассматриваемая цепочка преобразований выглядит следующим образом:

$$d\rho^{S+Env}(t) \equiv \rho^{S+Env}(t+dt) - \rho^{S+Env}(t),$$

$$\begin{aligned}\rho^{S+Env}(t+dt) = |\Psi^{S+Env}(t+dt)\rangle\langle\Psi^{S+Env}(t+dt)| = \\ = U(t+dt)|\Psi^{S+Env}(0)\rangle\langle\Psi^{S+Env}(0)|U^\dagger(t+dt),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}d\rho^{S+Env}(t) = dU(t)|\Psi^{S+Env}(0)\rangle\langle\Psi^{S+Env}(0)| \times \\ \times U^\dagger(t) + U(t)|\Psi^{S+Env}(0)\rangle\langle\Psi^{S+Env}(0)|dU^\dagger(t) + \\ + dU(t)|\Psi^{S+Env}(0)\rangle\langle\Psi^{S+Env}(0)|dU^\dagger(t).\end{aligned}$$

Основу всех подобных вычислений составляет КСДУ (19). В зависимости от винеровского или невинеровского типа КСДУ получаемые кинетические уравнения для матрицы плотности будем также именовать соответственно уравнениями винеровского или невинеровского типа. Винеровским или невинеровским типом будем также характеризовать динамику открытой системы, описываемую соответствующими кинетическими уравнениями.

Кинетическое уравнение для матрицы плотности $\rho^S(t) = \mathrm{Tr}_{Env}\left(\rho^{S+Env}(t)\right)$ открытой квантовой системы следует из уравнения для $\rho^{S+Env}(t)$ после его усреднения (взятия следа Tr_{Env}) по состояниям окружения с учетом соотношений

$$\begin{aligned}\mathrm{Tr}_{Env}\left(\rho^{S+Env}(t)\,dB_n(t)\right) = \\ = \mathrm{Tr}_{Env}\left(\rho^{S+Env}(t)\,dB_n^\dagger(t)\right) = \\ = \mathrm{Tr}_{Env}\left(\rho^{S+Env}(t)\,d\Lambda_n(t)\right) = 0.\end{aligned}$$

Имеем

$$\begin{aligned}\frac{d\rho^S(t)}{dt} = -i\left[H^{Eff-S}(t), \rho^S(t)\right] + \\ + \sum_n \left(\frac{Y_{\Lambda n}^e}{Y_{\Lambda n}} Y_n \rho^S(t) Y_n^\dagger \frac{Y_{\Lambda n}^{e\dagger}}{Y_{\Lambda n}} + Y_n^\dagger \frac{Y_{\Lambda n}^e + iY_{\Lambda n}}{Y_{\Lambda n}^2} Y_n \rho^S(t) + \right. \\ \left. + \rho^S(t) Y_n^\dagger \frac{Y_{\Lambda n}^{e\dagger} - iY_{\Lambda n}}{Y_{\Lambda n}^2} Y_n\right). \quad (21)\end{aligned}$$

Это кинетическое уравнение нетрудно переписать в форме Линдблада (2) и (3) с операторами Линдблада

$$\begin{aligned}L_n^S = \frac{Y_{\Lambda n}^e}{Y_{\Lambda n}} Y_n, \\ H^{Shift-S} = \sum_n Y_n^\dagger \frac{\sin Y_{\Lambda n} - Y_{\Lambda n}}{Y_{\Lambda n}^2} Y_n,\end{aligned} \quad (22)$$

при этом

$$L_n^{S\dagger} L_n^S = 2Y_n^\dagger \frac{1 - \cos Y_{\Lambda n}}{Y_{\Lambda n}^2} Y_n. \quad (23)$$

В пренебрежении штарковскими взаимодействиями операторы Линдблада (22) и (23) приобретают простой вид

$$L_n^S = -iY_n, \quad L_n^{S\dagger} L_n^S = Y_n^\dagger Y_n, \quad H^{Shift-S} = 0. \quad (24)$$

Уравнения (19), (21) и (22) по сути являются общими уравнениями (невинеровского типа) в марковском приближении, которые описывают различные открытые системы, содержащие атомную/электронную подсистему и находящиеся в бозонном широкополосном окружении. При этом в динамике открытой системы существенную роль играют взаимодействия типа штарковского, которые отражаются в наличии невинеровских множителей (20), (22) и (23) и обусловливают своеобразие невинеровской динамики. Напомним, что взаимодействия типа штарковского имеют второй порядок малости по константе связи с широкополосным полем и их роль возрастает с ростом числа частиц в атомной/электронной подсистеме независимо от аналогичного роста процессов первого порядка по константе связи с широкополосным полем.

9. ПРИМЕР. НЕВИНЕРОВСКАЯ ДИНАМИКА ОДНОМОДОВОГО РЕЗОНАТОРА С ВНУТРИРЕЗОНАТОРНЫМИ НЕРЕЗОНАНСНЫМИ АТОМАМИ

Применим полученное общее уравнение (21) к исследованию динамики одномодового резонатора без потерь на зеркалах, содержащего внутрирезонаторные одинаковые атомы. Пусть атомы, сосредоточенные в малом объеме вблизи точки $\mathbf{r} = 0$, электродипольным образом взаимодействуют с резонаторной модой частоты Ω_c и внешним квантованным вакуумным широкополосным электромагнитным полем (см. рис. 4). В картине Дирака имеет место следующее исходное уравнение Шредингера для волновой функции $|\Psi^{S+Env}(t)\rangle$ фотонов резонаторной моды, внутрирезонаторных атомов и внешнего электромагнитного поля:

$$i\hbar\frac{d|\Psi^{S+Env}(t)\rangle}{dt} = \left(H_{A-C}(t) + H_{A-F}(t)\right)|\Psi^{S+Env}(t)\rangle,$$

$$H_{A-C}(t) = g_c\left(c_c^\dagger e^{i\Omega_c t} + c_c e^{-i\Omega_c t}\right) \times \\ \times \sum_{i,kj} d_{kj} e^{i\Omega_{kj}t} |E_k\rangle^{(i)}\langle E_j|^{(i)}, \quad \Omega_{kj} = \frac{E_k - E_j}{\hbar},$$

$$H_{A-F}(t) = \int d\omega\, \Gamma(\omega)\left(b_\omega^\dagger e^{i\omega t} + b_\omega e^{-i\omega t}\right) \times \\ \times \sum_{i,kj} d_{kj} e^{i\Omega_{kj}t} |E_k\rangle^{(i)}\langle E_j|^{(i)}.$$

Здесь $H_{A-C}(t)$ — оператор взаимодействия атомов и резонаторной моды, $H_{A-F}(t)$ — оператор взаимодействия атомов и внешнего широкополосного вакуумного электромагнитного поля, g_c и $\Gamma(\omega)$ — параметры связи.

