ЖЭТФ, 2013, том 143, вып. 3, стр. 590–605

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭКРАНИРОВАНИЯ ЗАРЯЖЕННОЙ ПЫЛЕВОЙ ЧАСТИЦЫ В РАМКАХ НЕЛОКАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ЗАРЯДКИ

И. Н. Дербенев, А. В. Филиппов[*]

ГНЦ РФ Троицкий институт инновационных и термоядерных исследований
142190, Москва, Россия

Поступила в редакцию 21 августа 2012 г.

Проведено исследование влияния нелокальности функции распределения электронов по энергии на характер экранирования заряда пылевой частицы в двухкомпонентной плазме различных инертных газов и азота при атмосферном давлении. Для аналитических и численных расчетов выбрана модель точечного стока в диффузионно-дрейфовом приближении, которая в дополнение к объемным процессам рождения и гибели электронов и ионов включает также гетерогенные процессы их гибели на пылевой частице. Установлено, что в рассматриваемой задаче распределение потенциала пылевой частицы является суперпозицией трех дебаевских экспонент с тремя разными постоянными экранирования. Первая постоянная практически совпадает с обратным дебаевским радиусом, вторая определяется обратной длиной, проходимой электронами и ионами в процессе амбиполярной диффузии за характерное рекомбинационное время. Третья постоянная совпадает с обратным характерным расстоянием переноса энергии электронов за счет теплопроводности за характерное время установления энергии электронов в процессах нагрева пучком быстрых электронов и потерь энергии в упругих и неупругих соударениях. Проведено сравнение результатов численных расчетов постоянных экранирования с результатами аналитических оценок, полученных в приближении амбиполярной диффузии.

DOI: 10.7868/S0044451013030164

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследование характера экранирования макрочастицы в неравновесной плазме имеет большое значение как для развития теории пылевой и коллоидной плазмы, так и для задач, связанных с зондовыми измерениями. В работах [1–4] было показано, что потенциал пылевой частицы в неравновесной плазме с одним сортом ионов описывается двумя дебаевскими экспонентами, в то время как в трехкомпонентной плазме потенциал становится суперпозицией трех дебаевских экспонент с разными постоянными экранирования [5], причем все постоянные экранирования являются действительными величинами.

В настоящей работе рассмотрено влияние нелокальности функции распределения электронов по энергии (ФРЭЭ) на распределение потенциала вокруг заряженной пылевой частицы в двухкомпонентной плазме инертных газов и азота при атмосферном давлении. Полагалось, что плазма создается внешним источником ионизации газа, скорость ионизации при расчетах менялась в диапазоне 10^{10}–10^{18} см$^{-3}\cdot$с$^{-1}$. Нелокальность ФРЭЭ учитывалась с помощью дополнительного уравнения баланса энергии электронов, которое связывает локальное значение средней энергии электронов в каждой точке с параметрами плазмы в соседних точках.

2. НЕЛОКАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ЗАРЯДКИ ПЫЛЕВЫХ ЧАСТИЦ

Рассмотрим зарядку сферической пылевой частицы, помещенной в центр сферически-симметричной системы координат. В инертных газах и азоте при атмосферном давлении для описания процесса зарядки пылевых частиц микронного размера применимо диффузионно-дрейфовое приближение. Условия его применимости имеют вид [6]

$$l_{e,i} \ll r_0 + r_d,$$

где $l_{e,i}$ — длины свободного пробега соответственно электронов и ионов, r_0 — радиус пылевой частицы, r_d — характерный размер области нарушения

[*]E-mail: fav@triniti.ru

квазинейтральности плазмы. В инертных газах при атмосферном давлении длина установления энергии электронов оказывается заметно большей или сравнимой с r_d, поэтому необходим учет нелокальности функции распределения электронов по энергии. В настоящей работе учет эффектов нелокальности ФРЭЭ проведен на основе нелокальной модели зарядки пылевых частиц, которая была развита в работе [6].

Система уравнений нелокальной модели зарядки включает уравнения баланса концентраций электронов и ионов, уравнение Пуассона и уравнение баланса энергии электронов, полученное на основе нелокального метода моментов [6]:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} - \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left\{r^2\left[\frac{\partial\left(D_e n_e\right)}{\partial r} + k_e n_e E\right]\right\} = \\ = Q_{ion} + \nu_{ion} n_e - \beta_{ei} n_e n_i, \quad (1)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left[r^2\left(-D_i\frac{\partial n_i}{\partial r} + k_i n_i E\right)\right] = \\ = Q_{ion} + \nu_{ion} n_e - \beta_{ei} n_e n_i, \quad (2)$$

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial\left(r^2 E\right)}{\partial r} = 4\pi e\left(n_i - n_e\right), \quad (3)$$

$$\frac{\partial n_e\langle\varepsilon_e\rangle}{\partial t} - \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left\{r^2\left[\frac{\partial\left(G n_e\right)}{\partial r} + \beta n_e E\right]\right\} + e\mathbf{j}_e\cdot\mathbf{E} = \\ = (\eta - I)Q_{ion} - \nu_{ion} n_e I - n_e W_S - \beta_{ei} R n_e n_i. \quad (4)$$

Здесь k_σ и D_σ — соответственно подвижности и коэффициенты диффузии электронов ($\sigma = e$) и ионов ($\sigma = i$); Q_{ion} — скорость ионизации газа внешним источником; ν_{ion} — частота ионизации газа электронами плазмы; β_{ei} — коэффициент рекомбинации; E — напряженность самосогласованного электрического поля; n_σ — концентрация плазменных частиц σ-сорта; $\langle\varepsilon_e\rangle$ — средняя энергия электронов, которая определяет «температуру» электронов: $T_e = (2/3)\langle\varepsilon_e\rangle$; W_S — скорость потерь энергии в упругих и неупругих столкновениях (потери энергии электронов в процессах ионизации и рекомбинации выделены в отдельные члены); G и β — коэффициенты, определяющие диффузионную и дрейфовую составляющие плотности потока тепла электронов и аналогичные коэффициенту диффузии и подвижности электронов (определение коэффициентов переноса см. в [6]); $\mathbf{j}_e$ — плотность потока электронов; I — потенциал ионизации атомов или молекул плазмообразующего газа; η — энергетическая цена образования электрон-ионной пары, которая примерно равна $2I$; R — средняя энергия электронов, теряемая в одном акте процесса рекомбинации. При преобладании потерь энергии в упругих столкновениях скорость потерь можно представить в виде [7, 8]

$$W_S\left(T_e\right) = 2\frac{m_e}{M}\left(1 - \frac{T_e}{T}\right)\int\limits_0^\infty \nu_m \varepsilon^{3/2} f_0 d\varepsilon \approx \\ \approx a_W\left(1 - \frac{T}{T_e}\right)T_e^{\gamma_{W_1}}, \quad (5)$$

где $f_0(\varepsilon)$ — функция распределения электронов по энергии, m_e — масса электрона, M — масса иона, ν_m — транспортная частота столкновений электронов, a_W и γ_{W_1} — слабо зависящие от температуры электронов величины. При независимости транспортной частоты от энергии

$$\gamma_{W_1} = 1, \quad a_W = 3\nu_m m_e/M,$$

а при независимости длины пробега электронов l_e от энергии

$$\gamma_{W_1} = \frac{3}{2}, \quad a_W = \frac{8m_e}{Ml_e}\sqrt{\frac{2}{\pi m_e}}.$$

Линеаризуем систему (1)–(4), введя малые возмущения к равновесным значениям:

$$n_e = n_{e0} + \delta n_e, \quad n_i = n_{i0} + \delta n_i, \\ E = \delta E, \quad T_e = T_{e0} + \delta T_e. \quad (6)$$

Полагаем, что для коэффициентов переноса выполнены соотношения Эйнштейна:

$$\frac{D_e}{k_e} = \frac{G}{\beta} = \frac{T_e}{e}. \quad (7)$$

Средняя энергия электронов, теряемая в процессах электрон-ионной рекомбинации, определена соотношением

$$R = \frac{1}{\beta_{ei}}\sqrt{\frac{2}{m_e}}\int f_0(\varepsilon)\sigma_{ei}\varepsilon^2 d\varepsilon. \quad (8)$$

Здесь

$$\beta_{ei} = \sqrt{\frac{2}{m_e}}\int f_0(\varepsilon)\sigma_{ei}\varepsilon\, d\varepsilon$$

— коэффициент рекомбинации, σ_{ei} — сечение рекомбинации. Во всех рассмотренных в настоящей работе газах основными ионами плазмы при атмосферном давлении являются ионы димеров атомов или молекул исходного газа. Зависимость коэффициентов рекомбинации этих ионов с электронами от обратной температуры электронов близка к корневой [9], к ней приводит обратно пропорциональная зависимость сечения рекомбинации от энергии электронов. С такой зависимостью сечения из (8) при интегрировании с максвелловской ФРЭЭ следует, что $R \approx T_e$ (при строго обратно пропорциональной зависимости равенство является точным). Поэтому далее везде полагалось, что $R = T_e$.

Подставив выражения (6) в уравнения (1)–(4), с учетом того, что в невозмущенной плазме в стационарных условиях

$$\begin{aligned} &n_{e0} = n_{i0} = n_0, \\ &Q_{ion} + \nu_{ion,0} n_0 - \beta_{ei,0} n_0^2 = 0, \\ &(\eta - I) Q_{ion} - I\nu_{ion,0} n_0 - n_0 W_{S0} - \beta_{ei,0} T_{e0} n_0^2 = 0, \end{aligned} \tag{9}$$

получим

$$\begin{aligned} &-\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left[r^2\left(D_{e0}\frac{\partial \delta n_e}{\partial r} + n_0 \frac{\partial \delta D_e}{\partial r} + \right.\right. \\ &\left.\left. + \; k_{e0} n_0 \delta E\right)\right] = \nu_{ion,0}\delta n_e + n_0 \delta\nu_{ion} - \\ &\qquad - n_0^2 \delta\beta_{ei} - \beta_{ei,0} n_0 \delta n_e - \beta_{ei,0} n_0 \delta n_i, \\ &-\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left[r^2\left(-D_i \frac{\partial \delta n_i}{\partial r} + k_i n_0 \delta E\right)\right] = \\ &= \nu_{ion,0}\delta n_e + n_0 \delta\nu_{ion} - n_0^2\delta\beta_{ei} - \\ &\qquad - \beta_{ei,0} n_0 \delta n_e - \beta_{ei,0} n_0 \delta n_i, \\ &-\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left[r^2\left(G_0 \frac{\partial \delta n_e}{\partial r} + n_0 \frac{\partial \delta G}{\partial r} + \beta_0 n_0 \delta E\right)\right] = \\ &= -n_0 \delta W_S - I n_0 \delta\nu_{ion} - \nu_{ion,0}\delta n_e - W_{S0}\delta n_e - \\ &- T_{e0} n_0^2 \delta\beta_{ei} - \beta_{ei,0} n_0^2 \delta T_e - \beta_{ei,0} T_{e0} n_0 \delta n_e - \\ &\qquad - \beta_{ei,0} T_{e0} n_0 \delta n_i, \\ &\frac{1}{r^2}\frac{\partial\left(r^2 \delta E\right)}{\partial r} = 4\pi e \left(\delta n_i - \delta n_e\right). \end{aligned} \tag{10}$$

