

# СПОНТАННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ХИРАЛЬНОЙ МОЛЕКУЛЫ ВБЛИЗИ ПОЛУПРОСТРАНСТВА ИЗ БИИЗОТРОПНОГО МАТЕРИАЛА

*Д. В. Гузатов<sup>a</sup>, В. В. Климов<sup>b,\*</sup>, Н. С. Попружайло<sup>a</sup>*

*<sup>a</sup> Гродненский государственный университет им. Я. Купалы  
230023, Гродно, Белоруссия*

*<sup>b</sup> Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук  
119991, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 15 августа 2012 г.

Получены и детально исследованы аналитические выражения для скорости спонтанного излучения хиральной (оптически активной) молекулы, расположенной вблизи полупространства, занимаемого хиральной (биизотропной) средой. Показано, что скорости спонтанного излучения «правых» и «левых» энантиомеров молекул вблизи хиральной среды могут заметно различаться для хирального метаматериала с одновременно отрицательными диэлектрической и магнитной проницаемостями (DNG-метаматериал) и для хирального метаматериала с отрицательной магнитной и положительной диэлектрической проницаемостями (MNG-метаматериал). Это позволяет использовать такие метаматериалы при создании устройств для разделения правых и левых энантиомеров молекул в рацемических смесях.

DOI: 10.7868/S0044451013040010

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Хиральность — это геометрическое свойство трехмерных тел не совмещаться со своим отражением в зеркале ни при каких сдвигах и поворотах. Таким свойством обладают, например, человеческая рука и пружина. Хиральность играет важную роль в биологии и фармацевтике, поскольку множество сложных органических соединений (аминокислот, белков) имеют хиральные свойства. Например, один и тот же препарат, в зависимости от того, из молекул какого типа он состоит, может иметь различный вкус и запах или оказывать различное фармацевтическое воздействие. В физике значительный интерес представляют хиральные среды [1], в которых наблюдается различие между распространением право- и левополяризованных циркулярных электромагнитных волн. В настоящее время исследования хиральных свойств снова находятся под пристальным вниманием, что обусловлено возможностью создания искусственных

сред (метаматериалов) на основе хиральных объектов (метаатомов) [2–5], а также возможностью создания уникальных приборов на основе метаматериалов, таких как идеальная линза [6] и идеальный когерентный нанопоглотитель [7].

Исследование взаимодействия дипольного источника электромагнитного излучения с материальным телом, имеющим плоскую поверхность, имеет уже столетнюю историю, начиная с работы А. Зоммерфельда, опубликованной в 1909 г. [8]. К настоящему времени подробно рассмотрено излучение дипольного источника вблизи многослойной структуры с плоскими диэлектрическими и металлическими слоями [9, 10]; исследовано рассеяние излучения дипольного источника вблизи полубесконечной среды из материала с одновременно отрицательными диэлектрической и магнитной проницаемостями (DNG-метаматериала) [11–15]; найдена электромагнитная функция Грина для структуры с произвольным числом плоских слоев из хирального диэлектрика [16–18].

Исследованию спонтанного излучения атомов и молекул вблизи диэлектрических и металлических тел с плоской поверхностью посвящено большое число работ [19–21]. Кроме того, хорошо изучено

\*E-mail: vklimov@sci.lebedev.ru; klimov256@gmail.com

спонтанное излучение атома вблизи плоскостойких структур из диэлектрика и DNG-метаматериала [22–24]. Однако, насколько известно авторам, в настоящее время нет работ, посвященных спонтанному излучению атомов и молекул вблизи хиральных метаматериалов, хотя многие метаматериалы имеют хиральные свойства [2–5] и благодаря этим свойствам могут обладать рядом уникальных свойств [2]. Кроме того, хиральные наночастицы могут быть использованы для селекции энантимеров хиральных молекул в рацемических смесях [25], что особенно важно при синтезе лекарств. В настоящей работе мы рассмотрим спонтанное излучение хиральной (оптически активной) молекулы вблизи полубесконечной среды с плоской поверхностью, заполненной хиральным (биизотропным) веществом.

Структура статьи следующая. В разд. 2 рассмотрено электромагнитное поле в присутствии полупространства, заполненного хиральным материалом. При этом, несмотря на то что саму хиральность можно рассматривать как проявление пространственной дисперсии, в данном случае без каких-либо внутренних противоречий можно использовать обычные (локальные) граничные условия на поверхности раздела. Более общий подход с использованием нелокальных граничных условий разработан в работах [26, 27]. В разд. 3 получены общие выражения для скорости спонтанного излучения хиральной молекулы вблизи полубесконечной среды из материала с хиральными свойствами. В разд. 4 полученные выражения исследуются численно и иллюстрируются графически. Геометрия рассматриваемой задачи показана на рис. 1.

## 2. ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ПРИСУТСТВИИ ПОЛУПРОСТРАНСТВА, ЗАПОЛНЕННОГО ХИРАЛЬНЫМ ВЕЩЕСТВОМ

При описании электрического и магнитного полей в хиральном (биизотропном) веществе будем использовать материальные уравнения в форме Друде–Борна–Федорова [28–30]:

$$\mathbf{D} = \varepsilon(\mathbf{E} + \eta \operatorname{rot} \mathbf{E}), \quad \mathbf{B} = \mu(\mathbf{H} + \eta \operatorname{rot} \mathbf{H}), \quad (1)$$

где  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{H}$  — индукция и напряженность соответственно электрического и магнитного поля,  $\varepsilon$ ,  $\mu$  — диэлектрическая и магнитная проницаемости хирального материала,  $\eta$  — размерный параметр хиральности. Подставляя соотношения (1) в уравне-

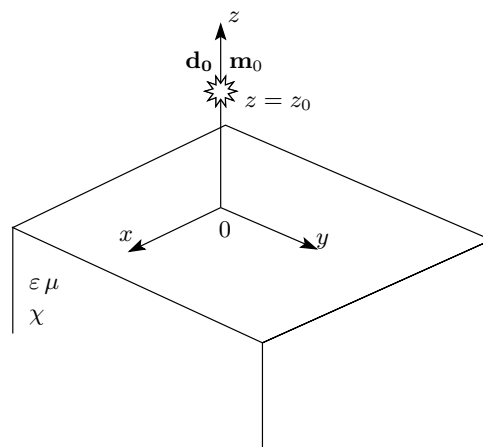


Рис. 1. Геометрия рассматриваемой задачи о спонтанном излучении хиральной молекулы, расположенной вблизи полупространства, заполненного хиральным веществом

ния Максвелла и пользуясь преобразованием Борна, получим [31, 32]

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} \mathbf{Q}_L \\ \mathbf{Q}_R \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -i\mu/\sqrt{\varepsilon\mu} \\ -i\sqrt{\varepsilon\mu}/\mu & 1 \end{pmatrix},$$

где компоненты преобразованного поля (2) удовлетворяют уравнениям

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{Q}_L &= +k_L \mathbf{Q}_L, & \operatorname{div} \mathbf{Q}_L &= 0, \\ \operatorname{rot} \mathbf{Q}_R &= -k_R \mathbf{Q}_R, & \operatorname{div} \mathbf{Q}_R &= 0, \end{aligned} \quad (3)$$

в которых

$$k_L = \frac{k_0 \sqrt{\varepsilon\mu}}{1 - \chi \sqrt{\varepsilon\mu}}, \quad k_R = \frac{k_0 \sqrt{\varepsilon\mu}}{1 + \chi \sqrt{\varepsilon\mu}} \quad (4)$$

— волновые числа левополяризованных ( $L$ ) и правополяризованных ( $R$ ) волн,  $k_0 = \omega/c$  — волновое число в вакууме,  $\omega$  — частота (множитель  $e^{-i\omega t}$  здесь и везде далее опущен),  $c$  — скорость света в вакууме,  $\chi = k_0 \eta$  — безразмерный параметр хиральности, который считается малым,  $|\chi \sqrt{\varepsilon\mu}| < 1$ . Противоположный случай,  $|\chi \sqrt{\varepsilon\mu}| > 1$ , имеет другую физику и будет рассмотрен отдельно.

