СОИЗМЕРИМОЕ И НЕСОИЗМЕРИМОЕ СОСТОЯНИЯ ВОЛНЫ СПИНОВОЙ ПЛОТНОСТИ В КВАЗИДВУМЕРНОЙ СИСТЕМЕ С АНИЗОТРОПНЫМ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИМ СПЕКТРОМ ВО ВНЕШНЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ ПРОИЗВОЛЬНОГО НАПРАВЛЕНИЯ ОТНОСИТЕЛЬНО НАМАГНИЧЕННОСТИ

М. Е. Палистрант^{*}, В. А. Урсу

Институт прикладной физики академии наук Молдовы 2028, Кишинев, Молдова

Поступила в редакцию 18 октября 2012 г.

Построена теория термодинамических свойств состояния волны спиновой плотности в квазидвумерной системе (с заданной концентрацией примеси x). Выбран анизотропный закон дисперсии энергии электронов, внешнее же магнитное поле H имеет произвольное направление относительно магнитного момента \mathbf{M}_Q . Приведена система уравнений, определяющая параметры порядка M_Q^z , M_Q^σ , M_z , M^σ , и выполнено преобразование этой системы при учете процессов переброса. Детально рассмотрены частные случаи H $\parallel \mathbf{M}_Q$ и H $\perp \mathbf{M}_Q$ ($H_z H^\sigma = 0$), а также случаи малых магнитных полей H произвольного направления. Анализируется условие перехода системы в соизмеримое и несоизмеримое состояния волны спиновой плотности. Вычислена зависимость температуры магнитного перехода T_M и определены компоненты параметра порядка несоизмеримой фазы. Построена фазовая диаграмма (T, \tilde{x}). Исследовано влияние магнитного поля на температуру магнитного перехода T_M в случаях $H_z H^\sigma = 0$, а также вычислена продольная магнитная восприимчивость χ_{\parallel} , которая демонстрирует при $x < x_c$ температурное поведение, соответствующее наличию щели в системе, а при $x > x_c$ в температурной зависимости магнитной восприимчивости от критической концентрации примеси $x \sim x_c$ в температурной зависимости магнитной восприимчивости возникает локальный максимум. Проанализировано также влияние анизотропии электронного энергетического спектра на изученные в работе физические величины.

DOI: 10.7868/S0044451013040137

1. ВВЕДЕНИЕ

Начиная с 2008 г., опубликовано большое количество работ, посвященных открытию и изучению свойств новых высокотемпературных материалов, в основе которых лежит FeAs. Началом этих исследований явилась работа [1], последующие разработки привели к открытию соединений с температурой сверхпроводящего перехода $T_c \approx 55$ K [2].

Характерной особенностью этих материалов является многозонность. Уровень Ферми пересекает пять зон, сформированных *d*-состояниями Fe. Каждая из них образует электронный или дырочный карманы: возникают два электронных кармана в углах зоны Бриллюэна и три дырочных вблизи точки Г (детально см. обзорные работы [3-6]).

Отметим, что теория многозонных сверхпроводников была построена задолго до открытия высокотемпературной сверхпроводимости. Следовательно, результаты, полученные на ее основе, были известны (см., например, [7–9]). Более детально история развития теории многозонной сверхпроводимости приведена, например, в работах [10, 11].

Естественно, что для каждого конкретного случая эта теория претерпевает некоторые изменения в деталях в соответствии с рассматриваемым объектом. Можно вспомнить бурное развитие двухзонной теории сверхпроводимости применительно к интерметаллическому соединению MgB₂ (несмотря на наличие серьезных разработок в теории двухзонной сверхпроводимости, как указано выше). Работ, касающихся свойств соединения MgB₂, очень мно-

^{*}E-mail: mepalistrant@yandex.com

го. Интересно отметить при этом, что анизотропная двухзонная модель неплохо описывает многочисленные аномалии поведения сверхпроводящих характеристик этого соединения. В качестве примера приведем наши работы, определяющие на основе двухзонной модели термодинамические и магнитные свойства соединения MgB₂ при замещении Mg и B другими элементами периодической таблицы [12,13]. Полученные в этих работах результаты согласуются с экспериментальными данными.

В настоящее время выбираются различные подходы для описания сверхпроводимости и магнетизма нового класса соединений, полученных на основе FeAs, исходя из зонной структуры каждого соединения, возможности нарушения условия «нестинга», деформации поверхности Ферми и других механизмов [14-21]. На наш взгляд, интерес представляет изучение свойств материалов на основе FeAs без учета возможности возникновения сверхпроводимости с целью выяснения магнитных свойств и фазовых магнитных переходов. Как известно, в купратных соединениях сверхпроводимости предшествует моттовский фазовый переход металл-диэлектрик, вызываемый сильными электронными корреляциями. В новых же высокотемпературных материалах, основанных на железе, имеется много различных антиферромагнитных основных состояний [22, 23]. Эти материалы разделяются на два больших класса: ферропниктиды и феррохалькогениды.

В работе [23] предложена эффективная модель магнетизма в этих соединениях. В основу этой модели положено обменное взаимодействие локализованных моментов. Такой подход позволяет описать магнитные фазовые переходы и изменения магнитных свойств системы. Наряду с этим в новых материалах присутствует также магнитное состояние, связанное с волной спиновой плотности (ВСП), благодаря наличию нестинга на поверхности Ферми и перестройке электронного энергетического спектра.

Таким образом, теоретически магнетизм в этих системах можно объяснить либо локальными магнитными моментами (локальные спины взаимодействуют друг с другом), либо возникновением состояния ВСП.

В настоящее время нет четкого представления о взаимодействии локальных обменных моментов с ВСП и роли этого взаимодействия в возникновении сверхпроводящего состояния. Это обстоятельство позволяет рассматривать по отдельности каждый из упомянутых выше механизмов при исследовании магнитных свойств систем, основанных на FeAs. Интересной особенностью некоторых новых материалов является возможность фазового перехода в соизмеримое, либо несоизмеримое состояние ВСП. В случае перехода в несоизмеримое состояние, что наблюдается во многих соединениях на основе Fe (см., например, [22–27]), возникают интересные особенности в поведении физических величин, как функций от температуры и примеси. В частности, возможны возникновение бесщелевого состояния и проявление металлических свойств.

Как известно, высокотемпературные соединения имеют слоистую структуру, и это обстоятельство позволяет рассматривать их как сильно анизотропные и, в частности, квазидвумерные системы.

В данной работе мы исследуем свойства квазидвумерной системы с анизотропным энергетическим спектром. Предполагается наличие магнитного поля **H** произвольного направления относительно параметра намагниченности \mathbf{M}_Q , что позволяет исследовать угловую зависимость магнитной восприимчивости при различных значениях концентрации примеси (x). В основу модели положен гамильтониан Хаббарда в приближении среднего поля, учет условия нестинга на поверхности Ферми, способствующего возникновению магнетизма благодаря волне спиновой плотности, и учет процессов переброса.

Работа представлена следующим образом.

В разд. 2 представлен гамильтониан Хаббарда в приближении среднего поля для квазидвумерной анизотропной системы в магнитном поле, а также выведена система уравнений для функций Грина, описывающих данную систему. В разд. 3 приведена система уравнений для параметров порядка M_Q^z , M^z , M_Q^σ , M^σ при учете нормальных процессов. В разд. 4 выполняется переход от суммирования по \mathbf{k} к интегрированию по энергии на основании методики, позволяющей учитывать процессы переброса. При этом введена плотность электронных состояний для рассматриваемых анизотропных квазидвумерных систем, содержащая логарифмические особенности.

В разд. 5 уделяется внимание частным случаям: **H** \parallel **M**_Q и **H** \perp **M**_Q, а также случаю малых значений магнитных полей при произвольном направлении **H**. Раздел 6 посвящен определению температуры магнитного перехода T_M в продольном и поперечном магнитных полях. В нем же даны определения значения критической концентраций примеси x_c , при которой возникает переход системы в несоизмеримую фазу ВСП, и представлена фазовая диаграмма T, x. В разд. 7 работы представлены продольная χ_{\parallel} и поперечная χ_{\perp} магнитные восприим чивости как функции от температуры, а также их угловая анизотропия. Обсуждение результатов проводится в разд. 6, 7, а также в Заключении.

2. ГАМИЛЬТОНИАН СИСТЕМЫ И УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ФУНКЦИЙ ГРИНА

Представим гамильтониан квазидвумерной системы в виде

$$\mathcal{H} = \sum_{k\alpha} (\varepsilon_{\mathbf{k}} - \mu) a^{\dagger}_{\mathbf{k}\alpha} a_{\mathbf{k}\alpha} - \sum_{\mathbf{k}\alpha\beta} \mathbf{H} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{\alpha,\beta} a^{\dagger}_{\mathbf{k}\alpha} a_{\mathbf{k}\beta} + \frac{U}{N} \sum_{\mathbf{k}\mathbf{k}'\mathbf{q}} a^{\dagger}_{\mathbf{k}\uparrow} a_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\uparrow} a^{\dagger}_{\mathbf{k}'\downarrow} a_{\mathbf{k}'-\mathbf{q}\downarrow}.$$
(1)

Первый и второй члены описывают соответственно кинетическую энергию электронов и их взаимодействие с магнитным полем, $a_{\mathbf{k}\alpha'}^{\dagger}$, $a_{\mathbf{k}\alpha}$ — операторы рождения и уничтожения электрона (импульса **k** и спина α); σ_x , σ_y , σ_z — матрицы Паули. Последний член в этом выражении определяет кулоновское взаимодействие электронов с противоположными спинами.

Учитывая в сумме по **q** значения $\mathbf{q} = 0; \pm \mathbf{Q}$ и используя приближение среднего поля, представляем гамильтониан (1) в виде

$$\mathcal{H} = \sum_{\mathbf{k}\sigma} \varepsilon_{\mathbf{k}\sigma} a^{\dagger}_{\mathbf{k}\sigma} a_{\mathbf{k}\sigma} - \sum_{\mathbf{k}\sigma} \left[\sigma M^{z}_{Q} a^{\dagger}_{\mathbf{k}\sigma} a_{\mathbf{k}+\mathbf{Q}\sigma} + \text{c.c.} \right] - \sum_{\mathbf{k}\sigma} \left[M^{z}_{Q} a^{\dagger}_{\mathbf{k}-\sigma} a_{\mathbf{k}+\mathbf{Q}\sigma} + \text{c.c.} \right] - \sum_{\mathbf{k}\sigma} \tilde{H}^{\sigma} a^{\dagger}_{\mathbf{k},-\sigma} a_{\mathbf{k}\sigma}, \quad (2)$$

где

$$\sigma = \pm 1(\uparrow,\downarrow), \quad \varepsilon_{\mathbf{k}\sigma} = \varepsilon_{\mathbf{k}} - \mu - \sigma H_z,$$

$$\tilde{H}_z = H_z + M_z,$$

$$\tilde{H}^{\sigma} = H^{\sigma} + M^{\sigma}, \quad M^{\sigma} = M_x + i\sigma M_y,$$

$$M_Q^{\sigma} = M_Q^x + i\sigma M_Q^y, \quad H^{\sigma} = H_x + i\sigma H_y,$$
(3)

 μ — химический потенциал; H_x , H_y , H_z — компоненты внешнего магнитного поля.

Здесь направление магнитного поля предполагается произвольным относительно параметра намагниченности **M**_Q.

