ЖЭТФ, 2012, том 142, вып. 4 (10), стр. 817–823

КОНДЕНСАЦИЯ ВОДЯНОГО ПАРА В ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ

В. Г. Горшков, А. М. Макарьева, А. В. Нефёдов [*]

Петербургский институт ядерной физики им. Б. П. Константинова
188300, Гатчина, Ленинградская обл., Россия

Поступила в редакцию 10 февраля 2012 г.

Рассмотрены теоретические особенности конденсации водяного пара в условиях гидростатического равновесия. Оценена мощность стационарных динамических потоков газа и вертикальное распределение температуры, обусловливаемые конденсацией на больших горизонтальных масштабах.

1. ВВЕДЕНИЕ

Насыщенный пар конденсируется при понижении температуры, что приводит к уменьшению давления газа и вызывает динамический поток газа из области высокой температуры в область низкой. Это явление широко используется в технических приложениях, таких, например, как тепловые трубки [1, 2]. В большинстве лабораторных и теоретических исследований этого явления конденсация происходит на жесткой поверхности области, ограничивающей поток, а температура поверхности конденсации задается внешними условиями [3–5]. Характерные линейные масштабы таких задач в эксперименте не превышают нескольких метров.

Связанные с конденсацией динамические потоки газа, возникающие на больших масштабах в гравитационном поле Земли, имеют ряд существенных особенностей. Уменьшение температуры, вызывающее конденсацию, происходит при вертикальном подъеме объема газа как следствие увеличения его потенциальной энергии за счет уменьшения внутренней. Поэтому для возникновения конденсации не требуется искусственно поддерживать градиент температуры, лимитируемый мощностью отвода тепла во внешнюю среду. При этом конденсация происходит внутри движущегося объема газа, а не на макроскопической жесткой поверхности, ограничивающей динамический поток.

Воздух удерживается у земной поверхности гравитационным полем Земли и распределен по вертикали в соответствии с условием гидростатического равновесия. Конденсация водяного пара нарушает гидростатическое распределение воздуха и приводит к направленным вверх силам градиента давления, не скомпенсированным гравитационным полем. Вертикальный поток газа останавливается гравитационным полем, стремящимся восстановить гидростатическое равновесие. В результате в открытом пространстве при конденсации возникает горизонтальный воздушный поток и горизонтальная сила градиента давления, направленные в область конденсации. В настоящей работе рассмотрены особенности конденсации водяного пара воздуха в условиях гидростатического равновесия, имеющие ряд приложений [6, 7].

2. УРАВНЕНИЕ НЕПРЕРЫВНОСТИ С УЧЕТОМ КОНДЕНСАЦИИ

В стационарном случае уравнение непрерывности для воздуха имеет вид

$$\mathrm{div}(N\mathbf{v}) = \mathcal{S}, \quad \mathbf{v} = \mathbf{u} + \mathbf{w}, \tag{1}$$

$$\mathrm{div}(N_v\mathbf{v}) = \mathcal{S}, \quad \mathrm{div}(N_d\mathbf{v}) = 0, \quad N = N_d + N_v, \tag{2}$$

где N, N_d, N_v [моль/м^3] — молярные плотности соответственно влажного воздуха, сухого воздуха и насыщенного водяного пара, $\mathcal{S}$ [моль/м$^3\cdot$с] — плотность скорости конденсации, $\mathbf{u}$ и $\mathbf{w}$ — скорости потока воздуха соответственно в горизонтальном и вертикальном направлениях. Выберем ось x вдоль горизонтальной скорости $\mathbf{u}$, а ось z — вдоль вертикальной скорости $\mathbf{w}$. Насыщенная плотность водяного пара N_v зависит в соответствии с уравнением

[*] E-mail: anef@thd.pnpi.spb.ru

Клапейрона – Клаузиуса только от абсолютной температуры T. Предполагая горизонтальную изотермичность при любых z, имеем

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial N_v}{\partial x} = 0, \quad N_v = N_v(T), \quad T = T(z). \tag{3}$$

Введем безразмерные переменные γ и γ_d согласно определениям:

$$\gamma \equiv \frac{N_v}{N}, \quad \gamma_d \equiv \frac{N_v}{N_d}, \quad \gamma \equiv \frac{\gamma_d}{1+\gamma_d}, \quad \gamma_d \equiv \frac{\gamma}{1-\gamma}. \tag{4}$$