В выражениях (2), (4) мы принимаем, что  $\sqrt{\varepsilon\mu} = \sqrt{\varepsilon} \sqrt{\mu}$ . Такое определение обеспечивает отрицательность показателя преломления,  $\operatorname{Re}(\sqrt{\varepsilon\mu}) < 0$ , для DNG-метаматериалов и положительность показателя преломления,  $\operatorname{Re}(\sqrt{\varepsilon\mu}) > 0$ , для диэлектрика ( $\varepsilon > 0$  и  $\mu > 0$ ), а также  $\operatorname{Im}(\sqrt{\varepsilon\mu}) > 0$  как для метаталла ( $\varepsilon < 0$  и  $\mu > 0$ ), так и для MNG-метаматериала

( $\varepsilon > 0$  и  $\mu < 0$ ). Кроме того, в случае материалов с потерями ( $\text{Im}(\varepsilon) \geq 0$ ,  $\text{Im}(\mu) \geq 0$ ), принятое определение обеспечивает положительность коэффициента экстинкции, т. е.  $\text{Im}(\sqrt{\varepsilon\mu}) > 0$ .

Для решения задачи о поле, индуцированном хиральной молекулой, запишем электрическое и магнитное поля молекулы в свободном пространстве в виде разложения по цилиндрическим векторным гармоникам с осью вращения, совпадающей с декартовой осью  $z$  (см. рис. 1). Для молекулы с электрическим и магнитным дипольными моментами соответственно  $\mathbf{d}_0$  и  $-i\mathbf{m}_0$ , расположенной в вакууме в точке с декартовыми координатами ( $x_0 = 0$ ,  $y_0 = 0$ ,  $z_0 > 0$ ) над хиральным веществом, можно получить ( $0 < z < z_0$ )

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_0 &= \sum_{n=0}^1 \int_0^\infty dq \left( C_{nqe}^{(-)} \mathbf{n}_{nqe}^{(-)} + D_{nqe}^{(-)} \mathbf{m}_{nqe}^{(-)} + \right. \\ &\quad \left. + C_{nqo}^{(-)} \mathbf{n}_{nqo}^{(-)} + D_{nqo}^{(-)} \mathbf{m}_{nqo}^{(-)} \right), \\ \mathbf{H}_0 &= -i \sum_{n=0}^1 \int_0^\infty dq \left( D_{nqe}^{(-)} \mathbf{n}_{nqe}^{(-)} + C_{nqe}^{(-)} \mathbf{m}_{nqe}^{(-)} + \right. \\ &\quad \left. + D_{nqo}^{(-)} \mathbf{n}_{nqo}^{(-)} + C_{nqo}^{(-)} \mathbf{m}_{nqo}^{(-)} \right), \end{aligned} \quad (5)$$

где  $q$  — поперечное волновое число, а векторные гармоники  $\mathbf{n}_{nq\sigma}^{(-)}$  и  $\mathbf{m}_{nq\sigma}^{(-)}$  и коэффициенты  $C_{nq\sigma}^{(-)}$  и  $D_{nq\sigma}^{(-)}$  (где  $\sigma = e, o$ ) даны в явном виде в Приложении А.

Прошедшие в полупространство, заполненное хиральным веществом, поля  $\mathbf{Q}_L$  и  $\mathbf{Q}_R$  (см. (2)) могут быть записаны в следующем виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_L &= \sum_{n=0}^1 \int_0^\infty dq \left( A_{nqe} \left( \mathbf{n}_{nqe}^{(L)} + \mathbf{m}_{nqe}^{(L)} \right) + \right. \\ &\quad \left. + A_{nqo} \left( \mathbf{n}_{nqo}^{(L)} + \mathbf{m}_{nqo}^{(L)} \right) \right), \\ \mathbf{Q}_R &= \sum_{n=0}^1 \int_0^\infty dq \left( B_{nqe} \left( \mathbf{n}_{nqe}^{(R)} - \mathbf{m}_{nqe}^{(R)} \right) + \right. \\ &\quad \left. + B_{nqo} \left( \mathbf{n}_{nqo}^{(R)} - \mathbf{m}_{nqo}^{(R)} \right) \right). \end{aligned} \quad (6)$$

Явные выражения для векторных цилиндрических гармоник  $\mathbf{n}_{nq\sigma}^{(J)}$  и  $\mathbf{m}_{nq\sigma}^{(J)}$  (где  $J = L, R$ ) приведены в Приложении В. Заметим, что потоки энергии, соответствующие этим цилиндрическим гармоникам, направлены от границы в глубь полупространства с хиральным веществом при любом выборе параметров.

Электрическое и магнитное поля, индуцированные вне хирального материала (в вакууме), можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^{sc} &= \sum_{n=0}^1 \int_0^\infty dq \left( C_{nqe} \mathbf{n}_{nqe} + D_{nqe} \mathbf{m}_{nqe} + \right. \\ &\quad \left. + C_{nqo} \mathbf{n}_{nqo} + D_{nqo} \mathbf{m}_{nqo} \right), \\ \mathbf{H}^{sc} &= -i \sum_{n=0}^1 \int_0^\infty dq \left( D_{nqe} \mathbf{n}_{nqe} + C_{nqe} \mathbf{m}_{nqe} + \right. \\ &\quad \left. + D_{nqo} \mathbf{n}_{nqo} + C_{nqo} \mathbf{m}_{nqo} \right), \end{aligned} \quad (7)$$

где векторные цилиндрические гармоники  $\mathbf{n}_{nq\sigma}$  и  $\mathbf{m}_{nq\sigma}$  (где  $\sigma = o, e$ ) определены в Приложении В.

Для нахождения неизвестных коэффициентов разложений  $A_{nq\sigma}$ ,  $B_{nq\sigma}$ ,  $C_{nq\sigma}$  и  $D_{nq\sigma}$  (где  $\sigma = o, e$ ) в выражениях (6) и (7) можно воспользоваться условиями непрерывности тангенциальных компонент электрического и магнитного полей на поверхности раздела сред [9] (более общий вид возможных граничных условий приведен в работах [26, 27]). Так как рассматриваемая молекула находится вне полупространства, заполненного хиральным веществом, то явные выражения для коэффициентов  $A_{nq\sigma}$  и  $B_{nq\sigma}$  (где  $\sigma = e, o$ ) нам не потребуются. Для коэффициентов  $C_{nqe}$  и  $D_{nqe}$  можно получить следующие выражения ( $n = 0, 1$ ):

$$\begin{aligned} C_{nqe} &= -b_q C_{nqe}^{(-)} - c_q D_{nqe}^{(-)}, \\ D_{nqe} &= -a_q D_{nqe}^{(-)} - c_q C_{nqe}^{(-)}, \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} a_q &= (A_q(L)W_q(R) + A_q(R)W_q(L)) / \Delta, \\ b_q &= (V_q(L)B_q(R) + V_q(R)B_q(L)) / \Delta, \\ c_q &= (B_q(L)W_q(R) - B_q(R)W_q(L)) / \Delta, \\ \Delta &= V_q(L)W_q(R) + V_q(R)W_q(L), \end{aligned} \quad (9)$$

в которых ( $J = L, R$ )

$$\begin{aligned} A_q(J) &= P \frac{\sqrt{k_J^2 - q^2}}{k_J} - \frac{\sqrt{k_0^2 - q^2}}{k_0}, \\ B_q(J) &= \frac{\sqrt{k_J^2 - q^2}}{k_J} - P \frac{\sqrt{k_0^2 - q^2}}{k_0}, \\ V_q(J) &= P \frac{\sqrt{k_J^2 - q^2}}{k_J} + \frac{\sqrt{k_0^2 - q^2}}{k_0}, \\ W_q(J) &= \frac{\sqrt{k_J^2 - q^2}}{k_J} + P \frac{\sqrt{k_0^2 - q^2}}{k_0} \end{aligned} \quad (10)$$

и  $P = \sqrt{\varepsilon\mu}/\mu$ . Явные выражения для коэффициентов  $C_{nqo}$  и  $D_{nqo}$  получаются из (8) с помощью замены индексов  $e \rightarrow o$ .