Компоненты параметра порядка \mathbf{M}_Q и спонтанной намагниченности \mathbf{M} определяются соотношениями

$$M_Q^z = \frac{1}{2}g \sum_{\mathbf{k}\sigma} \sigma \langle a_{\mathbf{k}\sigma}^{\dagger} a_{\mathbf{k}+\mathbf{Q},\sigma} \rangle =$$
$$= \frac{1}{2}gT \sum_{\mathbf{k}n\sigma} \sigma G_{\sigma\sigma}(\mathbf{k}+\mathbf{Q},\mathbf{k},\omega_n), \quad (4)$$

9 ЖЭТФ, вып. 4

$$\begin{split} M_Q^{\sigma} &= g \sum_{\mathbf{k}} \langle a_{\mathbf{k}\sigma}^{\dagger} a_{\mathbf{k}+\mathbf{Q},-\sigma} \rangle = \\ &= gT \sum_{\mathbf{k}n} G_{-\sigma\sigma}(\mathbf{k}+\mathbf{Q},\mathbf{k},\omega_n), \quad (5) \end{split}$$

$$M_{z} = M_{Q=0}^{z} = \frac{1}{2}gT \sum_{\mathbf{k}n\sigma} \sigma G_{\sigma\sigma}(\mathbf{k}, \mathbf{k}, \omega_{n}),$$

$$M^{\sigma} = M_{Q=0}^{\sigma} = gT \sum_{\mathbf{k}n} (G_{-\sigma\sigma}\mathbf{k}, \mathbf{k}, \omega_{n}),$$
(6)

где g = U/N; N — полное число решеточных состояний; $G_{\sigma\sigma'}(\mathbf{k}', \mathbf{k}, \omega_n)$ — одночастичная функция Грина в (\mathbf{k}, ω) -представлении.

На основании гамильтониана (2) и соотношений (4)-(6) получаем систему уравнений для функций Грина

$$(i\omega_{n} - \varepsilon_{\mathbf{k}\sigma})G_{\sigma\sigma'}(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \omega_{n}) + \sigma M_{\tilde{Q}}^{z}G_{\sigma\sigma'}(\mathbf{k} + \mathbf{Q}, \mathbf{k}', \omega_{n}) + + \sigma M_{\tilde{Q}}^{z}G_{\sigma\sigma'}(\mathbf{k} - \mathbf{Q}, \mathbf{k}', \omega_{n}) + M_{Q}^{-\sigma}G_{-\sigma\sigma'}(\mathbf{k} + \mathbf{Q}, \mathbf{k}', \omega_{n}) + + M_{Q}^{-\sigma}G_{-\sigma\sigma'}(\mathbf{k} - \mathbf{Q}, \mathbf{k}', \omega_{n}) + \tilde{H}^{-\sigma}G_{-\sigma\sigma'}(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \omega_{n}) = = \delta_{kk'}\delta_{\sigma\sigma'}.$$
 (7)

Если вектор $\mathbf{Q}(Q_x, Q_y)$ несоизмерим с векторами обратной решетки, то порядок полученной системы уравнений будет бесконечным. Чтобы избежать этих трудностей, мы применим здесь методику расчета, развитую в работах [28–30] для случая пайерлсовского перехода в квазиодномерной системе.

Методика состоит в рассмотрении на первом этапе нормальных процессов (без процессов переброса): спаренные электроны и дырки в этом случае должны находиться внутри элементарной ячейки, т.е. в двумерном случае должны выполняться условия

$$|k_{x}| < Q_{x}^{0}, \quad |k_{x} + Q_{x}| < Q_{x}^{0},$$

$$|k_{y}| < Q_{y}^{0}, \quad |k_{y} + Q_{y}| < Q_{y}^{0},$$

(8)

где $Q_x^0 = \pi/a, \ Q_y^0 = \pi/b; \ a$ и b — постоянные решетки.

Как следует из соотношений (8), при учете нормальных процессов суммирование по \mathbf{k} охватывает не всю элементарную ячейку.

С учетом условий (8) (нормальные процессы) для функций Грина $G_{\sigma\sigma}(\mathbf{k}, \mathbf{k}, \omega_n), G_{-\sigma\sigma}(\mathbf{k}, \mathbf{k}, \omega_n), G_{\sigma\sigma}(\mathbf{k} + \mathbf{Q}, \mathbf{k}, \omega_n)$ и $G_{-\sigma\sigma}(\mathbf{k} + \mathbf{Q}, \mathbf{k}, \omega_n)$ получаем систему уравнений

$$\begin{pmatrix} i\omega_{n} - \varepsilon_{\mathbf{k},\sigma} & \sigma M_{\tilde{Q}}^{z} & \tilde{H}^{-\sigma} & M_{Q}^{-\sigma} \\ \sigma M_{\tilde{Q}}^{z} & i\omega_{n} - \varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{Q},\sigma} & M_{Q}^{-\sigma} & \tilde{H}^{-\sigma} \\ \tilde{H}^{\sigma} & M_{Q}^{\sigma} & i\omega_{n} - \varepsilon_{\mathbf{k},-\sigma} & -\sigma M_{\tilde{Q}}^{z} \\ M_{Q}^{\sigma} & \tilde{H}^{\sigma} & -\sigma M_{\tilde{Q}}^{z} & i\omega_{n} - \varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{Q},-\sigma} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_{\sigma\sigma}(\mathbf{k},\mathbf{k},\omega_{n}) \\ G_{\sigma\sigma}(\mathbf{k},\mathbf{k},\omega_{n}) \\ G_{-\sigma\sigma}(\mathbf{k},\mathbf{k},\omega_{n}) \\ G_{-\sigma\sigma}(\mathbf{k}+\mathbf{Q},\mathbf{k},\omega_{n}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$
(9)

Чтобы избежать громоздкости в изложении вычислений, приведем решение системы уравнений (9) в Приложении А.

3. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ПАРАМЕТРА ПОРЯДКА М_Q И СПОНТАННОЙ НАМАГНИЧЕННОСТИ М

Подставляя решения системы (9) (см. Приложение A) в определения (4)–(6) и выполняя суммирование по частотам, представляем систему уравнений, определяющую компоненты параметра порядка \mathbf{M}_Q и спонтанной намагниченности \mathbf{M} , в виде

$$\begin{split} M_Q^z &= g \sum_{\mathbf{k}} M_Q^z \mathcal{J}_2 \left(\mathbf{k}, M_Q, \tilde{H} \right) + \\ &+ g \sum_{\mathbf{k}\sigma} M_Q^\sigma \tilde{H}_z \tilde{H}^{-\sigma} \mathcal{J}_1 \left(\mathbf{k}, M_Q, \tilde{H} \right), \\ M_z &= g \sum_{\mathbf{k}} \tilde{H}_z \mathcal{J}_3 \left(\mathbf{k}, M_Q, \tilde{H} \right) + \\ &+ g \sum_{\mathbf{k}\sigma} M_Q^z M_Q^\sigma \tilde{H}^{-\sigma} \mathcal{J}_1 \left(\mathbf{k}, M_Q, \tilde{H} \right), \\ M^\sigma &= g \sum_{\mathbf{k}} \tilde{H}^\sigma \mathcal{J}_4 \left(\mathbf{k}, M_Q, \tilde{H} \right) + \\ &+ g \sum_{\mathbf{k}} M_Q^\sigma \left[2M_Q^z \tilde{H}_z + \tilde{H}^{-\sigma} M_Q^\sigma \right] \times \\ &\times \mathcal{J}_1 \left(\mathbf{k}, M_Q, \tilde{H} \right), \end{split}$$
(10)
$$& M_Q^\sigma &= g \sum_{\mathbf{k}} M_Q^\sigma \mathcal{J}_5 \left(\mathbf{k}, M_Q, \tilde{H} \right) + \\ &+ g \sum_{\mathbf{k}} \tilde{H}^\sigma \left[2\tilde{H}_z M_Q^z + \sigma M_Q^z (\varepsilon_{\mathbf{k}}' - \varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{Q}}') + \\ &+ M_Q^{-\sigma} H^\sigma \right] \mathcal{J}_1 \left(\mathbf{k}, M_Q, \tilde{H} \right), \end{split}$$

где для краткости введены обозначения

$$\mathcal{J}_{1}\left(\mathbf{k}, M_{Q}, \tilde{H}\right) = \frac{1}{4\tilde{H}A_{\mathbf{k}}} \times \\
\times \sum_{\sigma'\sigma''} \sigma'\sigma'' \frac{1}{\varepsilon_{\xi_{\mathbf{k}}\sigma''}} \operatorname{th} \frac{E_{\mathbf{k}\sigma'\sigma''}}{2T}, \\
\mathcal{J}_{2}\left(\mathbf{k}, M_{Q}, \tilde{H}\right) = \frac{1}{4\tilde{H}A_{\mathbf{k}}} \times \\
\times \sum_{\sigma'\sigma''} \sigma'\sigma'' \frac{2\tilde{H}_{z}^{2} - \sigma''A_{k}\tilde{H}}{\xi_{\mathbf{k}\sigma''}} \operatorname{th} \frac{E_{\mathbf{k}\sigma'\sigma''}}{2T}, \\
\mathcal{J}_{3}\left(\mathbf{k}, M_{Q}, \tilde{H}\right) = \frac{1}{4\tilde{H}A_{\mathbf{k}}} \times \\
\times \sum_{\sigma'\sigma''} \sigma'\sigma'' \frac{\varphi\sigma'\sigma''}{\xi_{\mathbf{k}\sigma''}} \operatorname{th} \frac{E_{\mathbf{k}\sigma'\sigma''}}{2T}, \\
\mathcal{J}_{4}\left(\mathbf{k}, M_{Q}, \tilde{H}\right) = \frac{1}{4\tilde{H}A_{\mathbf{k}}} \times \\
\times \sum_{\sigma'\sigma''} \sigma'\sigma'' \frac{\psi\sigma'\sigma''}{\xi_{\mathbf{k}\sigma''}} \operatorname{th} \frac{E_{\mathbf{k}\sigma'\sigma''}}{2T}, \\
\mathcal{J}_{5}\left(\mathbf{k}, M_{Q}, \tilde{H}\right) = \frac{1}{4\tilde{H}A_{\mathbf{k}}} \times \\
\times \sum_{\sigma'\sigma''} \sigma'\sigma'' \frac{\eta\sigma'\sigma''}{\xi_{\mathbf{k}\sigma''}} \operatorname{th} \frac{E_{\mathbf{k}\sigma'\sigma''}}{2T}.$$
(11)

Здесь

$$A_{\mathbf{k}} = \left[\left(\varepsilon_{\mathbf{k}}' - \varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{Q}}' \right)^2 + 4M_Q^2 \cos^2 \psi \right]^{1/2},$$

$$E_{\mathbf{k}\sigma'\sigma''} = \frac{1}{2} \left[\varepsilon_{\mathbf{k}}' + \varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{Q}}' - \sigma' \xi_{\mathbf{k}\sigma''} \right],$$

$$\xi_{\mathbf{k}\sigma''} = \left[\left(A_{\mathbf{k}} - 2\sigma''\tilde{H} \right)^2 + 4M_Q^2 \sin^2 \psi \right]^{1/2},$$

$$\varphi_{\sigma'\sigma''} = \frac{1}{4} \left(\varepsilon_{\mathbf{k}}' - \varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{Q}}' - \sigma' \varepsilon_{\mathbf{k}\sigma''} \right)^2 - \tilde{H}^2 + \left(M_Q^z \right)^2 - |M_Q^\sigma|^2,$$

$$\psi_{\sigma'\sigma''} = \frac{1}{4} \left(\varepsilon_{\mathbf{k}}' - \varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{Q}}' - \sigma' \xi_{\mathbf{k}\sigma''} \right)^2 - \tilde{H}^2 - (M_Q^z)^2,$$

$$\eta_{\sigma'\sigma''} = \frac{1}{4} \left[\xi_{\mathbf{k}\sigma''}^2 - \left(\varepsilon_{\mathbf{k}}' - \varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{Q}}' \right)^2 \right] - -\sigma \tilde{H}_z \left(\varepsilon_{\mathbf{k}}' - \varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{Q}}' \right) - \tilde{H}_z^2 - M_Q^2,$$

$$\sigma', \sigma'' = \pm 1.$$
(12)