В земной атмосфере величины γ и γ_d малы и не превосходят 0.1. Умножая второе уравнение (2), содержащее N_d, на γ_d и вычитая из него первое уравнение (2), содержащее N_v, получим, что уравнения непрерывности (2) принимают вид

$$\begin{gathered} u\frac{\partial N}{\partial x} = u\frac{\partial N_d}{\partial x} = (S_d - \mathcal{S})\,\frac{1}{\gamma_d}, \\ S_d \equiv w\left(\frac{\partial N_v}{\partial z} - \gamma_d\frac{\partial N_d}{\partial z}\right) \equiv wN_d\frac{\partial \gamma_d}{\partial z}. \end{gathered} \tag{5}$$

Введем также величину S заменой N_d на N в выражении для S_d:

$$\begin{gathered} S \equiv w\left(\frac{\partial N_v}{\partial z} - \gamma\frac{\partial N}{\partial z}\right) \equiv wN\frac{\partial \gamma}{\partial z}, \\ S_d \equiv \frac{S}{1-\gamma}, \quad (S_d - S)\,\frac{1}{\gamma_d} \equiv S. \end{gathered} \tag{6}$$

После определения S выписаны легко проверяемые тождества.

Используя уравнение состояния идеального газа

$$p = NRT, \quad p_d = N_dRT, \quad p_v = N_vRT, \tag{7}$$

где $R = 8.31$ Дж/моль·К — универсальная молярная газовая постоянная, p, p_d и p_v — давления соответственно влажного воздуха, сухой компоненты воздуха и водяного пара, можно переписать соотношения (5) в виде

$$\begin{gathered} u\frac{\partial p}{\partial x} = u\frac{\partial p_d}{\partial x} = (s_d - \sigma)\,\frac{1}{\gamma_d}, \\ s_d \equiv \frac{s}{1-\gamma}, \quad \sigma \equiv \mathcal{S}RT, \end{gathered} \tag{8}$$

$$\begin{gathered} s_d \equiv w\left(\frac{\partial p_v}{\partial z} - \gamma_d\frac{\partial p_d}{\partial z}\right) \equiv wp_d\frac{\partial \gamma_d}{\partial z}, \\ s \equiv w\left(\frac{\partial p_v}{\partial z} - \gamma\frac{\partial p}{\partial z}\right) \equiv wp\frac{\partial \gamma}{\partial z}. \end{gathered} \tag{9}$$

Производные $\partial T/\partial z$ в силу универсальности газовой постоянной в (7) сокращаются и не переходят в уравнение (8). Уравнения непрерывности (1) и (2), записанные в формах (5) и (8), не содержат вследствие (7) массовых плотностей $\rho_i = M_iN_i$ и молярных масс M_i $(i = v, d)$.

Величины σ, s_d и s [Вт/м^3] имеют смысл плотностей динамических мощностей конденсации. Согласно (8), при любом значении σ, отличающемся от s_d на малую величину порядка γ_d, возникает горизонтальный градиент давления. В частности, при $\sigma = s$ (9) имеем $u\partial p/\partial x = s$. Пренебрежение членами порядка γ_d в численных моделях циркуляции влажного воздуха (см., например, [8, 9]) является ошибочным. Горизонтальный градиент давления исчезает только при точном равенстве $\sigma = s_d$.

3. ФИЗИКА УСЛОВИЯ ГИДРОСТАТИЧЕСКОГО РАВНОВЕСИЯ

Рассмотрим более детально условие гидростатического равновесия и его физический смысл. Уравнения состояния (7) могут быть переписаны в виде

$$\begin{gathered} p = \rho g h_g, \quad p_d = \rho_d g h_d, \\ p_v = \rho_v g h_v, \quad p = p_d + p_v, \end{gathered} \tag{10}$$

$$\begin{gathered} h_g \equiv \frac{RT}{Mg}, \quad h_d \equiv \frac{RT}{M_dg}, \\ h_v \equiv \frac{RT}{M_vg}, \quad M = M_d(1-\gamma) + \gamma M_v, \end{gathered} \tag{11}$$

$$\begin{gathered} \rho = \rho_d + \rho_v, \quad \rho = MN, \\ \rho_d = M_dN_d, \quad \rho_v = M_vN_v, \end{gathered} \tag{12}$$

где γ определена в (4), ρ, ρ_d, ρ_v — массовые плотности газа; $M_v = 18$ г/моль, $M_d = 29$ г/моль — молярные массы газа; h_g, h_d и h_v — высоты равномерно плотных атмосфер газов соответственно для влажного воздуха, его сухой компоненты и водяного пара. В форме записи (10) непосредственно видно, что давления газов представляют собой плотности потенциальной энергии в гравитационном поле Земли. Условия гидростатического равновесия имеют вид

$$\begin{gathered} -\frac{\partial p}{\partial z} = \rho g \equiv \frac{p}{h_g}, \quad -\frac{\partial p_d}{\partial z} = \rho_d g \equiv \frac{p_d}{h_d}, \\ -\frac{\partial p_v}{\partial z} = \rho_v g \equiv \frac{p_v}{h_v}. \end{gathered} \tag{13}$$