Будем считать, что внутрирезонаторные атомы могут заселять только пару уровней $|E_1\rangle$ и $|E_2\rangle$, связанных между собой оптически разрешенным переходом, а фотонная мода нерезонансна атомным переходам. Тогда в слагаемых первого порядка разложения (9)

$$\tilde{H}^{(1,0)}(t) = \hbar\frac{d}{dt}\, Q^{(1,0)}(t) + H_{A-F}(t),$$

$$\tilde{H}^{(0,1)}(t) = \hbar\frac{d}{dt}\, Q^{(0,1)}(t) + H_{A-C}(t)$$

величины, медленно меняющиеся во времени, будут только в $\tilde{H}^{(1,0)}(t)$, и этими величинами служат следующие слагаемые из $H_{A-F}(t)$:

$$\tilde{H}^{(1,0)}(t) = \int d\omega_a \Gamma(\omega_a)\left(b_{\omega_a}^\dagger e^{i\omega_a t} d_{12} e^{-i\Omega_{21}t} \times \right. \\ \times \sum_i |E_1\rangle^{(i)}\langle E_2|^{(i)} + b_{\omega_a} e^{-i\omega_a t} d_{21} e^{i\Omega_{21}t} \times \\ \left. \times \sum_i |E_2\rangle^{(i)}\langle E_1|^{(i)}\right).$$

Слагаемое $\tilde{H}^{(1,0)}(t)$ формально (по внешнему виду) совпадает с оператором взаимодействия в приближении вращающейся волны $H^{RF}(t)$, однако требование медленного изменения во времени проявляются здесь в том, что интегрирование по частоте в $\tilde{H}^{(0,1)}(t)$ проводится только по узкой области вблизи центральной частоты $\overline{\omega}_a$, совпадающей с частотой атомного перехода Ω_{21}. Это обозначено посредством определения частоты, по которой проходит интегрирование, через ω_a. Итак, $\omega_a \approx \Omega_{21}$, случай ненулевой отстройки $\overline{\omega}_a - \Omega_{21}$ в дальнейшем исключается из рассмотрения, поскольку $\overline{\omega}_a = \Omega_{21}$[2)]. Такого требования нет в приближении вращающейся волны. Это обстоятельство сразу запрещает в дальнейшем рассмотрении исследование дисперсионных пределов. После включения части слагаемых $H_{A-F}(t)$ в определение $\tilde{H}^{(1,0)}(t)$ из уравнения для $\tilde{H}^{(1,0)}(t)$ однозначно определяется оператор $Q^{(1,0)}(t)$.

Поскольку взаимодействие резонаторной моды с атомом носит нерезонансный характер, медленно меняющихся во времени слагаемых в $H_{A-C}(t)$ нет, так что $\tilde{H}^{(0,1)}(t) = 0$. Это условие также однозначно определяет оператор $Q^{(0,1)}(t)$.

При рассмотрении слагаемого второго порядка

$$\tilde{H}^{(1,1)}(t) = \hbar\frac{d}{dt}\, Q^{(1,1)}(t) - \frac{i}{2}\left[Q^{(0,1)}(t), H_{A-F}(t)\right] - \\ - \frac{i}{2}\left[Q^{(0,1)}(t), \tilde{H}^{(1,0)}(t)\right] - \frac{i}{2}\left[Q^{(1,0)}(t), H_{A-C}(t)\right] - \\ - \frac{i}{2}\left[Q^{(1,0)}(t), \tilde{H}^{(0,1)}(t)\right]$$

видно, что в силу коммутаторов появляется следующее медленно меняющееся слагаемое:

$$\tilde{H}^{(1,1)}(t) = \int d\omega_c \Gamma(\omega_c) b_{\omega_c} e^{-i\omega_c t} g_c c_c^\dagger e^{i\Omega_c t} \times \\ \times \sum_k \frac{1}{2}\left(\Pi_k(\Omega_c) + \Pi_k(\omega_c)\right) \sum_i |E_k\rangle^{(i)}\langle E_k|^{(i)} + \\ + \int d\omega_c \Gamma(\omega_c) b_{\omega_c}^\dagger e^{i\omega_c t} g_c c_c e^{-i\Omega_c t} \times \\ \times \sum_k \frac{1}{2}\left(\Pi_k(\Omega_c) + \Pi_k(\omega_c)\right) \sum_i |E_k\rangle^{(i)}\langle E_k|^{(i)},$$

где интегрирование по частоте проводится только по узкой области вблизи центральной частоты $\overline{\omega}_c$, совпадающей с частотой резонаторной моды Ω_c. Это обозначено посредством определения частоты, по которой проходит интегрирование, через ω_c. Итак, здесь $\omega_c \approx \Omega_c$, а случай ненулевой отстройки $\overline{\omega}_c - \Omega_c$ в дальнейшем нельзя обсуждать, так как $\overline{\omega}_c = \Omega_c$.