Если уровень Ферми смещается от середины зоны благодаря введению в систему примеси концентрации x, то необходимо учесть условия сохранения заряда [31]:

$$x = T \sum_{\mathbf{k}\sigma} \sum_{n} \left[G_{\sigma\sigma}(\mathbf{k}, \mathbf{k}, \omega_n) - G_{\sigma\sigma}^{(-)}(\mathbf{k}, \mathbf{k}, \omega_n) \right].$$
(13)

В нашем случае $G_{\sigma\sigma}(\mathbf{k}, \mathbf{k}, \omega_n)$ определяется формулой (A.1), а $G_{\sigma\sigma}^{(-)}(\mathbf{k}, \mathbf{k}, \omega_n)$ можно получить из $G_{\sigma\sigma}(\mathbf{k}, \mathbf{k}, \omega_n)$ заменой $\varepsilon_1 = \varepsilon'_{\mathbf{k}} \to -\varepsilon_1$ и $\varepsilon_2 = \varepsilon'_{\mathbf{k}+\mathbf{Q}} \to -\varepsilon_2$. Выполним в формуле (13) суммирование по мацубаровской частоте ω_n стандартным образом (см. Приложение B).

4. СУММИРОВАНИЕ ПО k. УЧЕТ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕБРОСА

Выбираем анизотропный закон дисперсии энергии электронов

$$\varepsilon(\mathbf{k}) = -W_1 \cos(k_x a) - W_2 \cos(k_y b), \qquad (14)$$

в котором учтено взаимодействие ближайших соседей. Нетрудно видеть, что при $\mu = 0$ и $x = 0, q_x =$ $= q_y = 0, Q_x^0 = \pi/a, Q_y^0 = \pi/b$ выполняется условие нестинга $\varepsilon(k) = -\varepsilon(k - Q^0)$. В этом случае возникает соизмеримое состояние ВСП и на всей поверхности Ферми появляется диэлектрическая щель. При $x \neq 0$ и $q_x, q_y \neq 0$ из условия (8) вытекают соотношения $q_x < k_x < Q_x^0, q_y < k_y < Q_y^0$. Таким образом, в случае нормальных процессов двумерное суммирование по **k** в уравнениях (10) и (13) учитывает часть зоны Бриллюэна.

Учет нормальных процессов, а также процессов переброса сводится к суммированию по **k** в уравнениях (10) и (13) в интервале $-Q_x^0 < k_x < Q_x^0$ и $-Q_y^0 < k_y < Q_y^0$. Следовательно, вся зона Бриллюэна принимает участие в электрон-дырочном спаривании. Перейдем в каждом члене уравнений (10), (13) от суммирования по **k** к интегрированию по энергии согласно формуле

$$\sum_{k} F(\mathbf{k},\dots) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-Q_0^x}^{Q_0^x} dk_x \times \\ \times \int_{-Q_0^y}^{Q_0^y} dk_y F(\varepsilon_1,\varepsilon_2,\dots), \quad (15)$$

где

$$\varepsilon_1 = \varepsilon'(\mathbf{k}) = \varepsilon_{1x} + \varepsilon_{1y} - \mu,$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon'(k+Q) = \varepsilon_{2x} + \varepsilon_{2y} - \mu,$$

$$\varepsilon_{1x} = -W_1 \cos(ak_x), \quad \varepsilon_{1y} = -W_2 \cos(bk_y),$$

 $\varepsilon_{2x} = W_1 \cos\left[a(k_x + q_x)\right], \quad \varepsilon_{2y} = W_2 \cos\left[b(k_y + q_y)\right].$

Следуя методике, развитой в работах [8, 30, 32], выражение (15) приводим к виду

$$\sum_{k} F(\mathbf{k}, \dots) = \frac{1}{4} \int_{-\bar{W}}^{\bar{W}} N(\varepsilon) d\varepsilon \times \\ \times \sum_{\alpha, \beta} F\left(\varepsilon_{1} = \varepsilon - \mu_{\beta}^{\alpha}; \varepsilon_{2} = -(\varepsilon + \mu_{\beta}^{\alpha}), \dots\right).$$
(15a)

Здесь

$$\dot{W} = W_1 + W_2, \quad \mu_{\beta}^{\alpha} = \mu + \alpha \eta_a + \beta \eta_b,
\eta_a = \frac{W_1 a q_x}{2}, \quad \eta_b = \frac{W_2 b q_y}{2}; \quad \alpha, \beta = \pm 1.$$
(16)

Таким образом, двойное интегрирование по k_x и k_y от $F(\mathbf{k},...)$ сводится к интегрированию по энергии ε в пределах $-\tilde{W} < \varepsilon \ll \tilde{W}$ от выражения $(1/4)N(\varepsilon)F(\varepsilon,...)$, где $N(\varepsilon)$ — плотность электронных состояний двумерной системы [33, 34] — определяется на основе закона дисперсии (14).

Воспользовавшись формулой (15а), нетрудно переписать двумерную систему уравнений для \mathbf{M}_Q и \mathbf{M} с учетом процессов переброса при произвольном направлении магнитного поля \mathbf{H} относительно спонтанной намагниченности \mathbf{M}_Q (см. Приложение C).

В Приложении С мы приводим довольно сложную систему уравнений (С.1)–(С.5), определяющую компоненты намагниченности M_Q^z , M_Q^σ , M_z , M^σ для квазидвумерной системы с отклонением от серединного заполнения энергетической зоны ($\mu(x) \neq 0$) при произвольном направлении магнитного поля.

Решить эту систему уравнений можно только численными методами. Для упрощения задачи и получения прозрачных результатов, позволяющих судить о поведении физических характеристик системы, ниже мы рассмотрим ряд частных случаев.

5. ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ

Рассмотрим частные случаи, когда магнитное поле произвольной величины перпендикулярно или параллельно намагниченности \mathbf{M}_Q , т.е. выполняется соотношение $\tilde{H}_z H^\sigma = 0$. При этом условии уравнение (C.2) может иметь тривиальное решение $M_Q^\sigma = 0$.

Случай а. Поперечное магнитное поле $\hat{H}_z = M_z = M_Q^{\sigma} = 0; \psi = \pi/2$. В этом пределе из формул (С.1) и (С.5) для параметра порядка M_Q^z и спонтанной намагниченности M^{σ} получаем уравнения

$$1 = -\frac{1}{4}g \sum_{\beta\alpha\sigma'\sigma''} \sigma' \int_{-\bar{W}}^{\bar{W}} N(\varepsilon) \frac{d\varepsilon}{4\xi_{\sigma''}(\varepsilon)} \times \\ \times \operatorname{th} \frac{E_{\alpha\sigma'\sigma''}^{\beta}}{2T},$$

$$M^{\sigma} = \frac{1}{4}g \sum_{\beta\alpha\sigma'\sigma''} \sigma'\sigma'' \int_{-\bar{W}}^{\bar{W}} N(\varepsilon) \times \\ \times \frac{\varepsilon - \sigma''H^{\sigma}}{\xi_{\sigma''(\varepsilon)}} \operatorname{th} \frac{E_{\alpha\sigma'\sigma''}^{\beta}}{2T} d\varepsilon,$$

$$x = 2N_0 \sum_{\alpha\beta\sigma'\sigma''} \int_{0}^{\bar{W}} \frac{N(\varepsilon)}{N_0} \times$$

$$\times \left\{ \frac{\operatorname{th} \beta(\tilde{\varphi}_{\sigma'\sigma''} - \mu_{\alpha\beta})/2}{4\tilde{\varphi}_{\sigma'\sigma''} \varepsilon \tilde{H}} \times \\ \times \left[(\varepsilon + \tilde{\varphi}_{\sigma'\sigma''}) \times \\ \times \left(\tilde{H}^2 + 2\sigma'' \tilde{H} \varepsilon \right) + (\varepsilon - \tilde{\varphi}_{\sigma'\sigma''}) \tilde{H}^2 \right] - \\ - \frac{\operatorname{th} \beta(\tilde{\varphi}_{\sigma'\sigma''} + \mu_{\alpha\beta})/2}{4\tilde{\varphi}_{\sigma'\sigma''} \varepsilon \tilde{H}} \times \\ \times \left[(-\varepsilon + \tilde{\varphi}_{\sigma'\sigma''}') \left(\tilde{H}^2 + 2\sigma'' \tilde{H} \varepsilon \right) + \\ + (-\varepsilon + \tilde{\varphi}_{\sigma'\sigma''}') \tilde{H}^2 \right] d\varepsilon,$$

где

$$\begin{split} \tilde{\varphi}_{\sigma'\sigma''} &= \sqrt{M_Q^2 + \left(\tilde{H} + \varepsilon\right)^2}, \\ \tilde{\varphi}_{\sigma'\sigma''}' &= \sqrt{M_Q^2 + \left(\tilde{H} - \varepsilon\right)^2}. \end{split}$$

Следовательно, поперечная магнитная восприимчивость χ^σ может быть представлена в виде

$$\chi^{\sigma} = \frac{1}{4}g \sum_{\beta\alpha\sigma'\sigma''} \sigma'\sigma'' \int_{-\bar{W}}^{W} N(\varepsilon) \frac{\varepsilon - \sigma''\tilde{H}^{\sigma}}{4\xi_{\sigma''}(\varepsilon)H^{\sigma}} \times \operatorname{th} \frac{E_{\alpha}^{\beta}\sigma'\sigma''}{2T} d\varepsilon. \quad (18)$$

Здесь

$$E^{\beta}_{\alpha\sigma'\sigma''} = -\mu^{\beta}_{\alpha} - \frac{1}{2}\sigma'\xi_{\sigma''}(\varepsilon),$$

$$\xi_{\sigma''}(\varepsilon) = 2\left[\left(\varepsilon - \sigma''\tilde{H}^{\sigma}\right)^{2} + (M^{z}_{Q})^{2}\right]^{1/2}.$$
 (19)

Случай b. Продольное магнитное пол
е $H^{\sigma}=M^{\sigma}=M^{\sigma}_Q=0;\;\psi=0.$ Имеем

$$A(\varepsilon) = 2 \left[\varepsilon^2 + (M_Q^z)^2 \right]^{1/2},$$

$$\xi_{\sigma''}(\varepsilon) = \left| A(\varepsilon) - 2\sigma'' \bar{H}_z \right|,$$

$$E_{\alpha\sigma'\sigma''}^{\beta} = -\mu_{\alpha}^{\beta} - \frac{1}{2}\sigma' \xi_{\sigma''}(\varepsilon).$$
(20)

