

# ДИНАМИЧЕСКАЯ БРЭГГОВСКАЯ ДИФРАКЦИЯ ОПТИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСОВ В ФОТОННЫХ КРИСТАЛЛАХ В ГЕОМЕТРИИ ЛАУЭ: ДИФРАКЦИОННОЕ ДЕЛЕНИЕ, СЕЛЕКТИВНОЕ СЖАТИЕ И ФОКУСИРОВКА ИМПУЛЬСОВ

*А. А. Скорынин\**, *В. А. Бушуев*, *Б. И. Манцызов\*\**

*Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова  
119991, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 17 декабря 2011 г.

Развита теория динамической брэгговской дифракции в геометрии Лауэ пространственно-ограниченного лазерного импульса в линейном фотонном кристалле со значительной модуляцией величины показателя преломления. Предсказан эффект дифракционно-индуцированного деления пространственно-ограниченного импульса на бормановский и антибормановский импульсы, которые локализованы в различных областях фотонного кристалла и характеризуются различными законами дисперсии. Показана возможность селективного сжатия или фокусировки одного из этих импульсов при одновременном уширении или дефокусировке другого импульса.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Дифракционные явления, возникающие при взаимодействии электромагнитного излучения различных диапазонов длин волн с периодическими структурами, имеют ряд общих закономерностей. Например, в случае дифракции рентгеновских [1], оптических или радиоволн [2] в геометрии Брэгга существуют области селективного брэгговского отражения, или так называемые фотонные запрещенные зоны, а при динамической брэгговской дифракции в схеме Лауэ — эффект Бормана [3, 4] и маятниковый эффект [1, 5, 6]. Динамическая дифракция в геометрии Лауэ, «на прохождение», когда проходящая и дифрагированная волны распространяются в глубь структуры, исследовалась ранее в случае слабой модуляции  $\delta_0 = n_1 - n_2$  показателя преломления среды [7–12], главным образом в задачах распространения рентгеновских лучей в кристаллах ( $\delta_0 \sim 10^{-5}$ ) [1]. Было дано объяснение аномально слабому поглощению рентгеновских лучей в кристаллах, или эффекту Бормана [3], который возникает за счет локализации различных мод поля в разных областях кристалла. Слабопоглощаемое поле, т. е. борманов-

ская мода, локализуется преимущественно между кристаллографическими плоскостями в области малой электронной плотности, тогда как сильнопоглощаемая антибормановская мода локализована главным образом на кристаллографических плоскостях. Если выбрать достаточно тонкий кристалл, в котором антибормановская мода не успевает поглотиться и, следовательно, в каждой точке среды существуют все собственные моды излучения в кристалле, то наблюдается маятниковый эффект, или маятниковое решение [1]. В этом случае, по мере распространения излучения в кристалле, энергия проходящей волны периодически полностью перекачивается в дифрагированную волну и обратно [1, 5, 6].

Основные существенные различия в рентгеновских и оптических дифракционных эффектах возникают при учете большой глубины модуляции показателя преломления структуры ( $\delta_0 \sim 0.1$ ) и нелинейности взаимодействия лазерного излучения с фотонными кристаллами (ФК) [13, 14]. Помимо чисто нелинейных эффектов — увеличения эффективности генерации нелинейных сигналов за счет локализации поля в среде на краю фотонной запрещенной зоны [15] и квазисинхронизма как в геометрии Брэгга [16], так и в схеме Лауэ в кристаллах со случайной [17] и регулярной [18] доменными структурами, а также распространения брэгговских соли-

\*E-mail: skoraleks@ya.ru

\*\*E-mail: mantyszov@phys.msu.ru, bmantyszov@gmail.com

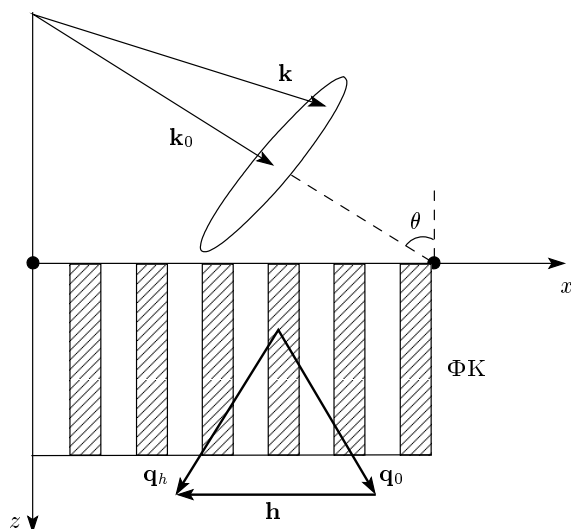


Рис. 1. Схема дифракции импульса в геометрии Лауэ в одномерном фотонном кристалле

тонов [13, 14] — в ФК появляются новые динамические линейные и нелинейные явления, характерные для сред с большим контрастом показателя преломления. Ранее был предсказан эффект дифракционно-индуцированного деления лазерных импульсов в линейных [6] и нелинейных резонансных [4] ФК при динамической дифракции излучения в схеме Лауэ. В случае линейных ФК считалось, что импульсы имеют вид плоских квазимонохроматических волновых пакетов с неограниченным волновым фронтом в поперечном сечении. Деление импульса возникает вследствие локализации бормановской и антибормановской мод в различных пространственных областях ФК. Это приводит к различным законам дисперсии двух мод и к распространению в ФК двух импульсов, бормановского и антибормановского, с различными групповыми скоростями.

Аналогичный эффект предсказан и для случая дискретной дифракции в решетке связанных волноводов, когда исходный импульс делится на импульсы собственных мод с различными групповыми скоростями [19, 20]. Компрессия и изменение профиля импульса при дифракции в схеме Лауэ ранее рассматривались в оптике для сред с малым контрастом показателя преломления [9, 10] в случае относительно оптически тонких структур, когда бормановская и антибормановская моды пространственно не разделяются и не происходит дифракционного деления импульса, а реализуется лишь режим маятникового решения.

В настоящей работе аналитически решена граничная задача брэгговской дифракции в геометрии Лауэ для пространственно-ограниченного короткого лазерного импульса в одномерном линейном ФК (рис. 1) с относительно большой модуляцией показателя преломления, характерной для ФК из полупроводниковых и диэлектрических материалов, например из пористого кремния или окисленного пористого кремния [21]. Падающий импульс представляется в виде двумерного фурье-разложения по плоским монохроматическим волнам с различными частотами и волновыми векторами. Далее, после определения в двухволновом приближении фурье-амплитуд каждой из плоских волн внутри ФК, проводится фурье-синтез и находятся величины полей прямых (проходящих) и дифрагированных импульсов в различных точках ФК в определенный момент времени. Показано, что дифракционное деление импульсов (ДДИ) в одномерном ФК имеет место для пространственно-ограниченных лазерных импульсов с поперечным размером больше или порядка 20 мкм. При этом за счет различной решеточной дисперсии для полей бормановского и антибормановского импульсов, а также за счет разной пространственной локализации этих импульсов в ФК после дифракционного деления входного сигнала возможно эффективное управление динамикой и параметрами разделенных импульсов. Предсказано явление селективного сжатия частотно-модулированного импульса, т. е. сжатие либо быстрого бормановского, либо медленного антибормановского импульсов в зависимости от знака частотной модуляции входного сигнала. Показана также возможность селективной фокусировки импульсов.

## 2. ДИФРАКЦИОННОЕ ДЕЛЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННО-ОГРАНИЧЕННОГО ОПТИЧЕСКОГО ИМПУЛЬСА

Рассмотрим одномерный фотонный кристалл, состоящий из оптически изотропных периодически чередующихся слоев с толщинами  $d_1$ ,  $d_2$  и показателями преломления  $n_1$ ,  $n_2$ . Слои располагаются перпендикулярно поверхности ФК (рис. 1). На ФК под углом  $\theta$  к нормали к поверхности падает произвольный световой импульс, электрическое поле которого имеет вид

$$E_{in}(\mathbf{r}, t) = A_{in}(\mathbf{r}, t) \exp(i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r} - i\omega_0 t), \quad (1)$$

где  $A_{in}$  — в общем случае комплексная медленно меняющаяся амплитуда,  $\omega_0$  — центральная частота

та сигнала,  $k_0 = |\mathbf{k}_0| = \omega_0/c = 2\pi/\lambda_0$ ,  $\lambda_0$  — центральная длина волны,  $c$  — скорость света в вакууме,  $k_{0x} = k_0 \sin \theta$ ,  $k_{0z} = k_0 \cos \theta$ , ось  $x$  направлена вдоль поверхности ФК, а ось  $z$  направлена в глубь кристалла по нормали к поверхности. Для простоты рассматривается импульс с  $s$ -поляризацией поля.