В настоящей работе мы принимаем, что, во-первых,  $\sqrt{k_0^2 - q^2} = i\sqrt{q^2 - k_0^2}$  при  $q > k_0$  (т. е.

$\text{Im}(\sqrt{k_0^2 - q^2}) \geq 0$ ), а во-вторых,  $\sqrt{k_J^2 - q^2} = \sqrt{k_J - q}\sqrt{k_J + q}$ . Такое определение обеспечивает для диэлектрика ( $k_J > 0$ ) выполнение соотношения  $\text{Re}(\sqrt{k_J^2 - q^2}) > 0$  при  $k_J > q$ , а также  $\text{Im}(\sqrt{k_J^2 - q^2}) > 0$  при  $k_J < q$ . Для DNG-метаматериала показатели преломления отрицательны ( $k_J = -|k_J|$ ), получим  $\text{Re}(\sqrt{k_J^2 - q^2}) < 0$  при  $|k_J| > q$  и  $\text{Im}(\sqrt{k_J^2 - q^2}) > 0$  при  $|k_J| < q$ . Для металла и MNG-метаматериала будем иметь  $\text{Im}(\sqrt{k_J^2 - q^2}) > 0$ . Кроме того, в случае материалов с потерями ( $\text{Im}(k_J) > 0$ ) с помощью введенного определения получим  $\text{Im}(\sqrt{k_J^2 - q^2}) > 0$ .

В частном случае полубесконечной среды без хиральных свойств ( $\chi = 0$ ) выражения (9) упрощаются и принимают вид

$$\begin{aligned} a_q &= -\left(\frac{\mu\sqrt{k_0^2 - q^2} - \sqrt{\mu\epsilon k_0^2 - q^2}}{\mu\sqrt{k_0^2 - q^2} + \sqrt{\mu\epsilon k_0^2 - q^2}}\right) = -r_q^s, \\ b_q &= -\left(\frac{\epsilon\sqrt{k_0^2 - q^2} - \sqrt{\mu\epsilon k_0^2 - q^2}}{\epsilon\sqrt{k_0^2 - q^2} + \sqrt{\mu\epsilon k_0^2 - q^2}}\right) = -r_q^p, \\ c_q &= 0, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $r_q^s$  и  $r_q^p$  — коэффициенты отражения Френеля для электромагнитных волн соответственно  $s$ - и  $p$ -поляризации [9].

Полагая знаменатель  $\Delta$  в (9) равным нулю, получим дисперсионное уравнение для волновых чисел поверхностных (хирально-плазмонных) мод, возбуждаемых в хиральном полубесконечном материале:

$$\begin{aligned} &\left(P\frac{\sqrt{k_L^2 - q^2}}{k_L} + \frac{\sqrt{k_0^2 - q^2}}{k_0}\right) \times \\ &\times \left(\frac{\sqrt{k_R^2 - q^2}}{k_R} + P\frac{\sqrt{k_0^2 - q^2}}{k_0}\right) + \\ &+ \left(P\frac{\sqrt{k_R^2 - q^2}}{k_R} + \frac{\sqrt{k_0^2 - q^2}}{k_0}\right) \times \\ &\times \left(\frac{\sqrt{k_L^2 - q^2}}{k_L} + P\frac{\sqrt{k_0^2 - q^2}}{k_0}\right) = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Полагая  $\chi = 0$ , получим из (12) два независимых уравнения:  $\epsilon\sqrt{k_0^2 - q^2} + \sqrt{k_0^2\epsilon\mu - q^2} = 0$  и  $\mu\sqrt{k_0^2 - q^2} + \sqrt{k_0^2\epsilon\mu - q^2} = 0$ , определяющие волновые числа соответственно поверхностных ТМ- и ТЕ-мод [33]. В случае  $\mu = 1$  из первого уравнения следует закон дисперсии  $q = k_0\sqrt{\epsilon/(\epsilon + 1)}$  (где  $\epsilon < -1$ ) поверхностной плазмонной моды на границе раздела вакуум–металл [34, 35].

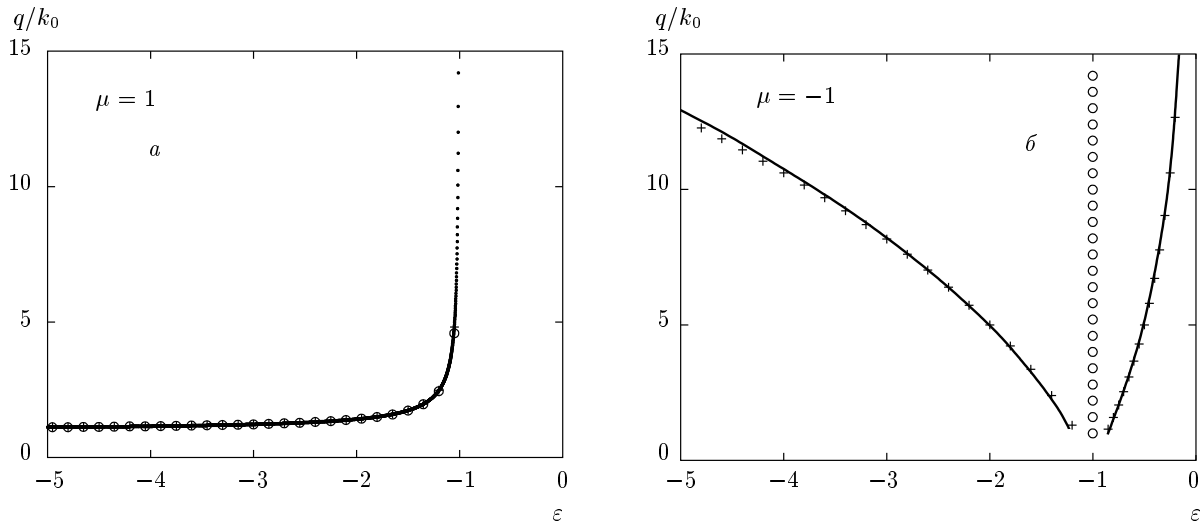
В случае малой хиральности ( $\chi \rightarrow 0$ ,  $\chi > 0$ ) можно найти аналитическое решение (12). В наиболее интересных частных случаях  $\mu = \pm 1$  и  $\epsilon = -|\epsilon|$  получим

$$\begin{aligned} q &= k_0\sqrt{\frac{|\epsilon|}{|\epsilon| - 1}} \left(1 + \frac{|\epsilon|\chi^2}{(|\epsilon| + 1)^2(|\epsilon| - 1)}\right), \\ &\mu = 1, \quad |\epsilon| > 1, \quad q \geq k_0, \\ q &= k_0\frac{|\epsilon| - 1}{\chi\sqrt{2|\epsilon|}}, \\ &\mu = -1, \quad |\epsilon| > 1, \quad q \geq k_0\sqrt{|\epsilon|}, \\ q &= k_0\frac{1 - |\epsilon|}{\chi\sqrt{2|\epsilon|}}, \\ &\mu = -1, \quad 0 < |\epsilon| < 1, \quad q \geq k_0. \end{aligned} \quad (13)$$

На рис. 2 показана зависимость волновых чисел  $q$  поверхностных (хирально-плазмонных) мод, возбуждаемых в полубесконечной среде, заполненной хиральным веществом, от диэлектрической проницаемости  $\epsilon$  при фиксированной магнитной проницаемости  $\mu$  и фиксированном параметре хиральности  $\chi$ . На рисунке видно, что в случае полубесконечной среды с небольшой хиральностью ( $\chi = 0.1$ ), обладающей металлическими свойствами ( $\epsilon < 0$  и  $\mu = 1$ ), волновые числа поверхностных хирально-плазмонных мод почти совпадают с волновыми числами поверхностных плазмонных мод в нехиральном металле (см. рис. 2а). В случае же хирального DNG-метаматериала ( $\epsilon < 0$  и для  $\mu = -1$ ) имеются две ветви поверхностных мод (см. рис. 2б). Для нехирального DNG-полупространства ( $\mu = -1$ ,  $\chi = 0$ ) эти ветви переходят в  $\epsilon = -1$  для всех  $q \geq k_0$  (см. рис. 2б). Именно эта плазмонная мода приводит к целому ряду парадоксальных свойств излучения диполя вблизи DNG-полупространства [6, 11–13]. Из рис. 2 также следует, что найденные асимптотические выражения (13) хорошо описывают решения дисперсионного уравнения для малых значений параметра хиральности.