Система уравнений (С.1)–(С.5) преобразуется к виду

$$\begin{split} M_{z} &= \frac{1}{2} g \sum_{\beta \alpha \sigma' \sigma''} \sigma' \sigma'' \int_{-\bar{W}}^{\bar{W}} \frac{N(\varepsilon)}{4} \times \\ &\times \operatorname{th} \frac{E_{\alpha}^{\beta} \sigma' \sigma''}{2T} d\varepsilon, \\ 1 &= -\frac{1}{4} g \sum_{\beta \alpha \sigma' \sigma''} \sigma' \int_{-\bar{W}}^{\bar{W}} \frac{N(\varepsilon)}{4A(\varepsilon)} \times \\ &\times \operatorname{th} \frac{E_{\alpha}^{\beta} \sigma' \sigma''}{2T} d\varepsilon, \\ x &= 2N_{0} \sum_{\alpha \beta \sigma' \sigma''} \int_{0}^{\bar{W}} \frac{N(\varepsilon)}{N_{0}} \times \\ &\times \left\{ \frac{\operatorname{th} \beta \left(\tilde{\varphi}_{\sigma' \sigma''} - \mu_{\alpha \beta} \right) / 2}{2 \tilde{\varphi}_{\sigma' \sigma''} \tilde{H} A_{k}} \left[\left(\varepsilon + \tilde{\varphi}_{\sigma' \sigma''} \right) \times \right. \\ &\times \left(\tilde{H}^{2} + \sigma'' \tilde{H} A_{k} - \sigma \tilde{H}_{z} \left(\varepsilon + \tilde{\varphi}_{\sigma' \sigma''} \right) \right) + \\ &+ \left(\varepsilon - \tilde{\varphi}_{\sigma' \sigma''} \right) \tilde{H}^{2} + \tilde{\psi} \right] - \frac{\operatorname{th} \beta \left(\tilde{\psi}_{\sigma' \sigma''} + \mu_{\alpha \beta} \right) / 2}{2 \tilde{\varphi}_{\sigma' \sigma''} \tilde{H} A_{k}} \\ &\times \left[\left(- \varepsilon + \tilde{\varphi}_{\sigma' \sigma''} \right) \left(\tilde{H}^{2} + \sigma'' \tilde{H} A_{k} - \sigma \tilde{H}_{z} \times \\ &\times \left(- \varepsilon + \tilde{\varphi}_{\sigma' \sigma''} \right) \right) + \left(- \varepsilon + \tilde{\varphi}_{\sigma' \sigma''} \right) \tilde{H}^{2} + \tilde{\psi} \right] \right\} d\varepsilon, \end{split}$$

где

$$\begin{split} \tilde{\varphi}_{\sigma'\sigma''} &= 2\sqrt{\tilde{H}^2 + M_Q^2 + \tilde{H}A_k + \varepsilon^2}, \\ \tilde{\varphi}'_{\sigma'\sigma''} &= 2\sqrt{\tilde{H}^2 + M_Q^2 - \tilde{H}A_k + \varepsilon^2}, \\ \tilde{\psi} &= \sigma \tilde{H}_z \left(\tilde{H}_z^2 - M_Q^{z^2}\right), \quad A_k = \left[\varepsilon^2 + M_Q^2\right]^{1/2} \end{split}$$

Наряду со случаями *a* и *b*, налагающими условия на направление магнитного поля, оказывается возможным рассмотреть также случай малого магнитного поля при произвольном его направлении.

Выбрав тривиальное решение уравнения (С.2) $M_Q^{\sigma} = 0$ и выполнив разложение с точностью до линейных по \tilde{H} членов (для случая малого поля), представим систему уравнений (С.1)–(С.5) в виде

$$\begin{split} M_{z} &= \frac{1}{4}g \sum_{\beta \alpha \sigma'} \int_{0}^{W} \tilde{H}_{z} N(\varepsilon) \frac{d\varepsilon}{T} \operatorname{ch}^{2} \frac{E_{\alpha \sigma'}^{0\beta}}{2T}, \\ 1 &= -\frac{1}{4}g \sum_{\beta \alpha \sigma'} \int_{0}^{\tilde{W}} \tilde{H}_{z} N(\varepsilon) \frac{d\varepsilon}{\xi_{0}} \operatorname{th} \frac{E_{\alpha \sigma'}^{0\beta}}{2T}, \\ M^{\sigma} &= \frac{g}{4} \sum_{\alpha \beta \sigma'} (-\sigma') \tilde{H}^{\sigma} \int_{-\bar{W}}^{\tilde{W}} \frac{N(\varepsilon) d\varepsilon}{2} \times \\ &\times \left\{ \left[\frac{M_{Q}^{2}}{\xi_{0}} \right]^{2} \frac{\operatorname{th}(E_{\alpha \beta \sigma'}^{0}/2T)}{\xi_{0}} + \frac{1}{8} \times \right. \\ &\times \left[1 - \frac{4(M_{Q}^{2})^{2}}{\xi_{0}^{2}} \right] \frac{1}{T \operatorname{ch}^{2}(E_{\alpha \sigma'}^{0\beta}/2T)} \right\}, \end{split}$$
(22)
$$\begin{aligned} x &= 2N_{0} \sum_{\alpha \beta \sigma' \sigma''} \int_{0}^{\tilde{W}} \frac{N(\varepsilon)}{N_{0}} \times \\ &\times \left\{ \frac{\operatorname{th} \beta \left(\tilde{\varphi}_{\sigma' \sigma''} - \mu_{\alpha \beta} \right) / 2}{2 \tilde{\varphi}_{\sigma' \sigma''} \tilde{H} A_{k}} \times \left(\varepsilon + \tilde{\varphi}_{\sigma' \sigma''} \right) \left(\sigma'' \tilde{H} A_{k} - \sigma \tilde{H}_{z} \left(\varepsilon + \tilde{\varphi}_{\sigma' \sigma''} \right) \right) - \\ &- \frac{\operatorname{th} \beta \left(\tilde{\varphi}_{\sigma' \sigma''} + \mu_{\alpha \beta} \right) / 2}{2 \tilde{\varphi}_{\sigma' \sigma''} \tilde{H} A_{k}} \left(- \varepsilon + \tilde{\varphi}_{\sigma' \sigma''}' \right) \right\} d\varepsilon, \end{split}$$

где

$$\xi_{0} = 2 \left[\varepsilon^{2} + (M_{Q}^{z})^{2} \right]^{1/2}, \quad E_{\alpha\sigma'}^{0\beta} = -\mu_{\alpha}^{\beta} - \frac{1}{2}\sigma'\xi_{0},$$

$$A_{k} = 2 \left[\xi^{2} + M_{Q}^{2}\cos^{2}\psi \right]^{1/2}.$$
(23)

На основании формулы (22) для продольной χ_z и поперечной χ^{σ} магнитных восприимчивостей получаем выражения

$$\chi_z =$$

$$= \left\{ 1 - \frac{1}{4} g \sum_{\beta \alpha \sigma'} \int_{0}^{\bar{W}} \frac{N(\varepsilon) d\varepsilon}{2T \operatorname{ch}^{2} E^{0\beta}_{\alpha \sigma'}/2T} \right\}^{-1} - 1, \quad (24)$$

$$\chi^{\sigma} = \left\{ 1 + g \sum_{\beta \alpha \sigma'} \sigma' \int_{0}^{\bar{W}} \frac{N(\varepsilon)}{2} d\varepsilon \left\{ \frac{(M_{\bar{Q}}^{z})^{2}}{\xi_{0}^{2}} \operatorname{th} \frac{E_{\alpha \sigma'}^{0\beta}}{2T} + \left[\frac{1}{8} - \frac{(M_{\bar{Q}}^{z})^{2}}{2\xi_{0}^{2}} \right] \frac{1}{T \operatorname{ch}^{2}(E_{\alpha \sigma'}^{0\beta}/2T)} \right\}^{-1} - 1. \quad (25)$$

6. КРИТИЧЕСКАЯ ТЕМПЕРАТУРА ПЕРЕХОДА В СОСТОЯНИЕ ВСП. ФАЗОВАЯ ДИАГРАММА

Удобно систему уравнений (C.1)–(C.4), определяющую компоненты намагниченностей \mathbf{M}_Q и \mathbf{M} , привести к более простому виду. С этой целью подставим выражения (C.6) в (C.1)–(C.4) и воспользуемся определениями (3). После несложных алгебраических операций имеем

$$\mathbf{M}_{Q} = \frac{1}{4}g \sum_{\beta\alpha\sigma'\sigma''} \sigma'\sigma'' \int_{0}^{\tilde{W}} \frac{N(\varepsilon) \left(2\tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{M}_{Q} \cdot \tilde{\mathbf{H}}) - \sigma''A(\varepsilon)\tilde{H}\mathbf{M}_{Q}\right)}{2\xi_{\sigma''}(\varepsilon)A(\varepsilon)\tilde{H}} \operatorname{th} \frac{E_{\alpha\sigma'\sigma''}^{\beta}}{2T} d\varepsilon,$$

$$\mathbf{M} = \frac{1}{4}g \sum_{\beta\alpha\sigma'\sigma''} \sigma'\sigma'' \int_{0}^{\tilde{W}} \frac{N(\varepsilon) \left(2\mathbf{M}_{Q}(\mathbf{M}_{Q} \cdot \tilde{\mathbf{H}}) + \left(2\varepsilon^{2} - \sigma''A(\varepsilon)\tilde{H}\right)\tilde{\mathbf{H}}\right)}{2\xi_{\sigma''}(\varepsilon)A(\varepsilon)\tilde{H}} \operatorname{th} \frac{E_{\alpha\sigma'\sigma''}^{\beta}}{2T} d\varepsilon.$$

$$(26)$$

Умножая первое из этих уравнений на \mathbf{M}_Q , а второе на $\tilde{\mathbf{H}}$ и учитывая, что $\mathbf{M} \parallel \tilde{\mathbf{H}}$, получаем

$$1 = \frac{1}{4}g \sum_{\beta\alpha\sigma'\sigma''} \sigma'\sigma'' \int_{0}^{\bar{W}} \frac{N(\varepsilon) \left(2\tilde{H}\cos^{2}\psi - \sigma''A(\varepsilon)\right)}{2\xi_{\sigma''}(\varepsilon)A(\varepsilon)} \operatorname{th} \frac{E_{\alpha\sigma'\sigma''}^{\beta}}{2T} d\varepsilon,$$

$$M = \frac{1}{8}g \sum_{\beta\alpha\sigma'\sigma''} \sigma'\sigma'' \int_{0}^{\bar{W}} \frac{N(\varepsilon) \left(A(\varepsilon) - 2\sigma''\tilde{H}\right)}{2\xi_{\sigma''}(\varepsilon)} \operatorname{th} \frac{E_{\alpha\sigma'\sigma''}^{\beta}}{2T} d\varepsilon.$$
(27)

Эти уравнения следует дополнить уравнением (В.7), (см. Приложение В).