Комплексное поле  $E(\mathbf{r}, t)$  в ФК подчиняется волновому уравнению

$$\Delta E(\mathbf{r}, t) - \frac{\varepsilon(x)}{c^2} \frac{\partial^2 E(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = 0, \quad (2)$$

где  $\varepsilon(x) = n^2(x)$  — комплексная диэлектрическая проницаемость,  $\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial z^2$  — оператор Лапласа. Показатель преломления среды  $n(x)$  в ФК в зависимости от координаты  $x$  представим в виде

$$n(x) = n_e + \Delta n(x),$$

где

$$n_e = (n_1 d_1 + n_2 d_2)/d = n_2 + \delta_0 \xi$$

— средний показатель преломления,  $\delta_0 = n_1 - n_2$  — величина модуляции показателя преломления,  $\xi = d_1/d$ ,  $d = d_1 + d_2$  — период структуры. В слоях с толщинами  $d_1$  функция  $\Delta n(x) = \delta_0(1 - \xi)$ , а в слоях с толщинами  $d_2$  функция  $\Delta n(x) = -\delta_0 \xi$ .

Представим поле (1) падающего импульса на поверхности ФК  $z = 0$  в виде двумерного фурье-разложения, т. е. в виде набора плоских монохроматических волн с амплитудами  $E_{in}(k_x, \omega)$ , частотами  $\omega = \omega_0 + \Omega$  и волновыми векторами  $\mathbf{k}$ , где  $|\mathbf{k}| \equiv k = \omega/c$ , проекции которых определяются соотношениями  $k_x = k_{0x} + K$ ,  $k_z = \sqrt{(\omega/c)^2 - k_x^2}$ :

$$E_{in}(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E_{in}(k_x, \omega) \exp(ik_x x - i\omega t) dk_x d\omega,$$

где спектрально-угловые амплитуды

$$\begin{aligned} E_{in}(k_x, \omega) &\equiv A_{in}(K, \Omega) = \\ &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_{in}(x, t) \exp(-iKx + i\Omega t) dx dt. \end{aligned} \quad (3)$$

Рассмотрим ФК со значительной величиной модуляции показателя преломления ( $\delta_0 \leq 0.3$ ), позволяющей рассматривать дифракцию импульса в двухволновом приближении, когда вблизи условия Брэгга  $h = 2k_0 \sin \theta_B$  в ФК существуют две «сильные» волны — проходящая  $E_0$  и дифрагированная  $E_h$  с волновыми векторами  $\mathbf{q}_0$  и  $\mathbf{q}_h = \mathbf{q}_0 + \mathbf{h}$  для каждой спектрально-угловой компоненты поля, где  $\mathbf{h}$  — вектор обратной решетки,  $|\mathbf{h}| \equiv h = 2\pi/d$ ,  $\theta_B$  — угол

Брэгга для излучения с центральной частотой  $\omega_0$ . Более точный критерий применимости двухволнового приближения будет сформулирован ниже. В этом случае в области  $0 \leq z \leq L$ , где  $L$  — толщина ФК, полное поле

$$E(\mathbf{r}, t) = E_0(\mathbf{r}, t) + E_h(\mathbf{r}, t) \quad (4)$$

является когерентной суперпозицией полей проходящего  $E_0$  и дифрагированного  $E_h$  импульсов. С учетом непрерывности тангенциальных компонент волновых векторов  $q_{0x}(K) = k_x = k_{0x} + K$  на поверхности  $z = 0$  поле в ФК ищем в виде

$$\begin{aligned} E_g(x, z, t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_g(K, \Omega) \times \\ &\times \exp[i(q_{0x} - g)x + iq_{0z}z - i\omega t] dK d\Omega, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $g = 0, h$ ;  $h$  — модуль вектора обратной решетки, проекции которого  $h_x = -h$ ,  $h_z = 0$ ;  $q_{0z} = q_{hz}$  — величины  $z$ -проекций волновых векторов волн в ФК (см. ниже формулу (12)), которые определяются из волнового уравнения (2).

Диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon(x)$  в двухволновом приближении имеет вид [6]

$$\varepsilon(x) = \chi_0 + \chi_h e^{-ihx} + \chi_{-h} e^{ihx}, \quad (6)$$

где  $\chi_0$ ,  $\chi_h$  и  $\chi_{-h}$  — фурье-компоненты диэлектрической проницаемости, определяемые следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} \chi_0 &= n_e^2 + \delta_0^2(\xi - \xi^2), \\ \chi_h &= \frac{i}{\pi} \left( n_e \delta_0 + \delta_0^2 \frac{1 - 2\xi}{2} \right) (1 - e^{2i\pi\xi}), \\ \chi_{-h} &= -\frac{i}{\pi} \left( n_e \delta_0 + \delta_0^2 \frac{1 - 2\xi}{2} \right) (1 - e^{-2i\pi\xi}). \end{aligned}$$

Подстановка выражений (4), (5) и (6) в волновое уравнение (2) приводит к следующей системе динамических уравнений для амплитуд полей  $A_0$  и  $A_h$  в (5):

$$\begin{aligned} (k^2 \chi_0 - q_{0x}^2 - q_{0z}^2) A_0 + k^2 \chi_{-h} A_h &= 0, \\ [k^2 \chi_0 - (q_{0x} - h)^2 - q_{0z}^2] A_h + k^2 \chi_h A_0 &= 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Введем удобные обозначения:

$$\gamma_0 = \frac{1}{k} \sqrt{k^2 \chi_0 - q_{0x}^2}, \quad \alpha = \frac{h}{k^2} (2q_{0x} - h), \quad (8)$$

$$\beta = \frac{q_{0z}^2 - k^2 \gamma_0^2}{k^2}, \quad (9)$$

где функция  $\alpha(K, \Omega)$  определяет степень отстройки от точного условия Брэгга  $\alpha = 0$ . Тогда система (7) запишется в компактной форме:

$$\beta A_0 - \chi_{-h} A_h = 0, \quad (10a)$$

$$(\beta - \alpha) A_h - \chi_h A_0 = 0. \quad (10b)$$

Из условия нетривиальности решения системы (10) для амплитуд  $A_0$  и  $A_h$  получается квадратное уравнение относительно переменной  $\beta$  (9), решение которого имеет два корня:

$$\beta_{1,2} = \frac{1}{2} \left( \alpha \mp \sqrt{\alpha^2 + 4\chi_h \chi_{-h}} \right). \quad (11)$$

Будем считать, что в полубесконечном ФК существуют только волны, распространяющиеся в глубь структуры, поэтому с учетом (9) получим следующее окончательное выражение для искомой величины  $z$ -проекции волновых векторов в ФК:

$$q_{0z}^{(1,2)} = k \sqrt{\gamma_0^2 + \beta_{1,2}}. \quad (12)$$

Кроме того, из уравнения (10a) вытекает простая связь между амплитудами полей  $A_h$  и  $A_0$ :

$$A_{hj} = R_j A_{0j}, \quad j = 1, 2, \quad R_{1,2} = \beta_{1,2} / \chi_{-h}.$$

Следует подчеркнуть, что, в отличие от результатов работы [6], решение (12) и величины (8), (9) являются точными без разложения по параметрам  $K/k_0$ ,  $\Omega/\omega_0$  и  $(\theta - \theta_B)/\theta_B$ .

Фурье-амплитуды полей  $A_{0,h}(K, \Omega)$  определяются из условий непрерывности электрических и магнитных полей на входной поверхности ФК  $z = 0$ :

$$\begin{aligned} A_{in} + A_s &= A_{01} + A_{02}, \\ k_z(A_{in} - A_s) &= q_{0z}^{(1)} A_{01} + q_{0z}^{(2)} A_{02}, \\ R_1 A_{01} + R_2 A_{02} &= 0, \end{aligned} \quad (13)$$

где  $A_s$  — амплитуда зеркально-отраженной волны. Учет отражения проходящего и дифрагированного импульсов от нижней поверхности ФК не меняет основных особенностей явления ДДИ. Решение системы (13) имеет вид

$$\begin{aligned} A_{01} &= -[(1 + R_s)R_2/R_{12}] A_{in}, \\ A_{02} &= [(1 + R_s)R_1/R_{12}] A_{in}, \end{aligned} \quad (14)$$

где  $R_{12} = R_1 - R_2$ ,  $R_s = A_s/A_{in} = (k_z - f_s)/(k_z + f_s)$  — модифицированный за счет дифракции френелевский коэффициент отражения,  $f_s = (q_{0z}^{(2)} R_1 - q_{0z}^{(1)} R_2) / R_{12}$ .