В неподвижном воздухе в отсутствие конденсации выполняются все три равенства (13). При подъеме влажного воздуха все газовые компоненты движутся с одной и той же скоростью w. Поэтому без конденсации (при движении ненасыщенного водяного пара) гидростатическое равновесие устанавливается так, что на всех высотах средняя молярная масса воздуха равна значению у поверхности, т. е. h_g не зависит от z. При возникновении конденсации последнее равенство (13) для p_v нарушается — распределение водяного пара по высоте сжимается [10] (см. также ниже разд. 5, формулы (25), (32)):

$$-\frac{\partial p_v}{\partial z} = \frac{p_v}{h_c}, \quad h_c < h_g. \tag{14}$$

Возникает направленная вверх сила f_c, действующая на оставшийся влажный воздух. Соответствующая ей мощность wf_c равна (см. (9))

$$wf_c = w\left(\frac{p_v}{h_c} - \frac{p_v}{h_g}\right) = \\ = -w\left(\frac{\partial p_v}{\partial z} - \frac{p_v}{p}\frac{\partial p}{\partial z}\right) \equiv -s, \quad h_c < h_g. \tag{15}$$

В открытом пространстве нарушенное гидростатическое равновесие восстанавливается за счет горизонтального притока воздуха в область конденсации, т. е. возникают горизонтальный градиент давления и горизонтальная сила, а вертикальная сила исчезает. Из закона сохранения энергии следует, что мощность циркуляции, определяемая в гидростатическом равновесии только горизонтальным градиентом давления и горизонтальной скоростью $-u\partial p/\partial x$, равна мощности wf_c, что соответствует (8) при $\sigma = s$:

$$wf_c = -u\frac{\partial p}{\partial x} = -s. \tag{16}$$

Поэтому в открытом пространстве в присутствии конденсации выполнение условия гидростатического равновесия для всего влажного воздуха соответствует равенствам

$$-\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{p}{h_g}, \quad -\frac{\partial p_d}{\partial z} = \frac{p}{h_g} - \frac{p_v}{h_c}, \quad -\frac{\partial p_v}{\partial z} = \frac{p_v}{h_c}. \tag{17}$$

В горизонтально ограниченном пространстве, где $\partial p/\partial x = 0$, компенсация вызываемого конденсацией отклонения от гидростатического равновесия и исчезновение вертикальной силы f_c невозможны при $\gamma < 1$ (см. ниже (41) в разд. 5).

В момент конденсации водяного пара суммарная плотность газовой ρ_v и конденсированной ρ_l фаз остается без изменения: $\rho_v + \rho_l = \mathrm{const}$. Однако в уравнение (7) входит полное число частиц газа (или в принятых единицах измерения число молей) в единице объема, независимо от их массы и размеров. При образовании жидкой или твердой фазы и образовании капель число первоначальных частиц пара уменьшается в миллионы и более раз. Во столько же раз уменьшается парциальное давление образующихся броуновских частиц конденсированной фазы. Поэтому в первое уравнение (17) входит только число частиц в газовой фазе (с относительной точностью порядка 10^{-6}) независимо от того, сохраняются ли частицы конденсированной фазы в единице объема или выпадают из него под действием сил гравитации. Поэтому в (17)

$$\rho = \rho_d + \rho_v \neq \rho_d + \rho_v + \rho_l.$$

Использование последнего равенства, содержащего ρ_l, встречающееся в численных моделях [11], является ошибочным [12].

Сила торможения восходящего потока воздуха каплями дождя, падающими с постоянной скоростью, соответствующей закону Стокса [13], определяется объемной плотностью числа капель и их размером, т. е. подчиняется независимым физическим закономерностям. Поэтому эта сила не может в общем случае определять наличие или отсутствие гидростатического равновесия, которое в крупномасштабных циркуляциях с учетом падения капель выполняется с большой точностью [14, 15]. В то же время сила дождевого торможения, наряду с силой трения о земную поверхность, пропорциональной весу атмосферного столба, является силой, предотвращающей горизонтальное ускорение воздушных потоков в крупномасштабных циркуляциях [14, 15].

4. ПОТОКИ КОНДЕНСАЦИИ В ОТКРЫТОМ ПРОСТРАНСТВЕ В ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ ЗЕМЛИ

В открытом пространстве стационарность процесса конденсации на всех высотах в отсутствие горизонтального градиента температуры может обеспечиваться постоянным испарением с жидкой поверхности Земли, компенсирующим конденсацию на всех высотах. Испарение с мощностью, меньшей мощности конденсации во всем атмосферном столбе, обеспечивает постоянство не зависящей от x высоты z, где относительная влажность достигает единицы. В случае, когда мощность конденсации намного превосходит мощность испарения, стационарность этой величины поддерживается только при передвижении ветровой структуры в области с насыщенным водяным паром, что имеет место в циклонах, ураганах и смерчах [6, 7, 16].