### 3. СКОРОСТЬ СПОНТАННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ХИРАЛЬНОЙ МОЛЕКУЛЫ ВБЛИЗИ ПОЛУПРОСТРАНСТВА, ЗАПОЛНЕННОГО ХИРАЛЬНЫМ ВЕЩЕСТВОМ

Относительную скорость спонтанного излучения хиральной молекулы вблизи хирального (или любого другого) материального тела можно определить, исходя из классических представлений как отноше-



**Рис. 2.** Численное решение дисперсионного уравнения для волновых чисел  $q$  поверхностных (хирально-плазмонных) мод, возбуждаемых в полупространстве, заполненном хиральным ( $\chi = 0.1$ ) веществом, как функция диэлектрической проницаемости  $\epsilon$  при заданной магнитной проницаемости. Крестиками показано асимптотическое решение (13). Кружки соответствуют решению уравнения  $\epsilon\sqrt{k_0^2 - q^2} + \sqrt{k_0^2\epsilon\mu - q^2} = 0$

ние мощности, отдаваемой молекулой на поддержание электромагнитного поля, к аналогичной мощности для молекулы в свободном пространстве (в отсутствие материального тела).

Мощность  $P$ , теряемая сторонними токами (дипольными источниками излучения), расположенными в вакууме вблизи материального тела, может быть вычислена по формуле [36]

$$P = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_V dV (\mathbf{j}_E^*(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r})) + \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_V dV (\mathbf{j}_H^*(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{H}(\mathbf{r})), \quad (14)$$

где интегрирование происходит по объему  $V$ , занятому источниками;  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}^{sc}$  и  $\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}^{sc}$  — полные электрическое и магнитное поля вблизи хиральной молекулы. Плотности сторонних токов в рассматриваемом случае определяются дипольными моментами молекулы

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{j}_E \\ \mathbf{j}_H \end{Bmatrix} = -i\omega \begin{Bmatrix} \mathbf{d}_0 \\ -i\mathbf{m}_0 \end{Bmatrix} \delta(x)\delta(y)\delta(z - z_0), \quad (15)$$

где  $\delta(x)$  — дельта-функция Дирака; звездочка в формуле (14) означает комплексное сопряжение.

Мощность  $P_0$ , теряемая дипольными источниками в свободном пространстве в отсутствие материального тел равна

$$P_0 = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_V dV (\mathbf{j}_E^*(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}_0(\mathbf{r})) + \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_V dV (\mathbf{j}_H^*(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{H}_0(\mathbf{r})) = -\frac{ck_0^4}{3} (|\mathbf{d}_0|^2 + |\mathbf{m}_0|^2). \quad (16)$$

Подставляя токи (15) в мощность (14) и нормируя получаемое таким образом выражение на мощность излучения в свободном пространстве (16), для скорости спонтанного излучения молекулы  $\gamma$  можно записать

$$\frac{\gamma}{\gamma_0} = 1 + \frac{3}{2} \times \operatorname{Im} \left\{ \frac{(\mathbf{d}_0^* \cdot \mathbf{E}^{sc}(\mathbf{r}_0)) + i(\mathbf{m}_0^* \cdot \mathbf{H}^{sc}(\mathbf{r}_0))}{k_0^3 (|\mathbf{d}_0|^2 + |\mathbf{m}_0|^2)} \right\}, \quad (17)$$

где  $\gamma_0$  — скорость спонтанного излучения хиральной молекулы в свободном пространстве,  $\mathbf{r}_0$  — координаты положения хиральной молекулы. Следует заметить, что выражение (17) соответствует переходу в молекуле с некоторого возбужденного состояния в основное, т. е. случаю двухуровневой молекулы. При этом  $\mathbf{d}_0$  и  $-i\mathbf{m}_0$  должны рассматриваться как электрический и магнитный дипольные моменты рассматриваемого перехода. Для учета возможности перехода в несколько состояний надо лишь просуммировать соответствующие парциальные скорости излучения. Заметим, что (17) также справедливо и при квантовоэлектродинамическом решении задачи.

Подставляя в (17) выражения (7) и проводя замену переменных  $q = \sqrt{k_0^2 - h^2}$ , найдем

$$\frac{\gamma}{\gamma_0} = 1 + \frac{3}{2} \operatorname{Re} \left\{ \frac{\int_0^{k_0} dh U(h) \exp(2ihz_0) - i \int_0^\infty dp U(ip) \exp(-2pz_0)}{k_0^3 (|\mathbf{d}_0|^2 + |\mathbf{m}_0|^2)} \right\}, \quad (18)$$

где

$$\begin{aligned} U(h) = & 2(h^2 - k_0^2) (\beta_h |d_{0z}|^2 + \alpha_h |m_{0z}|^2) + \\ & + (d_{0x}^* h + im_{0y}^* k_0) \{ \beta_h (d_{0x} h + im_{0y} k_0) + \\ & + \delta_h (m_{0x} h + id_{0y} k_0) \} + \\ & + (d_{0y}^* h - im_{0x}^* k_0) \{ \beta_h (d_{0y} h - im_{0x} k_0) + \\ & + \delta_h (m_{0y} h - id_{0x} k_0) \} + \\ & + (m_{0x}^* h + id_{0y}^* k_0) \{ \alpha_h (m_{0x} h + id_{0y} k_0) + \\ & + \delta_h (d_{0x} h + im_{0y} k_0) \} + \\ & + (m_{0y}^* h - id_{0x}^* k_0) \{ \alpha_h (m_{0y} h - id_{0x} k_0) + \\ & + \delta_h (d_{0y} h - im_{0x} k_0) \}, \quad (19) \end{aligned}$$

в котором коэффициенты  $\alpha_h$ ,  $\beta_h$  и  $\delta_h$  получаются соответственно из коэффициентов  $a_q$ ,  $b_q$  и  $c_q$  подстановкой  $q = \sqrt{k_0^2 - h^2}$ . Выражение для  $U(ip)$  получим из (19) заменой  $h \rightarrow ip$ ; коэффициенты  $\alpha_{ip}$ ,  $\beta_{ip}$  и  $\delta_{ip}$  получаются соответственно из коэффициентов  $a_q$ ,  $b_q$  и  $c_q$ , подстановкой  $q = \sqrt{k_0^2 + p^2}$ .

Физический смысл разделения интеграла на два слагаемых связан с тем, что первый интеграл в формуле (18) определяет вклад в скорость спонтанного излучения от всех распространяющихся волн, излучаемых дипольными источниками, в то время как второй интеграл определяет вклад только от эванесцентных волн [37].