Здесь (все величины с индексом «0» относятся к температуре электронов, равной T_{e0})

$$\delta D_e = \gamma_D D_{e0} \frac{\delta T_e}{T_{e0}}, \quad \delta\nu_{ion} = \gamma_{ion}\nu_{ion,0}\frac{\delta T_e}{T_{e0}},$$

$$\delta\beta_{ei} = \gamma_R \beta_{ei,0}\frac{\delta T_e}{T_{e0}}, \quad \delta G = \gamma_G G_0 \frac{\delta T_e}{T_{e0}},$$

$$\delta W_S = \gamma_W\left(T_{e0}\right) W_{S0}\frac{\delta T_e}{T_{e0}};$$

$$\gamma_D = \left.\frac{d\ln D_e}{d\ln T_e}\right|_{T_{e0}}, \quad \gamma_{ion} = \left.\frac{d\ln \nu_{ion}}{d\ln T_e}\right|_{T_{e0}},$$

$$\gamma_R = \left.\frac{d\ln \beta_{ei}}{d\ln T_e}\right|_{T_{e0}}, \quad \gamma_G = \left.\frac{d\ln G}{d\ln T_e}\right|_{T_{e0}},$$

$$\gamma_{W_1} = \left.\left[\frac{d}{d\ln T_e}\ln\left(W_S \frac{T_e}{T_e - T}\right)\right]\right|_{T_{e0}},$$

$$\gamma_W = \left.\frac{d\ln W_S}{d\ln T_e}\right|_{T_{e0}} = \gamma_{W_1} + \frac{T}{T_{e0} - T}.$$

Согласно проведенным расчетам коэффициентов переноса электронов для всех исследованных газов оказалось, что $\gamma_D \approx 0.5$, $\gamma_G \approx 1.5$, $\gamma_{W_1} \approx 1.5$, а также $G \approx 2D_e T_e$, поэтому

$$\delta G \approx 2D_{e0}\left(1 + \gamma_D\right)\frac{\delta T_e}{T_{e0}}. \tag{11}$$

Введем эффективные стоки заряженных частиц плазмы (S_e, S_i) и энергии электронов (S_ε) на пылевую частицу. В стационарных условиях $S_e = S_i \equiv S$. При этом учтем, что согласно кинетической теории газов потоки частиц и энергии на пылевую частицу в случае максвелловского распределения связаны соотношением $S_\varepsilon = 2T_e S_e$. Также учитывая, что $G_0 \approx 2D_{e0}T_{e0}$, введем параметр χ, определенный как $\chi = D_{e0}T_{e0}/G_0$. В случае независимости транспортной частоты столкновений электронов с нейтральными атомами от энергии электронов $\chi = 1/2$ и выполняется соотношение $S_\varepsilon/G_0 = S_e/D_{e0}$.

В формуле (10) из первых трех уравнений исключим поле с помощью четвертого, введем потенциал поля, поделим первое уравнение на D_{e0}, второе — на D_i, третье — на G_0, введем новую величину $\delta p_e = n_0 \delta T_e / T_{e0}$. В итоге получим

$$\begin{aligned} &-\triangle\delta n_e - \gamma_D \triangle\delta p_e + k_{de}^2\left[\delta n_e - \delta n_i - q\delta\left(\mathbf{r}\right)\right] = \\ &\qquad = k_{ie}^2\delta n_e + \gamma_{ion}k_{ie}^2\delta p_e - k_{se}^2\delta n_e - \\ &\qquad - k_{se}^2\delta n_i - \gamma_R k_{se}^2\delta p_e - \tilde{S}_e\delta\left(\mathbf{r}\right), \\ &-\triangle\delta n_i - k_{di}^2\left[\delta n_e - \delta n_i - q\delta\left(\mathbf{r}\right)\right] = \\ &\qquad = k_{ii}^2\delta n_e + \gamma_{ion}k_{ii}^2\delta p_e - \\ &- k_{si}^2\delta n_e - k_{si}^2\delta n_i - \gamma_R k_{si}^2\delta p_e - \tilde{S}_i\delta\left(\mathbf{r}\right), \\ &-\triangle\delta n_e - \gamma_G\triangle\delta p_e + k_{de}^2\left[\delta n_e - \delta n_i - q\delta\left(\mathbf{r}\right)\right] = \\ &\qquad = -\gamma_W k_W^2\delta p_e - \gamma_{ion}k_{i\varepsilon}^2\delta p_e - \\ &- k_{i\varepsilon}^2\delta n_e - k_W^2\delta n_e - \chi\left(\gamma_R + 1\right)k_{se}^2\delta p_e - \\ &\qquad - \chi k_{se}^2\delta n_e - \chi k_{se}^2\delta n_i - \tilde{S}_\varepsilon\delta\left(\mathbf{r}\right), \\ &\triangle\phi = 4\pi e\left(\delta n_i - \delta n_e\right) - 4\pi e q\delta\left(\mathbf{r}\right), \end{aligned} \tag{12}$$

где $\delta(\mathbf{r})$ — дельта-функция, q — заряд пылевой частицы и введены следующие обозначения:

$$
\begin{gathered}
k_{de}^2=\frac{4\pi e^2 n_0}{T_{e0}},\quad k_{di}^2=\frac{4\pi e^2 n_0}{T_i},\quad k_{ie}^2=\frac{\nu_{ion,0}}{D_{e0}},\\
k_{ii}^2=\frac{\nu_{ion,0}}{D_i},\quad k_{i\varepsilon}^2=\frac{I\nu_{ion,0}}{G_0},\\
k_{se}^2=\frac{\beta_{ei,0}n_0}{D_{e0}},\quad k_{si}^2=\frac{\beta_{ei,0}n_0}{D_i},\quad k_W^2=\frac{W_{S0}}{G_0},\\
\tilde{S}_e=\frac{S}{D_{e0}},\quad \tilde{S}_i=\frac{S}{D_i}.
\end{gathered}
\tag{13}
$$

Применим к полученной системе уравнений трехмерное интегральное преобразование Фурье:

$$
\begin{gathered}
U_{\sigma\mathbf{k}}=\int \delta n_\sigma(\mathbf{r})\exp(i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r})\,d\mathbf{r},\\
\Phi_{\mathbf{k}}=\int \phi(\mathbf{r})\exp(i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r})\,d\mathbf{r},\\
P_{e\mathbf{k}}=\int \delta p_e(\mathbf{r})\exp(i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r})\,d\mathbf{r}.
\end{gathered}
\tag{14}
$$

В результате после приведения подобных членов из уравнений непрерывности получим

$$
\begin{pmatrix} k^2+a_{11} & a_{12} & a_{13}k^2+a_{14}\\ a_{21} & k^2+a_{22} & a_{23}\\ k^2+a_{31} & a_{32} & a_{33}k^2+a_{34}\end{pmatrix}
\begin{pmatrix} U_{e\mathbf{k}}\\ U_{i\mathbf{k}}\\ P_{e\mathbf{k}}\end{pmatrix}=
\begin{pmatrix} b_1\\ b_2\\ b_3\end{pmatrix},
\tag{15}
$$

где

$$
\begin{gathered}
a_{11}=k_{de}^2-k_{ie}^2+k_{se}^2,\quad a_{12}=k_{se}^2-k_{de}^2,\quad a_{13}=\gamma_D,\\
a_{14}=\gamma_R k_{se}^2-\gamma_{ion}k_{ie}^2;\\
a_{21}=k_{si}^2-k_{di}^2-k_{ii}^2,\quad a_{22}=k_{di}^2+k_{si}^2,\\
a_{23}=\gamma_D k_{si}^2-\gamma_{ion}k_{ii}^2;\\
a_{31}=k_{de}^2+k_{i\varepsilon}^2+k_W^2+\chi k_{se}^2,\quad a_{32}=\chi k_{se}^2-k_{de}^2,\\
a_{33}=\gamma_G,\\
a_{34}=\gamma_W k_W^2+\gamma_{ion}k_{i\varepsilon}^2+\chi(\gamma_R+1)k_{se}^2;\\
b_1=qk_{de}^2-\tilde{S}_e,\quad b_2=-k_{di}^2 q-\tilde{S}_i,\quad b_3=-qk_{de}^2-\tilde{S}_\varepsilon.
\end{gathered}
$$

А уравнение Пуассона в фурье-пространстве примет вид

$$
-k^2\Phi_{\mathbf{k}}=4\pi e\,(U_{e\mathbf{k}}-U_{i\mathbf{k}})-4\pi eq. \tag{16}
$$

Детерминант системы (15) равен

$$
D=\alpha_0+\alpha_1 k^2+\alpha_2 k^4+\alpha_3 k^6, \tag{17}
$$

где

$$
\begin{gathered}
\alpha_0=a_{34}(a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21})-a_{14}(a_{31}a_{22}-a_{21}a_{32})+\\
+a_{12}a_{23}a_{31}-a_{11}a_{23}a_{32},\\
\alpha_1=a_{34}(a_{11}+a_{22})+a_{23}(a_{12}-a_{32})-\\
-a_{14}(a_{22}+a_{31})+a_{33}(a_{11}a_{22}+a_{12}a_{21})-\\
-a_{13}(a_{31}a_{22}+a_{21}a_{32}),\\
\alpha_2=a_{34}-a_{14}+a_{33}(a_{11}+a_{22})-a_{13}(a_{31}-a_{22}),\\
\alpha_3=a_{33}-a_{13}.
\end{gathered}
$$

Расчеты для инертных газов и азота при комнатной температуре газа и скорости ионизации от 10^{10} до 10^{18} см$^{-3}\cdot$с$^{-1}$ показали, что полученные коэффициенты положительны, следовательно, по правилу знаков Декарта, уравнение

$$
\alpha_0+\alpha_1 k^2+\alpha_2 k^4+\alpha_3 k^6=0 \tag{18}
$$

не имеет положительных действительных корней. В том случае, когда корни действительны и однократны, детерминант (17) можно представить в виде

$$
D=\left(k^2+k_{sh1}^2\right)\left(k^2+k_{sh2}^2\right)\left(k^2+k_{sh3}^2\right).
$$

В этом случае распределение потенциала будет описываться тремя экспонентами:

$$
\phi(r)=\frac{eq}{r}\left[C_1\exp(-k_{sh1}r)+C_2\exp(-k_{sh2}r)+\right.
\left.+C_3\exp(-k_{sh3}r)\right]. \tag{19}
$$

Коэффициенты при экспонентах определяются выражениями

$$
C_\alpha=\frac{A_4k_{sh\alpha}^4-A_2k_{sh\alpha}^2+A_0}{k_{sh\alpha}^2\left(k_{sh\alpha}^2-k_{sh\beta}^2\right)\left(k_{sh\gamma}^2-k_{sh\alpha}^2\right)}, \tag{20}
$$

где α, β, $\gamma=1,2,3$ — номера постоянных экранирования, причем $\alpha\neq\beta$, $\alpha\neq\gamma$ и $\beta\neq\gamma$.