Мощность конденсации при сохранении гидростатического распределения влажного воздуха (17) определяется величиной $\sigma = s$ (9). Мощность конденсации s (9) имеет простой физический смысл, см. (14)–(16), и равна разности мощности изменения p_v по z при подъеме воздуха с вертикальной скоростью w и мощности изменения p_v, не связанного с конденсацией, которое пропорционально относительной мощности изменения доконденсационного равновесного распределения всего влажного воздуха. В этом случае согласно уравнению (8) возникает мощность горизонтального градиента давления $u\partial p/\partial x$, которая компенсирует мощность происходящей конденсации и сохраняет вертикальное гидростатическое распределение влажного воздуха. Уравнения (8) и (5) принимают следующий вид:

$$u\frac{\partial p}{\partial x} = w\left(\frac{\partial p_v}{\partial z} - \gamma\frac{\partial p}{\partial z}\right), \qquad \sigma = s = pw\frac{\partial \gamma}{\partial z} = SRT, \tag{18}$$

$$u\frac{1}{\gamma}\frac{\partial \gamma}{\partial x} = -w\frac{\partial \gamma}{\partial z}, \quad \frac{1}{p}\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{1}{\gamma}\frac{\partial \gamma}{\partial x}, \quad \frac{\partial p_v}{\partial x} = 0, \tag{19}$$

и являются основными динамическими уравнениями, определяющими конденсационную циркуляцию воздуха. При этом конденсация меняет вертикальное распределение и водяного пара, и сухой компоненты воздуха, см. (17).

В силу уравнений Эйлера или интеграла Бернулли появление горизонтального градиента давления приводит к горизонтальным потокам воздуха. Вертикальная сила остается скомпенсированной силой гравитации в условиях гидростатического равновесия. При малости силы сопротивления в сравнении с силой градиента давления происходит горизонтальное ускорение воздушных масс, что проявляется в их схождении к центру конденсации в ураганах [6, 14] и смерчах [7]. При совпадении величин силы горизонтального градиента давления и силы сопротивления трения горизонтальный поток воздуха в область происходящей конденсации имеет постоянную скорость [10, 15].

Возникновение горизонтального градиента давления (18) для крупномасштабной циркуляции, при котором ее горизонтальная протяженность L на два порядка превосходит ее высоту h_g, физически очевидно: при ограничении высоты h_g независимо от того, какими физическими силами это обеспечивается, возникающий от конденсации перепад давления может распределяться только по горизонтали. Интегральное уравнение непрерывности (1) для всей области циркуляции при $\gamma \ll 1$ имеет вид $u/L = w/h$. В пренебрежении трением сохранение энергии (уравнение Бернулли) соответствует соотношениям $\Delta p_z \sim \rho w^2/2$, $\Delta p_x \sim \rho u^2/2$. При $L \approx 3\cdot 10^3$ км, $h \approx 10$ км имеем

$$\frac{\Delta p_z}{\Delta p_x} = \frac{w^2}{u^2} = \frac{h^2}{L^2} \approx 10^{-5} \ll 1.$$

Наличие единого размерного масштаба для полного перепада давления циркуляции $\Delta p_z \sim p_v \sim 1$ кПа, не зависящего от горизонтального размера циркуляции, находится в согласии с наблюдениями [17]: ураганы, шквалы и торнадо, чьи горизонтальные линейные размеры различаются в сотни и тысячи раз, характеризуются близкими значениями полного перепада давления.

Конденсацию в горизонтально ограниченном объеме можно представить в виде подъема влажного воздуха в вертикальной трубе, охватывающей всю область конденсации. При этом, если вертикальное распределение сухой компоненты остается без изменения, мощность конденсации определяется величиной $\sigma = s_d = s/(1-\gamma)$ (см. (8)) аналогично тому, как при сохранении вертикального распределения всего влажного воздуха $\sigma = s$. Вертикальные градиенты давления влажного воздуха и водяного пара (первое и третье равенства в уравнении (13)) отклоняются от условий гидростатического равновесия. Конденсация при отсутствии гидростатического равновесия приводит к появлению силы вертикального градиента давления, направленного вверх, которая ведет к ускорению подъема воздуха до ураганных скоростей [7, 16].