Для значения магнитных полей, при которых переход в состояние ВСП является фазовым переходом второго рода, полагая в формуле (27) $M_Q = 0$, получаем систему уравнений для определения температуры перехода в магнитное состояние T_M и намагниченности M^0 в критической точке $(T = T_M)$:

$$1 = \frac{1}{8}g \sum_{\beta\alpha\sigma'\sigma''} \sigma' \int_{0}^{W} N(\varepsilon) \frac{\varepsilon - \sigma''\tilde{H}\cos^{2}\psi}{2|\varepsilon - \sigma''\tilde{H}|\varepsilon} \times \operatorname{th} \frac{E_{\beta\sigma'}^{0\alpha}}{2T_{M}} d\varepsilon, \quad (28)$$

$$M^{0} = \frac{1}{8}g \sum_{\beta\alpha\sigma'\sigma''} \sigma'\sigma'' \int_{0}^{W} \frac{N(\varepsilon)}{2} \operatorname{sign}\left(\sigma''\tilde{H} - \varepsilon\right) \times \operatorname{th}\frac{E_{\beta\sigma'}^{0\alpha}}{2T_{M}} d\varepsilon = gN_{0}\tilde{H}, \quad (29)$$

где

$$E^{\theta\alpha}_{\beta\sigma'\sigma''} = \mu + \alpha\eta_a + \beta\eta_b + \sigma'|\varepsilon - \sigma''\tilde{H}|.$$
(30)

При данном $\hat{\mathbf{H}}$ и *x* определим параметры η_a и η_b из условия максимальности температуры магнитного перехода T_M : $dT_M/d\eta_a = 0$ и $dT_M/d\eta_b = 0$. Для этой цели представим уравнение (28) в виде

$$\frac{1}{N_0 g} = \frac{1}{8} \sum_{\beta \alpha \sigma' \sigma''} \sigma' \times \\ \times \int_{0}^{\bar{W}} \frac{N(\varepsilon)}{N_0} \left[\frac{\varepsilon - \sigma'' \tilde{H} \cos^2 \psi}{|\varepsilon - \sigma'' \tilde{H}|\varepsilon} \operatorname{th} \frac{E_{\beta \sigma'}^{0\alpha}}{2T_M} \right] d\varepsilon \quad (31)$$

и дополним его уравнением, определяющим химический потенциал:

$$x = 2N_0 \sum_{\alpha\beta\sigma'\sigma''} \int_0^W \frac{N(\varepsilon)}{N_0} \left\{ \frac{\operatorname{th}\beta\left(\tilde{\varphi}_{\sigma'\sigma''} - \mu_{\alpha\beta}\right)/2}{2\tilde{\varphi}_{\sigma'\sigma''}\tilde{H}A_k} \times \left[\left(\varepsilon + \tilde{\varphi}_{\sigma'\sigma''}\right) \left(\sigma''\tilde{H}A_k - \sigma\tilde{H}_z\left(\varepsilon + \tilde{\varphi}_{\sigma'\sigma''}\right)\right) + \tilde{\psi} \right] - \frac{\operatorname{th}\beta\left(\tilde{\varphi}_{\sigma'\sigma''}' + \mu_{\alpha\beta}\right)/2}{2\tilde{\varphi}_{\sigma'\sigma''}'\tilde{H}A_k} \left[\left(-\varepsilon + \tilde{\varphi}_{\sigma'\sigma''}'\right) \times \left(\sigma''\tilde{H}A_k - \sigma\tilde{H}_z\left(-\varepsilon + \tilde{\varphi}_{\sigma'\sigma''}'\right)\right) + \tilde{\psi} \right] d\varepsilon, \quad (32)$$

где

$$\tilde{\varphi}_{\sigma'\sigma''} = 2\sqrt{M_Q^2 + \tilde{H}A_k + \varepsilon^2},$$

$$\begin{split} \tilde{\varphi}'_{\sigma'\sigma''} &= 2\sqrt{M_Q^2 - \tilde{H}A_k + \varepsilon^2}, \\ \tilde{\psi} &= \sigma \tilde{H}_z M_q^{z^2} + \sigma \tilde{H}_z |M_Q^\sigma|^2 - \sigma M_Q^z \sum_{\sigma' = \sigma, -\sigma} M_Q^{\sigma'} \tilde{H}^{-\sigma'}, \end{split}$$

а также еще двумя уравнениями, вводимыми для определения η_a и η_b из условия $dT_M/d\eta_a = 0$ и $dT_M/d\eta_b = 0$.

Одному из них соответствует

$$\sum_{\beta\alpha\sigma'\sigma''} \alpha\sigma' \int_{0}^{\bar{W}} N(\varepsilon)\alpha \frac{\varepsilon - \sigma''\tilde{H}\cos^{2}\psi}{2|\varepsilon - \sigma''\tilde{H}|\varepsilon} \times \operatorname{ch}^{-2} \frac{E^{0\alpha}_{\beta\sigma'\sigma''}}{2T_{M}} = 0, \quad (33)$$

второе получаем из формулы (33) заменой $\alpha \to \beta$.

Анализ системы уравнений (31)–(33) позволяет сделать вывод, что в случае продольного ($\psi = 0$) магнитного поля величина T_M существенно подавляется, а в поперечном поле ($\psi = \pi/2$) слабо влияет на температуру магнитного перехода T_M .

В дальнейшем выполним численными методами решения уравнений, приведенных в данном разделе.

Система уравнения (31)–(33) при H = 0 имеет вид

$$\frac{1}{N_0 g} = \frac{1}{2} \sum_{\alpha \beta} \int_0^{\bar{W}} \frac{N(\varepsilon)}{N_0} \times \\
\times \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} \left\{ \operatorname{th} \frac{(\varepsilon + \mu_{\beta}^{\alpha})}{2T_M} + \operatorname{th} \frac{(\varepsilon - \mu_{\alpha\beta})}{2T_M} \right\}, \quad (34)$$

$$x = 2N_0 \sum_{\alpha\beta} \int_0^{\tilde{W}} \frac{N(\varepsilon)}{N_0} \times \left\{ \operatorname{th} \frac{(\varepsilon + \mu_{\beta}^{\alpha})}{2T_M} - \operatorname{th} \frac{(\varepsilon - \mu_{\beta}^{\alpha})}{2T_M} \right\}, \quad (35)$$

$$\sum_{\alpha\beta} \alpha \int_{0}^{\bar{W}} \frac{N(\varepsilon)}{N_{0}} d\varepsilon \times \left\{ \frac{1}{\operatorname{ch}^{2} \frac{(\varepsilon + \mu_{\alpha\beta})}{2T_{M}}} - \frac{1}{\operatorname{ch}^{2} \frac{(\varepsilon - \mu_{\alpha\beta})}{2T_{M}}} \right\} = 0. \quad (36)$$

К системе уравнений (34)–(36) следует добавить еще одно уравнение, которое получается заменой $\alpha \to \beta$ в формуле (36).

Вычислим плотность электронных состояний $N(\varepsilon)$ для рассматриваемой двумерной системы, определяемой соотношением

$$N(\varepsilon) = \sum_{k_x k_y} \delta\left(\varepsilon - \varepsilon(\mathbf{k})\right), \qquad (37)$$

где $\varepsilon(\mathbf{k})$ определяется формулой (14). Выполнив в формуле (37) двойное интегрирование — по k_x и k_y — и используя определение (14), приведем плотность электронных состояний к виду [33, 34]

$$\frac{N(\varepsilon)}{N_0} = \frac{\theta\left((1+\eta)^2 - \lambda^2\right)}{\sqrt{\eta}} \left\{ \theta\left(\lambda^2 - (\eta-1)^2\right) K(k) + \frac{\theta\left((\eta-1)^2 - \lambda^2\right)}{k} K\left(\frac{1}{k}\right) \right\}, \quad (38)$$

где

$$k = \frac{\sqrt{(1+\eta)^2 - \lambda^2}}{\left(2\sqrt{\eta}\right)}, \quad \lambda = \frac{\varepsilon}{W_1}, \quad \eta = \frac{W_2}{W_1}, \quad (39)$$

 $K(k) = F(\pi/2, k)$ — полный эллиптический интеграл первого рода.

При $W_1 = W_2 = W$, a = b мы получаем следующее выражение для двумерной изотропной системы:

$$N(\varepsilon) = \frac{1}{n^2 a W} K(k).$$
(40)

Интересно отметить, что полный эллиптический интеграл представляется в виде ряда [35]. Однако оценки показывают, что при выполнении численных расчетов достаточно ограничиться учетом логарифмической особенности, воспользовавшись соотношением

$$K(k) \approx \ln \frac{4}{\sqrt{1-k^2}} \,. \tag{41}$$

Далее представим численные решения ряда приведенных выше уравнений при H = 0 и $\tilde{H}H^{\sigma} = 0$.

Для определения температуры магнитного перехода T_M при $\tilde{H} = 0$ решаем систему уравнений (34)–(36) с использованием плотности электронных состояний (38), (41). Удобно начать рассмотрение этой системы уравнений зависящей от \tilde{x} , полагая $\eta_a = \eta_b = 0$. В этом упрощенном случае получаем, что отношение T_M/T_{M_0} убывает с ростом \tilde{x} вплоть до критической точки (T_M , x_c), обозначенной крестиком на рис. 1. Вблизи этой точки возникает решение, отвечающее неустойчивости состояния ВСП.

Решение системы уравнений (34)-(36) без упрощений, указанных выше, в точке \tilde{x}_c выдают значения параметров $\eta_a \neq 0$ и $\eta_b \neq 0$, связанные с нарушением «нестинга» и смещением поверхности Ферми



Рис.1. Фазовая диаграмма (T, \tilde{x}) . СВСП — соизмеримое, а НВСП — несоизмеримое состояние волны спиновой плотности; a — случай изотропного энергетического спектра $(W_2/W_1 = 1)$, δ — случай анизотропного энергетического спектра $(W_2/W_1 = 1.3)$. В точке ветвления $(\times) T_M/T_{M_0} =$ $= 0.49 (a), T_M/T_{M_0} = 0.52 (\delta)$

 $(q_x, q_y \neq 0)$. Следует отметить, что свободная энергия рассматриваемой системы как функция от температуры имеет два минимума. Один из них исчезает при $\eta_a = W_1 a q_x/2 = 0$ и $\eta_b = W_2 b q_y/2 = 0$. Отличие от нуля этих параметров понижает энергию системы и стабилизирует магнитное состояние путем перехода соизмеримого состояния ВСП в несоизмеримое, превращая решения для величины T_M/T_{M_0} в стабильное состояние, определяющееся несоизмеримой фазой ВСП (штриховая кривая на рис. 1). Таким образом, на рис. 1 сплошная кривая демонстрирует зависимость T_M/T_{M_0} от \tilde{x} при фазовом переходе в соизмеримое состояние ВСП, а штриховая — в несоизмеримое.

Чтобы построить фазовую диаграмму (T, \tilde{x}) , следует изучить поведение состояния ВСП при $T < T_M$.

С этой целью исследуем уравнение (27) при $M_Q \neq 0$ совместно с двумя дополнительными уравнениями:



Рис.2. Зависимость параметра η_a (16) от температуры (кривые 1-4 — изотропный случай и кривые 1'-4' — анизотропный случай) соответственно при $\tilde{x} = 1, 2, 4, 5$

$$\frac{\delta}{\delta\eta_a} \left[F(M) - F(0) \right] = \sum_{\alpha\beta j} j\alpha \int_0^{\bar{W}} N(\varepsilon) \, d\varepsilon \times \\ \times \left[\operatorname{th} \frac{\beta}{2} \left(\sqrt{\varepsilon^2 + M^2} + j\mu_{\alpha\beta} \right) - \right. \\ \left. - \operatorname{th} \frac{\beta}{2} (\varepsilon + j\mu_{\alpha\beta}) \right] = 0, \tag{42}$$
$$\frac{\delta}{\delta\eta_b} \left[F(M) - F(0) \right] = \sum_{\alpha\beta j} j\beta \int_0^{\bar{W}} N(\varepsilon) \, d\varepsilon \times \\ \times \left[\operatorname{th} \frac{\beta}{2} \left(\sqrt{\varepsilon^2 + M^2} + j\mu_{\alpha\beta} \right) - \right. \\ \left. - \operatorname{th} \frac{\beta}{2} (\varepsilon + j\mu_{\alpha\beta}) \right] = 0$$

(см. [33], где F(M) - F(0) — разность свободных энергий).