Таким образом, возникают два квантовых шумовых источника с частотами ω_a и ω_c. Центральная частота первого источника совпадает с частотой Ω_{21} рассматриваемого атомного перехода, центральная частота второго — с частотой Ω_c резонаторной моды (рис. 4). Указанные шумовые источники определяют также операторы штарковского взаимодействия, обусловливая свои отдельные вклады $H_{\Gamma_a}^{Stark}(t)$ и $H_{\Gamma_c}^{Stark}(t)$ в слагаемое второго порядка по параметру связи с внешним вакуумным электромагнитным полем:

$$\tilde{H}^{(2,0)}(t) = H_F^{Lamb} + H_{\Gamma_a}^{Stark}(t) + H_{\Gamma_c}^{Stark}(t) + H_F^{Ex},$$

[2)] Точнее, центральная частота шумового источника совпадает с перенормированной частотой атомного перехода $\tilde{\Omega}_{21}$, учитывающего лэмбовские сдвиги уровней.

$$H_{\Gamma_c}^{Stark}(t) = \int d\omega_c d\omega_c' \Gamma(\omega_c)\Gamma(\omega_c') b_{\omega_c}^\dagger b_{\omega_c'} e^{i(\omega_c - \omega_c')t} \times \\ \times \sum_k \frac{1}{2}\left(\Pi_k(\omega_c) + \Pi_k(\omega_c')\right) \sum_i |E_k\rangle^{(i)}\langle E_k|^{(i)},$$

$$H_{\Gamma_a}^{Stark}(t) = \int d\omega_a d\omega_a' \Gamma(\omega_a)\Gamma(\omega_a') b_{\omega_a}^\dagger b_{\omega_a'} e^{i(\omega_a - \omega_a')t} \times \\ \times \sum_k \frac{1}{2}\left(\Pi_k(\omega_a) + \Pi_k(\omega_a')\right) \sum_i |E_k\rangle^{(i)}\langle E_k|^{(i)}.$$

Величины операторов штарковского взаимодействия $H_{\Gamma_a}^{Stark}(t)$ и $H_{\Gamma_c}^{Stark}(t)$ могут заметно отличаться друг от друга в силу разных значений параметров $\Pi_k(\omega_a)$ и $\Pi_k(\omega_c)$, определяющих величины штарковских сдвигов уровней атома [7, 72] в полях с несущими частотами ω_a и ω_c. На величину $\Pi_k(\omega)$ влияет наличие в атоме квазирезонансного уровня с энергией вблизи значения $E_k \pm \hbar\omega$.

Другие части частотного спектра внешнего вакуумного электромагнитного поля также могут рассматриваться как независимые шумовые источники, которые определяют свой вклад в оператор штарковского взаимодействия. Однако они не влияют [1] на динамику открытой квантовой системы в случае нулевой плотности фотонов и при отсутствии в соответствующей области спектра оператора взаимодействия открытой квантовой системы с такими источниками, представляемого винеровским процессом.

Остальные слагаемые эффективного гамильтониана для рассматриваемого примера имеют вид

$$\tilde{H}^{(0,2)}(t) = H_C^{Lamb} + H_C^{Stark} + H_C^{Ex},$$

$$H_C^{Lamb} = -\hbar^{-1} {\sum_{kj}}' \frac{g_c^2 d_{kj} d_{jk}}{\omega_c - \Omega_{kj}} \sum_i |E_k\rangle^{(i)}\langle E_k|^{(i)},$$

$$H_F^{Lamb} = -\hbar^{-1} \int d\omega \times \\ \times {\sum_{i,kj}}' \frac{\Gamma^2(\omega)\, d_{kj} d_{jk}}{\omega - \Omega_{kj}} |E_k\rangle^{(i)}\langle E_k|^{(i)},$$

$$H_C^{Stark} = g_c^2 c_c^\dagger c_c \sum_k \Pi_k(\Omega_c) \sum_i |E_k\rangle^{(i)}\langle E_k|^{(i)},$$

$$H_C^{Ex} = -\frac{1}{2}\hbar^{-1} \sum_{kj} g_c^2 d_{kj} d_{jk} \times \\ \times \left(\frac{1}{\Omega_c + \Omega_{kj}} + \frac{1}{\Omega_c - \Omega_{kj}}\right) \times \\ \times \sum_{i \ne i'} |E_k\rangle^{(i)}\langle E_j|^{(i)} |E_j\rangle^{(i')}\langle E_k|^{(i')},$$

$$H_F^{Ex} = -\frac{1}{2}\hbar^{-1} \int d\omega \Gamma^2(\omega) \times \\ \times {\sum_{kj}}' \left(\frac{d_{kj} d_{jk}}{\omega + \Omega_{kj}} + \frac{d_{kj} d_{jk}}{\omega - \Omega_{kj}}\right) \times \\ \times \sum_{i \ne i'} |E_k\rangle^{(i)}\langle E_j|^{(i)} |E_j\rangle^{(i')}\langle E_k|^{(i')},$$

$$H_C^{Stark} = g_c^2 c_c^\dagger c_c \sum_k \Pi_k(\Omega_c) \sum_i |E_k\rangle^{(i)}\langle E_k|^{(i)}.$$

Знак штрих у суммы отмечает отсутствие слагаемых с расходящимися знаменателями.

Введенные выше шумовые источники будем описывать при помощи операторов типа (11) и (14),

$$b_a(\tau_a) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int d\nu_a e^{-i(\nu_a - 1)\tau_a} b_{\nu_a},$$

$$B_a(\tau_a) = \int_0^{\tau_a} d\tau' b_a(\tau'), \quad \Lambda_a(\tau_a) = \int_0^{\tau_a} d\tau' b_a^\dagger(\tau') b_a(\tau'),$$

$$b_c(\tau_c) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int d\nu_c e^{-i(\nu_c - 1)\tau_c} b_{\nu_c},$$

$$B_c(\tau_c) = \int_0^{\tau_c} d\tau' b_c(\tau'), \quad \Lambda_c(\tau_c) = \int_0^{\tau_c} d\tau' b_c^\dagger(\tau') b_c(\tau'),$$