Для ряда газов в ограниченной области изменения скорости ионизации газа появлялись комплексные корни: $k_{sh2}=\varkappa_2+i\varkappa_3$, $k_{sh3}=\varkappa_2-i\varkappa_3$. В этом случае распределение потенциала вокруг пылевой частицы описывается выражением

$$
\phi(r)=\frac{eq}{r}\Big\{C_1\exp(-k_{sh1}r)+
+\left[Q_2\cos(\varkappa_3 r)+Q_3\sin(\varkappa_3 r)\right]\exp(-\varkappa_2 r)\Big\}, \tag{21}
$$

где

$$
\varkappa_2=\frac{1}{2}(k_{sh2}+k_{sh3}),\quad \varkappa_3=\frac{1}{2}i\,(k_{sh3}-k_{sh2}),
$$

$$Q_2 = \frac{1}{2}(C_2 + C_3), \quad Q_3 = \frac{1}{2}i(C_2 - C_3).$$

Константы A_0, A_2 и A_4 всегда действительны и определяются формулами

$$\begin{aligned} A_0 = \alpha_3^{-1}\Big\{&\tilde b_1\big[a_{23}(a_{31}+a_{32}) - a_{34}(a_{21}+a_{22})\big] + \\ &+ \tilde b_2\big[a_{34}(a_{11}+a_{12}) - a_{14}(a_{31}+a_{32})\big] + \\ &+ \tilde b_3\big[a_{14}(a_{21}+a_{22}) - a_{23}(a_{11}+a_{12})\big]\Big\}, \\ A_2 = \alpha_3^{-1}\Big\{&\tilde b_1\big[a_{23} - a_{34} - a_{33}(a_{21}+a_{22})\big] + \\ &+ \tilde b_2\big[a_{33}(a_{11}+a_{12}) - (a_{31}+a_{32}) + a_{34} - a_{14}\big] + \\ &+ \tilde b_3\big[a_{13}(a_{21}+a_{22}) + a_{14} - a_{23}\big]\Big\}, \\ A_4 = \alpha_3^{-1}&\left[a_{13}\left(\tilde b_3 - \tilde b_2\right) + a_{33}\left(\tilde b_2 - \tilde b_1\right)\right], \end{aligned} \tag{22}$$

где

$$\tilde b_1 = k_{de}^2 - \tilde S_e/q, \quad \tilde b_2 = -k_{di}^2 - \tilde S_i/q, \quad \tilde b_3 = k_{de}^2 - \tilde S_\varepsilon/q.$$

Отметим, что

$$Q_3\varkappa_3 = -\frac{1}{4}(k_{sh3} - k_{sh2})(C_3 - C_2),$$

поэтому значение произведения $Q_3\varkappa_3$ не зависит от того, какой из комплексных корней обозначен индексом «2», а какой — «3».

Ниже приводятся результаты численных расчетов и аналитических оценок постоянных экранирования. Для удобства изложения здесь приведем также решение задачи об экранировании заряженного тела без учета эффектов нелокальности. В этом случае распределение потенциала можно представить в виде [10]

$$\phi(r) = \frac{eq}{r}\left(\theta_1 a^{-k_1 r} + \theta_2 a^{-k_2 r}\right), \tag{23}$$

где (см. [2–4])

$$k_{1,2}^2 = \frac{1}{2}\left(k_\alpha^2 \pm \sqrt{k_\alpha^4 - 4k_\beta^4}\right), \tag{24}$$

$$\theta_1 = \frac{k_D^2 - \varkappa_-^2 - k_2^2}{k_1^2 - k_2^2}, \quad \theta_2 = \frac{k_D^2 - \varkappa_-^2 - k_1^2}{k_2^2 - k_1^2}. \tag{25}$$

Здесь

$$k_\alpha^2 = k_D^2 + k_s^2 - k_{ie}^2,$$

$$k_\beta^4 = k_{De}^2\left(2k_{si}^2 - k_{ii}^2\right) + k_{Di}^2\left(2k_{se}^2 - k_{ie}^2\right),$$

$$\varkappa_-^2 = -\frac{S}{q}\left(D_i^{-1} - D_e^{-1}\right).$$

В резонансном случае ($k_1 = k_2$) [2–4]

$$\phi(r) = \frac{eq}{r}\left(1 + \frac{\varkappa_-^2 r}{2k_1}\right)e^{-k_1 r}. \tag{26}$$

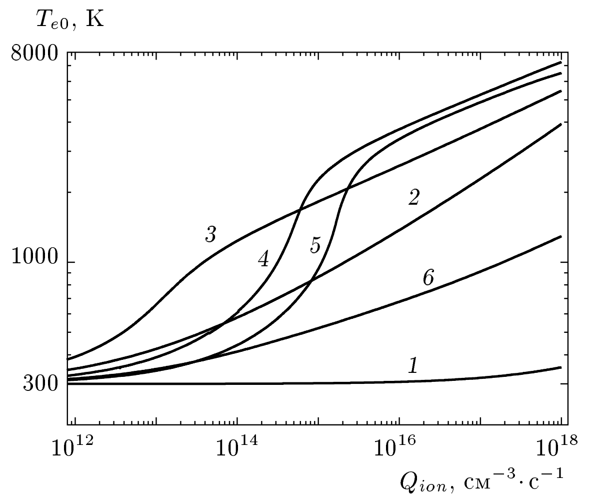

Рис. 1. Зависимости температуры электронов от скорости ионизации в гелии (*1*), неоне (*2*), аргоне (*3*), криптоне (*4*), ксеноне (*5*) и азоте (*6*) при давлении 10^5 Па и температуре газа 300 К

3. ЧИСЛЕННЫЕ РАСЧЕТЫ И АНАЛИТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ ПОСТОЯННЫХ ЭКРАНИРОВАНИЯ

Аналитическое решение бикубического уравнения (18) непригодно для анализа ввиду громоздкости выражений для α_m ($m = \overline{0,3}$). Поэтому уравнение (18) решалось численно. Управляющим параметром являлась скорость ионизации газа внешним источником. Значения температуры и концентрации электронов в невозмущенной плазме вычислялись из уравнений (9). На рис. 1 приведены зависимости температуры электронов от скорости ионизации газа. Видно, что в гелии температура электронов во всем исследованном диапазоне скорости ионизации газа слабо меняется, что обусловлено малым значением коэффициента рекомбинации ионов He_2^+ [9] (см. ниже). Это приводит к высоким значениям концентрации электронов и, соответственно, к большим значениям удельных потерь энергии электронной компоненты в упругих столкновениях (член $n_e W_S$ в уравнении баланса энергии электронов). Быстрое возрастание температуры электронов при увеличении скорости ионизации газа в ксеноне и криптоне (в некоторой степени и в аргоне) обусловлен минимумом Рамзауэра в зависимостях транспортного сечения электронов от энергии.

Отметим, что все сечения столкновений электронов с атомами инертных газов, использовавшиеся для расчета коэффициентов переноса и потерь энергии электронов, взяты из работы [11],

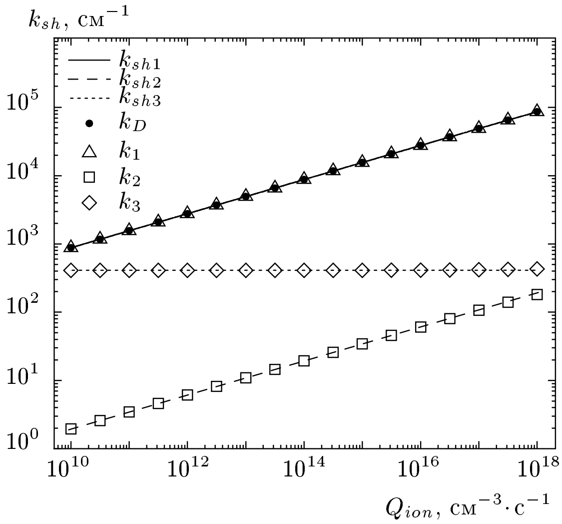

Рис. 2. Зависимости постоянных экранирования от скорости ионизации гелия при $T = 300$ К: k_{sh1}, k_{sh2}, k_{sh3} — постоянные экранирования, полученные численным решением уравнения (18), k_1, k_2 — постоянные, найденные без учета эффектов нелокальности ФРЭЭ [1–4], k_D — дебаевская постоянная, k_3 из (31)

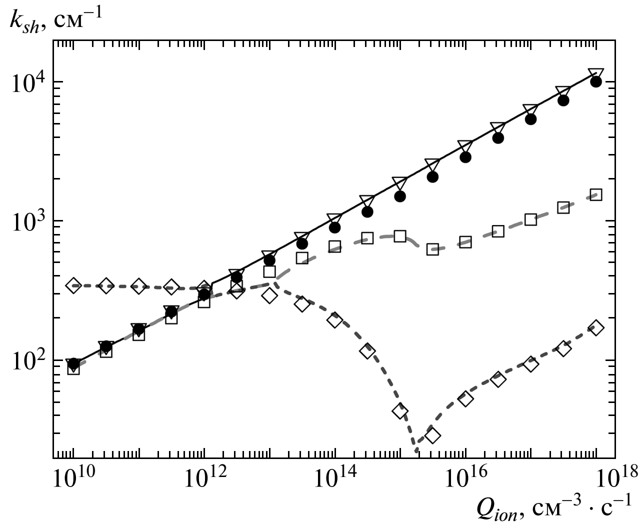

Рис. 3. Зависимости постоянных экранирования от скорости ионизации ксенона при $T = 300$ К. Обозначения такие же, как на рис. 2

а для азота — из [12]. Зависимости коэффициента рекомбинации двухатомных ионов инертных газов и четырехатомных ионов азота от температуры электронов задавались в следующем виде [9, 13–15]: $\beta_{ei} = 3.3 \cdot 10^{-10} \left(T_e/300\right)^{-0.5}$ для ионов He_2^+ (см. [9, 15]), $\beta_{ei} = 1.7 \cdot 10^{-7} \left(T_e/300\right)^{-0.43}$ для Ne_2^+, $\beta_{ei} = 8.5 \cdot 10^{-7} \left(T_e/300\right)^{-0.67}$ для Ar_2^+, $\beta_{ei} = 1.6 \cdot 10^{-6} \left(T_e/300\right)^{-0.55}$ для Kr_2^+, $\beta_{ei} = 2.3 \cdot 10^{-6} \left(T_e/300\right)^{-0.33}$ при $T_e < 1700$ К и $\beta_{ei} = 1.3 \cdot 10^{-6} \left(T_e/300\right)^{-0.7}$ при $T_e > 1700$ К для Xe_2^+, $\beta_{ei} = 1.4 \cdot 10^{-6} \left(T_e/300\right)^{-0.41}$ для N_4^+. Подвижность ионов в инертных газах определялась из закона Ланжевена [16], а для ионов азота N_4^+ задавалась равной 2.1 см^2/В·с [16].