На рис. 1 представлена фазовая диаграмма (T, \tilde{x}) как результат анализа решений этих уравнений: определение зависимостей параметра η_a от температуры (рис. 2), а также от концентраций примеси (рис. 3).

Перенос этих решений для η_a , а также аналогичных для η_b на диаграмму (рис. 1) позволяет отделить область соизмеримого ($\eta_a = \eta_b \neq 0$) и несоизмеримого состояний волны спиновой плотности.



Рис. 3. Зависимость η_a/T_{M_0} от \tilde{x} при $T/T_{M_0} = 0.1$ (кривая 1), 0.2 (2), 0.4 (3)

Прерывистая кривая на фазовой диаграмме (рис. 1) отделяет несоизмеримое состояние ВСП (в области низких температур) от соизмеримого (в области высоких температур). Сравнение двух диаграмм на рис. 1 демонстрирует влияние анизотропии энергетического спектра на фазовую диаграмму (T, \tilde{x}) . Видно, что анизотропия энергетического спектра увеличивает область НВСП (сдвигает прерывистую кривую в область более высоких температур).

На рис. 4 приведены зависимости M_Q/M_0 как функции от T/T_{M_0} с ростом \tilde{x} . Как следует из этого рисунка, величина M_Q убывает как с ростом \tilde{x} , так и с ростом T.

На рис. 5 показаны рост параметров η_a , η_b при увеличении концентрации примеси и их зависимость от анизотропии энергетического спектра: в изотропном случае $\eta_a = \eta_b$ и в анизотропном $\eta_a \neq \eta_b$.

Вернемся к фазовой диаграмме $(1 a \ u \ 1 6)$ и попытаемся определить влияние на нее магнитного поля. Выше в данном параграфе было получено на основе системы уравнений (31)–(33), что в случае продольного магнитного поля $\mathbf{H} \parallel \mathbf{M}_Q$ ($\psi = 0$) величина T_M существенно подавляется магнитным полем, а в поперечном поле ($\psi = \pi/2$) магнитное поле слабо влияет на температуру магнитного перехода T_M . Этот результат изменит фазовую диаграмму (T_M, x), в случае $\mathbf{H} \parallel \mathbf{M}_Q$: при продольном поле происходит смещение крестика на кривой зави-



Рис. 4. Зависимость параметра порядка M/M_0 от температуры при малых магнитных полях $\tilde{H} \approx \approx 0.15 T_{M_0}$ и значениях $\tilde{x} = 0.5$ (кривая 1), 2 (2), 3 (3), 4 (4)



Рис.5. Зависимость параметров η_a и η_b (соответственно кривые 1 и 2) от \tilde{x} при $T = T_M$ для анизотропного случая ($W_2/W_1 = 1.3$); штриховая кривая — изотропный случай $\eta_a = \eta_b$

симости T_M от \tilde{x} в область низких температур, т.е. возникновение решения $\eta_a \neq 0$ и $\eta_b \neq 0$ на фазовой диаграмме опускается вниз. В результате смещается в область низких температур прерывистая кривая, определяющая границу, отделяющую состояние СВСП от НВСП. Тем самым уменьшается область НВСП в присутствии продольного магнитного поля. В случае же $\mathbf{H} \perp \mathbf{M}_Q$ фазовая диаграмма изменится незначительно. Эти результаты приведены на рис. 6a, 6.

Другой интересный вопрос — выяснение влияния вида закона дисперсии $\varepsilon(\mathbf{k})$ на фазовый переход соизмеримость-несоизмеримость. Мы рассмотрели косинусный закон дисперсии, характерный для случая учета взаимодействия ближайших соседей. В этом случае удается получить аналитическую формулу для плотности электронных состояний и выделить параметры η_a и η_b , определяемые условием нестинга при учете процессов переброса. На наш взгляд, слабое отличие закона дисперсии от формулы (14) (например, учет следующего члена к ближайшим соседям) при малом значении интеграла перекрытия не изменит существенно фазовую диаграмму, однако, значительно усложнит решение задачи при учете процессов переброса.

Тем не менее расщепление магнитного состояния волны спиновой плотности на соизмеримое и несоизмеримое имеет место.

В результате происходит смещение диэлектрической щели $(q_x, q_y \neq 0)$ и, следовательно, возникновение на поверхности Ферми свободных носителей. Как результат, рассмотренный в данной работе механизм (нарушение нестинга и смещение диэлектрической щели) может привести к переходу системы в металлическое состояние и возникновению сверхпроводимости [36].

7. МАГНИТНАЯ ВОСПРИИМЧИВОСТЬ

Зависимость продольной χ_{\parallel} магнитной восприимчивости от температуры изображена на рис. 7. Эта зависимость получена на основании решения системы уравнений (21). Как следует из этого рисунка, с изменением концентрации примеси \tilde{x} наблюдается некоторое разнообразие в поведении величины χ_{\parallel} как функции от температуры, которая, в свою очередь, отражает вид поверхности Ферми. Так, например, кривые 1, 1' на этом рисунке соответствуют состоянию системы со щелью на поверхности Ферми, кривые 2, 2' и 3, 3' отвечают бесщелевому состоянию. Если значение \tilde{x} близко к критическому



Рис. 6. Фазовая диаграмма (T, \tilde{x}) в магнитном поле $\mathbf{H} \parallel \mathbf{M}_Q$ (a) и $\mathbf{H} \perp \mathbf{M}_Q$ (b)



Рис.7. Зависимость продольной магнитной восприимчивости от температуры для значений $\tilde{x} =$ = 1, 2, 4. Сплошные кривые — анизотропный случай ($W_2/W_1 =$ 1.3), штриховые — изотропный ($W_2/W_1 =$ 1)

значению \tilde{x}_c , при котором происходит переход соизмеримость-несоизмеримость, то в температурной зависимости $\chi_{\parallel}(T)$ обнаруживается локальный максимум (кривые 3, 3'). Этот всплеск магнитной восприимчивости, по-видимому, связан с тем, что в системе стабилизируется НВСП благодаря нарушению условия «нестинга» (η_a ; $\eta_b \neq 0$, $q_x, q_y \neq 0$). Бесщелевое состояние устанавливается благодаря смещению щели по отношению к поверхности Ферми.

На рис. 8, 9 приведены угловые зависимости магнитной восприимчивости $\chi(\psi)$ для различных температур T/T_M и концентраций примеси \tilde{x} .

Из сравнения рис. 8 и 9 следует, что угловая анизотропия величины $\chi(\psi)$ наиболее ярко проявляется при низких температурах и исчезает при $T = T_M$. Анализ кривых показывает, что с ростом \tilde{x} угловая анизотропия существенно уменьшает магнитную восприимчивость по сравнению с $\tilde{x} = 0$.

8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе была поставлена задача выполнить теоретическое описание свойств новых высокотемпературных материалов на основе FeAs при температурах $T \leq T_M$, где T_M — температура магнитного перехода. В основу нашего исследования положены гамильтониан Хаббарда в приближении среднего



Рис. 8. Угловая зависимость магнитной восприимчивости $\chi(\psi)/\chi_{||}^0$ при $\tilde{x} = 0$ для значений $T/T_M = 0$ (кривая 1), 0.6 (2), 1 (3), $\chi_{||}^0 = \text{const}$



Рис. 9. Угловая зависимость магнитной восприимчивости $\chi(\psi)/\chi_{\parallel}^0$ при $\tilde{x} = 4.4$ для значений $T/T_M = 0$ (кривая 1), 0.6 (2), 1 (3), $\chi_{\parallel}^0 = \text{const}$

поля, нестинг на поверхности Ферми и перестройка энергетического спектра. Мы исходили из квазидвумерной системы, которой аппроксимируются слоистые структуры, присущие этим материалам. Полагаем, что магнетизм обязан волне спиновой плотности. Очень интересен вопрос о фазовом переходе соизмеримость–несоизмеримость, возникновение которого, в частности, обязано учету процессов переброса при магнетизме, связанном с ВСП.

На основании метода функций Грина и определения параметров порядка, соответствующих M_Q^z , $M_{Q}^{\sigma}, M_{z}, M^{\sigma},$ удается определить зависимость температуры магнитного перехода T_M от концентрации примеси \tilde{x} , а также провести исследование поведения M_Q при $T < T_M$. Тем самым появляется возможность построить фазовую диаграмму (T, \tilde{x}) , которая содержит соизмеримое и несоизмеримое состояния ВСП. Последнее стабилизирует состояние волны спиновой плотности. Проанализировано влияние анизотропии энергетического спектра и внешнего поля на фазовую диаграмму (T, \tilde{x}) . Показано значительное уменьшение области НВСП для случая $\mathbf{H} \parallel \mathbf{M}_Q$ и слабое для случая $\mathbf{H} \perp \mathbf{M}_Q$. Магнитное поле (особенно продольное) приводит к ослаблению возможности возникновения полуметаллического состояния, а следовательно, к зарождению сверхпроводимости. По сути дела, на фоне волны спиновой плотности возникает металлическое состояние, которое способствует сверхпроводимости. Отметим, что температура магнитного перехода T_M сильно подавляется в продольном магнитном поле $(ilde{\mathbf{H}} \parallel \mathbf{M}_Q)$ и слабо в случае поперечного ($\mathbf{H} \perp \mathbf{M}_Q$).

Интересно отметить также, что при \tilde{x} близком к критическому значению \tilde{x}_c , где зарождается несоизмеримое состояние ВСП, в температурной зависимости магнитной восприимчивости χ_{\parallel} возникает локальный максимум.

Отметим, что анизотропия энергетического спектра оказывает влияние на общую картину состояния ВСП.

С большим удовольствием выражаем благодарность профессору В. А. Москаленко за интерес к выполненным исследованиям и обсуждение результатов.

приложение А

Решение системы уравнений для функций Грина (9)

Решение системы уравнений (9) можно записать в виде

$$G_{\sigma\sigma}(k, k, \omega_n) = \frac{D_1(\omega_n)}{D(\omega_n)},$$

$$G_{\sigma\sigma}(k+Q, k, \omega_n) = \frac{D_2(\omega_n)}{D(\omega_n)},$$

$$G_{-\sigma\sigma}(k, k, \omega_n) = \frac{D_3(\omega_n)}{D(\omega_n)},$$

$$G_{-\sigma\sigma}(k+Q, k, \omega_n) = \frac{D_4(\omega_n)}{D(\omega_n)},$$
(A.1)