в которых использованы безразмерные переменные

$$\tau_a = \Omega_{21} t, \quad \tau_c = \Omega_c t, \quad \nu_a = \omega_a/\Omega_{21},$$

$$\nu_c = \omega_c/\Omega_c, \quad \sqrt{\Omega_{21}}\, b_{\omega_a} = b_{\nu_a}, \quad \sqrt{\Omega_c}\, b_{\omega_c} = b_{\nu_c}.$$

Введенные операторы подчиняются алгебре (16), в уравнениях которой переменная t заменена на соответствующие безразмерные переменные τ_s, $s = a, c$. КСДУ для оператора эволюции имеет вид (19) с указанной выше заменой, эффективным гамильтонианом $H^{Eff-S}(\tau_s)$ и набором операторов Y_n и $Y_{\Lambda n}$ с $n = a, c$ следующего вида:

$$H^{Eff-S}(\tau_s) = H_c^{Stark} + H^{Ex}, \\ H^{Ex} = \frac{H_C^{Ex} + H_F^{Ex}}{\hbar\Omega_{21}}, \\ H_c^{Stark} = \frac{H_C^{Stark}}{\hbar\Omega_{21}}, \tag{25}$$

$$Y_a = \chi_a R_-, \quad Y_{\Lambda a} = \eta_a^{(+)} \frac{N_a}{2} + \eta_a^{(-)} R_3, \\ Y_c = G_c c_c \left\{\eta_c^{(+)} \frac{N_a}{2} + \eta_c^{(-)} R_3\right\}, \\ Y_{\Lambda c} = \eta_c^{(+)} \frac{N_a}{2} + \eta_c^{(-)} R_3, \tag{26}$$

$$\chi_a = \frac{\Gamma(\overline{\omega}_a)\, d_{12}\sqrt{2\pi}}{\hbar\sqrt{\Omega_{21}}},$$

$$\eta_a^{(\pm)} = \frac{2\pi}{\hbar}\,\Gamma(\Omega_{21})\Gamma(\Omega_{21})\left(\Pi_2(\Omega_{21}) \pm \Pi_1(\Omega_{21})\right),$$

$$G_c = \frac{g_c}{\sqrt{2\pi\Omega_c}\,\Gamma(\Omega_c)},$$

$$\eta_c^{(\pm)} = \frac{2\pi}{\hbar}\,\Gamma(\Omega_c)\Gamma(\Omega_c)\left(\Pi_2(\Omega_c) \pm \Pi_1(\Omega_c)\right),$$

$$R_3 = \frac{1}{2}\sum_i \left(|E_2\rangle^{(i)}\langle E_2|^{(i)} - |E_1\rangle^{(i)}\langle E_1|^{(i)}\right),$$

$$R_- = \sum_i |E_1\rangle^{(i)}\langle E_2|^{(i)}, \quad R_+ = \sum_i |E_2\rangle^{(i)}\langle E_1|^{(i)}.$$

Кинетическое уравнение для матрицы плотности ρ^S фотонов и атомов резонатора дается выражением (21) с операторами (25) и (26). Ниже рассмотрим простейший случай. Пусть в начальный момент времени отсутствуют какие-либо корреляции атомной и фотонной подсистем. Тогда кинетические уравнения для матриц плотности атомной $\rho^A = \mathrm{Tr}_C(\rho^S)$ и фотонной $\rho^C = \mathrm{Tr}_A(\rho^S)$ подсистем также имеют форму Линдблада (2) и (3) с операторами Линдблада (для атомной подсистемы — L^A, $H^{Shift-A}$, для фотонной подсистемы — L^C, $H^{Shift-C}$) в виде

$$\begin{gathered} L^A = \chi_a \frac{\exp\left[-i\left(\eta_a^{(+)}\dfrac{N_a}{2} + \eta_a^{(-)}R_3\right)\right] - 1}{\eta_a^{(+)}\dfrac{N_a}{2} + \eta_a^{(-)}R_3} R_-, \\ H^{Shift-A} = \chi_a^2 R_+ \times \\ \times \frac{\sin\left(\eta_a^{(+)}\dfrac{N_a}{2} + \eta_a^{(-)}R_3\right) - \eta_a^{(+)}\dfrac{N_a}{2} - \eta_a^{(-)}R_3}{\left(\eta_a^{(+)}\dfrac{N_a}{2} + \eta_a^{(-)}R_3\right)^2} R_-, \end{gathered} \tag{27}$$

$$\begin{gathered} L^C = \\ = G_c c_c \left(\exp\left[-i\left(\eta_c^{(+)}\frac{N_a}{2} + \eta_c^{(-)}R_3\right)\right] - 1\right), \\ H^{Shift-C} = G_c^2 \left(\sin\frac{N_a}{2}\left(\eta_c^{(+)} - \eta_c^{(-)}\right) - \right. \\ \left. - \frac{N_a}{2}\left(\eta_c^{(+)} - \eta_c^{(-)}\right)\right) c_c^\dagger c_c. \end{gathered} \tag{28}$$

При этом в формуле (2) время t заменено на соответствующее безразмерное время τ_a и τ_c, а эффективные гамильтонианы определяются выражениями

$$H^{Eff-A}(\tau_a) = H_c^{Stark} + H^{Ex}, \quad H^{Eff-C}(\tau_c) = \overline{H}_c^{Stark},$$

$$H_{\overline{c}}^{Stark} = \frac{g_c^2}{\hbar\Omega_{21}}\langle c_c^\dagger c_c\rangle \left\{\Pi_+(\Omega_c)\frac{N_a}{2} + \Pi_-(\Omega_c)R_3\right\},$$

$$\overline{H}_c^{Stark} = \frac{g_c^2}{\hbar\Omega_{21}}\langle c_c^\dagger c_c\rangle \left\langle \Pi_+(\Omega_c)\frac{N_a}{2} + \Pi_-(\Omega_c)R_3\right\rangle.$$

Здесь $\Pi_\pm(\omega) = \Pi_2(\omega) \pm \Pi_1(\omega)$, а угловые скобки обозначают усреднение:

$$\left\langle \Pi_+(\Omega_c)\frac{N_a}{2} + \Pi_-(\Omega_c)R_3\right\rangle = \\ = \mathrm{Tr}\left\{\rho^A\left(\Pi_+(\Omega_c)\frac{N_a}{2} + \Pi_-(\Omega_c)R_3\right)\right\},$$

$$\langle c_c^\dagger c_c\rangle = \mathrm{Tr}(\rho^C c_c^\dagger c_c).$$

10. ОСНОВНЫЕ ЧЕРТЫ НЕВИНЕРОВСКОЙ ДИНАМИКИ ОТКРЫТЫХ СИСТЕМ

Можно выделить следующие основные характерные черты динамики невинеровского типа, определяемые в общем случае уравнениями (19) и (21).