Результаты расчетов постоянных экранирования представлены на рис. 2 для гелия и на рис. 3 для ксенона. В других газах поведение постоянных экранирования при вариации скорости ионизации было похожим на их поведение в гелии и ксеноне. Расчеты показали, что две из трех постоянных экранирования близки к значениям, полученным для неравновесной плазмы с одним сортом положительных ионов без учета эффектов нелокальности ФРЭЭ [2]. Причем одна из них близка к дебаевской постоянной экранирования: $k_{sh1}^2 \approx k_D^2 = k_{De}^2 + k_{Di}^2$. Вторая совпадает с обратной длиной, проходимой в процессе амбиполярной диффузии ионом за характерное время рекомбинации: $k_{sh2}^2 \approx k_s^2 = k_{se}^2 + k_{si}^2$ [1–4].

Для установления физического смысла третьей постоянной экранирования разделим выражение (18) на полином

$$k^4 + \left(k_s^2 + k_d^2\right) k^2 + 2 \left(k_{se}^2 k_{di}^2 + k_{de}^2 k_{si}^2\right),$$

корни которого определяют две постоянные экранирования в неравновесной плазме без учета эффектов нелокальности в плазме с внешним источником ионизации газа [2–4]. Если пренебречь собственной ионизацией плазмы и учесть, что $D_e \gg D_i$, то получим

$$k_3^2 \approx \frac{\gamma_W - \gamma_D}{\gamma_G - \gamma_D} k_W^2. \qquad (27)$$

Похожее выражение можно получить непосредственно из стационарного уравнения баланса энергии электронов:

$$\nabla \mathbf{h}_e + e \mathbf{j}_e \cdot \mathbf{E} = (\eta - I) Q_{ion} - n_e W_S - \beta_{ei} R n_e n_i. \qquad (28)$$

Как было показано в работе [6], плотность потока энергии электронов можно представить в виде

$$\mathbf{h}_e = \frac{G}{D_e} \mathbf{j}_e - \lambda_e n_e \nabla T_e,$$

где λ_e — коэффициент теплопроводности электронов:

$$\lambda_e = \left(\gamma_G - \gamma_D\right) G / T_e. \qquad (29)$$

Анализ различных членов уравнения (28) показал, что при $r \gg k_D^{-1}$ его можно привести к виду

$$-\lambda_e \nabla n_e \nabla T_e \approx (\eta - I) Q_{ion} - n_e W_S. \quad (30)$$

После линеаризации уравнения (30) по температуре ($T_e = T_{e0} + \delta T_e$) с учетом (29) и в предположении, что $\nabla n_e \nabla T_e \sim k_3^2 \delta n_e \delta T_e$, получим соотношение

$$k_3^2 \approx \frac{\gamma_W}{\gamma_G - \gamma_D} k_W^2. \quad (31)$$

Характерное время установления энергии электронов в упругих и неупругих столкновениях согласно уравнению (4) в однородной плазме при постоянной плотности электронов определяется выражением

$$\tau_\varepsilon^{-1} = \nu_\varepsilon = \frac{3}{2} \frac{\partial W_S}{\partial T_e}\bigg|_{T_e = T_{e0}} = \frac{3}{2} \gamma_W k_W^2 \frac{G_0}{T_{e0}}. \quad (32)$$

При $T_e - T \ll T$ для обратного характерного времени установления энергии электронов в упругих столкновениях имеем

$$\nu_\varepsilon = \zeta \frac{m_e}{M} \nu_m,$$

где $\zeta = 9/2$ при $\nu_m = \mathrm{const}$ и $\zeta = 6$ при $l_e = \mathrm{const}$. При $T_e \gg T$ значение ζ при $\nu_m = \mathrm{const}$ не изменится, а при $l_e = \mathrm{const}$ увеличится в полтора раза. Характерное расстояние «диффузии» энергии электронов за характерное время установления энергии определяется выражением

$$R^2 = 2\lambda_e \tau_\varepsilon. \quad (33)$$

Если теперь положить, что $k_3^2 \sim R^{-2}$, то из (29), (32) и (33) с точностью до коэффициента 3/4 следует выражение (31). Таким образом, мы можем сделать вывод, что третья постоянная экранирования определяется характерным расстоянием переноса энергии электронов за счет теплопроводности за характерное время установления энергии электронов в упругих и неупругих столкновениях. Как отмечалось в работе [6], коэффициент теплопроводности электронов отличается от их коэффициента диффузии только на множитель порядка единицы (5/2 при $\nu_m = \mathrm{const}$ и 2 при $l_e = \mathrm{const}$), поэтому мы можем заключить, что третья постоянная экранирования сравнима с обратной длиной установления энергии электронов.

На рис. 2, 3 приведены значения постоянной экранирования k_3, а также дебаевской постоянной k_D и постоянных экранирования без учета эффектов нелокальности в двухкомпонентной плазме, k_1 и k_2 [1–4]. Отметим, что в случае только действительных (для k^2) корней уравнения (18), корень, близкий к k_1 обозначен k_{sh1}, к k_2 — k_{sh2} и к k_3 — k_{sh3}. Видно хорошее соответствие аналитических и численных результатов. Минимум третьей постоянной экранирования в ксеноне (как и во всех тяжелых инертных газах) обусловлен минимумом Рамзауэра в зависимости транспортного сечения от энергии электронов и находится в области быстрого роста температуры электронов (см. рис. 1). Коэффициенты переноса электронов в этой области оказываются максимальными, а скорость потерь энергии — минимальной.

В аргоне, как и в гелии, в исследованной области изменения скорости ионизации газа постоянные экранирования были только действительными, причем две постоянные экранирования практически совпадали с k_1 и k_2, а третья постоянная была близка к k_3 и была много меньше первых двух. Это является следствием высокой теплопроводности электронов в аргоне и малости скорости потерь энергии электронов в упругих и неупругих столкновениях. В гелии, как видно из рис. 2, наименьшей оказывается постоянная экранирования k_{sh2}, определяемая характерным рекомбинационным временем, которое в гелии имеет наибольшее значение среди всех исследованных газов. Интересно отметить, что третья постоянная в гелии в исследованном диапазоне вариации скорости ионизации практически постоянна. Такая картина наблюдается только в гелии и это является следствием того, что температура электронов в невозмущенной плазме в гелии слабо зависит от Q_{ion} и что она близка к газовой. В этом случае $\gamma_W \gg \gamma_{W1}$ и $\gamma_W \approx T/(T_{e0} - T)$. Поэтому k_3, как видно из (31) и (5), оказывается функцией только температуры электронов и практически не зависит от концентрации электронов. По этой причине на фоне слабой зависимости T_{e0} от Q_{ion} третья постоянная также оказывается слабой функцией скорости ионизации газа.

В ксеноне наблюдается более сложная картина в поведении постоянных экранирования при изменении скорости ионизации газа. На рис. 3 приведены только действительные части постоянных экранирования. Оказалось, что в ксеноне, как и в неоне, криптоне и азоте, есть диапазон скоростей ионизации газа, в котором две из трех постоянных экранирования комплексны. Как видно из рис. 4, на котором приведены зависимости постоянных экранирования от скорости ионизации ксенона в более узком диапазоне, при $Q_{ion} \approx 6 \cdot 10^{10}$ см$^{-3}$·с$^{-1}$ кривые действительных частей k_{sh1} и k_{sh2} сливаются. Именно в области этого слияния появляются комплексные корни уравнения (18). На рис. 5 изображены графики мнимых частей постоянных экранирования в зависимости от скорости ионизации в ксе-

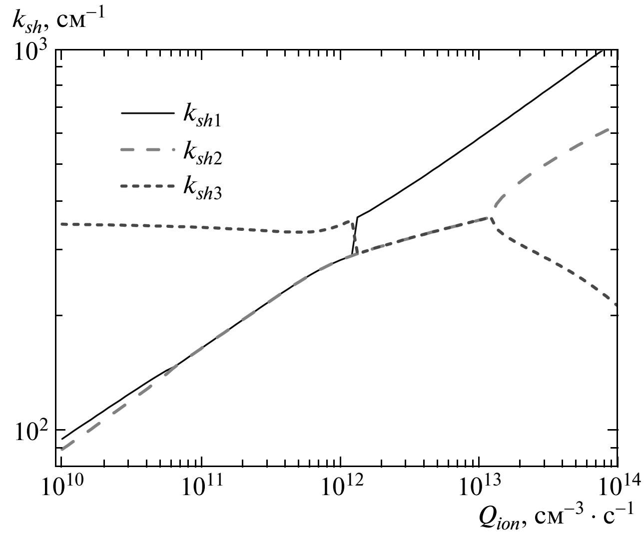

Рис. 4. Зависимости постоянных экранирования от скорости ионизации ксенона в более узком диапазоне изменения скорости ионизации газа, чем на рис. 3

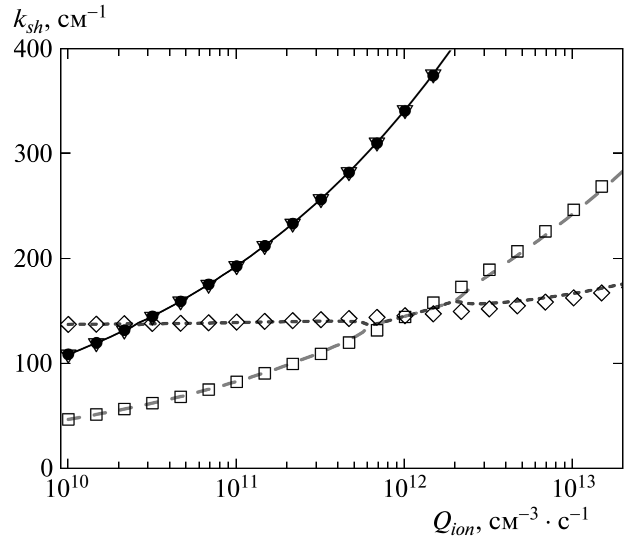

Рис. 6. Зависимости постоянных экранирования от скорости ионизации азота при $T = 300$ К. Обозначения такие же, как на рис. 2