5. ВЕРТИКАЛЬНЫЙ ГРАДИЕНТ ТЕМПЕРАТУРЫ ВОЗДУХА ПРИ АДИАБАТИЧЕСКОЙ КОНДЕНСАЦИИ

В горизонтально изотермической атмосфере конденсация происходит при вертикальном адиабатическом подъеме объема $\widetilde{V}$ воздуха. Первое начало термодинамики с учетом конденсации для объема $\widetilde{V} = \widetilde{N}V$, содержащего $\widetilde{N}$ молей воздуха, где $V = N^{-1}$ — молярный объем, N — молярная плотность, при движении воздуха, сопровождаемого адиабатическим ($dQ = 0$) подъемом, имеет вид

$$c_V d(\widetilde{N}T) + pd(\widetilde{N}V) + (\mathcal{L}_0 - c_l T)d\widetilde{N}_v = 0, \qquad \widetilde{N} = \widetilde{N}_d + \widetilde{N}_v, \tag{20}$$

где $\widetilde{N}_d$ и $\widetilde{N}_v$ — число молей соответственно сухой компоненты воздуха и водяного пара; Q, c_V и c_l — соответственно молярные теплота, теплоемкости воздуха при постоянном объеме и жидкой воды; $\mathcal{L}_0$ — скрытая теплота разрыва связей молекул в жидкости; член $-c_l T$ учитывает потери тепла из газовой фазы на нагрев образующихся капель жидкости [18]; p — давление газа, T — абсолютная температура; $c_V \widetilde{N} T$ — внутренняя энергия $\widetilde{N}$ молей газа. При конденсации в объеме $\widetilde{V}$ изменяется только число молей водяного пара, число молей сухого воздуха не меняется. Раскрывая дифференциалы произведений в (20), переходя с помощью (7) от dV к dp и деля обе части равенства (20) на $\widetilde{N}$, получаем:

$$\begin{gathered} c_p dT - V dp + \mathcal{L}\frac{d\widetilde{N}_v}{\widetilde{N}} = 0, \\ \mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + (c_p - c_l)T = \mathcal{L}(T_0) + (c_p - c_l)(T - T_0), \end{gathered} \tag{21}$$

где $\mathcal{L}$ — скрытая теплота при температуре T, T_0 — произвольное начальное значение температуры [18]. Деля левую часть (21) на $c_p T$, имеем:

$$\begin{gathered} \frac{dT}{T} - \mu\frac{dp}{p} + \mu\xi\frac{d\widetilde{N}_v}{\widetilde{N}} = 0, \\ \mu \equiv \frac{R}{c_p}, \quad \xi \equiv \frac{\mathcal{L}}{RT}, \quad c_p = c_V + R. \end{gathered} \tag{22}$$

С помощью определения (4) выводим связь $d\widetilde{N}_v/\widetilde{N}$ с $d\gamma$:

$$\begin{gathered} \frac{d\widetilde{N}_v}{\widetilde{N}} = d\left(\frac{\widetilde{N}_v}{\widetilde{N}}\right) + \gamma\frac{d\widetilde{N}}{\widetilde{N}}, \\ \frac{d\widetilde{N}_v}{\widetilde{N}} = \frac{d\gamma}{1-\gamma}, \quad d\widetilde{N} = d\widetilde{N}_v. \end{gathered} \tag{23}$$

В результате формула (22) принимает вид

$$\frac{dT}{T} - \mu\frac{dp}{p} + \mu\xi\frac{d\gamma}{1-\gamma} = 0. \tag{24}$$

Используя уравнение Клапейрона–Клаузиуса

$$\frac{dp_v}{p_v} = \xi\frac{dT}{T} \tag{25}$$

и определение переменной γ (4), имеем

$$\gamma \equiv \frac{\widetilde{N}_v}{\widetilde{N}} = \frac{p_v}{p}, \quad \frac{d\gamma}{\gamma} = \frac{dp_v}{p_v} - \frac{dp}{p} = \xi\frac{dT}{T} - \frac{dp}{p}. \tag{26}$$

С помощью соотношений (24) и (26) получаем следующие попарные связи между тремя относительными полными дифференциалами переменных p, T и γ:

$$\frac{d\gamma}{\gamma} = \frac{dT}{T}\Phi_{\gamma T}, \quad \Phi_{\gamma T} \equiv \frac{\mu\xi - 1}{\mu(1+\gamma_d\xi)}, \tag{27}$$

$$\frac{d\gamma}{\gamma} = \frac{dp}{p}\Phi_{\gamma p}, \quad \Phi_{\gamma p} \equiv \frac{\mu\xi - 1}{1+\gamma_d\mu\xi^2}, \tag{28}$$

$$\frac{dT}{T} = \frac{dp}{p}\Phi_{Tp}, \quad \Phi_{Tp} \equiv \mu\frac{1+\gamma_d\xi}{1+\gamma_d\mu\xi^2} = \frac{\Phi_{\gamma p}}{\Phi_{\gamma T}}. \tag{29}$$