1. Дополнительный сдвиг уровней открытой системы, описываемый оператором H^{Eff-S} и отсутствующий при винеровской динамике (см. (24)).

2. Эффект подавления коллективных процессов релаксации и стабилизация возбужденных состояний по отношению к коллективному распаду при определенных плотностях атомной/электронной подсистемы. Этот эффект относится не только к атомной/электронной подсистеме открытой системы, но и к другим ее подсистемам, например фотонной. Важно только, чтобы другие подсистемы открытой системы взаимодействовали каким-либо образом с атомной/электронной подсистемой, как в рассмотренном выше примере.

Поскольку частотные сдвиги можно экспериментально определять с достаточно большой точностью, эффект дополнительного частотного сдвига может проявиться и быть учтенным на фоне еще не выраженных отчетливо (по сути дела, в отсутствие) эффектов подавления коллективных процессов релаксации и стабилизации возбужденных состояний по отношению к коллективному распаду.

Эффект подавления коллективных процессов релаксации для атомной и фотонной подсистем одномодового резонатора следует из уравнений (2), (3), (27) и (28).

Рассмотрим сначала спонтанный распад атомной подсистемы — возбужденного ансамбля одинаковых двухуровневых атомов, локализованных в одномодовом резонаторе и связанных (оператором H_{A-F}) с внешним вакуумным электромагнитным полем. Пусть в начальный момент времени $t = 0$ волновая функция ансамбля симметрична по перестановкам атомов. Состояния такого ансамбля описываются собственными векторами $|r, m\rangle$ оператора R_3, $R_3|r, m\rangle = m|r, m\rangle$, на которых реализуется $2r + 1$-мерное представление алгебры $su(2)$ с генераторами R_3, $R_\pm$ и коммутационными соотношениями $[R_3, R_\pm] = \pm R_\pm$, $[R_+, R_-] = 2R_3$. Здесь $2r$ — число атомов N_a в ансамбле, $N_a = 2r$. Ансамблю из невозбужденных атомов отвечает состояние $|r, -r\rangle$, с одним возбужденным атомом — состояние $|r, -r + 1\rangle$, с N_a возбужденными атомами — $|r, r\rangle$. Рассмотренный случай отличается от случая ансамбля одинаковых атомов, локализованных в малой области обычного трехмерного пространства, лишь дополнительным штарковским взаимодействием с фотонами нерезонансной резонаторной моды (описываемым оператором $H_{\bar{c}}^{Stark}$) и несколько другой величиной оператора межатомного взаимодействия H^{Ex}. Отличия влияют на излучаемое атомами электромагнитное поле, однако не влияют на скорости переходов между квантовыми состояниями атомной подсистемы.

W-состояние атомного ансамбля в резонаторе $|r, -r+1\rangle$, как и полностью возбужденное состояние $|r, r\rangle$, также распадается по экспоненциальному закону $\exp\{-\gamma\gamma_{nW}N_at\}$ с невинеровским множителем $\gamma_{nW} = \gamma_{nW}^{(1)}$ (1) в случае W-состояния и $\gamma_{nW} = \gamma_{nW}^{(2)}$ для полностью возбужденного состояния,

$$\begin{gathered}\gamma_{nW}^{(2)} = \frac{2\left(1 - \cos\left(N_a\eta_{St}^{(2)}\right)\right)}{\left(N_a\eta_{St}^{(2)}\right)^2}, \\ \eta_{St}^{(2)} = \gamma\,|\Pi_2(\Omega_{21})|\,\frac{\Omega_{21}\hbar}{d_{12}^2}\,,\end{gathered} \tag{29}$$

определяемым параметром $\Pi_2(\Omega_{21})$, которое характеризует штарковское взаимодействие атома в возбужденном состоянии $|E_2\rangle$. При числах N_a^{cr} атомов ансамбля, удовлетворяющих условиям $N_a^{cr}\eta_{St} = 2\pi n$, $n = 1, 2, \ldots$, рассматриваемые состояния из возбужденных атомов оказываются стабильными по отношению к коллективным процессам релаксации.

Рассмотрим теперь скорость изменения среднего числа фотонов резонаторной моды в случае внутрирезонаторных атомов в невозбужденном состоянии. Среднее число фотонов в микрорезонаторе $\overline{n}_c(t)$ даже в отсутствие потерь на зеркалах будет уменьшаться, причем также по экспоненциальному закону:

$$\overline{n}_c(t) = \overline{n}_c(0)\exp\left\{G_c^2N_a^2\gamma_{nW}^{(c)}t\right\},$$

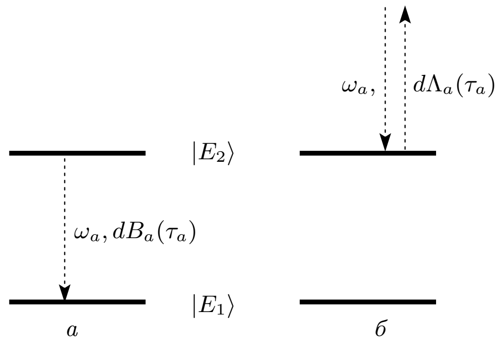

Рис. 11. Интерферирующие процессы, определяющие подавление коллективной релаксации и стабилизацию возбужденного состояния атомного ансамбля