В итоге получим следующее выражение для полного поля (4) в ФК:

$$E(x, z, t) = [A_0(x, z, t) + A_h(x, z, t) \exp(-ihx)] \times \exp(ik_{0x}x - i\omega_0 t), \quad (15)$$

где

$$A_g(x, z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} B_g A_{in}(K, \Omega) \times \exp(iKx - i\Omega t) dK d\Omega, \quad (16)$$

$$B_g = A_{in}^{-1} \sum_{j=1,2} A_{gj} \exp(iq_{0z}^{(j)} z), \quad g = 0, h,$$

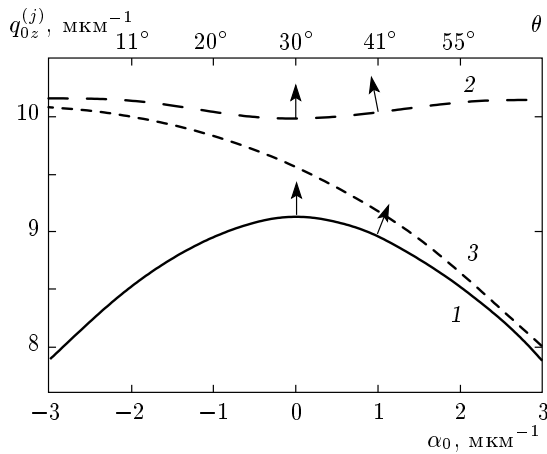
$B_0 = T(z)$  и  $B_h = R(z)$  — амплитудные коэффициенты соответственно прохождения и отражения плоских волн в слое ФК толщиной  $z$ . Полное поле (15) также можно представить в виде суммы полей обоих мод:

$$\begin{aligned} E(x, z, t) &= [A_1(x, z, t) + A_2(x, z, t)] \times \\ &\quad \times \exp(ik_{0x}x - i\omega_0 t), \\ A_j(x, z, t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} B_j A_{in}(K, \Omega) \times \\ &\quad \times \exp(iKx - i\Omega t) dK d\Omega, \end{aligned} \quad (17)$$

$$B_j = A_{in}^{-1} \exp(iq_{0z}^{(j)} z) \sum_{g=0,h} A_{gj} \exp(-igx), \quad j = 1, 2.$$

Таким образом, для каждой плосковолновой компоненты поля существуют четыре волны: две с волновыми векторами  $\mathbf{q}_0^{(1)}$  и  $\mathbf{q}_h^{(1)}$  для проходящей и дифрагированной волн — бормановская мода, и две с волновыми векторами  $\mathbf{q}_0^{(2)}$  и  $\mathbf{q}_h^{(2)}$  — антибормановская мода (12). Проходящая и дифрагированная волны каждой моды имеют попарно одинаковые проекции волновых векторов на ось  $z$  и попарно одинаковые групповые скорости в направлениях  $x$  и  $z$  (см. ниже выражения (23), (24)). Кроме того, проекции волновых векторов на ось  $x$  проходящей и дифрагированной волн отличаются на вектор обратной решетки — постоянную величину, поэтому в случае точного выполнения условия Брэгга суммы этих волн с одинаковыми индексами представляют собой две стоячие волны в направлении  $x$ . Эти моды имеют различные фазовые и групповые скорости в направлениях  $x$  и  $z$  из-за различия величин эффективных показателей преломления

$$n_{ej}(K, \Omega) = |\mathbf{q}^{(j)}|/k = \sqrt{\chi_0 + \beta_j}$$

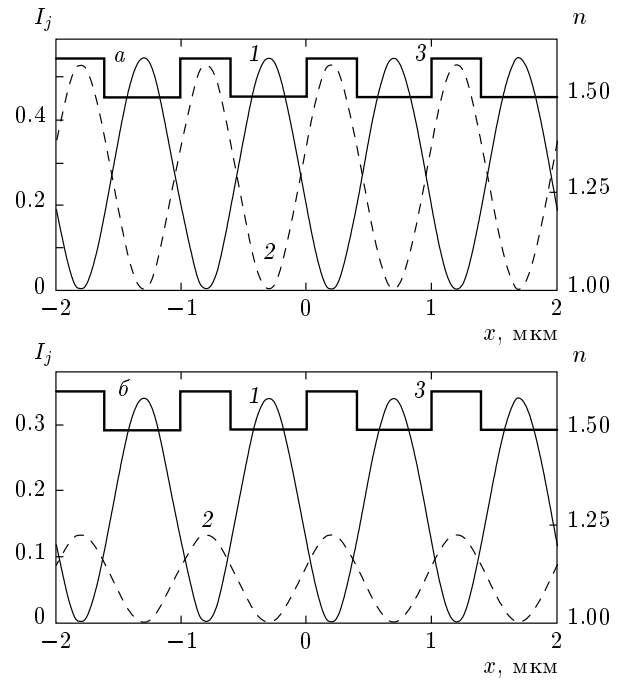


**Рис. 2.** Дисперсионные кривые для бормановской (кривая 1) и антибормановской (2) мод, а также для однородной среды со средним показателем преломления ФК  $\sqrt{\chi_0}$  (3) в зависимости от переменной  $\alpha_0 = q_{0x} - h/2$  при постоянной частоте. Параметры ФК и излучения:  $n_1 = 1.7$ ,  $\delta_0 = 0.2$ , период  $d = 1$  мкм,  $\xi = 0.5$ , длина волны  $\lambda_0 = 1$  мкм. Стрелками показаны направления групповых скоростей бормановской и антибормановской мод (нормалей к кривым) при угловых отклонениях  $0^\circ$  и  $11^\circ$  от точного условия Брэгга

(см. выражения (8), (11), (12)) вследствие решеточной дисперсии, которая, как правило, значительно превышает материальную дисперсию слоев ФК.

В зависимости от значения индекса « $j$ » поле каждой моды преимущественно локализовано в слоях ФК с меньшим (бормановская мода,  $j = 1$ ) или с большим (антибормановская мода,  $j = 2$ ) показателями преломления  $n_j$  и соответствующими коэффициентами поглощения  $\mu_j = 2k_0 \text{Im} n_j$ . На рис. 2 представлены дисперсионные кривые  $q_{0z}^{(1,2)}$  ( $q_{0x}$ ) (12) для бормановской и антибормановской мод, которые являются изочастотным сечением дисперсионной поверхности  $\omega(\mathbf{q})$  фотонного кристалла, поэтому каждой проекции волнового вектора можно однозначно сопоставить угол падения, приведенный на верхней оси. Для демонстрации влияния решеточной дисперсии на том же графике представлена зависимость для однородного материала со средним показателем преломления ФК  $\sqrt{\chi_0}$ , для которого  $z$ -проекция волнового вектора равна величине  $k\gamma_0$ . Стрелками указаны направления нормалей к дисперсионным кривым, соответствующие направлениям распространения энергии бормановских и антибормановских мод [1].

На рис. 3 показаны интенсивности обеих мод



**Рис. 3.** Интенсивности бормановской (кривые 1) и антибормановской (2) мод на глубине  $z = 10\Lambda$  (а) и  $z = 300\Lambda$  (б), а также профили действительной части показателя преломления (кривые 3). Параметры ФК:  $d = 1$  мкм,  $\xi = 0.4$ ,  $n_1 = 1.6 + i \cdot 5 \cdot 10^{-5}$ ,  $n_2 = 1.5$ , глубина экстинкции  $\Lambda = 7.81$  мкм,  $\lambda_0 = 1$  мкм,  $\theta = \theta_B = 30^\circ$

$I_j(x) = |A_j(x)|^2$  ( $j = 1, 2$ ) в различных сечениях  $z$  ФК, измеренные в единицах глубины экстинкции  $\Lambda = \lambda_0 \gamma_{0r} / 2|\chi_h|$ , где  $\gamma_{0r} = \text{Re} \sqrt{\chi_0 - (q_{0x}/k)^2}$ . Величина  $2\Lambda$  равна периоду маятникового решения, т. е. эффекта полной перекачки энергии проходящей волны  $E_0$  в дифрагированную  $E_h$  и обратно. Из сравнения рис. 3а и рис. 3б видно, что с увеличением  $z$  антибормановская мода (кривая 2) подавляется в результате ее локализации в слоях с большим коэффициентом поглощения.

Перейдем к обсуждению условий, оптимальных для реализации эффекта ДДИ, или дифракционно-деления падающего пространственно-ограниченного импульса. Из выражений (11), (14)–(16) следует, что область эффективной брэгговской дифракции импульса в ФК определяется соотношением

$$|\alpha(K, \Omega)| \leq \alpha_B = 2|\chi_h|,$$

которое накладывает ограничение на частотную ( $\Delta\Omega_0$ ) и угловую ( $\Delta K_0$ ) ширины спектра  $A_{in}(K, \Omega)$  падающего импульса, а также на отстройку угла падения  $\theta$  от угла Брэгга  $\theta_B$ .