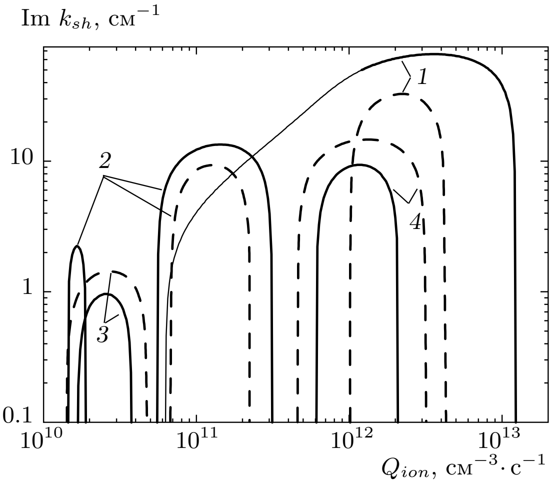

Рис. 5. Зависимости мнимой части постоянных экранирования от скорости ионизации при $T = 300$ К в Xe (*1*), Kr (*2*), Ne (*3*), N_2 (*4*). Сплошные кривые — решения уравнения (18), штриховые — (44)

ноне, криптоне, неоне и азоте. Как видно из рис. 5, в ксеноне область, где комплексны k_{sh1} и k_{sh2}, при $Q_{ion} \approx 10^{12}$ см$^{-3}\cdot$с$^{-1}$ примыкает к области, где комплексны k_{sh2} и k_{sh3}. В случае криптона эти области разделены интервалом, где все постоянные действительны.

Наличие или отсутствие комплексных корней кубического уравнения определяется знаком дискриминанта этого уравнения, и переход из одной области в другую происходит через нулевое значение дискриминанта, при котором два корня вырождаются. Нужно отметить, что вырождение двух корней может и не привести к переходу в область комплексных постоянных, как, например, происходит в случае азота, для которого первый и третий корни пересекаются при $Q_{ion} \approx 2.6 \cdot 10^{10}$ см$^{-3}\cdot$с$^{-1}$ (см. рис. 6, на котором приведены действительные части постоянных только для малых скоростей ионизации газа), но комплексные корни при этом пересечении не появляются (см. рис. 5).

На рис. 7 приведены результаты сравнения коэффициентов при экспонентах в зависимости потенциала от расстояния, полученных в рамках нелокальной модели из (20) и без учета эффектов нелокальности согласно (25). В расчетах стоки задавались с помощью следующих выражений (см., например, [10, 17]):

$$\tilde{S}_e = \frac{S}{D_e}, \quad \tilde{S}_i = \frac{S}{D_i}, \quad \tilde{S}_\varepsilon = \frac{2T_e S}{G},$$

$$S = 4\pi e k_i \, |q| \, n_{i0} \equiv \beta_L \, |q| \, n_0.$$

Видно хорошее согласие θ_1 и θ_2 с C_1 и C_2, а малость коэффициента C_3 обусловлена малостью третьей постоянной экранирования, что приводит как к малости числителя, так и к большому значению знаменателя в выражении (20) для этой величины. Хорошее согласие θ_1 и θ_2 с C_1 и C_2 имело место и для других

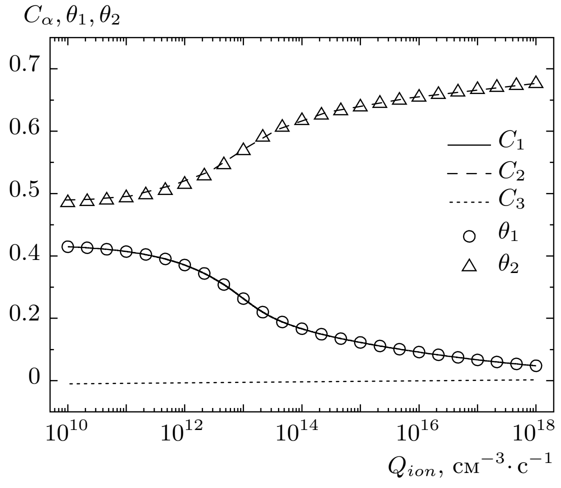

Рис. 7. Зависимости коэффициентов при экспонентах в выражении (19) для потенциала экранирования от скорости ионизации аргона при $T = 300$ К. Коэффициенты C_1, C_2 и C_3 вычислены из выражений (20) при $q = 1$; θ_1, θ_2 — коэффициенты при экспонентах в выражении для потенциала без учета эффектов нелокальности ФРЭЭ (23)

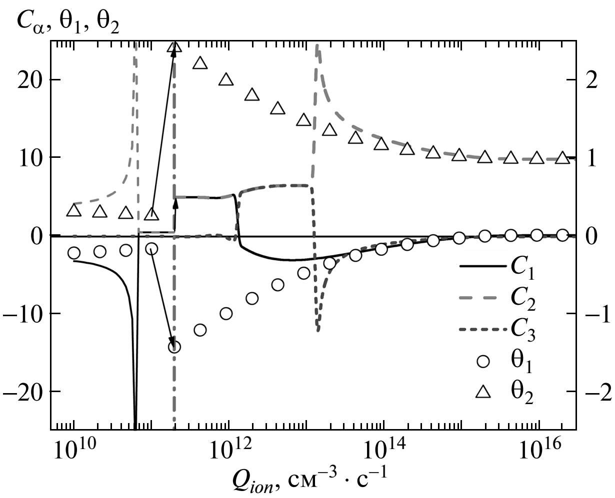

Рис. 8. Зависимости аналогичных коэффициентов (см. рис. 7) в случае ксенона. До штрихпунктирной вертикальной линии ($Q_{ion} = 2 \cdot 10^{11}$ см$^{-3}\cdot$с$^{-1}$) для всех кривых применяется левая шкала оси ординат, затем происходит 10-кратное изменение масштаба, как указано на правой шкале оси ординат

газов в областях без комплексных значений постоянных экранирования. Отметим, что в этих областях значения C_3 всегда были малы. На рис. 8 представлены аналогичные зависимости в случае ксенона. Видно, что в области существования комплексных корней согласие θ_1 и θ_2 с C_1 и C_2 совсем отсутствует и появляется только при отходе от этой области в сторону больших скоростей ионизации газа.

При подходе к границе перехода из области с комплексными корнями к области с действительными корнями предел произведения $Q_3\varkappa_3$ имеет вид

$$\lim_{\varkappa_3\to 0} \varkappa_3 Q_3 = -\frac{A_4\varkappa_2^4 - A_2\varkappa_2^2 + A_0}{4\varkappa_2^3\left(k_{sh1}^2 - \varkappa_2^2\right)}, \qquad (34)$$

а $Q_2 \approx 1/2$ (так как коэффициент C_1 при действительном корне мал). А при подходе к этой границе с другой стороны коэффициенты при экспонентах с близкими корнями становятся бесконечно большими из-за разности их квадратов в знаменателях.

Расчеты показали, что во всех газах $\varkappa_3 \ll \varkappa_2$, поэтому на расстояниях $r \sim \varkappa_2^{-1}$ тригонометрические функции в выражении (21) можно разложить, это в линейном приближении приводит к появлению простой экспоненты, которая в работах [1–4] получалась в резонансном случае ($k_1 = k_2$).

4. РАСЧЕТЫ ПОСТОЯННЫХ ЭКРАНИРОВАНИЯ В АМБИПОЛЯРНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Как было показано в работе [6], при выполнении условия $\beta_{ei} < 4\pi e k_i$ около пылевой частицы формируется область амбиполярной диффузии электронов и ионов. Характерный размер этой области определяется постоянной экранирования k_2. Рассмотрим распределения концентрации электронов и ионов, температуры электронов и потенциала на расстояниях $r \gg k_D^{-1}$. Потоки электронов и ионов в стационарных условиях равны друг другу, а их концентрации в области амбиполярной диффузии практически совпадают: $n_e \approx n_i = n$. В этой области их поток представим в виде

$$j_e = j_i \approx -D_a \frac{\partial n}{\partial r}, \qquad (35)$$

где D_a — коэффициент амбиполярной диффузии:

$$D_a = \frac{D_e k_i + D_i k_e}{k_e + k_i} \approx D_i \left(1 + \frac{T_e}{T_i}\right).$$

В этом случае из уравнений (1) и (2) в стационарных условиях получаем одно уравнение:

$$-\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial D_a n}{\partial r}\right) = Q_{ion} + \nu_{ion} n - \beta_{ei} n^2. \qquad (36)$$

Линеаризуем полученное уравнение, принимая во внимание, что в области амбиполярной диффузии $|n_e - n_i| \ll n$:

$$- D_{a0}\triangle\delta n - n_0\triangle\delta D_a = \nu_{ion,0}\delta n + n_0\delta\nu_{ion} - \\ - n_0^2\delta\beta_{ei} - 2\beta_{ei,0}n_0\delta n - S\delta(\mathbf{r}), \quad (37)$$

где $\delta D_a = \gamma_a D_{a0}\delta T_e/T_{e0}$, γ_a — логарифмическая производная коэффициента амбиполярной диффузии:

$$\gamma_a = \left.\frac{d\ln D_a}{d\ln T_e}\right|_{T_e=T_{e0}} = \\ = \frac{T_{e0}}{T_{e0}+T_i}\left[1-(1-\gamma_D)\frac{D_{a0}}{D_{e0}}\right] \approx \left(1+\frac{T_i}{T_{e0}}\right)^{-1}.$$

Теперь, разделив обе части уравнения (37) на D_{a0}, находим:

$$- \triangle\delta n - \gamma_a\triangle\delta t_e = \frac{\nu_{ion,0}}{D_{a0}}\delta n + \gamma_{ion}\frac{\nu_{ion,0}}{D_{a0}}\delta t_e - \\ - \gamma_R\frac{\beta_{ei,0}n_0}{D_{a0}}\delta t_e - 2\frac{\beta_{ei,0}n_0}{D_{a0}}\delta n - \frac{S}{D_{a0}}\delta(\mathbf{r}). \quad (38)$$

После преобразования Фурье из (38) получим:

$$k^2U_{\mathbf{k}} + \gamma_a k^2 P_{e\mathbf{k}} = k_{ion,a}^2 U_{\mathbf{k}} + \gamma_{ion}k_{ion,a}^2 P_{e\mathbf{k}} - \\ - \frac{1}{2}\gamma_R k_{s,a}^2 P_{e\mathbf{k}} - k_{s,a}^2 U_{\mathbf{k}} - \tilde{S}_a. \quad (39)$$

Здесь введены обозначения

$$k_{ion,a}^2 = \frac{\nu_{ion,0}}{D_a}, \quad k_{s,a}^2 = \frac{2\beta_{ei,0}n_0}{D_a}, \quad \tilde{S}_a = \frac{S}{D_a}. \quad (40)$$

При $\nu_{ion} = 0$ имеем

$$\left(\gamma_a k^2+\frac{1}{2}\gamma_R k_{s,a}^2\right) P_{e\mathbf{k}} = -\left(k^2+k_{s,a}^2\right) U_{\mathbf{k}}-\tilde{S}_a. \quad (41)$$

Чтобы получить второе уравнение амбиполярного приближения, вычтем из линеаризованного уравнения баланса числа электронов уравнение баланса их энергии (12). Полагая $\chi = 1/2$ и $\nu_{ion} = 0$, в результате находим:

$$\left[(\gamma_G - \gamma_D)\, k^2 + \frac{1-\gamma_R}{2}k_{se}^2 + \gamma_W k_W^2\right] P_{e\mathbf{k}} = \\ = \left(k_{se}^2 - k_W^2\right) U_{\mathbf{k}}, \quad (42)$$

где $U_{\mathbf{k}} = U_{e\mathbf{k}} \approx U_{i\mathbf{k}}$.