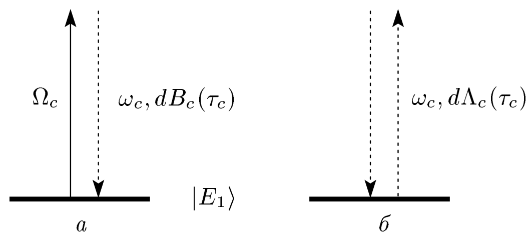

Рис. 12. Интерферирующие процессы, определяющие подавление коллективной релаксации и стабилизацию возбужденного состояния фотонов резонаторной моды без потерь на зеркалах, но с внутрирезонаторными атомами, связанными с вакуумным электромагнитным полем окружения

с винеровской константой распада G_c и невинеровским множителем в экспоненте,

$$\begin{gathered}\gamma_{nW}^{(c)} = \frac{2(1 - \cos N_a\eta_{St}^{(c)})}{N_a^2}, \\ \eta_{St}^{(c)} = \frac{2\pi}{\hbar}\,\Gamma^2(\Omega_c)\Pi_1(\Omega_c).\end{gathered} \tag{30}$$

Здесь также существует набор «критических» чисел N_a^{cr} атомов, $N_a^{cr}\eta_{St}^{(c)} = 2\pi n$, $n = 1, 2, \ldots$, при которых фотоны «запираются» в резонаторе.

Эффект стабилизации возбужденного состояния по отношению к коллективным процессам релаксации, в том числе и коллективному спонтанному распаду, связан с интерференцией двух процессов (рис. 11, 12). Первый представляет излучение фотона и определяет релаксационные переходы в квантовой системе (рис. 11*а*, 12*а*). В разд. 6 этот процесс представлен квантовым винеровским процессом с инкрементами $dB_a(\tau_a)$ и $dB_c(\tau_c)$. Второй интерферирующий процесс представляет виртуальное

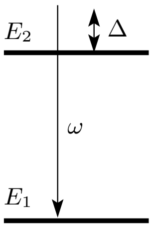

Рис. 13. Отстройка от резонансного взаимодействия Δ. Ее рост никак не выделен — с ростом Δ монотонно уменьшается взаимодействие

излучение фотона с последующим его поглощением (рис. 11*б*, 12*б*). Этот процесс определяет штарковское взаимодействие и не меняет квантовое состояние системы. В разд. 6 этот процесс представлен квантовым пуассоновским процессом с инкрементами $d\Lambda_a(\tau_a)$ и $d\Lambda_c(\tau_c)$.

Следует подчеркнуть, что нельзя искать объяснение эффектов подавления коллективной релаксации в росте частотного сдвига и отстройки от резонанса, следствием чего является уменьшение взаимодействия с окружением (рис. 13). Во-первых, в вакуумном электромагнитном поле без фотонов собственно штарковский сдвиг уровней отсутствует и речь идет о релаксационном частотном сдвиге, описываемом оператором H^{Eff-S}. Во-вторых, при некоторой отстройке от резонанса ее дальнейшее увеличение не приведет к росту релаксационных переходов, поскольку здесь зависимость монотонная. Между тем подавление коллективной релаксации описывается осциллирующей функцией (см. (1), (29), (30)). В-третьих, в случае динамики фотонов микрорезонатора имеем нерезонансное взаимодействие фотонов с внутрирезонаторными атомами, так что о росте отстройки от резонанса здесь говорить не приходится.

Оценить значения параметров $\Pi_1(\Omega_{21})$, $\Pi_2(\Omega_{21})$ и $\Pi_1(\Omega_c)$, оптимальные для стабилизации возбужденных состояний атомной и фотонных подсистем, позволяют выражения

$$|\Pi_k(\Omega_{21})| \sim \frac{d_{kq}^2}{\hbar\Delta}, \quad |\Pi_1(\Omega_c)| \sim \frac{d_{1q}^2}{\hbar\Delta},$$

где Δ — частотная отстройка от квазирезонансного атомного уровня $|E_q\rangle$ (рис. 10), причем $|\Delta| \ll \Omega_{21}$ или $|\Delta| \ll \Omega_{q1}$. Дополнительные невинеровские множители $\gamma_{nW}^{(1,2)}$ и $\gamma_{nW}^{(c)}$ определяются величиной $N_a\eta_{St}^{(1,2,c)} \sim N_a\Gamma/\Delta$. Отстройка от квазирезонансного уровня Δ должна превосходить естественную ширину уровней $\Delta \gg \Gamma$, чтобы не было резонанса с квазирезонансным уровнем. В качестве наиболее благоприятной оценки величину Δ/Γ следует считать не меньшей десяти. Тогда критическое число возбужденных атомов может оказаться порядка сотни. Для диапазона волн $\lambda \sim 0.5$–10 мкм (от середины видимого до середины инфракрасного диапазонов) это соответствует плотности атомов порядка 10^{18}–10^{14} ат./см^3.

11. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Удивительная простота развитой квантовой теории открытых систем обязана трем определяющим ее факторам. Первый есть марковское приближение, которое дает возможность описывать открытую систему уравнениям для матрицы плотности в форме Линдблада (2) и (3). По-видимому, условия марковости накладывают также ограничение на нерелятивистский характер электронной составляющей открытой системы. Второй фактор простоты есть условие сосредоточенности открытой системы в малом объеме с размерами, много меньшими характерных длин волн задачи. И третий фактор есть формулировка аппарата квантовых стохастических дифференциальных уравнений. Второй и третий факторы позволяют аналитически, посредством квантового пуассоновского процесса, учесть во всех порядках теории возмущений универсальный характер штарковского взаимодействия электронных подсистем с окружением и получить явный вид операторов Линдблада, для которых удалось найти решения уравнения для матрицы плотности с представленными в статье новыми, невинеровскими, особенностями. Обсудим теперь, в каких случаях развитый подход может быть применим за рамками сделанных предположений и где, возможно, сохранятся те или иные невинеровские особенности развитой теории.