В случае узкого пространственно-частотного спектра падающего импульса,  $\Delta\Omega_0 \ll \omega_0$ ,  $\Delta K_0 \ll \ll k_{0x}$  вблизи условия Брэгга  $\Delta\theta \ll \theta_B$ , где  $\Delta\theta = \theta - \theta_B$ , величину отстройки (8) можно разложить в ряд по малым параметрам:

$$\alpha = 2 \left( \Delta\theta + \frac{K}{k_0 \cos \theta_B} \right) \sin 2\theta_B.$$

Тогда в случае импульса большой длительности или, например, пучка, т. е. волнового пакета с узким частотным спектром ( $\Delta\Omega_0 \ll \omega_0$ ), угловая ширина пика брэгговского отражения равна

$$\Delta K_B = \frac{k_0 |\chi_h|}{2 \sin \theta_B}.$$

В случае падения импульса малой длительности, но достаточно широкого, чтобы пренебречь шириной пространственного спектра ( $\Delta K_0/k_0 \ll \Delta\Omega_0/\omega_0$ ), в его спектре (3) будут присутствовать только волны с  $K = (\Omega/c) \sin \theta$ . Поэтому ширина пика брэгговского отражения по частоте определяется выражением

$$\Delta\Omega_B = \frac{\omega_0 |\chi_h|}{2 \sin^2 \theta_B}.$$

Пусть на ФК падает импульс с гауссовым распределением амплитуды

$$A_{in}(x, 0, t) = A \exp \left[ - \left( \frac{x \cos \theta}{r_0} \right)^2 - \frac{1}{\tau^2} \left( t - \frac{x \sin \theta}{c} \right)^2 \right], \quad (18)$$

где  $r_0$  — поперечный размер импульса,  $\tau$  — длительность импульса. Его спектральная ширина составляет величину  $\Delta\Omega_0 \approx 2/\tau$ , а угловая ширина —  $\Delta K_0 \approx 2 \cos \theta / r_0$ . Отсюда следует, что условие  $|\alpha| \leq \alpha_B$  выполняется для импульсов длительностью  $\tau > 4 \sin^2 \theta_B / \omega_0 |\chi_h|$  и шириной  $r_0 > > \lambda_0 \sin 2\theta_B / \pi |\chi_h|$ . Если, например,  $\lambda_0 \approx 1$  мкм,  $|\chi_h| \approx 0.2$  и  $\theta_B \approx 30^\circ$ , то  $\tau > 3$  фс, а  $r_0 > 2$  мкм. В ФК с большим контрастом показателя преломления ширины брэгговских зон становятся настолько большими, что первая зона может частично перекрываться с зонами более высоких порядков.

Для проверки сделанного в настоящей работе предположения о применимости двухволнового приближения сравним спектральные размеры зоны Брэгга ( $\Delta K_B$ ) с половиной расстояния между соседними зонами ( $h/2$ ). При  $\lambda_0 \approx 1$  мкм,  $|\chi_h| \approx 0.2$  и  $\theta_B \sim 30^\circ$ , получим  $2\Delta K_B/h = |\chi_h|/2 \sin^2 \theta_B \approx 0.4$ . Таким образом, при выбранных параметрах двухволновое приближение справедливо.

Различие  $z$ -проекции групповых скоростей  $v_z^{(j)}$  (см. ниже формулу (23)) бормановской и антибормановской мод приводит к тому, что через некоторое сечение кристалла на глубине  $z = z_0$  бормановский и антибормановский импульсы пройдут с заметной временной задержкой между ними порядка  $2\tau = |t_1 - t_2|$ , где  $t_j = z_0/v_z^{(j)}$ . Отсюда, с учетом разложений величин  $q_{0z}^{(j)}$  (12) и  $v_z^{(j)}$  (23) по малому параметру  $|\chi_h|/\chi_0$ , легко получить, что при выполнении условия Брэгга  $\alpha = 0$  величина

$$z_0 \approx \frac{2\tau c \gamma_0^3}{|\chi_h| (\chi_0 - 2 \sin^2 \theta_B)}.$$

Это расстояние уменьшается с уменьшением длительности импульса и с увеличением глубины модуляции показателя преломления. Если, например,  $\lambda_0 = 1$  мкм,  $n_1 = 1.7$ ,  $\delta_0 = 0.2$ ,  $\xi = 0.5$  и  $\theta_B = 30^\circ$ , то  $|\chi_h| \approx 0.2$  и расщепление падающего импульса длительностью  $\tau = 0.1$  пс на два импульса в ФК произойдет на сравнительно малой глубине  $z_0 \approx 0.5$  мм.

Рассмотрим динамику распространения пространственно-ограниченного импульса в ФК. Введем величины полной интенсивности поля (15),

$$I(x, z, t) = |E(x, z, t)|^2, \quad (19)$$

и интенсивностей проходящего ( $g = 0$ ) и дифрагированного ( $g = h$ ) импульсов, амплитуды которых определяются соотношениями (16),

$$I_g(x, z, t) = |A_g(x, z, t)|^2. \quad (20)$$

Как видно из (15), в отличие от полной интенсивности поля (19), сумма интенсивностей проходящего и дифрагированного импульсов,  $I_0(x, z, t) + I_h(x, z, t)$ , не описывает мелкомасштабные осцилляции интенсивности в стоячей волне, возникающей при интерференции проходящих и дифрагированных волн.

На рис. 4 представлено пространственное распределение полной интенсивности поля  $I(x, z, t = \text{const})$  (19) импульса в различные моменты времени, что позволяет наблюдать на одном графике динамику преобразования импульса на различных стадиях дифракции. Видно, что падающий импульс на границе ФК ( $z = 0$ ) преломляется и частично отражается. Внутри ФК до некоторой глубины  $z < z_0$  импульс распространяется как единый преломленный импульс. При этом в каждой точке ФК существуют все четыре волны и наблюдается маятниковый эффект (рис. 5a), т. е. интенсивности полей проходящей ( $I_0$ ) и дифрагированной ( $I_h$ ) волн (20) периодически распределены с периодом  $2\Lambda$  вдоль оси  $z$ .

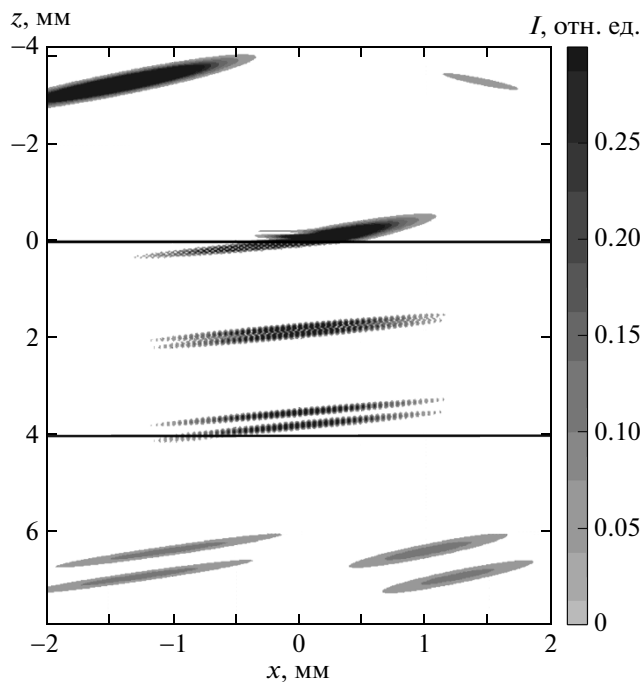


Рис. 4. Полная интенсивность поля  $I(x, z)$  (19) при ДДИ ограниченного импульса в ФК, расположенном между  $z = 0$  мм (верхняя граница ФК) и  $z = 4$  мм (нижняя граница ФК). Импульсы даны в различные моменты времени. Более детально распределение интенсивности импульсов в ФК представлено на рис. 5. Параметры ФК:  $n_1 = 1.7$ ,  $\delta_0 = 0.2$ ,  $d = 1$  мкм,  $\xi = 0.5$ , и импульса:  $\lambda_0 = 0.8$  мкм,  $\tau = 0.5$  пс,  $r_0 = 0.5$  мм,  $\theta = \theta_B = 23.6^\circ$

В области  $z > z_0$  импульс разделяется на два импульса, каждый из которых содержит только одну моду — бормановскую или антибормановскую, локализованную главным образом в области соответственно с малым или большим показателем преломления (рис. 5б). Расстояние между импульсами линейно увеличивается с глубиной  $z$ . В случае точного выполнения условия Брэгга для центральной частоты волнового пакета импульсы распространяются перпендикулярно поверхности ФК вдоль слоев в канале шириной  $2r_0/\cos\theta_B$ , что объясняется возвращающим действием дифракционного отражения от слоев периодической структуры на излучение. Стоит отметить, что период осцилляций интенсивности разделившихся импульсов вдоль оси  $x$ , заметный на рис. 4, отличается от истинного (см. рис. 5б) вследствие конечного пространственного разрешения представленного на рис. 4 графика.