При стационарном движении воздуха изменение со временем t всех величин, входящих в уравнение (21), выражается как

$$\frac{dA}{dt} = w\frac{\partial A}{\partial z} + u\frac{\partial A}{\partial x}, \quad A = p, \gamma, T. \tag{30}$$

Из уравнений непрерывности (2) и (30) имеем с учетом (23):

$$\frac{1}{\widetilde{N}}\frac{d\widetilde{N}_v}{dt} = \frac{1}{1-\gamma}\frac{d\gamma}{dt} = \frac{\mathcal{S}}{N} = \frac{\sigma}{p}. \tag{31}$$

После задания мощности конденсации σ и при учете горизонтальной изотермичности (3) производные по x в (30) оказываются связанными с производными по z уравнениями непрерывности (1), (2), (8), (9). Таким образом, в уравнение (24) входят только производные по z. Введем высоты согласно следующим определениям с учетом (26):

$$\begin{gathered} \frac{1}{h_T} \equiv -\frac{1}{T}\frac{\partial T}{\partial z}, \quad \frac{1}{h_p} \equiv -\frac{1}{p}\frac{\partial p}{\partial z}, \\ \frac{1}{h_\gamma} \equiv -\frac{1}{\gamma}\frac{\partial \gamma}{\partial z} = \frac{\xi}{h_T} - \frac{1}{h_p}. \end{gathered} \tag{32}$$

Тождества (32) являются определениями высот h_T, h_p и h_γ; $h_c \equiv h_T\xi^{-1}$ — высота распределения насыщенного водяного пара в соответствии с уравнением Клапейрона–Клаузиуса (25) и (3). Высота h_p совпадает с h_g (11) только при выполнении условий гидростатического равновесия. Последнее равенство (32) является следствием уравнения Клапейрона–Клаузиуса и связывает высоты h_γ, h_T и h_p. Уравнение (24) связывает эти три высоты после учета (30) и уравнений непрерывности (8). Таким образом, два уравнения (24) и (25) связывают три неизвестных высоты. Поэтому для определения всех высот необходимо задание высоты h_p каким-либо физическим условием, подобным рассмотренному в разд. 4.

При конденсации в открытом пространстве с сохранением условия гидростатического равновесия всего влажного воздуха, $h_p = h_g$ (17), согласно (16) и (19) имеем

$$u\frac{1}{p}\frac{\partial p}{\partial x} = -u\frac{1}{\gamma}\frac{\partial \gamma}{\partial x} = w\frac{\partial \gamma}{\partial z}. \tag{33}$$

Отметим, что из условия $-\partial p_d/\partial z > 0$ (см. второе равенство (17)) в этом случае следует ограничение на величину γ:

$$\begin{gathered} -\frac{\partial p_d}{\partial z} > 0, \quad \gamma < \frac{h_c}{h_d + \varepsilon h_c}, \\ \varepsilon \equiv \frac{M_d - M_v}{M_d} = 0.38. \end{gathered} \tag{34}$$

В результате для $d\gamma/dt$ (30) и $(d\widetilde{N}_v/dt)/\widetilde{N}$ (23) получаем выражения

$$\begin{gathered}\frac{d\gamma}{dt} = w(1-\gamma)\frac{\partial\gamma}{\partial z},\\ \frac{1}{\widetilde{N}}\frac{d\widetilde{N}_v}{dt} = \frac{1}{1-\gamma}\frac{d\gamma}{dt} = w\frac{\partial\gamma}{\partial z} \equiv \frac{s}{p}.\end{gathered} \tag{35}$$

Используя (32), (35) и опуская общий множитель w, имеем из уравнения (24):

$$\frac{1}{h_T} - \mu\frac{1}{h_p} + \gamma\mu(\xi-1)\frac{1}{h_\gamma} = 0. \tag{36}$$

Последнее равенство (32) совместно с (36) приводит к попарным связям:

$$\begin{gathered}\frac{1}{h_\gamma} = \frac{1}{h_T}\varphi_{\gamma T}, \quad \varphi_{\gamma T} \equiv \frac{\mu\xi - 1}{\mu(1+\gamma(\xi-1))},\\ s = -wp\frac{\gamma}{h_\gamma},\end{gathered} \tag{37}$$

$$\begin{gathered}\frac{1}{h_\gamma} = \frac{1}{h_p}\varphi_{\gamma p}, \quad \varphi_{\gamma p} \equiv \frac{\mu\xi - 1}{1+\gamma\mu\xi(\xi-1)},\\ h_p = h_g,\end{gathered} \tag{38}$$

$$\begin{gathered}\frac{1}{h_T} = \frac{1}{h_p}\varphi_{Tp},\\ \varphi_{Tp} \equiv \mu\frac{1+\gamma(\xi-1)}{1+\gamma\mu\xi(\xi-1)} = \frac{\varphi_{\gamma p}}{\varphi_{\gamma T}}.\end{gathered} \tag{39}$$

Величина φ_{Tp} связывает относительное изменение температуры с относительным изменением давления в зависимости от величины γ. При $\gamma = 0$ имеем $\varphi_{Tp} = \mu = R/c_p$ для адиабатического процесса в сухом воздухе.