Прежде всего заметим, что некоторые немарковские особенности взаимодействия открытых систем с окружением могут описываться в рамках марковского подхода. Такое описание предполагает иерархическое усложнение процесса взаимодействия открытой системы с окружением, например, путем введения промежуточной системы, так что выделенная открытая система взаимодействует сначала с промежуточной системой, которая затем уже марковским образом взаимодействует с окружением. К такому случаю можно отнести уже рассмотренную модель, считая открытой системой лишь фотоны резонаторной моды, а внутрирезонаторные атомы относя к промежуточной системе. Основой для рассмотрения здесь служат уравнения (21), (25) и (26). В случае возбужденных внутрирезонаторных атомов резонаторная фотонная система будет взаимодействовать с меняющейся во времени атомной системой, так что здесь условия марковости для фотонной системы будут нарушены. Однако взаимодействие промежуточной атомной системы с широкополосным окружением будет марковского типа. Поскольку населенности внутрирезонаторных атомов будут зависеть от времени, характерные критические невинеровские параметры, определяющие подавление исхода фотонов из резонатора, будут также зависеть от времени и будут иметь место только для некоторых моментов времени. В результате получится сложная динамика фотонной системы, причем зависимость среднего числа фотонов резонаторной моды от времени будет неэкспоненциальной. Еще более сложной будет динамика резонаторных фотонов в случае резонансного взаимодействия с внутрирезонаторными атомами. Подробное рассмотрение такой задачи предполагает использование численного моделирования и выходит за рамки данной работы.

Аналогичную немарковскую динамику для атомной открытой системы можно получить, рассматривая сначала взаимодействие атома с локализованным фотоном и затем связь локализованного фотона с широкополосным окружением. Такую систему можно реализовать также на примере резонатора с внутрирезонаторными атомами, в котором связь с широкополосным окружением осуществляется только на зеркале резонатора.

В настоящее время непонятно, можно ли описывать при помощи КСДУ немарковское взаимодействие открытой системы с широкополосным окружением, когда спектр широкополосного окружения является полубесконечным и в задаче существенно именно наличие края этого спектра.

Совокупность связанных друг с другом резонаторов с внутрирезонаторными атомами может служить примером модели, распределенной в пространстве. Здесь, по-видимому, можно обобщить input-output формализм Гардинера [55] на учет штарковского взаимодействия и КСДУ невинеровского типа. К аналогичной модели можно также придти, рассматривая обобщение формализма Горбачева по распространению электромагнитного поля [83] на введение КСДУ с input-output формализмом. Автору представляется, что усилия в этих направлениях позволят сформулировать КСДУ для протяженных открытых систем, однако при расчете конкретных эффектов здесь уже вряд ли удастся обойтись без численного моделирования.

Автор выражает благодарность А. А. Калачеву за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. М. Башаров, ЖЭТФ **140**, 431 (2011).

2. A. M. Basharov, Phys. Rev. A **84**, 013801 (2011).

3. А. М. Башаров, Письма в ЖЭТФ **94**, 28 (2011).

4. A. M. Basharov, Phys. Lett. A **375**, 2249 (2011).

5. W. Dur, G. Vidal, and J. I. Cirac, Phys. Rev. A **62**, 062314 (2000).

6. V. N. Gorbachev and A. I. Trubilko, Laser Phys. Lett. **3**, 59 (2006).

7. A. I. Maimistov and A. M. Basharov, *Nonlinear Optical Waves*, Kluwer Acad., Dordrecht (1999).

8. R. Dicke, Phys. Rev. **93**, 99 (1954).

9. M. G. Benedict, A. M. Ermolaev, V. A. Malyshev, I. V. Sokolov, and E. D. Trifonov, *Super-radiance*: *Multiatomic Coherent Emission*, IOP, Bristol and Philadelphia (1996).

10. A. M. Basharov, Phys. Lett. A **375**, 784 (2011).

11. О. В. Константинов, В. И. Перель, ЖЭТФ **39**, 197 (1960).

12. М. И. Дьяконов, В. И. Перель, ЖЭТФ **47**, 1483 (1964); ЖЭТФ **48**, 365 (1965).

13. Л. В. Келдыш, ЖЭТФ **47**, 1515 (1964).

14. Н. Н. Боголюбов, *Избранные труды в трех томах*, Наукова думка, Киев (1969–1971).

15. M. Bonitz, *Quantum Kinetic Theory*, B. G. Teubner, Stuttgart (1989).

16. G. S. Agarwal, *Quantum Statistical Theories of Spontaneous Emission and their Relation to other Approaches*, Springer Tracts Mod. Phys. **70**, Springer, Berlin (1974).

17. К. Блум, *Теория матрицы плотности и ее приложения*, Мир, Москва (1983).

18. R. Zwanzig, J. Chem. Phys. **33**, 1338 (1960); Phys. Rev. **129**, 486 (1963).

19. P. G. Brooke, K.-P. Marzlin, J. D. Cresser, and B. C. Sanders, Phys. Rev. A **77**, 033844 (2008).

20. J. T. Manassah, Laser Phys. **20**, 1397 (2010).

21. R. Friedberg and J. T. Manassah, Phys. Rev. A **81**, 043845 (2010).

22. R. Friedberg and J. T. Manassah, Phys. Rev. A **81**, 063822 (2010).

23. R. L. Hudson and K. R. Parthasarathy, Comm. Math. Phys. **93**, 301 (1984).

24. А. С. Холево, *Квантовая вероятность и квантовая статистика*, Итоги науки и техн. Совр. пробл. математики. Фунд. направления, ВИНИТИ **83**, 3 (1991).

25. В. П. Белавкин, УМН **47**, 47 (1992).

26. В. П. Белавкин, ТМФ **110**, 46 (1997).

27. A. M. Chebotarev, *Lectures on Quantum Probability*, Sociedad Mathematica Mexicana (2000).

28. H. Carmichael, *An Open Systems Approach to Quantum Optics*, Springer-Verlag, Berlin (1993).

29. H. J. Carmichael, *Statistical Methods in Quantum Optics 2. Non-Classical Fields*, Springer-Verlag, Berlin (2008).

30. Л. Мандель, Э. Вольф, *Оптическая когерентность и квантовая оптика*, Физматлит, Москва (2000).