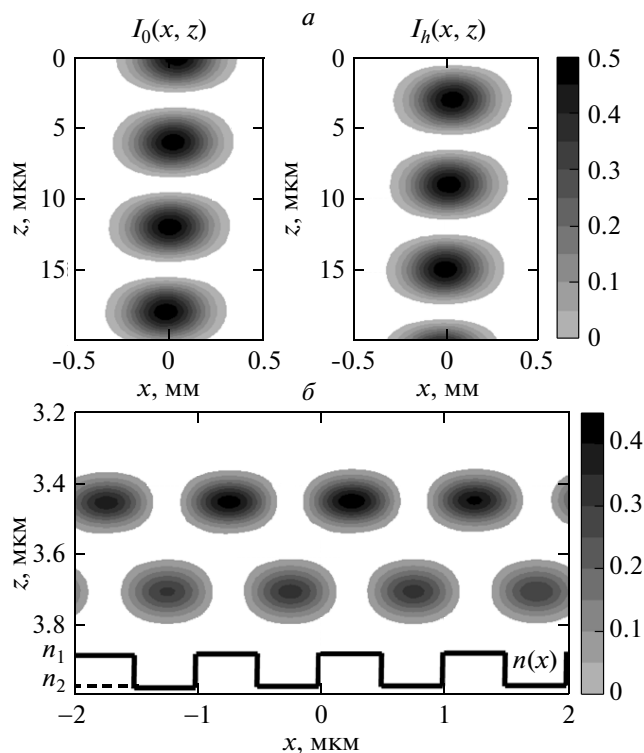


Рис. 5. Пространственное распределение интенсивности поля в ФК: *a* — интенсивности полей проходящей  $I_0(x, z)$  в отн. ед. и дифрагированной  $I_h(x, z)$  в отн. ед. волн (20) при маятниковом эффекте; *b* — распределение полной интенсивности поля  $I(x, z)$  (19) импульсов при ДДИ;  $n(x)$  — профиль показателя преломления в ФК

Каждый из импульсов, появившихся в результате ДДИ, состоит из совпадающих в пространстве и времени проходящего и дифрагированного импульсов, связанных между собой динамической дифракцией. Они разделяется только на выходной поверхности ФК и далее распространяются каждый в своем направлении: вдоль направления  $\mathbf{k}_0$  распространяются два проходящих импульса, а вдоль направления  $\mathbf{k}_h = \mathbf{k}_0 + \mathbf{h}$  — два дифрагированных импульса (рис. 4,  $z > 4$  мм). Отражение от нижней границы не учитывается, предполагается, что оно достаточно слабое и не меняет характерный вид распределения поля на выходе из ФК. Вне структуры, в верхней области свободного пространства (рис. 4,  $z < 0$ ) представлены интенсивность падающего импульса с амплитудой  $A_{in}$  и интенсивность зеркально отраженного от верхней границы импульса с амплитудой  $A_s$ . Эти распределения были получены при решении волнового уравнения в свободном пространстве [22] с граничными условиями, соответствующи-

ми заданному полю падающего импульса (18) на верхней поверхности ФК ( $z = 0$ ). В нижней части графика представлено распределение полей четырех импульсов, возникших в свободном пространстве в результате ДДИ. В качестве граничного условия использовалось распределение поля для проходящей и дифрагированной компонент поля (15), (16) при  $z = 4$  мм.

### 3. СЕЛЕКТИВНОЕ СЖАТИЕ И ФОКУСИРОВКА БОРМАНОВСКОГО И АНТИБОРМАНОВСКОГО ИМПУЛЬСОВ

Различные законы дисперсии для полей бормановского и антибормановского импульсов, обусловленные решеточно-индуцированной дисперсией в линейном ФК при брэгговской дифракции в геометрии Лауэ (см. рис. 2), в случае фазовой модуляции падающего сигнала позволяют осуществить одновременно компрессию одного из импульсов и растяжение другого. Покажем это на примере распространения пространственно-ограниченных импульсов с квадратичной модуляцией фазы.

Квадратичная модуляция фазы в направлении распространения импульса задается линейной модуляцией частоты, т. е. чирпом, а в поперечном направлении модуляция фазы соответствует фокусировке или дефокусировке волнового пакета. В общем случае комплексная огибающая (1) такого импульса на поверхности ФК может быть представлена в виде обобщения формулы (18):

$$A_{in}(x, t) = A_0 \exp \left[ - \left( \frac{x \cos \theta}{r_0} \right)^2 (1 - i\sigma) - \left( t - \frac{x \sin \theta}{c} \right)^2 \frac{1 - i\beta}{\tau^2} \right],$$

где  $\sigma$  — параметр, описывающий изменение фазы за счет изгиба волнового фронта (фокусировки или дефокусировки), параметр  $\beta$  описывает величину линейного изменения частоты импульса,  $A_0$  — амплитуда падающего поля. Спектр такого волнового пакета, рассчитанный по формуле (3), имеет следующий вид:

$$A_{in}(K, \Omega) = \tilde{A}_0 \exp \left[ - \left( K - \frac{\Omega \sin \theta}{c} \right)^2 \frac{1 + i\sigma}{\Delta K^2} - \frac{\Omega^2}{\Delta \Omega^2} (1 + i\beta) \right],$$

где

$$\Delta \Omega = \frac{2}{\tau} \sqrt{1 + \beta^2}, \quad \Delta K = \frac{2 \cos \theta}{r_0} \sqrt{1 + \sigma^2}$$

— характерные ширины спектра модулированного по частоте импульса и  $x$ -проекции волнового вектора (вследствие изменения угла падения импульса),  $\tilde{A}_0$  — его амплитуда. Ширина пространственно-частотного спектра модулированных импульсов больше ширины спектра немодулированных, т. е. спектрально-ограниченных импульсов с теми же длительностью и поперечным размером. Параметры  $\sigma$  и  $\beta$  определяют уширение спектра при модуляции. Далее будет показано, что заметные изменения длительности и поперечного размера импульса, связанные с фазовой модуляцией падающего импульса, возникают при существенном уширении спектра импульса, т. е. при  $|\sigma, \beta| \gg 1$ .

Для удобства вычисления проекций групповых скоростей запишем дисперсионное соотношение (12) в виде

$$q_{0z}^{(j)2} + q_{0x}^2 = q_0^{(j)2}(\omega, q_{0x}), \quad (21)$$

где

$$q_0^{(j)2}(\omega, q_{0x}) = \chi_0 k^2 + h \alpha_0 \mp \sqrt{h^2 \alpha_0^2 + \chi_h \chi_{-h} k^4}$$

— квадрат модуля волнового вектора прямой волны в ФК, величина  $\alpha_0 = q_{0x} - h/2$  определяет отклонение  $x$ -проекции  $q_{0x}$  от точного условия Брэгга  $q_{0x} = h/2$ . Дисперсионное соотношение для дифрагированных волн получается заменами  $q_{0x} = q_{hx} + h$ ,  $q_{0z} = q_{hz}$  в (21). Уравнение (21) связывает переменные  $q_{0x}$ ,  $q_{0z}$  и  $\omega$ , которые ранее были независимыми в (5). Явная зависимость  $q_0$  от  $q_{0x}$  объясняется решеточной дисперсией в ФК. Чтобы найти проекции групповых скоростей, запишем дифференциал выражения (21):

$$2q_{0z}^{(j)} dq_{0z}^{(j)} + 2q_{0x} dq_{0x} = \frac{\partial q_0^{(j)2}}{\partial \omega} d\omega + \frac{\partial q_0^{(j)2}}{\partial q_{0x}} dq_{0x}. \quad (22)$$

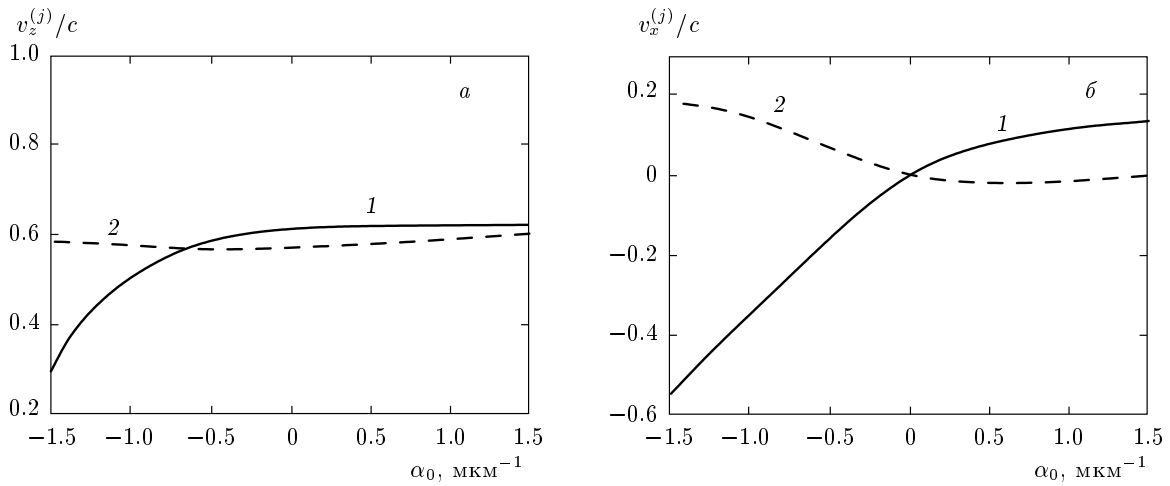
Тогда, при условии постоянства переменной  $q_{0x} = \text{const}$ ,  $z$ -проекция групповой скорости  $v_z^{(j)} = (\partial \omega / \partial q_{0z}^{(j)})|_{q_{0x}}$  имеет вид

$$v_z^{(j)} = \frac{c q_{0z}^{(j)}}{k(\chi_0 \mp \chi_h \chi_{-h} k^2 / W)}, \quad (23)$$