Отметим, что выражение для вертикального градиента температуры при адиабатической конденсации $\Gamma \equiv -\partial T/\partial z \equiv T/h_T$ (32) может быть получено из (24) в форме (39) только при условии, что известно выражение для мощности конденсации (18), приводящее к уравнению непрерывности в форме (33). Если мощность конденсации σ в (8) неизвестна, то соотношения (33) не имеют места и производные $\partial p/\partial x$ и $\partial\gamma/\partial x$, входящие в (24), остаются также неизвестными, а связь высот h_T и h_p в (39) — неопределенной.

В горизонтально ограниченной атмосфере, где $\partial p/\partial x = 0$, $\partial\gamma/\partial x = 0$ (см. также (3)) из (8) имеем $\sigma = s_d$, т. е. при заданной вертикальной скорости w задание σ определяет величины $\partial\gamma_d/\partial z$ (9) и $\partial\gamma/\partial z$ (8). При этом согласно (31) имеем

$$\frac{1}{\widetilde{N}}\frac{\partial\widetilde{N}_v}{\partial z} = \frac{s_d}{wp}.$$

Влажный воздух не находится в условии гидростатического равновесия, $h_p \neq h_g$. Конденсация приводит к вертикальной нескомпенсированной силе и ускорению вертикального потока воздуха. Наложение условия гидростатического равновесия приводит к исчезновению вертикальной силы и прекращению конденсации. Уравнения (37)–(39) принимают вид

$$\frac{1}{h_i} = \frac{1}{h_k}\Phi_{ik}, \quad i \neq k, \tag{40}$$

где $i = \gamma, T$, $k = T, p$, а функции Φ_{ik} определены в (27)–(29). В силу неопределенности h_p выражение (39) для вертикального градиента температуры Γ остается в этом случае также неопределенным.

Появление в формулах (37)–(39) члена $\gamma(\xi-1)$ вместо $\gamma_d\xi$ в (27)–(29), (40) связано с учетом соотношения (33), т. е. с отличием горизонтального градиента давления от нуля. Однако в силу большого значения ξ ($\xi = 18$ при $T = 288$ K) и малости γ величины φ_{ik} в уравнениях (37)–(39) отличаются от Φ_{ik} в (27)–(29) приблизительно на 2 %, что находится за пределами погрешности существующих измерений Γ. Формулы (40), (29) для $\Gamma \equiv T/h_T$ совпадают с приводимыми в литературе [8, 17, 19] при игнорировании отклонения распределения влажного воздуха от гидростатического равновесия и замене h_p на h_g.

В атмосфере, состоящей только из водяного пара, имеем $\gamma = 1$, $\Phi_{Tp} = \xi^{-1}$, $M = M_v$. В этом случае после домножения обеих частей равенства (40) на Φ_{Tp}^{-1} это равенство и последнее равенство (32) принимают вид

$$\frac{\xi}{h_T} = \frac{1}{h_p}, \quad \frac{1}{h_\gamma} = \frac{\xi}{h_T} - \frac{1}{h_p} = 0. \tag{41}$$

При этом в гидростатическом равновесии $h_p = h_v$, $\Gamma = T/\xi h_v = 1.2$ К/км [10], сила f_c (15), определяющая конденсационный подъем воздуха, исчезает, конденсация прекращается, после чего атмосфера (в пренебрежении парниковым эффектом) переходит в изотермическое по вертикали состояние с $\Gamma = 0$.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрены физические принципы широкомасштабной циркуляции, возникающей за счет конденсации водяного пара при подъеме в гравитационном поле Земли. В отсутствие конденсации динамические потоки газа могут появляться в гравитационном поле только благодаря архимедовой плавучести, связанной с горизонтальным температурным градиентом [13, 19]. Исследование конденсации водяного пара до самого недавнего времени было сосредоточено на эффектах плавучести, связанных с выделением скрытого тепла [20, 21]. Мощность выделения скрытого тепла при конденсации, в ξ раз большая мощности динамической конденсационной циркуляции, уменьшает скорость охлаждения воздуха при его подъеме в земном гравитационном поле, но не меняет количество сконденсировавшегося водяного пара в атмосферном столбе и произошедшее в результате конденсации уменьшение среднего давления в атмосферном столбе и уменьшение его веса. Выделение скрытого тепла лишь распределяет мощность происходящей конденсации по большей высоте.