В итоге мы получили систему уравнений зарядки с учетом эффектов нелокальности в амбиполярном приближении:

$$\left(k_3^2 - \frac{\gamma_W k_{se}^2}{\gamma_G - \gamma_D}\right) U_{\mathbf{k}} + \\ + \gamma_W\left(k^2+\frac{1-\gamma_R}{2}\,\frac{k_{se}^2}{\gamma_G-\gamma_D}+k_3^2\right) P_{e\mathbf{k}} = 0, \quad (43) \\ \left(k^2+k_{s,a}^2\right) U_{\mathbf{k}}+\left(\gamma_a k^2+\frac{1}{2}\gamma_R k_{s,a}^2\right) P_{e\mathbf{k}} = -\tilde{S}_a.$$

Здесь величина k_3 определена выражением (31). Учитывая, что в исследованном диапазоне вариации скорости ионизации во всех рассмотренных газах $k_{se} \ll k_3$, а также используя условие $k_{se} \ll k_{s,a}$, детерминант системы (43) можно представить в виде

$$D_{am} = \gamma_W\left(k^2 + k_{2a}^2\right)\left(k^2 + k_{3a}^2\right),$$

где

$$k_{2a,3a}^2 = \frac{1}{2}\left[k_3^2 + k_{s,a}^2 - \frac{\gamma_a}{\gamma_W}k_3^2 \pm \sqrt{\left(k_3^2 + k_{s,a}^2 - \frac{\gamma_a}{\gamma_W}k_3^2\right)^2 - 4\left(1 - \frac{\gamma_R}{2\gamma_W}\right)k_3^2k_{s,a}^2}\,\right]. \quad (44)$$

Это выражение определяет постоянные экранирования в рамках нелокальной модели зарядки в амбиполярном приближении. Сравнение постоянных экранирования, полученных из выражения (44), с численными расчетами приведены в табл. 1 и 2. Как видно из приведенных данных, приближение амбиполярной диффузии электронов и ионов является хорошим приближением для расчета второй и третьей констант экранирования.

Для исследованных в настоящей работе параметров плазмы и сортов газа выполнены условия $|\gamma_R| \ll \gamma_W$, $\gamma_a \ll \gamma_W$, а также $\gamma_a \approx \gamma_D$. Поэтому выражения для постоянных экранирования (44) можно привести к виду

$$k_{2a,3a}^2 \approx \frac{1}{2}\left[k_3^2 + k_{s,a}^2 \pm \left|k_3^2 - k_{s,a}^2\right|\right], \quad (45)$$

где величина k_3 уже определена выражением (27). Отсюда видно, что одна из постоянных экранирования в амбиполярном приближении равна k_3, а другая — $k_{s,a}$. То, что k_3 хорошо согласуется с результатами численных расчетов постоянных экранирования, отмечалось ранее, а сравнение значений $k_{s,a}$, приведенных в табл. 1 и 2, со значениями постоянных экранирования, полученных из формул (18) и (44), показывает их совпадение с большой точностью. Поэтому мы можем сделать вывод, что (27) и выражение

$$k_{s,a}^2 = \frac{\beta_{ei,0} n_0}{D_i} \frac{2T_i}{T_e + T_i} \tag{46}$$

можно использовать для определения двух, отличных от дебаевской, постоянных экранирования с хорошей точностью.

Нужно отметить, что выражение (44) для ксенона, криптона, азота и неона приводит к комплексным корням для k^2. Это происходит, когда два корня становятся близкими друг другу и подкоренное выражение становится отрицательным, при этом максимальное значение мнимой части постоянной экранирования равно

$$\varkappa_{a,max} \approx \frac{1}{2} k_3 \left(\frac{\gamma_a - \gamma_R/2}{\gamma_W} \right)^{1/2}.$$

Как отмечалось выше, в настоящей работе выполнены условия $|\gamma_R| \ll \gamma_W$, $\gamma_a \ll \gamma_W$, поэтому мы можем сделать вывод, что мнимая часть постоянных экранирования в исследованных газах много меньше действительной части. Мнимые части вычисленных из (44) постоянных экранирования представлены на рис. 5. Видно, что амбиполярное приближение позволяет с достаточной точностью определить не только сами значения мнимой части, но и пределы области появления комплексных значений постоянных экранирования, связанных с совпадением двух отличных от дебаевской постоянных.

Из системы уравнений (43), пренебрегая членами, содержащими k_{se}^2, находим:

$$U_{\mathbf{k}} = -\frac{S_a}{k^2 + k_{s,a}^2}, \tag{47}$$

$$P_{e\mathbf{k}} = \frac{k_3^2 S_a}{\gamma_W \left(k^2 + k_{2a}^2\right)\left(k^2 + k_{3a}^2\right)}. \tag{48}$$

Из (47) видно, что концентрация заряженных частиц в амбиполярном приближении определяется только постоянной экранирования $k_{s,a}$. Распределение напряженности электрического поля в амбиполярной области связано с распределением концентрации заряженных частиц соотношением

$$E \approx -\frac{1}{(k_e + k_i)n} \frac{\partial (D_e n)}{\partial r}, \tag{49}$$

поэтому распределение как напряженности, так и потенциала электрического поля в этой области также будет в основном описываться этой постоянной (которая, напомним, определяется обратной длиной, проходимой электронами и ионами за счет амбиполярной диффузии за характерное рекомбинационное время). Это хорошо согласуется с малыми значениями предэкспоненциального коэффициента C_3, связанного с третьей постоянной экранирования, вычисленными из выражений (20). Из (48) видно, что третья постоянная экранирования k_3 появляется в распределении температуры электронов в амбиполярной области.

5. ЧИСЛЕННЫЕ РАСЧЕТЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОТЕНЦИАЛА

Для проверки полученных аналитических результатов проведем численное моделирование процесса зарядки пылевых частиц в рамках нелокальной модели зарядки (1)–(4) [6, 17]. При расчетах использовались коэффициенты переноса и рекомбинации электронов и ионов, описанные выше. Граничные условия имели вид

$$\begin{gathered} n_e|_{r=r_0} = 0, \quad n_i|_{r=r_0} = 0, \\ E|_{r=r_0} = \frac{eq}{r_0^2}, \quad \left.\frac{\partial T_e}{\partial r}\right|_{r=r_0} = 0; \end{gathered} \tag{50}$$

$$n_e|_{r=a_d} = n_{e0}, \quad n_i|_{r=a_d} = n_{i0}, \quad T_e|_{r=a_d} = T_{e0} \tag{51}$$

или

$$j_e|_{r=a_d} = 0, \quad j_i|_{r=a_d} = 0, \quad h|_{r=a_d} = 0, \tag{52}$$

где r_0 — радиус пылевой частицы, a_d — радиус ячейки Зейтца–Вигнера, определяемый концентрацией пылевых частиц n_d как

$$a_d = \left(\frac{4}{3} \pi n_d \right)^{-1/3}.$$

При расчетах радиус ячейки выбирался таким, чтобы исключить влияние граничных условий на распределение потенциала в интересующей нас области расстояний. Отметим, что замена граничных условий (51) справа на условия (52) приводила только к незначительному изменению распределения потенциала в непосредственной близости от границы. Использовалась неравномерная сетка, сгущающаяся к поверхности макрочастицы. Заряд макрочастицы находился из условия квазинейтральности ячейки Зейтца–Вигнера и точность расчетов контролировалась сравнением этого заряда с зарядом, полученным путем интегрирования во времени разности потоков электронов и ионов на ее поверхность.

На рис. 9 приведено распределение потенциала электрического поля вокруг макрочастицы, полученное при численном расчете в случае гелия при атмосферном давлении при $Q_{ion} = 10^{14}$ см$^{-3}\cdot$с$^{-1}$,

Таблица 1. Зависимости постоянных экранирования от скорости ионизации гелия при $T = 300$ К: k_{sh1}, k_{sh2}, k_{sh3} — постоянные экранирования, полученные численным решением уравнения (18), k_{2a}, k_{3a} — постоянные, найденные в амбиполярном приближении из (44), k_D — дебаевская постоянная, $k_{s,a}$ — из (40)

Q_{ion}, см$^{-3}$·с$^{-1}$	k_{sh1}, см$^{-1}$	k_{sh2}, см$^{-1}$	k_{sh3}, см$^{-1}$	k_D, см$^{-1}$	k_{2a}, см$^{-1}$	k_{3a}, см$^{-1}$	$k_{s,a}$, см$^{-1}$
10^{10}	877.9	1.9	410.0	877.9	1.9	410.0	1.9
10^{11}	1561.1	3.4	410.0	1561.1	3.4	410.0	3.4
10^{12}	2776.0	6.1	410.0	2776.0	6.1	410.0	6.1
10^{13}	4936.3	10.9	410.1	4936.3	10.9	410.1	10.9
10^{14}	8776.5	19.4	410.2	8776.5	19.4	410.1	19.4
10^{15}	15598.6	34.4	410.6	15598.6	34.5	410.3	34.4
10^{16}	27692.2	61.1	411.8	27692.2	61.3	410.7	60.8
10^{17}	49008.3	108.1	415.1	49008.3	109.0	411.5	106.5
10^{18}	86139.0	189.8	420.9	86139.0	195.3	408.9	181.8

Таблица 2. Зависимости постоянных экранирования от скорости ионизации ксенона при $T = 300$ К. Обозначения такие же, как в табл. 1; k_{2a} — константа, наиболее близкая к k_2, k_{3a} — к k_3; i — мнимая единица