где величина  $q_{0z}^{(j)}$  определяется из (21),  $W = \sqrt{h^2 \alpha_0^2 + \chi_h \chi_{-h} k^4}$ ; как и выше, знаки «-» и «+» соответствуют бормановской ( $j = 1$ ) и антибормановской ( $j = 2$ ) модам. Полагая в (22) переменную  $q_{0z} = \text{const}$ , получим следующее выражение для  $x$ -проекции групповой скорости  $v_x^{(j)} = (\partial \omega / \partial q_{0x})|_{q_{0z}}$ :

$$v_x^{(j)} = \frac{c \alpha_0 (1 \pm h^2 / 2W)}{k(\chi_0 \mp \chi_h \chi_{-h} k^2 / W)}. \quad (24)$$





**Рис. 6.** Зависимости нормированных на скорость света в вакууме проекций групповых скоростей в фотонном кристалле вдоль осей  $z$  (а) и  $x$  (б) от частоты  $\Omega$  при фиксированном угле падения  $\theta = \theta_B$  для бормановской (кривые 1) и антибормановской (кривые 2) мод; величина брэгговской отстройки  $\alpha_0 = q_{0x} - h/2 = (\Omega/c) \sin \theta_B$ . Параметры ФК и излучения такие же, как на рис. 2

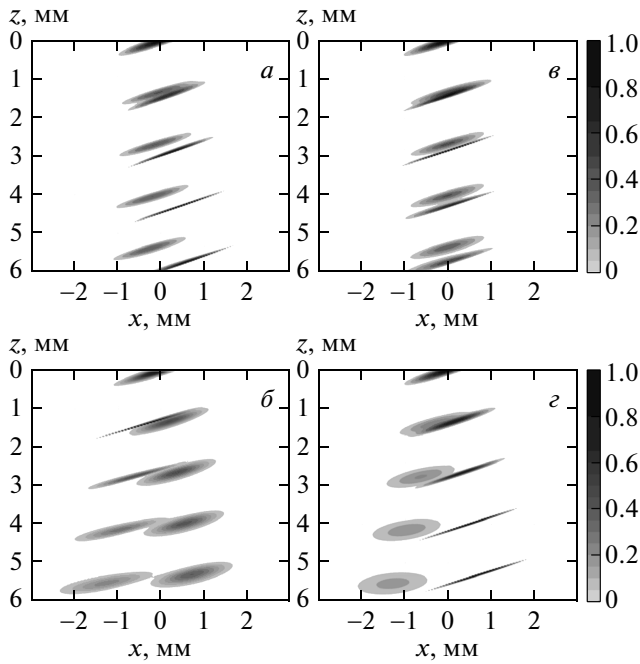
Скорость  $v_x^{(j)}$  равна нулю при точном выполнении условия Брэгга  $\alpha_0 = 0$  и меняет знак в случае изменения знака отстройки  $\alpha_0$ . Групповые скорости для дифрагированных волн ( $q_{hx}$ ) также вычисляются по формулам (23) и (24), в которых необходимо провести замену  $q_{0z} = q_{hz}$ ,  $\alpha_0 = \alpha_h$ , где  $\alpha_h = q_{hx} + h/2$ , причем  $q_{hx} < 0$ . Таким образом, групповые скорости прямой ( $q_{0x}$ ,  $q_{0z}$ ) и дифрагированной ( $q_{hx}$ ,  $q_{hz}$ ) волн каждой моды, бормановской или антибормановской, совпадают, поэтому можно говорить о групповых скоростях бормановского или антибормановского импульса. Как следует из (24), при  $\alpha_0 < 0$  в прямом направлении распространяется антибормановский импульс ( $v_x^{(2)} > 0$ ), а в направлении дифракционного отражения — бормановский импульс ( $v_x^{(1)} < 0$ ). В случае  $\alpha_0 > 0$ , наоборот, бормановский импульс распространяется в прямом направлении ( $v_x^{(1)} > 0$ ), а антибормановский — в противоположном ( $v_x^{(2)} < 0$ ). Это также хорошо видно и по направлениям групповых скоростей на рис. 2.

На рис. 6 представлены графики зависимостей проекций групповых скоростей (23) и (24) от величины отстройки  $\alpha_0$ , т. е. фактически от  $q_{0x}$ , при условии, что на границу ФК падает под заданным углом  $\theta_B$  неограниченный в поперечном направлении импульс, где  $\theta_B$  — угол Брэгга для центральной частоты спектра импульса. В этом случае из граничных условий следует, что в ФК распространяются волны с частотами  $\omega$  и с проекциями волновых векторов  $q_{0x} = k_x = (\omega/c) \sin \theta_B$ . Поэтому при построении

графиков по формулам (23) и (24) использовались зависимости  $k = \omega/c$ ,  $q_{0x} = (\omega/c) \sin \theta_B$ . Из последнего выражения следует, что линейная модуляция частоты падающего импульса приводит к линейной модуляции  $x$ -проекции  $q_{0x}$  волнового вектора в ФК.

Из графиков на рис. 6 видно, что решеточно-индуцированная дисперсия  $\partial v_{z,x}^{(1,2)} / \partial q_{0x}$  групповых скоростей имеет одинаковый знак для бормановской и антибормановской мод в случае  $z$ -проекции скоростей  $v_z^{(1,2)}$  (рис. 6а) и различные знаки для  $x$ -проекции  $v_x^{(1,2)}$  (рис. 6б) в достаточно широкой области значений  $\alpha_0$  вблизи условия Брэгга  $\alpha_0 = 0$ . Причем знак дисперсии сохраняется при изменении знака скорости  $v_x^{(1,2)}$ . Это означает, что если на ФК падает chirпированный импульс, то, например, бормановский импульс будет сжиматься вдоль оси  $x$ , а антибормановский — расплываться за счет различных величин скоростей  $v_x^{(1,2)}$  волн на переднем и заднем фронтах импульсов. В направлении оси  $z$  из-за слабой дисперсии групповых скоростей одного знака бормановский и антибормановский импульсы будут одновременно либо слабо сжиматься, либо расплываться в зависимости от знака chirпа.

На рис. 7 представлено пространственное распределение суммы модулей амплитуд полей  $|A_0| + |A_h|$  внутри ФК, рассчитанное по формулам (16), в случае дифракции пространственно-ограниченных импульсов с chirпами различных знаков при различных знаках отстройки  $\alpha_0$ . При отрицательном chirпе ( $\beta < 0$ ) частота переднего фронта падающего им-



**Рис. 7.** Распределение суммы модулей полей  $|A_0| + |A_n|$ , отн. ед., рассчитанное по формуле (16), при дифракции чирпированных импульсов. Параметры:  $r_0 = 0.5$  мм,  $\tau = 0.5$  пс,  $d = 0.8$  мкм,  $n_1 = 1.7$ ,  $\delta_0 = 0.2$ ,  $\xi = 0.5$ ,  $\theta = 38.7^\circ$ . Компрессия бормановского импульса: а)  $\beta = -15$ ,  $\lambda_0 = 0.95$  мкм,  $\alpha_0 > 0$ ; б)  $\beta = -15$ ,  $\lambda_0 = 1.1$  мкм,  $\alpha_0 < 0$ ; в)  $\beta = -15$ ,  $\lambda_0 = 1$  мкм,  $\alpha_0 = 0$ . Компрессия антибормановского импульса: г)  $\beta = 15$ ,  $\lambda_0 = 1.1$  мкм,  $\alpha_0 < 0$

пульса меньше частоты заднего фронта, так же меняется и величина  $q_{0x}$ . Поэтому если центральная частота импульса больше брэгговской, т. е.  $\alpha_0 > 0$  (рис. 7а), то, как видно из рис. 6б, для бормановского импульса  $v_x^{(1)} > 0$  и дисперсия скорости положительная. Поэтому скорость  $v_x^{(1)}$  заднего фронта больше, чем скорость переднего фронта, и бормановский импульс будет сжиматься, распространяясь вдоль оси  $x$ . В то же время антибормановский импульс, имея малую скорость  $v_x^{(2)} < 0$ , практически не будет изменяться, поскольку претерпевает одновременно слабое сжатие вдоль оси  $z$  (рис. 6а) и слабое расплывание по оси  $x$ . Именно такая динамика и наблюдается на рис. 7а.