В частном случае волнового числа, стремящегося к нулю ( $k_0 \rightarrow 0$ ), т.е. в квазистатическом пределе, коэффициенты (9) могут быть разложены в ряд. Подставляя главные (т.е. первые исчезающие) члены этих разложений в формулу (19), затем полученное выражение в (18) и рассматривая везде  $k_0 \rightarrow 0$ , найдем после интегрирования следующее выражение для нерадиационной составляющей скорости спонтанного излучения ( $\gamma_{nonrad}$ ) хиральной молекулы, расположенной вблизи полупространства, заполненного хиральным материалом, в квазистатическом приближении:

$$\begin{aligned} \frac{\gamma_{nonrad}}{\gamma_0} = & \frac{3}{2(2k_0 z_0)^3} \left( \frac{|\mathbf{d}_0|^2 + |d_{0z}|^2}{|\mathbf{d}_0|^2 + |\mathbf{m}_0|^2} \right) \times \\ & \times \operatorname{Im} \left( \frac{(\varepsilon - 1)(\mu + 1) + \varepsilon \mu \chi^2}{(\varepsilon + 1)(\mu + 1) - \varepsilon \mu \chi^2} \right) + \\ & + \frac{3}{2(2k_0 z_0)^3} \left( \frac{|\mathbf{m}_0|^2 + |m_{0z}|^2}{|\mathbf{d}_0|^2 + |\mathbf{m}_0|^2} \right) \times \\ & \times \operatorname{Im} \left( \frac{(\varepsilon + 1)(\mu - 1) + \varepsilon \mu \chi^2}{(\varepsilon + 1)(\mu + 1) - \varepsilon \mu \chi^2} \right) + \\ & + \frac{3}{(2k_0 z_0)^3} \left( \frac{\operatorname{Re}(d_{0x} m_{0x}^* + d_{0y} m_{0y}^*)}{|\mathbf{d}_0|^2 + |\mathbf{m}_0|^2} \right) \times \\ & \times \operatorname{Im} \left( \frac{2\varepsilon \mu \chi}{(\varepsilon + 1)(\mu + 1) - \varepsilon \mu \chi^2} \right). \quad (20) \end{aligned}$$

В случае хиральной среды без потерь ( $\operatorname{Im} \varepsilon = \operatorname{Im} \mu = 0$ ), выражение (20) становится равным нулю. Это говорит о том, что квазистатический предел (20) связан только с нерадиационными потерями, т.е. с нагревом вещества полупространства. Отметим также, что в частном случае  $\chi = 0$  и  $\mathbf{m}_0 = 0$  из (20) получается известное квазистатическое выражение для нерадиационной скорости спонтанного излучения атома вблизи полубесконечной среды [19].

Равенство нулю знаменателя (20) определяет те значения  $\varepsilon$  и  $\mu$ , которые соответствуют возбуждению хирально-плазмонных резонансов в хиральном полупространстве в квазистатическом приближении. Видно, что в случае отличной от нуля хиральности резонансные значения  $\varepsilon$  и  $\mu$  оказываются связанными между собой уравнением

$$(\varepsilon + 1)(\mu + 1) = \varepsilon \mu \chi^2. \quad (21)$$

В частном случае нехиральной среды ( $\chi = 0$ ) из (21) получим уравнения:  $\varepsilon + 1 = 0$  и  $\mu + 1 = 0$ , при выполнении первого из которых волновое число поверхностной плазмонной моды обращается в бесконечность [34].

#### 4. ГРАФИЧЕСКИЕ ИЛЛЮСТРАЦИИ И ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Аналитические свойства выражений (18) (которые определяются как полюсами, соответствующими (12), так и точками ветвления при  $q = k_0, k_L, k_R$ ) значительно сложнее, чем аналогичные выражения для нехирального случая [9] и мы их здесь исследовать не будем. Вместо этого мы будем вычислять интегралы численно, что относительно несложно при наличии мнимых частей у  $\varepsilon$  и  $\mu$ , которые приводят к смещению особенности подынтегральной функции с действительной оси в комплексную плоскость.

Далее мы рассмотрим относительную скорость спонтанного излучения для хиральной молекулы с усредненной ориентацией дипольных моментов, что часто имеет место на практике. В этом случае для подынтегральной функции (19) можно записать

$$U(h) = \frac{2}{3} ((2h^2 - k_0^2)\beta_h - k_0^2\alpha_h) |\mathbf{d}_0|^2 + \frac{2}{3} ((2h^2 - k_0^2)\alpha_h - k_0^2\beta_h) |\mathbf{m}_0|^2 + \frac{4}{3} (h^2 - k_0^2)\delta_h \operatorname{Re}(\mathbf{d}_0 \cdot \mathbf{m}_0^*). \quad (22)$$

При этом мы будем называть молекулы с параллельными  $\mathbf{d}_0$  и  $\mathbf{m}_0$  правыми молекулами, а молекулы с антипараллельными  $\mathbf{d}_0$  и  $\mathbf{m}_0$  будем называть левыми молекулами.

На рис. 3 показана зависимость скорости спонтанного излучения хиральной молекулы от ее расстояния до полупространства из вещества с хиральными свойствами. Как следует из рисунка, между скоростями излучения правых и левых энантиомеров молекул имеется различие. При этом среди представленных рисунков наибольшее различие имеет место для хирального метаматериала с  $\varepsilon > 0$  и  $\mu < 0$  (MNG-метаматериал) (см. рис. 3в) и для хирального метаматериала с  $\varepsilon < 0$  и  $\mu < 0$  (DNG-метаматериал) (см. рис. 3г). В случае хирального диэлектрика указанное различие слабее (см. рис. 3а). Для металла с хиральными свойствами зависимости для левых и правых молекул практически совпадают (см. рис. 3б), что обусловлено достаточно большой мнимой частью волновых чисел в этом случае. Кроме того, из рис. 3 следует, что найденная асимптотическая зависимость (20) хорошо описывает нерадиационную часть полной скорости спонтанного излучения для малых значений  $k_0 z_0$  и различных значений диэлектрической и магнитной проницаемостей.

На рис. 4 показано отношение скоростей спонтанного излучения левой молекулы к скорости из-