где

$$D_{1}(\omega_{n}) = (i\omega_{n} - \varepsilon_{k+Q}') \left[(i\omega_{n} - \varepsilon_{k}')(i\omega_{n} - \varepsilon_{k+Q}') - M_{Q}^{2} - \delta \tilde{H}_{z}(i\omega_{n} - \varepsilon_{k+Q}') \right] - (i\omega_{n} - \varepsilon_{k}')\tilde{H}^{2} + \sigma \tilde{H}_{z}(\tilde{H}_{z}^{2} - M_{Q}^{z}^{2}) + \sigma \tilde{H}_{z}(|\mathbf{M}_{Q}^{\sigma}|^{2} + |\mathbf{H}^{\sigma}|^{2}) - \sigma M_{Q}^{z} \sum_{\sigma'=\sigma,-\sigma} M_{Q}^{\sigma'}\tilde{H}^{-\sigma'}, \quad (A.2)$$

$$D_{2}(\omega_{n}) = -\sigma M_{Q}^{z} \left\{ (i\omega_{n} - \varepsilon_{k}')(i\omega_{n} - \varepsilon_{k+Q}') - M_{Q}^{2} + \tilde{H}_{z}^{2} - |\tilde{H}^{\sigma}| - \delta H_{z} \left[2i\omega_{n} - (\varepsilon_{k}' + \varepsilon_{k+Q}') \right] \right\} + M_{Q}^{-\sigma} \tilde{H}^{\sigma} (i\omega_{n} - \varepsilon_{k+Q}') + M_{Q}^{\sigma} \tilde{H}^{-\sigma} (i\omega_{n} - \varepsilon_{k}') - \sigma M_{Q}^{-\sigma} \tilde{H}^{\sigma} \tilde{H}_{z} - \sigma M_{Q}^{\sigma} \tilde{H}^{-\sigma} \tilde{H}_{z}, \quad (A.3)$$

$$D_3(\omega_n) = \tilde{H}^{\sigma} \left[-(i\omega_n - \varepsilon'_{k+Q})^2 + \tilde{H}^2 + (M_Q^z)^2 \right] - M_Q^{\sigma} \left[2M_Q^z \tilde{H}_z + \tilde{H}^{-\sigma} M_Q^{\sigma} \right], \quad (A.4)$$

$$\begin{split} D_4(\omega_n) &= M_Q^{\sigma} \left[M_Q^2 - (i\omega_n - \varepsilon'_k)(i\omega_n - \varepsilon'_{k+Q}) + \right. \\ &+ \sigma \tilde{H}_z(\varepsilon'_k - \varepsilon'_{k+Q}) + \tilde{H}_z^2 \right] - \left[2\tilde{H}_z \tilde{H}^{\sigma} M_Q^z + \right. \\ &+ \sigma M_Q^z \tilde{H}^{\sigma}(\varepsilon'_k - \varepsilon'_{k+Q}) + (\tilde{H}^{\sigma})^2 M_Q^{-\sigma} \right], \quad (A.5) \end{split}$$

$$D(\omega_n) = \left[(i\omega_n - \varepsilon'_k)(i\omega_n - \varepsilon'_{k+Q}) - (\tilde{H}^2 + M_Q^2) \right]^2 - 4\tilde{H}^2 M_Q^2 \cos^2 \psi - \tilde{H}^2 (\varepsilon'_k - \varepsilon'_{k+Q})^2.$$
(A.6)

Здесь

$$\varepsilon'_{k} = \varepsilon_{k} - \mu; \quad \varepsilon'_{k+Q} = \varepsilon_{k+Q} - \mu;$$

$$\tilde{H}^{2} = |\tilde{\mathbf{H}}|^{2} = (\tilde{H}_{z})^{2} + |\tilde{\mathbf{H}}^{\sigma}|^{2},$$

$$M_{Q}^{2} = |\mathbf{M}_{Q}|^{2} = (M_{Q}^{z})^{2} + |\mathbf{M}_{Q}^{\sigma}|^{2},$$

(A.7)

 ψ — угол между $\tilde{\mathbf{H}}$ и \mathbf{M}_Q .

ЖЭТФ, том **143**, вып. 4, 2013

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Выполнение суммирования по мацубаровской частоте (13)

Выполним в формуле (13) суммирование по мацубаровской частоте. Для примера приведем способ вычисления одного члена:

$$I = T \sum_{n} G_{\sigma\sigma}(\mathbf{k}, \mathbf{k}, \omega_n) = T \sum_{n} \frac{D_1(z)}{D(z)},$$

$$II = T \sum_{n} G^-_{\sigma\sigma}(\mathbf{k}, \mathbf{k}, \omega_n) = T \sum_{n} \frac{D^-_1(z)}{D(z)}.$$
(B.1)

Вычисление будет выполнено стандартным образом:

$$T\sum_{n} \frac{D_{1}(z)}{D(z)} = \frac{1}{4\pi i} \int_{C} \operatorname{th} \frac{\beta z}{2} \frac{D_{1}(z)}{D(z)} dz, \qquad (B.2)$$

где C — замкнутый контур, охватывающий особые точки на мнимой оси.

Введем определение

$$A_k = \left[(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2 + 4M_Q^2 \cos^2 \psi \right]^{1/2}.$$

Тогда D(z) приобретает вид

$$D(z) = \left[(z - \varepsilon_1)(z - \varepsilon_2) - (\tilde{H}^2 + M_Q^2) \right]^2 - \tilde{H}^2 A_k^2 = 0.$$
(B.3)

Введем переменную

$$t^{2} = \left[(z - \varepsilon_{1})(z - \varepsilon_{2}) - (\tilde{H}^{2} + M_{Q}^{2}) \right]^{2}.$$

С учетом этой переменной уравнения для определения особых точек приобретают вид

$$D(z) = t^2 - \tilde{H}^2 A_k^2 = 0; \quad t = \pm \sqrt{\tilde{H}^2 A_k^2}.$$
 (B.4)

Уравнению (В.4) соответствуют решения

$$z_{1,2} = \frac{1}{2} \left(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 \pm \sqrt{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2 + 4 \left(\tilde{H}^2 + \tilde{M}_Q^{22} + \tilde{H}A_k - \varepsilon_1 \varepsilon_2 \right)} \right),$$

$$z_{3,4} = \frac{1}{2} \left(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 \pm \sqrt{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2 + 4 \left(\tilde{H}^2 + \tilde{M}_Q^{22} - \tilde{H}A_k - \varepsilon_1 \varepsilon_2 \right)} \right).$$
(B.5)

В результате вычислений имеем

$$T\sum_{n} \frac{D_{1}(z)}{D(z)} = -\frac{1}{2} \int \left[\frac{\operatorname{th} \frac{\beta z_{1}}{2} D_{1}(z_{1})}{(z_{1}-z_{2})(z_{1}-z_{3})(z_{1}-z_{4})} + \frac{\operatorname{th} \frac{\beta z_{2}}{2} D_{1}(z_{2})}{(z_{2}-z_{1})(z_{2}-z_{3})(z_{2}-z_{4})} + \frac{\operatorname{th} \frac{\beta z_{3}}{2} D_{1}(z_{3})}{(z_{3}-z_{1})(z_{3}-z_{2})(z_{3}-z_{4})} + \frac{\operatorname{th} \frac{\beta z_{4}}{2} D_{1}(z_{4})}{(z_{4}-z_{1})(z_{4}-z_{2})(z_{4}-z_{3})} \right] dz. \quad (B.6)$$

Второй член выражения (13) получим путем замены $\varepsilon_1 = -\varepsilon_1$ и $\varepsilon_2 = -\varepsilon_2$. Для разности в формуле (13) в результате суммирования по *n* получаем

 \tilde{x}

$$= N_0 [I - II], \tag{B.7}$$

где

$$\begin{split} \mathbf{I} &= T \sum_{n} \frac{D_{1}(z)}{D(z)} = \\ &= - \left\{ \sum_{j} \frac{1}{4j\varphi \tilde{H}A_{k}} \operatorname{th} \frac{\beta\left(\varepsilon_{1} + \varepsilon_{2} + j\tilde{\varphi}\right)}{4} \times \right. \\ &\times \left[\left(\varepsilon_{1} - \varepsilon_{2} + j\tilde{\varphi}\right) \left(\tilde{H}^{2} + \tilde{H}A_{k} - \sigma \tilde{H}_{z} \frac{\varepsilon_{1} - \varepsilon_{2} + j\tilde{\varphi}}{2} \right) + \\ &+ \left(\varepsilon_{1} - \varepsilon_{2} - j\varphi\right) \tilde{H}^{2} + 2\tilde{\psi} \right] + \\ &+ \sum_{j} \frac{1}{4j\varphi \tilde{H}A_{k}} \operatorname{th} \frac{\beta\left(\varepsilon_{1} + \varepsilon_{2} - j\tilde{\varphi}'\right)}{4} \left(\varepsilon_{1} - \varepsilon_{2} - j\tilde{\varphi}'\right) \times \\ &\times \left(\tilde{H}^{2} - \tilde{H}A_{k} - \sigma \tilde{H}_{z} \frac{\varepsilon_{1} - \varepsilon_{2} + j\tilde{\varphi}'}{2} \right) - \\ &- \left(\varepsilon_{1} - \varepsilon_{2} - j\tilde{\varphi}'\right) \tilde{H}^{2} + 2\tilde{\psi} \right\}, \\ \tilde{\varphi} &= \sqrt{4 \left(\tilde{H}^{2} + M_{Q}^{2} + \tilde{H}A_{k} - \varepsilon_{1}\varepsilon_{2}\right) + \left(\varepsilon_{1} + \varepsilon_{2}\right)^{2}}, \\ \tilde{\psi}' &= \sqrt{4 \left(\tilde{H}^{2} + M_{Q}^{2} - \tilde{H}A_{k} - \varepsilon_{1}\varepsilon_{2}\right) + \left(\varepsilon_{1} + \varepsilon_{2}\right)^{2}}, \\ \tilde{\psi} &= \delta \tilde{H}_{z} \left(\tilde{H}_{z}^{2} - M_{Q}^{2}\right) + \sigma \tilde{H}_{z} \left(|M_{Q}^{\sigma}|^{2} + |H^{\sigma}|^{2}\right) - \\ &- \sigma M_{Q}^{z} \sum_{\sigma' = \sigma, -\sigma} M_{Q}^{\sigma'} \tilde{H}^{-\sigma'}. \end{split}$$
(B.8)

Второй член выражения (В.7) получим путем замены $\varepsilon_1 = -\varepsilon_1$ и $\varepsilon_2 = -\varepsilon_2$ в первом.

приложение с

Система уравнений для \mathbf{M}_Q и \mathbf{M} при произвольном направлении магнитного поля относительно намагниченности и с учетом процессов переброса имеет вид

$$M_{Q}^{z} = g \sum_{\alpha,\beta} \int_{-\bar{W}}^{\bar{W}} N(\varepsilon) d\varepsilon \left[M_{Q}^{z} I_{1}\left(\varepsilon, M_{Q}, \tilde{H}, \mu_{\beta}^{\alpha}\right) + \sum_{\sigma} M_{Q}^{\sigma} \tilde{H}_{z} \tilde{H}^{-\sigma} \mathcal{J}_{1}\left(\varepsilon, M_{Q}, \tilde{H}, \mu_{\beta}^{\alpha}\right) \right], \quad (C.1)$$

$$M_Q^{\sigma} = g \sum_{\alpha,\beta} \int_{-\bar{W}}^{\bar{W}} N(\varepsilon) d\varepsilon \left[M_Q I_2 \left(\varepsilon, M_Q, \tilde{H}, \mu_{\beta}^{\alpha} \right) + \tilde{H}^{\sigma} \left[2\tilde{H}_z M_Q^z + M_Q^{-\sigma} \tilde{H}^{\sigma} \right] \times J_1 \left(\varepsilon, M_Q, \tilde{H}, \mu_{\beta}^{\alpha} \right) \right], \quad (C.2)$$

$$M_{z} = g \sum_{\alpha,\beta} \int_{-\bar{W}}^{\bar{W}} N(\varepsilon) d\varepsilon \left[\tilde{H}_{z} I_{3} \left(\varepsilon, M_{Q}, \tilde{H}, \mu_{\beta}^{\alpha} \right) + \sum_{\sigma} M_{Q}^{z} M_{Q}^{\sigma} \tilde{H}^{-\sigma} \mathcal{J}_{1} \left(\varepsilon, M_{Q}, \tilde{H}, \mu_{\beta}^{\alpha} \right) \right], \quad (C.3)$$