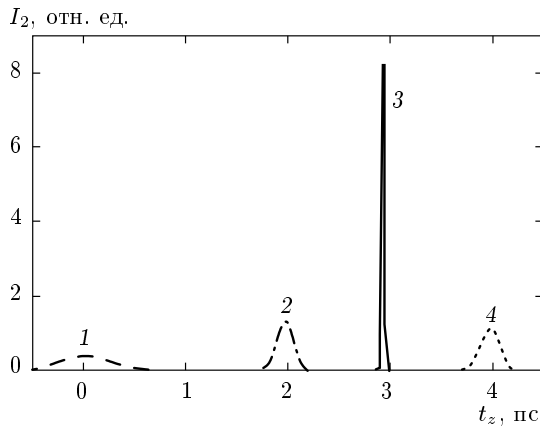
При уменьшении центральной частоты импульса изменяется знак  $\alpha_0$  ( $\alpha_0 < 0$ ), скорость бормановского импульса становится отрицательной ( $v_x^{(1)} < 0$ ), дисперсия увеличивается (рис. 6б), и он быстро сжимается (рис. 7б). При этом скорость антибормановского импульса  $v_x^{(2)} > 0$ , дисперсия скорости отри-

цательная, поэтому он расплывается (рис. 7б). Точное выполнение условия Брэгга для падающего импульса, т. е.  $\alpha_0 = 0$ , вызывает компрессию бормановского и расплывание антибормановского импульсов при  $\beta < 0$  (рис. 7в). Это также хорошо согласуется с графиками на рис. 6б. Скорости волн на центральной частоте импульса в этом случае равны нулю ( $v_x^{(1,2)} = 0$ ), однако скорости переднего и заднего фронтов имеют противоположные знаки. Например, скорость переднего фронта бормановского импульса  $v_x^{(1)} < 0$  (так как  $\alpha_0 < 0$ ), а заднего  $v_x^{(1)} > 0$ , поскольку  $\alpha_0 > 0$ . Таким образом, при  $\beta < 0$  бормановский импульс сжимается при любой отстройке  $\alpha_0$ . Изменение знака чирпа  $\beta > 0$  при  $\alpha_0 = 0$  приводит к компрессии уже антибормановского импульса и к уширению бормановского. Наконец, если  $\alpha_0 < 0$ , а  $\beta > 0$ , то, как следует из графиков на рис. 6б, антибормановский импульс с  $v_x^{(2)} > 0$  сжимается, а бормановский с  $v_x^{(1)} < 0$  расплывается (рис. 7г). Антибормановский импульс сжимается при  $\beta > 0$  в широкой области значений  $\alpha_0$ .

Таким образом, посредством изменения знака чирпа можно осуществлять селективное сжатие импульсов, т. е. сжатие либо быстрых импульсов, локализованных в слоях ФК с меньшим показателем преломления (бормановских), либо медленных импульсов, распространяющихся в слоях с большим показателем преломления (антибормановских). Изменяя знак отстройки  $\alpha_0$  от точного условия Брэгга за счет изменения центральной частоты импульса или угла падения, можно менять местами бормановский и антибормановский импульсы в определенном направлении распространения.

Направления распространения импульсов в ФК при эффекте ДДИ определяются величиной отстройки центра спектра падающего волнового пакета от точного условия Брэгга  $\alpha_0 = 0$ . На рис. 7а,б,г разделенные импульсы распространяются не параллельно, а под некоторым углом к слоям ФК, поскольку угол падения отличается от точного брэгговского угла. При этом импульсы достаточно малых поперечных размеров выходят из ФК в разных точках выходной поверхности ФК, т. е. реализуется не только временное деление, или запаздывание импульсов, но и их пространственное смещение внутри ФК. Если при этом условия ДДИ не выполняются, то импульсы покинут ФК в разных точках, но в один и тот же момент времени.

Максимальная степень сжатия импульса достигается при такой отстройке от брэгговского условия, когда весь спектр падающего излучения лежит в области сильной и приблизительно постоянной дис-

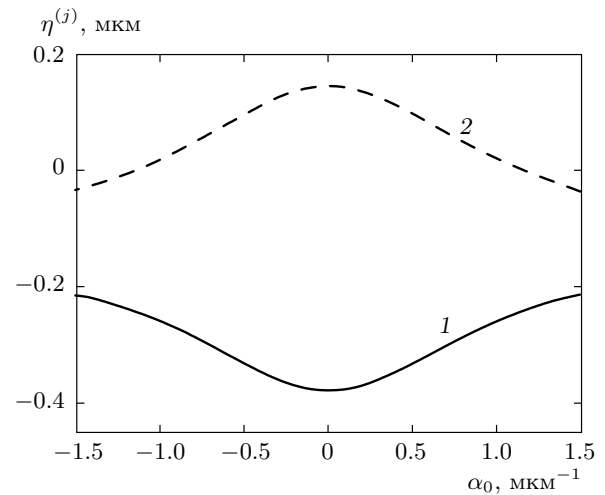


**Рис. 8.** Интенсивности антибормановского импульса (20) в зависимости от времени  $t_z = t - z\gamma_0/c$  на различных глубинах  $z = 0$  (1), 4 (2), 5.8 (3), 8 (4) мм внутри ФК. Параметры:  $\tau = 0.5$  пс,  $\lambda_0 = 1.25$  мкм,  $\beta = -20$ ,  $d = 1$  мкм,  $n_1 = 1.7$ ,  $\delta_0 = 0.2$

персии групповой скорости. В этом случае (рис. 8) наблюдается как уменьшение длительности импульса, так и увеличение пиковой интенсивности (в данном случае в 19 раз) по сравнению с нечирпированным импульсом. Использование импульсов со значительно большими значениями параметра  $\beta$  позволяет получить компрессию до 30 раз. Реализовать еще большую степень компрессии возможно только при более сложной, чем линейная, частотной модуляции падающего импульса, соответствующей компенсации влияния дисперсии более высоких порядков.

При падении импульса точно под углом Брэгга энергия импульса делится поровну между двумя модами. Величины амплитуд  $A_{gj}$  каждой моды, входящих в выражения для амплитудных коэффициентов прохождения и отражения (16), (17), зависят от отстройки  $\alpha_0$ . С ее увеличением интенсивность одной из мод будет увеличиваться, а интенсивность другой уменьшаться. Этот эффект позволяет подобрать величину отстройки таким образом, чтобы в импульсе, испытывающем компрессию, было до 80 % всей энергии поля внутри ФК. Подобный случай представлен на рис. 8.

Компрессия (фокусировка) импульсов с квадратичной модуляцией фазы ( $\sigma \neq 0$ ) в поперечном направлении по отношению к направлению распространения, вследствие пространственно-временной аналогии [23], описывается в целом аналогично случаю chirpированного импульса. В приближениях гауссового профиля волнового пакета, дифракции Фраунгофера и большой длительности импульса



**Рис. 9.** Угловые зависимости параметров  $\eta^{(j)}$  поперечного дисперсионного расплывания импульсов для бормановской (кривая 1) и антибормановской (кривая 2) мод;  $\alpha_0 = K$ . Параметры ФК и излучения такие же, как на рис. 2

можно получить следующее выражение, описывающее изменение поперечного размера импульса:

$$r(z) = r_0 \sqrt{\left(1 - \frac{2\sigma\eta z}{r_0^2}\right)^2 + \left(\frac{z}{L_\eta}\right)^2},$$

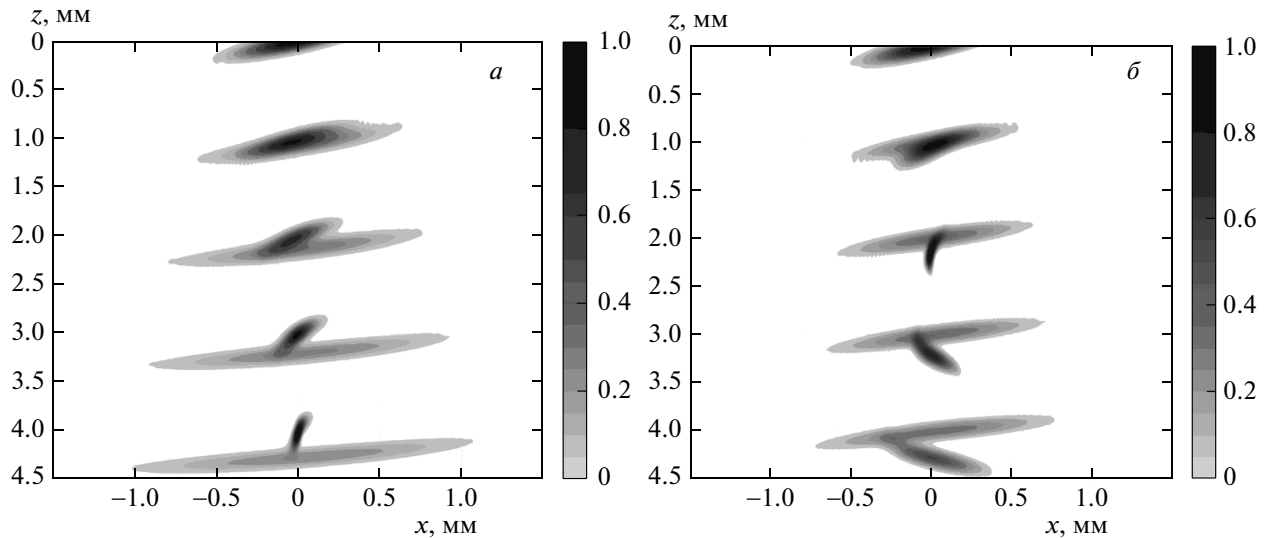
где  $L_\eta = r_0^2/2|\eta|$  — длина дисперсионного уширения,  $\eta = \partial^2 q_{0z}/\partial q_{0x}^2$  — параметр, характеризующий дисперсионное расплывание волнового пакета. Выражение для величины  $\eta$  определяется из дисперсионного соотношения (21).