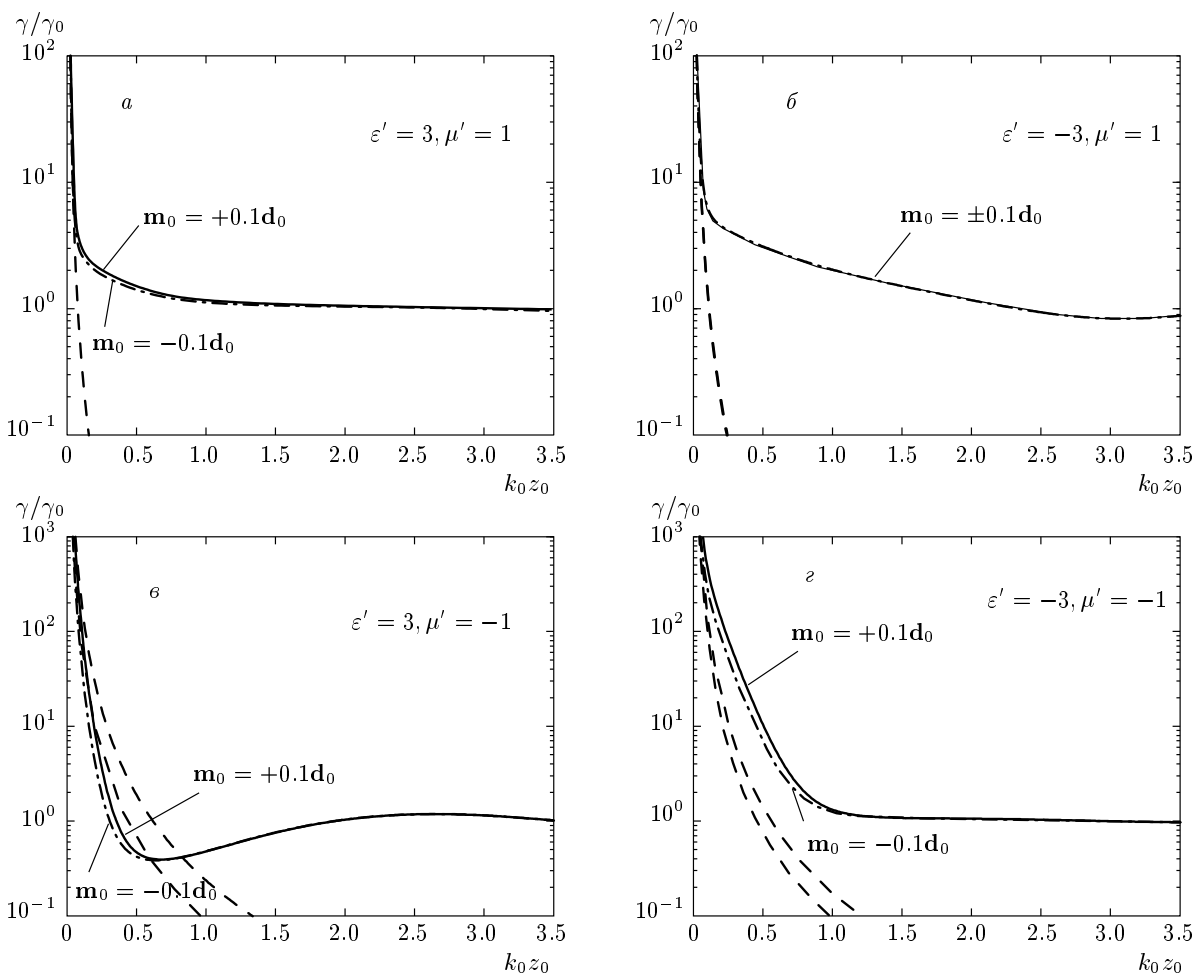
лучения правой молекулы ( $\gamma_L/\gamma_R$ ) и, наоборот, отношение скоростей спонтанного излучения правой молекулы к скорости излучения левой молекулы ( $\gamma_R/\gamma_L$ ) в зависимости от значений диэлектрической и магнитной проницаемостей хирального полупространства. Из этого рисунка следует, что при определенных значениях  $\varepsilon$  и  $\mu$  (и при положении молекулы  $k_0 z_0 = 0.1$ ) имеется различие в скоростях спонтанного излучения правых и левых молекул в 2–2.5 раза. Видно, что хиральный метаматериал с  $-1 < \varepsilon < 0$  и  $\mu \approx -1$  (DNG-метаматериал) будет ускорять спонтанный распад левых молекул и замедлять распад правых молекул, а метаматериал с  $\varepsilon > 0$  и  $\mu \approx -1$  (MNG-метаматериал) и  $\varepsilon < -1$  и  $\mu \approx -1$  (DNG-метаматериал), наоборот, будет ускорять спонтанный распад правых молекул и замедлять распад левых молекул. Более детальное различие в скоростях спонтанного излучения энантиомеров хиральных молекул показано на рис. 5.

Заметим, что с практической точки зрения, для экспериментального исследования обнаруженного эффекта различия в скоростях спонтанного излучения правых и левых энантиомеров молекул, наиболее подходящим является хиральный MNG-метаматериал, поскольку технология его реализации (технология разомкнутых кольцевых резонаторов (SRR)) в настоящее время хорошо отработана [38, 39].

Таким образом, хиральный метаматериал может оказывать различное влияние на спонтанный распад (и излучение) хиральных молекул. На практике этот эффект может быть использован для создания устройств для детектирования и селекции правых и левых энантиомеров молекул. Несмотря на то что полупространство, заполненное хиральным веществом, не так сильно влияет на правые и левые молекулы, как хиральные наночастицы [25], такая геометрия является более простой с технологической точки зрения, и потому даже такая простая система может служить основой для создания приборов для селекции энантиомеров молекул в рацемических смесях.

#### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в настоящей работе получены и детально исследованы аналитические выражения для скорости спонтанного излучения хиральной (оптически активной) молекулы, расположенной вблизи полупространства с плоской поверхностью, заполненного хиральным (биизотропным) веществом. В квазистатическом приближении получено аналитическое выражение для нерадиационной скорости



**Рис. 3.** Скорость спонтанного излучения правой ( $m_0 = +0.1d_0$ ) и левой ( $m_0 = -0.1d_0$ ) хиральной молекулы, расположенной в вакууме вблизи полупространства, заполненного хиральным ( $\chi = 0.2$ ) веществом, как функция нормированного расстояния молекулы до поверхности раздела сред  $k_0 z_0$ . Диэлектрическая и магнитная проницаемости хиральной среды соответственно  $\varepsilon = \varepsilon' + i0.01$  и  $\mu = \mu' + i0.01$ : *a* — диэлектрик, *б* — металл, *в* — MNG-метаматериал, *г* — DNG-метаматериал. Штриховые линии соответствуют асимптотике (20)

спонтанного излучения хиральной молекулы, расположенной достаточно близко к поверхности полупространства с хиральным веществом.

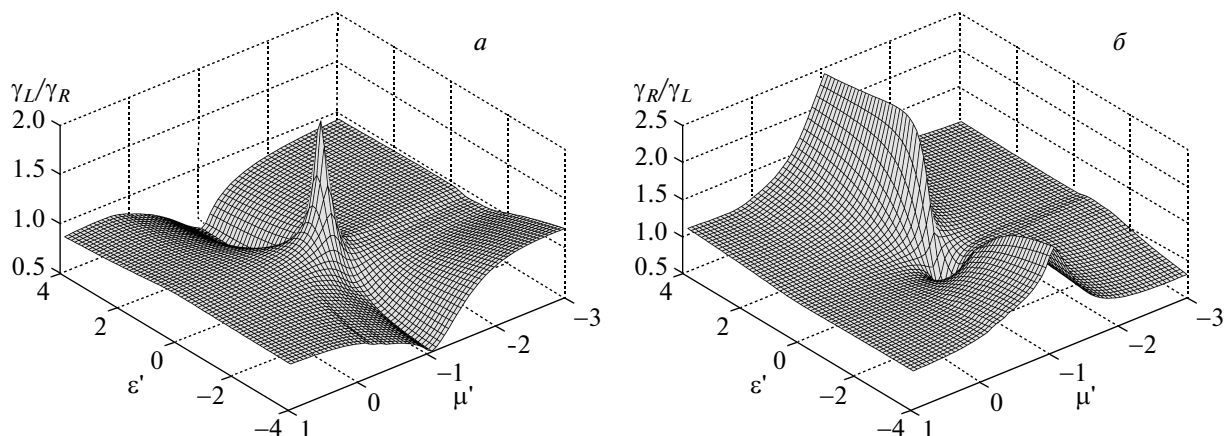
Показано, что из-за ненулевой хиральности скорости спонтанного излучения правых и левых энантиомеров молекул, расположенных вблизи полупространства из хирального материала, могут различаться. Наиболее заметное отличие обнаружено для хирального метаматериала с одновременно отрицательными диэлектрической и магнитной проницаемостями (DNG-метаматериал) и для метаматериала с отрицательной магнитной и положительной диэлектрической проницаемостями (MNG-метаматериал). Обнаруженный эффект может быть использован для разделения правых

и левых энантиомеров молекул в рацемических смесях.

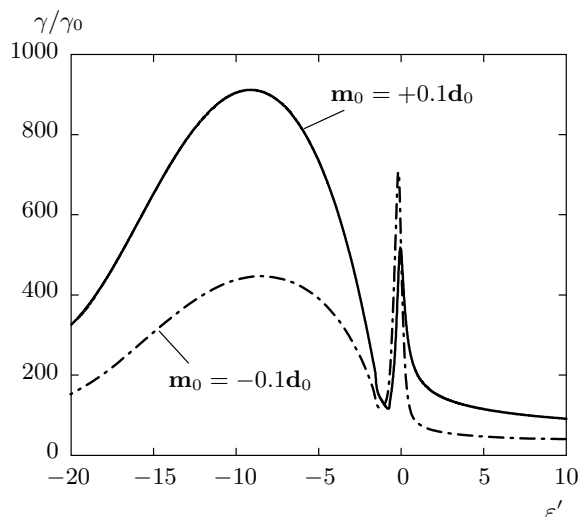
Полученные результаты могут быть использованы для расчетов скорости спонтанного излучения хиральных молекул, расположенных вблизи конкретных хиральных метаматериалов, и для интерпретации экспериментальных данных по взаимодействию хиральных молекул и метаматериалов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (грант № Ф12Р-006) и РФФИ (гранты №№ 11-02-91065, 11-02-92002, 11-02-01272, 12-02-90014).