$$M^{\sigma} = g \sum_{\alpha,\beta} \int_{-\bar{W}}^{\bar{W}} N(\varepsilon) d\varepsilon \left[\tilde{H}^{\sigma} I_4 \left(\varepsilon, M_Q, \tilde{H}, \mu_{\beta}^{\alpha} \right) + M_Q^{\sigma} \left[2\tilde{H}_z M_Q^{z} + M_q^{\sigma} \tilde{H}^{\sigma} \right] \mathcal{J}_1 \left(\varepsilon, M_Q, \tilde{H}, \mu_{\beta}^{\alpha} \right) \right], \quad (C.4)$$

$$\begin{split} x &= 2N_0 \sum_{\alpha\beta\sigma'\sigma''} \int_0^{\tilde{W}} \frac{N(\varepsilon)}{N_0} \left\{ \frac{\operatorname{th}\beta(\tilde{\varphi}_{\sigma'\sigma''} - \mu_{\alpha\beta})/2}{2\tilde{\varphi}_{\sigma'\sigma''}\tilde{H}A_k} \times \right. \\ &\times \left[(\varepsilon + \tilde{\varphi}_{\sigma'\sigma''}) \left(\tilde{H}^2 + \sigma''\tilde{H}A_k - \sigma\tilde{H}_z \left(\varepsilon + \tilde{\varphi}_{\sigma'\sigma''} \right) \right) + \right. \\ &+ \left. (\varepsilon - \tilde{\varphi}_{\sigma'\sigma''}) \tilde{H}^2 + \tilde{\psi} \right] - \frac{\operatorname{th}\beta(\tilde{\varphi}_{\sigma'\sigma''}' + \mu_{\alpha\beta})/2}{2\tilde{\varphi}_{\sigma'\sigma''}'\tilde{H}A_k} \times \\ &\times \left[\left(- \varepsilon + \tilde{\varphi}_{\sigma'\sigma''}' \right) \left(\tilde{H}^2 + \sigma''\tilde{H}A_k - \sigma\tilde{H}_z \left(- \varepsilon + \tilde{\varphi}_{\sigma'\sigma''}' \right) \right) + \right. \\ &+ \left. \left. \left(- \varepsilon + \tilde{\varphi}_{\sigma'\sigma''}' \right) \tilde{H}^2 + \tilde{\psi} \right] \right\} d\varepsilon. \quad (C.5) \end{split}$$

Уравнение (В.5) получено на основании (В.7). Имеем также

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_1\left(\varepsilon, M_Q, \tilde{H}, \mu_\beta^\alpha\right) &= \frac{1}{8\tilde{H}A(\varepsilon)} \times \\ &\times \sum_{\sigma', \sigma''} \sigma' \sigma'' \frac{1}{\xi_{\sigma''}(\varepsilon)} \operatorname{th} \frac{E_{\alpha\sigma'\sigma''}^\beta}{2T}, \end{aligned}$$

$$I_{2}\left(\varepsilon, M_{Q}, \tilde{H}, \mu_{\beta}^{\alpha}\right) = \frac{1}{8\tilde{H}A(\varepsilon)} \times \\ \times \sum_{\sigma', \sigma''} \sigma' \sigma'' \frac{\eta_{\sigma'\sigma''}(\varepsilon)}{\xi_{\sigma''}(\varepsilon)} \operatorname{th} \frac{E_{\alpha\sigma'\sigma''}^{\beta}}{2T}, \quad (C.6)$$

$$I_{3}\left(\varepsilon, M_{Q}, \tilde{H}, \mu_{\beta}^{\alpha}\right) = \frac{1}{8\tilde{H}A(\varepsilon)} \times \sum_{\sigma', \sigma''} \sigma' \sigma'' \frac{\varphi_{\sigma'\sigma''}(\varepsilon)}{\xi_{\sigma''}(\varepsilon)} \operatorname{th} \frac{E_{\alpha\sigma'\sigma''}^{\beta}}{2T},$$

$$I_4\left(\varepsilon, M_Q, \tilde{H}, \mu_\beta^\alpha\right) = \frac{1}{8\tilde{H}A(\varepsilon)} \times \\ \times \sum_{\sigma', \sigma''} \sigma' \sigma'' \frac{\psi_{\sigma'\sigma''}(\varepsilon)}{\xi_{\sigma''}(\varepsilon)} \operatorname{th} \frac{E_{\alpha\sigma'\sigma''}^\beta}{2T}, \\ \eta_{\sigma'\sigma''}(\varepsilon) = \frac{1}{4} \left[(\xi_{\sigma''}(\varepsilon))^2 - 4\varepsilon^2 \right] - M_Q^2 - \tilde{H}_z^2,$$

$$\varphi_{\sigma'\sigma''}(\varepsilon) = \frac{1}{4} \left[2\varepsilon - \sigma' \xi_{\sigma''}(\varepsilon) \right]^2 - \tilde{H}^2 + (M_Q^z)^2 - |M_Q^\sigma|^2, \quad (C.7)$$

$$\begin{split} \psi_{\sigma'\sigma''}(\varepsilon) &= \frac{1}{4} \left[2\varepsilon - \sigma' \xi_{\sigma''}(\varepsilon) \right]^2 - \tilde{H}^2 - (M_Q^z)^2, \\ A(\varepsilon) &= 2 \left[M_Q^2 \cos^2 \psi + \varepsilon^2 \right]^{1/2}, \\ \xi_{\sigma''}(\varepsilon) &= \left[\left(A(\varepsilon) - 2\sigma'' \tilde{H} \right) + 4M_Q^2 \sin^2 \psi \right]^{1/2}, \quad (C.8) \\ E_{\alpha\sigma'\sigma''}^{\beta} &= -\mu_{\beta}^{\alpha} - \frac{1}{2} \sigma' \xi_{\sigma''}(\varepsilon), \\ \mu_{\beta}^{\alpha} &= \mu + \alpha \frac{W_1 q_x}{2} + \beta \frac{W_2 q_y}{2}, \\ \tilde{\varphi}_{\sigma'\sigma''} &= 2\sqrt{\tilde{H}^2 + M_Q^2 + \tilde{H} A_k + \varepsilon^2}, \\ \tilde{\varphi}_{\sigma'\sigma''}' &= 2\sqrt{\tilde{H}^2 + M_Q^2 - \tilde{H} A_k + \varepsilon^2}, \end{split}$$

$$\tilde{\psi} = \sigma \tilde{H}_z \left(\tilde{H}_z^2 - M_Q^{z^2} \right) + \sigma \tilde{H}_z \left(|M_Q^{\sigma}|^2 + |H^{\sigma}|^2 \right) - \sigma M_Q^z \sum_{\sigma' = \sigma, -\sigma} M_Q^{\sigma'} \tilde{H}^{-\sigma'}.$$
(C.9)

Суммирование по $\alpha, \beta = \pm 1$ обусловлено учетом нормальных процессов и процессов переброса.

ЛИТЕРАТУРА

- Y. Kamihara, T. Watanabe, M. Hirano et al, J. Amer. Chem. Soc. 130, 3296 (2008).
- Xiyu Zhu, Huong Vang, Lu Fang et al., Supercond. Sci. Tehnol. 21, 105001 (2008).
- 3. М. В. Садовский, УФН 178, 1243 (2008).
- 4. А. Л. Ивановский, УФН 178, 1273 (2008).
- 5. Ю. А. Изюмов, Э. З. Курмаев, УФН 178, 1308 (2008).
- Kenji Ishida, Yusuke Nakai, and Hideo Hasono, J. Phys. Soc. Jpn. 78, 062001 (2009).
- В. А. Москаленко, М. Е. Палистрант, В. М. Вакалюк, УФН 161, 155 (1991).
- 8. В. А. Москаленко, Л. З. Кон, М. Е. Палистрант, *Низкотемпературные свойства металлов с особенностями зонного спектра*, Штиинца, Кишинев (1989).
- 9. V. A. Moskalenko, L. Z. Kon, and M. E. Palistrant, *Teoria Supraconductibilității Multibandă*, Tehnica, Bucharest (2008); http://www.theory/V.Barsan/eboks/ /Mosc.-2008.
- M. E. Palistrant, Condens. Matter Phys. 12, 677 (2009).
- 11. M. E. Palistrant and L. Z. Kon, Ukr. J. Phys. 55, 44 (2010).
- 12. М. Е. Палистрант, В. А. Урсу, ЖЭТФ 131, 59 (2007); 104, 51 (2007); J. Supercond. Nov. Magn. 21(3), 171 (2008).
- M. E. Palistrant, J. Supercond. Nov. Magn. 23, 1427 (2010).
- V. Raghu, Hiao-Liang Oi, Chao-Xing Liu et al., Phys. Rev. B 77, 220503(R) (2008); arXiv:0804.1113.
- 15. C. Cao, P. J. Hirschfeld, and H. P. Cheng, Phys. Rev. B 77, 2205060(R) (2008).
- 16. M. M. Korshunov and I. Eremin, arXiv:0804.1793.

- 17. V. Barzykin and L. P. Gor'kov, Письма в ЖЭТФ 88, 142 (2008).
- M. G. Vavilov, A. V. Chubukov, and A. B. Vorontsov, Supercond. Sci. Technol. 23, 054011 (2010); arXiv: 0912.3556.
- A. B. Vorontsov, A. V. Vavilov, and A. V. Chubukov, Phys. Rev. B 81, 174538 (2010); arXiv:1003.2389v1.
- 20. Е. Z. Kuchinskii, I. A. Nekrasov, and M. V. Sadovskii, Письма в ЖЭТФ 91, 567 (2010); arXiv:1004.0801v1.
- M. K. Forthaus, K. Sengupta, O. Heyer et al., Phys. Rev. Lett. 105, 157001 (2010); arXiv:1009.3787v1.
- E. E. Rodriguez, C. Stock, K. Krycka et al., Phys. Rev. B 83, 134438 (2011); arXiv:1012.5311.
- 23. Jiangping Hu, Bao Xu, Wuming Liu et al., Phys. Rev. B 85, 144403 (2012); arXiv:1106.5169.
- **24**. M. Klansjek, M. Horvatic, C. Berthier et al., arXiv: 1202.6374.
- 25. Shuai Jiang, Hui Xing, Guofang Xuan et al., Phys. Rev. B 80, 184514 (2009); arXiv:0911.0273.

- 26. J. J. Ying, J. C. Liang, X. G. Luo et al., Phys. Rev. B 85, 144514 (2012); arXiv:1202.3589.
- 27. H. Luo, R. Zhang, M. Laver et al., arXiv:1203.2759v1.
- 28. Р. Х. Тимеров, ЖЭТФ 72, 2309 (1977).
- 29. M. C. Leung, Phys. Rev. B 11, 4272 (1975).
- 30. M. E. Palistrant and I. V. Padure, Phys. Lett. A 111, 445 (1985); TMΦ 62, 117 (1985).
- **31**. Ю. А. Копаев, в кн.: *Некоторые вопросы сверхпроводимости*, Наука, Москва (1975), т. 86, с. 3.
- **32**. М. Е. Палистрант, В. М. Вакалюк, ФНТ **18**, 847 (1992).
- 33. М. Е. Палистрант, Ф. Г. Кочорбэ, Изв. АН ССР Молдова, Физика, техника 2(5), 7 (1991).
- D. F. Digor and M. E. Palistrant, Mold. J. Phys. Sci. 9 (3-4), 311 (2010).
- 35. И. С. Градштейн, И. М. Рыжик, Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, Физматгиз, Москва (1962).
- **36**. М. Е. Палистрант, ТМФ **168**, 503 (2011).