Зависимость величин  $\eta^{(1,2)}$  от угловой отстройки приведена на рис. 9. Важно отметить, что для антибормановской моды величина  $\eta^{(2)}$  почти всюду больше нуля, тогда как для бормановской моды  $\eta^{(1)} < 0$ . Величины модулей  $\eta^{(1,2)}$  имеют максимум при точном выполнении брэгговского условия:

$$\eta^{(1,2)} = -\frac{1}{q_z^{(1,2)}} \left(1 \pm \frac{h^2}{2k^2 \sqrt{\chi_j \chi_{\bar{h}}}}\right).$$

С увеличением отстройки модули  $\eta^{(1,2)}$  уменьшаются.

Для сжатия импульсов в поперечном направлении за счет фокусировки необходимо выполнение двух условий: чтобы волновой пакет обладал изначальной модуляцией, а знак параметра  $\sigma$  совпадал со знаком величины  $\eta$ . Невыполнение первого условия приведет к монотонному увеличению поперечных размеров импульсов при дифракции аналогично обычному дифракционному расплыванию в вакууме. Невыполнение второго — к более быстрому, от-



**Рис. 10.** Пространственное распределение суммы модулей полей  $|A_0| + |A_h|$  (16) при дифракции пространственно-модулированных импульсов. Параметры:  $r_0 = 0.25$  мм,  $\tau = 0.5$  пс,  $\lambda_0 = 1$  мкм,  $d = 0.8$  мкм,  $n_1 = 1.7$ ,  $\delta_0 = 0.2$ ,  $\xi = 0.5$ ,  $\theta = \theta_B = 38.7^\circ$ . а) Падающий импульс дефокусируется,  $\sigma = 40$ , в ФК фокусируется антибрэгговский импульс; б) падающий импульс сфокусируется,  $\sigma = -40$ , в ФК фокусируется брэгговский импульс

носителю распространения в вакууме, уширению. Поскольку величины  $\eta^{(1,2)}$  имеют различные знаки, внутри ФК возможно уменьшение размеров не только сфокусированных импульсов, но и дефокусированных, которые при распространении в однородной среде могут испытывать только пространственное расплывание.

На рис. 10 представлено пространственное распределение суммы модулей полей (16) внутри ФК при дифракции пространственно-модулированных импульсов. Видно, что в случае падения на ФК дефокусированного импульса (рис. 10а) отстающий антибрэгговский импульс при распространении в ФК фокусируется (испытывает пространственное сжатие), а опережающий брэгговский импульс дефокусируется, т. е. расплывается. В случае же сфокусированного падающего импульса, наоборот, сжимается брэгговский импульс (рис. 10б). Аналогичные результаты получаются и для фокусировки световых пучков при дифракции в геометрии Лауэ в ФК, поскольку пучки являются частным случаем пространственно-модулированных волновых пакетов, продольные размеры которых гораздо больше, чем поперечные, т. е.  $ct \gg r_0$ .

Важно подчеркнуть, что описанные в настоящей работе явления ДДИ и селективного сжатия разделенных импульсов могут иметь место только при динамической брэгговской дифракции излучения в геометрии Лауэ. Они не возникают в случае исполь-

зования дифракционной схемы Брэгга «на отражение», поскольку в этом случае существуют лишь две [1], а не четыре, как в схеме Лауэ, распространяющиеся в структуре волны и деление падающего импульса на брэгговский и антибрэгговский невозможно. Отметим также, что эффект ДДИ является существенно когерентным явлением. Как показано в [24], учет частичной пространственной и временной когерентностей излучения приводит к ухудшению наблюдаемости динамических дифракционных явлений, например к сглаживанию маятникового эффекта. Поэтому в случае дифракции частично когерентного излучения следует ожидать «смазывания» идеальной картины пространственного распределения полей, соответствующей полной когерентности дифрагирующих волн (рис. 5), и, как следствие, снижения эффективности (вплоть до полного подавления) процесса дифракционного деления импульсов.

Пространственная локализация полей брэгговской и антибрэгговской мод в соответствующих слоях ФК, продемонстрированная для спектрально-ограниченных импульсов (см. рис. 5), наблюдается и в фазомодулированных импульсах, испытывающих компрессию внутри ФК. Единственным замеченным исключением является случай, когда имеется существенная отстройка от точного условия Брэгга и центр спектра падающего излучения смещен на величину порядка ширины спектра. В этом случае

амплитуды проходящей и дифрагированной волн в формуле (15) различны, в результате чего стоячие волны не формируются.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе теоретически описано явление динамической брэгговской дифракции оптического излучения в ФК — дифракционно-индуцированное деление падающего на ФК пространственно-ограниченного лазерного импульса в случае дифракции в схеме Лауэ. Впервые предсказаны эффекты селективного сжатия и селективной фокусировки разделенных импульсов, бормановского и антибормановского. Эти результаты представляют не только фундаментальный, но и значительный прикладной интерес, поскольку позволяют предложить новые методы управления динамикой и параметрами коротких лазерных импульсов. Действительно, вследствие различной пространственной локализации бормановского и антибормановского импульсов, в слоях соответственно с меньшим и большим показателями преломления структуры эти импульсы фактически эффективно распространяются в различных средах. Поэтому, задавая различные оптические свойства четных и нечетных слоев структуры или, например, динамически изменяя эти свойства внешним воздействием, можно управлять параметрами (формой, поляризацией, амплитудой, скоростью и др.) бормановского и антибормановского импульсов независимо. Селективное сжатие и фокусировка оптических импульсов даст возможность значительно увеличить выход вторичных, например нелинейных, процессов в ФК за счет увеличения более чем на порядок интенсивности бормановского или антибормановского импульса. При этом генерация нелинейных сигналов будет происходить в различных областях ФК, преимущественно либо в четных, либо в нечетных слоях структуры в зависимости от параметров входного импульса — от знаков параметров его частотной или пространственной фазовых модуляций, а также величины отстройки от брэгговского условия.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 09-02-00786, 10-02-00768).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. З. Г. Пинскер, *Рентгеновская кристаллооптика*, Наука, Москва (1982).

2. Л. М. Бреховских, *Волны в слоистых средах*, Наука, Москва (1973).
3. G. Borrmann, *Phys. Z.* **42**, 157 (1941).
4. В. И. Мансызов, *Opt. Comm.* **189**, 275 (2001).
5. M. Calvo, P. Cheben, O. Martinez-Matos et al., *Phys. Rev. Lett.* **97**, 084801 (2006).
6. V. A. Bushuev, В. И. Мансызов, and А. А. Skorynin, *Phys. Rev. A* **79**, 053811 (2009).
7. S. Savo, E. Di Gennaro, C. Miletto et al., *Opt. Express* **16**, 9097 (2008).
8. P. St. J. Russell, *Phys. Rev. Lett.* **56**, 596 (1986); *J. Appl. Phys.* **59**, 3344 (1986).
9. С. М. Аракелян, Л. П. Геворкян, В. А. Макаров, *КЭ* **16**, 1846 (1989).
10. V. G. Baryshevsky and S. A. Maksimenko, *Opt. Comm.* **94**, 379 (1992).
11. O. Francescangeli, S. Melone, and R. De Leo, *Phys. Rev. A* **40**, 4988 (1989).
12. B. Terhalle, A. Desyatnikov, D. Neshev et al., *Phys. Rev. Lett.* **106**, 083902 (2011).
13. K. Busch, G. Von Freymann, S. Linder et al., *Phys. Rep.* **444**, 101 (2007).
14. Б. И. Манцызов, *Когерентная и нелинейная оптика фотонных кристаллов*, Физматлит, Москва (2009).
15. M. Scalora, M. J. Bloemer, A. S. Manka et al., *Phys. Rev. A* **56**, 3166 (1997).
16. M. M. Fejer, G. A. Magel, D. H. Jundt, and R. L. Byer, *IEEE J. Quant. Electron.* **28**, 2631 (1992).
17. R. Fischer, S. M. Saitiel, D. N. Neshev et al., *Appl. Phys. Lett.* **89**, 191105 (2006).
18. И. В. Шутов, И. А. Ожередов, А. В. Шумицкий, А. С. Чиркин, *Опт. и спектр.* **105**, 87 (2008).
19. F. Lederer, G. Stegeman, D. Christodoulides et al., *Phys. Rep.* **463**, 1 (2008).
20. С. J. Benton and D. Skryabin, *Opt. Express* **17**, 5879 (2009).
21. Л. А. Головань, В. Ю. Тимошенко, П. К. Кашкаров, *УФН* **177**, 619 (2007).
22. V. A. Bushuev, *J. Synchrotron Rad.* **15**, 495 (2008).
23. С. А. Ахманов, В. А. Выслоух, А. С. Чиркин, *Оптика фемтосекундных лазерных импульсов*, Наука, Москва (1998).
24. С. А. Ахманов, Ю. Е. Дьяков, А. С. Чиркин, *Введение в статистическую радиопфизику и оптику*, Наука, Москва (1981), § 6, гл. 4.