Q_{ion}, см$^{-3}$·с$^{-1}$	k_{sh1}, см$^{-1}$	k_{sh2}, см$^{-1}$	k_{sh3}, см$^{-1}$	k_D, см$^{-1}$	k_{2a}, см$^{-1}$	k_{3a}, см$^{-1}$	$k_{s,a}$, см$^{-1}$
10^{10}	95.5	89.7	348.6	96.0	89.1	349.4	88.9
10^{11}	$164.9 + 4.0i$	$164.9 - 4.0i$	341.9	170.5	158.6	344.1	157.7
10^{12}	$280.7 + 44.2i$	$280.7 - 44.2i$	346.6	301.7	301.1	308.1	277.6
10^{13}	585.7	$357.5 + 38.0i$	$357.5 - 38.0i$	529.2	465.0	307.6	479.0
10^{14}	1065.5	635.3	212.6	909.2	768.8	205.9	776.5
10^{15}	1945.3	781.4	50.1	1525.0	1002.8	50.1	1004.2
10^{16}	3561.3	714.2	58.3	2917.9	871.6	58.3	872.5
10^{17}	6463.4	1037.9	101.0	5461.2	1227.4	101.0	1228.8
10^{18}	11732.6	1564.2	181.4	10143.3	1806.7	181.3	1809.1

$n_d = 10^2$ см$^{-3}$ для макрочастицы радиусом $r_0 = 10$ мкм. Там же приведены «дебаевские» экспоненты с указанными в табл. 1 значениями постоянных экранирования и их сумма. Видно, что распределение потенциала в основном определяется постоянной экранирования, связанной с амбиполярной диффузией электронов и ионов за характерное рекомбинационное время, а две другие экспоненты проявляются только вблизи поверхности макрочастицы. Отметим, что в работе [6] расчеты проведены при $n_d = 10^5$ см$^{-3}$ ($a_d = 133$ мкм), поэтому влияние правой границы оказывалось определяющим в распределении потенциала и экспонента с наименьшей постоянной экранирования осталась не выделенной.

На рис. 10 приведены распределения потенциала электрического поля вокруг макрочастицы в ксеноне при разных скоростях ионизации газа, полученные при расчетах с учетом и без учета эффектов нелокальности ФРЭЭ. Потенциал электрического поля в расчетах без учета нелокальности монотонно уменьшался вплоть до внешней границы расчетной ячейки и хорошо совпадал с суммой двух экспонент с постоянными экранирования k_1 и k_2 из табл. 2. Значения потенциала в рамках нелокальной модели зарядки на некотором расстоянии ($r = 589$ мкм при $Q_{ion} = 10^{12}$ см$^{-3}$·с$^{-1}$, $r = 144$ мкм при $Q_{ion} = 10^{13}$ см$^{-3}$·с$^{-1}$ и $r = 76$ мкм при $Q_{ion} = 10^{14}$ см$^{-3}$·с$^{-1}$) от отрицательно заряженной макрочастицы становились положительными (см. рис. 10, где в полулогарифмическом мас-

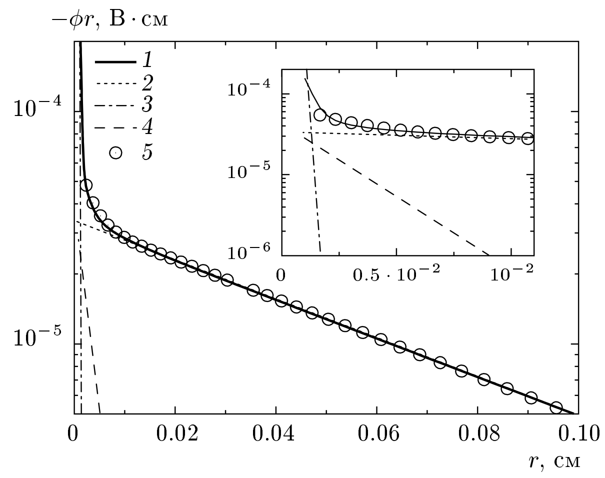

Рис. 9. Распределение потенциала электрического поля вокруг макрочастицы в гелии при атмосферном давлении при $Q_{ion} = 10^{14}$ см$^{-3}$·с$^{-1}$, $n_d = 10^2$ см$^{-3}$. Кривая *1* — расчетный потенциал, *2–4* — дебаевские экспоненты с указанными в табл. 1 значениями постоянных экранирования, *5* — сумма кривых *2*, *3*, *4*

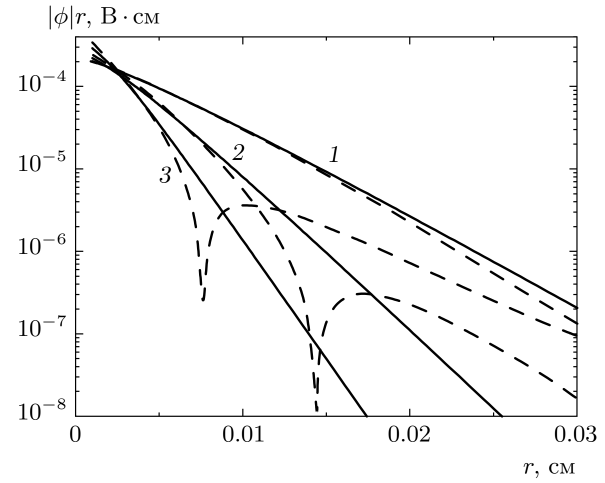

Рис. 10. Распределение потенциала электрического поля вокруг макрочастицы в ксеноне при атмосферном давлении и $n_d = 10^2$ см$^{-3}$ при $Q_{ion} = 10^{12}$ (*1*), 10^{13} (*2*), 10^{14} (*3*) см$^{-3}$·с$^{-1}$. Сплошные кривые — результаты расчета при постоянных коэффициентах переноса электронов и электрон-ионной рекомбинации, равным значениям вдали от макрочастицы, штриховые — согласно нелокальной модели зарядки. Потенциал на штриховых кривых *2*, *3* до точек резкого изменения наклона отрицателен, а после — положителен

штабе приведены абсолютные значения потенциала). Также из рис. 10 видно, что учет нелокальности в ксеноне приводит к более быстрому уменьшению потенциала, т. е. к более эффективному экранированию заряда макрочастицы на малых расстояниях. Далее на больших расстояниях потенциал достигает максимума и электрическое поле меняет знак: $\phi_{max} = 4 \cdot 10^{-11}$ В при $r = 622$ мкм для $Q_{ion} = 10^{12}$ см$^{-3}$·с$^{-1}$, $\phi_{max} = 1.8 \cdot 10^{-5}$ В при $r = 168$ мкм для $Q_{ion} = 10^{13}$ см$^{-3}$·с$^{-1}$ и $\phi_{max} = 3.8 \cdot 10^{-4}$ В при $r = 96$ мкм для $Q_{ion} = 10^{14}$ см$^{-3}$·с$^{-1}$.

Появление положительных значений электрического поля и потенциала связано со следующим обстоятельством. Плотность потока электронов при зависящей от расстояния до пылевой частицы температуре электронов можно представить в виде

$$j_e = -k_e n_e E - D_e \frac{\partial n_e}{\partial r} - \gamma_D n_e \frac{\partial T_e}{\partial r}.$$

Видно, что в потоке электронов в этом случае появляется член, пропорциональный градиенту температуры электронов, — термофоретический член — и вдали от узкой окрестности пылевой частицы он положителен. В некоторой области расстояний в ксеноне на фоне того, что диффузионный и дрейфовый члены практически компенсируют друг друга, термофоретический член становится преобладающим и электронный ток оказывается положительным. Поэтому должно стать положительным и электрическое поле, чтобы обеспечить равенство ионного и электронного потоков в стационарных условиях, так как в ионном потоке практически всегда преобладает дрейфовая составляющая.

О смене знака электрического поля в ячейке Зейтца–Вигнера (при этом потенциал имел минимум в ячейке) уже сообщалось в работах [18, 19]. В работе [18] эффект смены знака обнаружен в термической плазме, в [19] — при фотоэмиссионной зарядке пылевых частиц. Отметим, что эффект имел место только при определенных граничных условиях, а именно, при поддержании конечной концентрации электронов и ионов на внешней границе, при этом объемные источники плазменных частиц отсутствовали. В работе [18] сделан вывод о том, что этот эффект может приводить к притяжению одноименно заряженных пылевых частиц. В работе [19] показано, что в обычной плазме с объемной генерацией электронов и ионов этот эффект исчезает.

Обнаруженный в настоящей работе эффект смены знака электрического поля не связан с граничными условиями, а обусловлен открытостью системы, в которую непрерывно подводится энергия ис-

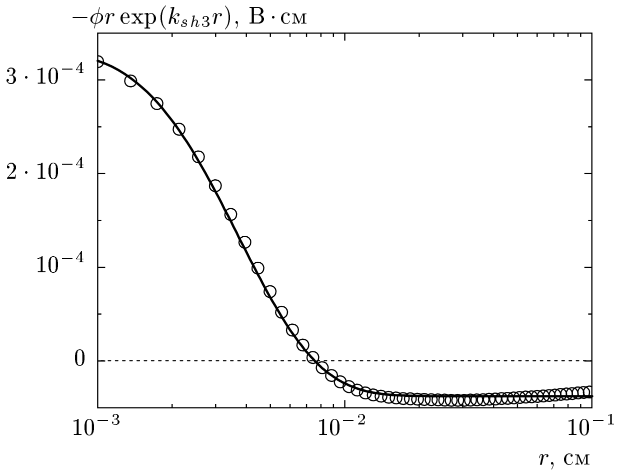

Рис. 11. Распределение потенциала электрического поля при $Q_{ion} = 10^{14}$ см$^{-3}$·с$^{-1}$ и $n_d = 10^2$ см$^{-3}$ в ксеноне для случая трех действительных постоянных экранирования. Сплошная кривая — результаты расчета согласно нелокальной модели зарядки, кружки — сумма трех дебаевских экспонент с постоянными экранирования из табл. 2, пунктирная кривая — численная ошибка в расчетах потенциала

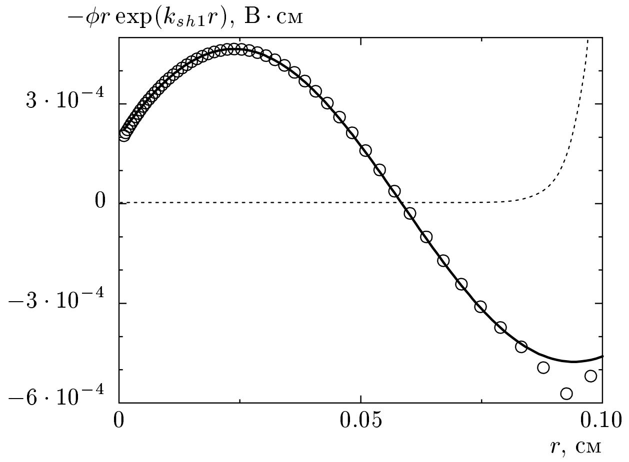

Рис. 12. Распределение потенциала электрического поля при $Q_{ion} = 10^{12}$ см$^{-3}$·с$^{-1}$ и $n_d = 10^2$ см$^{-3}$ в ксеноне для случая двух комплексных постоянных экранирования. Сплошная кривая — результаты расчета согласно нелокальной модели зарядки, кружки — результаты расчета по формуле (21) с постоянными экранирования из табл. 2, пунктирная кривая — численная ошибка в расчетах потенциала

точником внешней ионизации газа. Одноименно заряженные с пылевой частицей электроны в области отрицательных значений электрического поля испытывают притяжение к пылевой частице. Но это не позволяет утверждать, что будет притяжение и между одноименно заряженными пылевыми частицами, так как ввод в ячейку второй пылевой частицы приведет к значительному изменению всей картины распределения концентраций электронов и ионов и, как следствие, электрического поля. Поэтому можно говорить только о возможности притяжения, а для окончательных выводов необходимо двумерное моделирование в рамках нелокальной модели зарядки пылевых частиц.