**Рис. 4.** Отношение скоростей спонтанного излучения правой ( $\mathbf{m}_0 = +0.1\mathbf{d}_0$ ) и левой ( $\mathbf{m}_0 = -0.1\mathbf{d}_0$ ) хиральных молекул как функция действительных частей диэлектрической ( $\varepsilon = \varepsilon' + i0.01$ ) и магнитной ( $\mu = \mu' + i0.01$ ) проницаемостей полупространства, заполненного хиральным ( $\chi = 0.2$ ) веществом. Молекула расположена в вакууме на расстоянии  $k_0 z_0 = 0.1$  от хиральной среды: *a* — отношение скорости излучения левой молекулы к правой; *b* — отношение скорости излучения правой молекулы к левой



**Рис. 5.** Скорость спонтанного излучения правой ( $\mathbf{m}_0 = +0.1\mathbf{d}_0$ ) и левой ( $\mathbf{m}_0 = -0.1\mathbf{d}_0$ ) хиральных молекул как функция действительной части диэлектрической проницаемости  $\varepsilon = \varepsilon' + i0.01$  полупространства, заполненного хиральным ( $\chi = 0.2$ ) веществом, при заданной магнитной проницаемости  $\mu = -1 + i0.01$ . Молекула расположена в вакууме на расстоянии  $k_0 z_0 = 0.1$  от хиральной среды

**ПРИЛОЖЕНИЕ А**

**Электромагнитное поле хиральной молекулы**

Электромагнитное поле хиральной молекулы, расположенной в точке  $z_0$  ( $z_0 > 0$ ) декар-

товой оси  $z$ , в среде с единичными значениями диэлектрической и магнитной проницаемостями, можно представить в виде суммы полей электрического и магнитного диполей (множитель  $e^{-i\omega t}$  здесь и далее опущен) [41]

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) &= ((\mathbf{d}_0 \cdot \nabla)\nabla + k_0^2 \mathbf{d}_0 - ik_0 \times \\ &\quad \times [(-i\mathbf{m}_0), \nabla]) \frac{e^{ik_0 R}}{R}, \quad (23) \\ \mathbf{H}_0(\mathbf{r}) &= -\frac{i}{k_0} [\nabla, \mathbf{E}_0(\mathbf{r})], \end{aligned}$$

где  $\mathbf{d}_0$  и  $-i\mathbf{m}_0$  — электрический и магнитный дипольные моменты хиральной молекулы;  $\nabla$  — оператор градиента по координатам  $\mathbf{r}$ ;  $R = \sqrt{\rho^2 + (z - z_0)^2}$ , где  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ ;  $k_0$  — волновое число в вакууме. Фазовое соотношение между электрическим и магнитным дипольными моментами обусловлено выбором вида хиральной молекулы, а именно, спиральной формы. В этом случае магнитный дипольный момент равен  $-i\mathbf{m}_0$  и является чисто мнимым [42].

Пользуясь интегральным представлением Зоммерфельда для функции Грина [8, 9], можно с помощью формулы (23) найти выражения для полей электрического и магнитного диполей (см., например, [9]), а затем разложить найденные выражения в ряд по векторным цилиндрическим гармоникам. В результате для электрического и магнитного полей хиральной молекулы получим следующие выражения:

$$\mathbf{E}_0 = \begin{cases} \mathbf{E}_0^{(+)}, & z > z_0 \\ \mathbf{E}_0^{(-)}, & z < z_0 \end{cases}, \quad (24)$$

$$\mathbf{H}_0 = \begin{cases} \mathbf{H}_0^{(+)}, & z > z_0 \\ \mathbf{H}_0^{(-)}, & z < z_0 \end{cases},$$

где

$$\mathbf{E}_0^{(\pm)} = \sum_{n=0}^1 \int_0^\infty dq \left( C_{nqe}^{(\pm)} \mathbf{n}_{nqe}^{(\pm)} + D_{nqe}^{(\pm)} \mathbf{m}_{nqe}^{(\pm)} + C_{nqo}^{(\pm)} \mathbf{n}_{nqo}^{(\pm)} + D_{nqo}^{(\pm)} \mathbf{m}_{nqo}^{(\pm)} \right), \quad (25)$$

$$\mathbf{H}_0^{(\pm)} = -i \sum_{n=0}^1 \int_0^\infty dq \left( D_{nqe}^{(\pm)} \mathbf{n}_{nqe}^{(\pm)} + C_{nqe}^{(\pm)} \mathbf{m}_{nqe}^{(\pm)} + D_{nqo}^{(\pm)} \mathbf{n}_{nqo}^{(\pm)} + C_{nqo}^{(\pm)} \mathbf{m}_{nqo}^{(\pm)} \right).$$

Входящие в (25) векторные цилиндрические гармоники имеют вид (ср. с (28))

$$\mathbf{m}_{nqe}^{(\pm)} = \text{rot} \left( \mathbf{e}_z J_n(q\rho) \cos(n\varphi) \times \exp \left( \pm i \sqrt{k_0^2 - q^2} z \right) \right),$$

$$\mathbf{m}_{nqo}^{(\pm)} = \text{rot} \left( \mathbf{e}_z J_n(q\rho) \sin(n\varphi) \times \exp \left( \pm i \sqrt{k_0^2 - q^2} z \right) \right), \quad (26)$$

$$\mathbf{n}_{nqe}^{(\pm)} = \frac{1}{k_0} \text{rot} \mathbf{m}_{nqe}^{(\pm)}, \quad \mathbf{n}_{nqo}^{(\pm)} = \frac{1}{k_0} \text{rot} \mathbf{m}_{nqo}^{(\pm)}.$$

Коэффициенты разложения (25) можно записать следующим образом:

$$C_{nqe}^{(\pm)} = \delta_{n0} q \frac{id_{0z} k_0}{\sqrt{k_0^2 - q^2}} \exp \left( \mp i \sqrt{k_0^2 - q^2} z_0 \right) + \delta_{n1} k_0 \left( \pm d_{0x} - \frac{im_{0y} k_0}{\sqrt{k_0^2 - q^2}} \right) \times \exp \left( \mp i \sqrt{k_0^2 - q^2} z_0 \right),$$

$$D_{nqe}^{(\pm)} = \delta_{n0} q \frac{im_{0z} k_0}{\sqrt{k_0^2 - q^2}} \exp \left( \mp i \sqrt{k_0^2 - q^2} z_0 \right) + \delta_{n1} k_0 \left( \pm m_{0x} - \frac{id_{0y} k_0}{\sqrt{k_0^2 - q^2}} \right) \times \exp \left( \mp i \sqrt{k_0^2 - q^2} z_0 \right),$$

$$C_{nqo}^{(\pm)} = \delta_{n1} k_0 \left( \pm d_{0y} + \frac{im_{0x} k_0}{\sqrt{k_0^2 - q^2}} \right) \times \exp \left( \mp i \sqrt{k_0^2 - q^2} z_0 \right), \quad (27)$$

$$D_{nqo}^{(\pm)} = \delta_{n1} k_0 \left( \pm m_{0y} + \frac{id_{0x} k_0}{\sqrt{k_0^2 - q^2}} \right) \times \exp \left( \mp i \sqrt{k_0^2 - q^2} z_0 \right),$$

где  $\delta_{np}$  — дельта-символ Кронекера, равный единице при  $n = p$  и равный нулю в других случаях. Заметим, что одним из условий применимости полученных выше выражений является [9]:  $\text{Im} \left( \sqrt{k_0^2 - q^2} \right) \geq 0$ .