Адиабатический подъем сухого воздуха при $\gamma = 0$ (39) приводит к известной величине отрицательного вертикального градиента температуры воздуха, равной $\Gamma_d \equiv 9.8$ К/км. Конденсация при подъеме влажного воздуха приводит к выделению скрытого тепла, что, в соответствии с (39), уменьшает отрицательный градиент температуры в зоне подъема влажного воздуха и конденсации до величин $\Gamma_v \approx 3$–5 К/км в зависимости от значения γ. В зоне опускания воздуха, которое не сопровождается конденсацией, градиент остается равным Γ_d. Процессы теплопроводности, не связанные с циркуляцией, но имеющие в результате циркуляции интенсивную турбулентную природу, приводят к быстрому выравниванию градиента температуры окружающей среды между обеими зонами до наблюдаемого среднего тропосферного значения, равного $\overline{\Gamma} \approx (\Gamma_v + \Gamma_d)/2 = 6.5$ К/км. Это приводит к положительной разности плотностей между поднимающимся воздухом и воздухом окружающей среды и возникновению архимедовой силы выталкивания, действующей на поднимающийся воздух, которая пропорциональна разности $\overline{\Gamma} - \Gamma_v \approx 3.0$ К/км. В то же время на тот же объем воздуха, лишенный сконденсировавшегося водяного пара, в зоне опускания также действует архимедова сила выталкивания, пропорциональная $\Gamma_d - \overline{\Gamma} \approx 3.3$ К/км, т. е. примерно равная или бóльшая силы в зоне подъема. Сложение двух противоположных по знаку работ (направленных вверх консервативных сил, действующих на поднимающийся и опускающийся воздух) приводит к существенному уменьшению [19] (практически до нуля) суммарной потенциальной энергии, связанной с плавучестью. Это блокирует связанную с выделением латентного тепла циркуляцию архимедовой плавучести, которая может давать лишь малую поправку к рассмотренной конденсационной циркуляции, связанной с уменьшением числа молекул в газовой фазе.

ЛИТЕРАТУРА

1. G. M. Grover, T. P. Cotter, and G. F. Erickson, J. Appl. Phys. **35**, 1990 (1964).
2. X. L. Xie, Y. L. He, W. Q. Tao, and H. W. Yang, Appl. Therm. Eng. **28**, 433 (2008).
3. P. N. Shankar and M. D. Deshpande, Phys. Fluids A **2**, 1030 (1990).
4. Y. Sone, Transp. Theory Stat. Phys. **29**, 227 (2000).
5. V. A. Rykov, V. A. Titarev, and E. M. Shakhov, Fluid Dynamics **44**, 464 (2009).
6. A. M. Makarieva and V. G. Gorshkov, Phys. Lett. A **375**, 1053 (2011).
7. A. M. Makarieva, V. G. Gorshkov, and A. V. Nefiodov, Phys. Lett. A **375**, 2259 (2011).
8. A. E. Gill, *Atmosphere-Ocean Dynamics*, Acad. Press, New York (1982).
9. R. K. Smith, Q. J. R. Meteorol. Soc. **123**, 407 (1997).
10. A. M. Makarieva and V. G. Gorshkov, Hydrol. Earth Syst. Sci. **11**, 1013 (2007).
11. G. H. Bryan and R. Rotunno, Month. Weather Rev. **137**, 1770 (2009).
12. J. Pelkowski and T. Frisius, J. Atmos. Sci. **68**, 2430 (2011).
13. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теоретическая физика. Механика сплошных сред*, Гостехиздат, Москва (1954).
14. A. M. Makarieva and V. G. Gorshkov, Phys. Lett. A **373**, 2801 (2009).
15. A. M. Makarieva and V. G. Gorshkov, Int. J. Water **5**, 365 (2010).
16. A. M. Makarieva and V. G. Gorshkov, Phys. Lett. A **373**, 4201 (2009).
17. J. R. Holton, *An Introduction to Dynamic Meteorology*, Acad. Press, Amsterdam (2004).
18. В. Г. Левич, *Курс теоретической физики*, т. 1, Физматлит, Москва (1962).
19. K. A. Emanuel, *Atmospheric Convection*, Oxford Univ. Press, Oxford (1994).
20. A. M. Makarieva, V. G. Gorshkov, D. Sheil, A. D. Nobre, and B.-L. Li, Atmos. Chem. Phys. Discuss. **10**, 24015 (2010).
21. T. Spengler, J. Egger, and S. T. Garner, J. Atmos. Sci. **68**, 347 (2011).