31. C. W. Gardiner and P. Zoller, *Quantum Noise*, Springer-Verlag, Berlin (2000, 2004).

32. H.-P. Breuer and F. Petruccione, *Theory of Open Quantum Systems*, OUP, Oxford (2002).

33. V. E. Tarasov, *Quantum Mechanics of non-Hamiltonian and Dissipative Systems*, Elsevier, Netherlands (2008).

34. A. B. Klimov and S. M. Chumakov, *A Group-Theoretical Approach to Quantum Optics. Models of Atom-Field Interactions*, Wiley, Weinheim (2009).

35. R. R. Puri, *Mathematical Methods of Quantum Optics*, Springer, Berlin (2001).

36. А. М. Башаров, ЖЭТФ **137**, 1090 (2010).

37. В. П. Карасев, ТМФ **95**, 3 (1993).

38. V. P. Karassiov, J. Phys. A **27**, 153 (1994).

39. А. М. Башаров, С. А. Дубовис, ЖЭТФ **128**, 476 (2005).

40. S. A. Dubovis and A. M. Basharov, Phys. Lett. A **359**, 308 (2006).

41. S. A. Dubovis, A. N. Voronko, and A. M. Basharov, Phys. Lett. A **372**, 1682 (2008).

42. А. М. Башаров, В. Н. Горбачев, Н. В. Знаменский, Опт. и спектр. **103**, 228 (2007).

43. G. Lindblad, Comm. Math. Phys. **48**, 119 (1976).

44. C. W. Gardiner and M. J. Collet, Phys. Rev. A **31**, 3761 (1985).

45. P. W. Milonni, *The Quantum Vacuum*, Acad. Press, Boston (1994).

46. R. P. Feynman, F. L. Vernon Jr., and R. W. Hellwarth, J. Appl. Phys. **28**, 49 (1957).

47. C. W. Gardiner and A. S. Parkins, Phys. Rev. A **50**, 1792 (1994).

48. А. М. Башаров, ЖЭТФ **102**, 1126 (1992).

49. А. М. Башаров, ЖЭТФ **111**, 25 (1997).

50. А. М. Башаров, ЖЭТФ **116**, 469 (1999).

51. A. M. Basharov, V. N. Gorbachev, and A. A. Rodichkina, Phys. Rev. A **74**, 042313 (2006).

52. В. Н. Горбачев, А. И. Трубилко, ЖЭТФ **132**, 355 (2007).

53. В. Н. Горбачев, А. И. Трубилко, ЖЭТФ **135**, 227 (2009).

54. В. Н. Горбачев, А. И. Трубилко, ЖЭТФ **138**, 616 (2010).

55. C. W. Gardiner, Phys. Rev. Lett. **70**, 2269 (1993).

56. C. W. Gardiner, A. S. Parkins, and P. Zoller, Phys. Rev. A **46**, 4363 (1992).

57. R. Dum, A. S. Parkins, P. Zoller, and C. W. Gardiner, Phys. Rev. A **46**, 4382 (1992).

58. A. Barchielli and G. Lupieri, J. Math. Phys. **41**, 7181 (2000).

59. B. M. Garraway and P. L. Knight, Phys. Rev. A **50**, 2548 (1994).

60. N. Gisin, Phys. Rev. Lett. **52**, 1657 (1984).

61. A. Barchielli, Phys. Rev. A **34**, 1642 (1986).

62. A. Barchielli and V. P. Belavkin, J. Phys. A **24**, 1495 (1991).

63. A. Barchielli and A. S. Holevo, Stochastic Process. Appl. **58**, 293 (1995).

64. V. P. Belavkin, A. Negretti, and K. Mølmer, Phys. Rev. A **79**, 022123 (2009).

65. W. J. Munro and C. W. Gardiner, Phys. Rev. A **53**, 2633 (1996).

66. J. H. Van Vleck, Phys. Rev. **33**, 467 (1929).

67. H. Frohlich, Phys. Rev. **79**, 845 (1950).

68. G. Wentzel, *Quantum Theory of Fields*, Intersci. Publ., New York (1949).

69. W. Heitler, *The Quantum Theory of Radiation*, Clarendon Press, Oxford (1954).

70. Г. Л. Бир, Г. Е. Пикус, *Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках*, Наука, Москва (1972).

71. M. Wagner, *Unitary Transformations in Solid State Physics*, North-Holland, Amsterdam (1986).

72. А. М. Башаров, *Фотоника. Метод унитарного преобразования в нелинейной оптике*, МИФИ, Москва (1990).

73. M. Lax, Phys. Rev. **145**, 110 (1966).

74. L. Accardi, Y. G. Lu, and I. Volovich, *Quantum Theory and its Stochastic Limit*, Springer-Verlag, Berlin (2002).

75. S. M. Chumakov, A. B. Klimov, and C. Saavedra, Phys. Rev. A **61**, 033814 (2000).

76. A. B. Klimov, J. L. Romero, J. Delgado, and L. L. Sanchez-Soto, J. Opt. B: Q. Semiclass. Opt. **5**, 34 (2003).

77. А. М. Башаров, ЖЭТФ **116**, 1963 (1999).

78. А. М. Башаров, А. И. Маймистов, Опт. и спектр. **88**, 428 (2000).

79. Д. И. Гудзенко, С. И. Яковленко, ЖЭТФ **62**, 1686 (1972).

80. С. И. Яковленко, *Радиационно-столкновительные явления*, Энергоатомиздат, Москва (1984).

81. В. С. Бутылкин, А. Е. Каплан, Ю. Г. Хронопуло, Е. И. Якубович, *Резонансные взаимодействия света с веществом*, Наука, Москва (1977).

82. А. М. Башаров, ЖЭТФ **121**, 1249 (2002).

83. V. N. Gorbachev and A. I. Zhiliba, J. Phys. A: Math. Gen. **33**, 3771 (2000).