### ПРИЛОЖЕНИЕ В

#### Векторные цилиндрические гармоники

Векторные цилиндрические гармоники, описывающие электрическое и магнитное поле внутри полубесконечной среды, заполненной хиральным веществом ( $z < 0$ , см. рис. 1), имеют вид ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ;  $q > 0$ )

$$\mathbf{m}_{nqe}^{(J)} = \text{rot} \left( \mathbf{e}_z J_n(q\rho) \cos(n\varphi) \times \exp \left( -i \sqrt{k_J^2 - q^2} z \right) \right),$$

$$\mathbf{m}_{nqo}^{(J)} = \text{rot} \left( \mathbf{e}_z J_n(q\rho) \sin(n\varphi) \times \exp \left( -i \sqrt{k_J^2 - q^2} z \right) \right), \quad (28)$$

$$\mathbf{n}_{nqe}^{(J)} = \frac{1}{k_J} \text{rot} \mathbf{m}_{nqe}^{(J)}, \quad \mathbf{n}_{nqo}^{(J)} = \frac{1}{k_J} \text{rot} \mathbf{m}_{nqo}^{(J)},$$

где  $0 \leq \rho < \infty$ ,  $0 \leq \varphi < 2\pi$  — полярные координаты;  $\mathbf{e}_z$  — единичный вектор, направленный вдоль декартовой оси  $z$ ;  $k_J$  — волновое число лево- ( $J = L$ ) или правополяризованной ( $J = R$ ) волны;  $J_n(q\rho)$  — функция Бесселя [40].

Векторные цилиндрические гармоники, описывающие электрическое и магнитное поле вне полупространства с хиральным материалом ( $z > 0$ , см. рис. 1), имеют вид ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ;  $q > 0$ )

$$\mathbf{m}_{nqe} = \text{rot} \left( \mathbf{e}_z J_n(q\rho) \cos(n\varphi) \times \exp \left( i \sqrt{k_0^2 - q^2} z \right) \right), \quad (29)$$

$$\mathbf{m}_{nqo} = \text{rot} \left( \mathbf{e}_z J_n(q\rho) \sin(n\varphi) \times \exp \left( i \sqrt{k_0^2 - q^2} z \right) \right),$$

$$\mathbf{n}_{nqe} = \frac{1}{k_0} \operatorname{rot} \mathbf{m}_{nqe}, \quad \mathbf{n}_{nqo} = \frac{1}{k_0} \operatorname{rot} \mathbf{m}_{nqo},$$

где  $k_0$  — волновое число вне хиральной среды (в вакууме).

Заметим, что аналитические ветви квадратных корней  $\sqrt{k_J^2 - q^2}$  и  $\sqrt{k_0^2 - q^2}$ , входящих в формулы (28) и (29) определены так же, как и в выражениях (10), и обеспечивают правильное направление потоков энергии.

Некоторые другие сведения о свойствах векторных цилиндрических гармоник можно найти, например, в работе [41].

## ЛИТЕРАТУРА

1. I. V. Lindell, A. H. Sihvola, S. A. Tretyakov, and A. J. Viitanen, *Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-isotropic Media*, Artech House Publishers, Boston (1994).
2. J. B. Pendry, *Science* **306**, 1353 (2004).
3. B. Wang, J. Zhou, T. Koschny, and C. M. Soukoulis, *Appl. Phys. Lett.* **94**, 151112 (2009).
4. E. Plum, J. Zhou, J. Dong et al., *Phys. Rev. B* **79**, 035407 (2009).
5. J. K. Gansel, M. Thiel, M. S. Rill et al., *Science* **325**, 1513 (2009).
6. J. B. Pendry, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 3966 (2000).
7. V. Klimov, S. Sun, and G.-Y. Guo, *Opt. Expr.* **20**, 13071 (2012).
8. A. Sommerfeld, *Ann. Phys.* **28**, 665 (1909).
9. W. C. Chew, *Waves and Fields in Inhomogeneous Media*, IEEE Press, New York (1995).
10. K. Li, *Electromagnetic Fields in Stratified Media*, Zhejiang University Press, Hangzhou (2009).
11. V. Klimov, J. Baudon, and M. Ducloy, *Europhys. Lett.* **94**, 20006 (2011).
12. V. Klimov, *Присьма в ЖЭТФ* **89**, 270 (2009).
13. А. Б. Петрин, *Письма в ЖЭТФ* **87**, 550 (2008).
14. X.-Q. Zhu, W.-Y. Pan, and B.-R. Guan, *Progr. Electromagn. Res.* **6**, 123 (2009).
15. Y. Ra'di, S. Nikmehr, and S. Hosseinzadeh, *Progr. Electromagn. Res.* **116**, 107 (2011).
16. S. M. Ali, T. M. Habashy, and J. A. Kong, *J. Opt. Soc. Amer. A* **9**, 413 (1992).
17. W. Ren, *J. Appl. Phys.* **75**, 30 (1994).
18. C.-W. Qiu, H.-Y. Yao, L.-W. Li et al., *J. Phys. A: Math. Theor.* **40**, 5751 (2007).
19. R. R. Chance, A. Prock, and A. Silbey, *Adv. Chem. Phys.* **37**, 1 (1978).
20. G. W. Ford and W. H. Weber, *Phys. Rep.* **113**, 195 (1984).
21. J. M. Wylie and J. E. Sipe, *Phys. Rev. A* **30**, 1185 (1984).
22. R. Ruppin and O. J. F. Martin, *J. Chem. Phys.* **121**, 11358 (2004).
23. J.-P. Xu, Y.-P. Yang, Q. Lin, and S.-Y. Zhu, *Phys. Rev. A* **79**, 043812 (2009).
24. P. Yao, C. Van Vlack, M. Reza et al., *Phys. Rev. B* **80**, 195106 (2009).
25. V. V. Klimov, D. V. Guzatov, and M. Ducloy, *Europhys. Lett.* **97**, 47004 (2012).
26. А. А. Голубков, В. А. Макаров, *УФН* **165**, 339 (1995).
27. А. А. Голубков, В. А. Макаров, *Изв. РАН, сер. физическая* **59**(12), 93 (1995).
28. P. Drude, *Lehrbuch der Optik*, Verlag von S. Hirzel, Leipzig (1906).
29. M. Born, *Optik*, Springer, Berlin (1972).
30. Б. В. Бокуть, А. Н. Сердюков, Ф. И. Федоров, *Кристаллография* **15**, 1002 (1970).
31. C. F. Bohren, *Chem. Phys. Lett.* **29**, 458 (1974).
32. C. F. Bohren and D. R. Huffman, *Absorption and Scattering of Light by Small Particles*, John Wiley-Interscience, New York (1983).
33. A. Alu and N. Engheta, *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.* **52**, 199 (2004).
34. J. M. Pitarke, V. M. Silkin, E. V. Chulkov, and P. M. Echenique, *Rep. Prog. Phys.* **70**, 1 (2007).
35. В. В. Климов, *Наноплазмоника*, Физматлит, Москва (2009).
36. Л. А. Вайнштейн, *Электромагнитные волны, Радио и связь*, Москва (1989).
37. W. Lukosz and R. E. Kunz, *J. Opt. Soc. Amer.* **67**, 1607 (1977).
38. D. R. Smith, W. J. Padilla, D. C. Vier, S. C. Nemat-Nasser, and S. Schultz, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 4184 (2000).
39. J. B. Pendry, A. J. Holden, D. J. Robbins, and W. J. Stewart, *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.* **47**, 2075 (1999).
40. *Handbook of Mathematical Functions*, ed. by M. Abramowitz, I. A. Stegun, Dover, New York (1965).
41. J. A. Stratton, *Electromagnetic Theory*, McGraw-Hill, New York (1941).
42. А. П. Виноградов, *Электродинамика композитных материалов*, УРСС, Москва (2001).