На рис. 11 и 12 проводится сравнение полученных при численном расчете распределений потенциала в ксеноне с данными аналитической теории экранирования для случаев, когда постоянные экранирования имеют или не имеют комплексные значения. Видно прекрасное согласие результатов расчета и аналитической теории в обоих случаях.

В заключение данного раздела обсудим вопрос о пределах применимости полученных в настоящей работе результатов. В работе рассматривалась уединенная пылевая частица, поэтому для применимости используемого подхода к описанию реальной пылевой плазмы концентрация пылевых частиц должна быть такой, чтобы соответствующий ей радиус ячейки Зейтца–Вигнера удовлетворял условию $a_d \gg (\mathrm{Re}\,k_{min})^{-1}$, где k_{min} — постоянная экранирования с минимальной действительной частью. Как видно из табл. 2, в ксеноне условие применимости выполнено при достаточно высокой концентрации пылевых частиц $n_d \sim 10^5$ см$^{-3}$ даже при малых скоростях ионизации газа. Такое положение имеет место и в других газах, кроме гелия, в котором, как видно из табл. 1, при малых скоростях ионизации газа (до 10^{14} см$^{-3}$·с$^{-1}$) плотность пылевых частиц должна быть весьма разреженной.

Далее, в настоящей работе задача об экранировании рассматривалась в квазистационарном приближении, основным ограничением которого является разогрев газа из-за непрерывного подвода энергии в систему, например, внешним источником ионизации. Это может привести к изменению ионного состава плазмы, изменению коэффициентов переноса и рекомбинации электронов и ионов, скорости потерь энергии электронов в столкновениях с нейтральным газом и т. д. Поэтому для применимости квазистационарного приближения характерное время нагрева газа τ_h должно быть много больше характерных времен задачи, каковыми являются характерное время зарядки пылевых частиц τ_{ch}, характерное рекомбинационное время τ_{rec} и характерное время установления энергии электронов τ_ε. При изохорическом нагреве газа в плазме, создаваемой внешним источником ионизации газа, τ_h определяется как (для оценок мы здесь пренебрегаем выходом энергии из плазмы в виде излучения, которое может уносить до 50 % вкладываемой энергии, см. [17])

$$\tau_h = \frac{1}{\gamma - 1}\frac{p}{\eta Q_{ion}},$$

где γ — показатель адиабаты, p — давление газа, η — энергетическая цена образования электрон-ионных пар. Характерные времена τ_{rec} и τ_{ch} определены выражениями

$$\tau_{rec} = \frac{1}{\sqrt{\beta_{ei}Q_{ion}}}, \quad \tau_{ch} \sim \frac{|q|}{S} \approx \frac{1}{4\pi e k_i n_{i0}},$$

а τ_ε — выражением (32). Оценки показывают, что для всех газов, за исключением ксенона, выполнены соотношения

$$\tau_h \gg \tau_{rec} > \tau_{ch} \gg \tau_\varepsilon.$$

В случае ксенона картина отличается тем, что при малых скоростях ионизации газа оказывается, что $\tau_{rec} < \tau_{ch}$ (см. табл. 3). Окончательно мы можем сделать вывод, что квазистационарное приближение в исследованном диапазоне скоростей ионизации применимо для всех рассмотренных газов.

Таблица 3. Зависимости характерных времен задачи о зарядке пылевых частиц с учетом нелокальности ФРЭЭ от скорости ионизации ксенона при $T = 300$ К (τ_h — характерное время изохорического нагрева газа, τ_{ch} — характерное время зарядки пылевых частиц, τ_{rec} — характерное рекомбинационное время, τ_ε — характерное время установления энергии электронов)

Q_{ion}, см$^{-3}\cdot$с$^{-1}$	τ_h, с	τ_{ch}, с	τ_{rec}, с	τ_ε, с
10^{10}	$3.9\cdot10^{6}$	$1.1\cdot10^{-2}$	$6.6\cdot10^{-3}$	$4.1\cdot10^{-8}$
10^{11}	$3.9\cdot10^{5}$	$3.6\cdot10^{-3}$	$2.1\cdot10^{-3}$	$4.1\cdot10^{-8}$
10^{12}	$3.9\cdot10^{4}$	$1.1\cdot10^{-3}$	$6.6\cdot10^{-4}$	$4.2\cdot10^{-8}$
10^{13}	$3.9\cdot10^{3}$	$3.5\cdot10^{-4}$	$2.1\cdot10^{-4}$	$4.4\cdot10^{-8}$
10^{14}	$3.9\cdot10^{2}$	$1.1\cdot10^{-4}$	$7.0\cdot10^{-5}$	$5.5\cdot10^{-8}$
10^{15}	$3.9\cdot10^{1}$	$3.0\cdot10^{-5}$	$2.5\cdot10^{-5}$	$1.8\cdot10^{-8}$
10^{16}	3.9	$6.7\cdot10^{-6}$	$1.1\cdot10^{-5}$	$8.4\cdot10^{-8}$
10^{17}	$3.9\cdot10^{-1}$	$1.9\cdot10^{-6}$	$4.0\cdot10^{-6}$	$3.0\cdot10^{-8}$
10^{18}	$3.9\cdot10^{-2}$	$5.3\cdot10^{-7}$	$1.4\cdot10^{-6}$	$1.0\cdot10^{-8}$

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе на основе нелокальной модели зарядки установлен вид экранированного потенциала в неравновесной пылевой плазме. Численно получены значения постоянных экранирования в плазме с внешним источником ионизации газа. Установлено, что при включении пространственной зависимости коэффициентов переноса электронов потенциал в окрестности заряженной макрочастицы становится суперпозицией трех экспонент с тремя разными постоянными экранирования. Численные расчеты показали, что одна из постоянных экранирования близка к дебаевской. Также установлено, что две постоянные экранирования из трех во всем исследованном диапазоне Q_{ion} практически совпадают с постоянными экранирования, рассчитанными без учета нелокальных эффектов. Третья постоянная экранирования определяется процессами теплопроводности и потери энергии электронов в столкновениях с атомами газа и с точностью до коэффициента порядка единицы совпадает с обратной длиной установления энергии электронов. Две отличные от дебаевской постоянные экранирования определены также в рамках амбиполярного приближения. Они оказались в очень хорошем согласии с результатами численных расчетов в рамках полной нелокальной модели зарядки для всех газов, кроме ксенона при малых скоростях ионизации газа. В рамках амбиполярного приближения также показано, что третья постоянная экранирования определяет главным образом распределение температуры электронов и не входит в выражение для распределения потенциала. Поэтому экранированный потенциал в рамках нелокальной модели зарядки с хорошей точностью описывается двумя постоянными, полученными в модели без учета нелокальных эффектов. Численное моделирование зарядки пылевых частиц в рамках нелокальной модели зарядки подтвердило выводы аналитической теории экранирования.

Работа выполнена при поддержке Государственной корпорации по атомной энергии «Росатом» (ГК № Н.4б.44.90.12.1055) и гранта Президента РФ № НШ-2447.2012.2.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. В. Филиппов, А. Г. Загородний, А. Ф. Паль, А. Н. Старостин, Письма в ЖЭТФ **81**, 180 (2005).
2. А. В. Филиппов, А. Г. Загородний, А. И. Момот и др., ЖЭТФ **131**, 164 (2007).
3. A. F. Pal', A. V. Filippov, and A. N. Starostin, Plasma Phys. Control. Fusion **47**, B603 (2005).
4. A. Starostin, A. Filippov, A. Pal' et al., Contrib. Plasma Phys. **47**, 388 (2007).
5. И. Н. Дербенев, А. В. Филиппов, Физика плазмы **36**, 121 (2010).
6. А. В. Филиппов, Н. А. Дятко, А. Ф. Паль, А. Н. Старостин, Физика плазмы **29**, 214 (2003).
7. L. G. H. Huxley and R. W. Crompton, *The Diffusion and Drift of Electrons in Gases*, Wiley-Intersci. Publ., New York–London–Sydney–Toronto (1974).
8. Б. М. Смирнов, *Физика слабоионизованного газа*, Наука, Москва (1978).
9. H. B. Pedersen, H. Buhr, S. Altevogt et al., Phys. Rev. A **72**, 012712 (2005).
10. A. V. Filippov, A. N. Starostin, I. M. Tkachenko, and V. E. Fortov, Phys. Lett. A **376**, 31 (2011).
11. S. Pancheshnyi, S. Biagi, M. C. Bordage et al., 30^{th} ICPIG, 2011, Belfast, UK (Topic number A1); The LXCat project: electron scattering cross sections and swarm parameters for low temperature plasma modeling, Biagi-v8.9 database, http://www.lxcat.laplace.univ-tlse.fr, retrieved August 25, 2011.
12. A. V. Phelps and L. C. Pitchford, Report No. 26, Univ. of Colorado, Boulder, Colorado (1985).
13. В. А. Иванов, УФН **162**, 35 (1992).
14. J. B. A. Mitchell, Phys. Rep. **186**, 215 (1992).
15. A. I. Florescu-Mitchell and J. B. A. Mitchell, Phys. Rep. **430**, 277 (2006).
16. Б. М. Смирнов, *Ионы и возбужденные атомы в плазме*, Атомиздат, Москва, (1974).
17. А. Филиппов, *Пылевая плазма с внешним источником ионизации газа*, Palmarium Acad. Publ., Saarbrücken (2012).
18. Л. Г. Дьячков, А. Г. Храпак, С. А. Храпак, ЖЭТФ **133**, 197 (2008).
19. А. В. Филиппов, В. Н. Бабичев, В. Е. Фортов и др., ЖЭТФ **139**, 1009 (2011).