

ШУМОВАЯ СПЕКТРОСКОПИЯ ОПТИЧЕСКОГО МИКРОРЕЗОНАТОРА

*Г. Г. Козлов**

*Санкт-Петербургский государственный университет
198504, Санкт-Петербург, Россия*

Поступила в редакцию 14 ноября 2012 г.

Рассчитан спектр шума интенсивности света, прошедшего через оптический микрорезонатор, толщина которого испытывает тепловые колебания. Спектр шума обнаруживает максимум на частоте акустической моды, локализованной в оптическом микрорезонаторе, и зависит от размера засвечиваемой области. Приводимые оценки величины шума показывают, что он может быть зарегистрирован с помощью современной техники шумовой спектроскопии.

DOI: 10.7868/S0044451013050054

1. ВВЕДЕНИЕ

Появление в последние годы цифровых быстродействующих анализаторов спектра электрических сигналов привело к возрастанию интереса к оптической шумовой спектроскопии, под которой понимается совокупность методов физического эксперимента, использующих информацию, содержащуюся в спектре шума интенсивности (или поляризации) света, прошедшего через изучаемую систему.

В первом эксперименте [1] такого рода наблюдался электронный парамагнитный резонанс (ЭПР) атомов натрия в спектре шумов фарадеевского вращения, причем высокая чувствительность поляриметрической установки [2] позволила зарегистрировать указанный спектр (с узким резонансом в окрестности примерно 1 МГц) методом его последовательного накопления путем сканирования с помощью стандартной техники низкочастотной модуляции частоты резонанса в сочетании с синхронным детектированием. Применение современных цифровых фурье-анализаторов с параллельным накоплением спектра дало возможность резко сократить время накопления спектра и наблюдать спектр парамагнитного резонанса в ряде твердотельных объектов [3], а также расширить область частот, в кото-

рой регистрируется шумовой сигнал, до нескольких гигагерц. Кроме того, применение цифровых фурье-анализаторов позволило наблюдать отклик изучаемой системы на шумовую модуляцию зондирующего света [4–8]. Такие измерения позволяют не только получать информацию о спектре ЭПР изучаемой системы, но и оценивать параметры, описывающие ее взаимодействие со светом. Все это дает основание полагать, что шумовая спектроскопия, начавшаяся экспериментом [1], будет переживать в ближайшем будущем второе рождение на новой приборной базе с уникальными возможностями. По этой причине поиск новых объектов для шумовой спектроскопии (об одном из них и пойдет речь ниже) представляется актуальным.

В упомянутых выше работах по шумовой спектроскопии особенности частотного спектра наблюдаемого шумового сигнала, как правило, были связаны с магнитной структурой спиновых состояний исследуемой системы. Вместе с тем, магнитные спиновые системы не исчерпывают многообразия объектов шумовой спектроскопии и в данной работе мы приводим пример немагнитной оптической системы, шумы которой могут наблюдаться с использованием упомянутой аппаратуры. В предлагаемой заметке описывается эффект шумовой модуляции интенсивности квазимонохроматического света, прошедшего через оптический микрорезонатор. Модуляция возникает благодаря тепловым флуктуациям толщины (и, следовательно, резонансной частоты) микрорезонатора. В соответствии с приведенными в

*E-mail: gkozlov@photonics.phys.spbu.ru

нашей работе расчетами экспериментальное наблюдение этого эффекта оказывается возможным с помощью цифрового анализатора спектра, о котором шла речь выше. В данной работе мы ограничиваемся рассмотрением собственно возможности наблюдения указанного эффекта, оставляя пока в стороне его информативные свойства. Заметим, что несмотря на то, что эффекты, подобные описанному в настоящей работе, изучались ранее для оценки чувствительности лазерных интерферометров в детекторах гравитационных волн [9, 10], анализ шума тонкого интерферометра, ориентированный на шумовую спектроскопию, по нашим сведениям, не проводился.

Поясним более подробно идею предлагаемого эффекта. Рассмотрим оптический резонатор (интерферометр Фабри–Перо) — два зеркала, разделенных промежутком L . Если коэффициент отражения зеркал близок к единице, то частотную зависимость коэффициента пропускания такого резонатора I/I_0 можно записать в виде

$$\frac{I}{I_0} = \frac{\Delta^2}{\Delta^2 + (\omega - \omega_0)^2}. \quad (1)$$

Здесь I_0 (I) интенсивность монохроматической плоской волны частоты ω на входе (выходе) интерферометра, а $\omega_0 = \pi c/L$ — резонансная частота интерферометра (c — скорость света в среде между зеркалами). Ширина спектра пропускания интерферометра Δ определяется коэффициентом отражения зеркал и для реальных микрорезонаторов величина добротности Q , определяемой как $Q \equiv \omega_0/\Delta$, может быть порядка 1000 и более. Изменение толщины резонатора $L \rightarrow L + \xi$ вызывает изменение его резонансной частоты $\omega_0 \rightarrow \omega_0 + \delta\omega_0$, причем при $\xi/L \ll 1$ выполняется соотношение $|\delta\omega_0/\omega_0| = |\xi/L|$. Имея это в виду, с помощью формулы (1) нетрудно убедиться в том, что относительное изменение толщины резонатора $|\xi/L| \sim 1/Q$, приводит к изменению его коэффициента пропускания порядка единицы и может быть легко зарегистрировано. При этом абсолютная величина изменения толщины ξ для типичных значений параметров оптических микрорезонаторов $L = 0.25$ мкм и $Q = 1000$, имеет порядок размера атома ($\xi \sim 0.25$ нм). Такая высокая чувствительность пропускания оптического резонатора к изменению его параметров используется в физических экспериментах (см., например, [11]) и позволяет поставить вопрос о возможности наблюдения флуктуаций оптического пропускания резонатора, вызван-

ных тепловыми колебаниями его толщины¹⁾. Тепловые колебания толщины резонатора должны приводить к появлению шума интенсивности прошедшего через резонатор квазимонохроматического света, и для выяснения возможности наблюдения этого шума его величину следует сравнить с величиной дробового шума используемого света. Соответствующие расчеты приводятся в следующем разделе.

2. МОДЕЛЬНЫЙ РАСЧЕТ

Приводимый в этом разделе расчет шумового спектра микрорезонатора основан на предельно упрощенной модели последнего и, разумеется, не претендует на детальное соответствие реальной оптической системе. Цель приводимого расчета заключается, во-первых, в качественном описании зависимости спектра шума от параметров эксперимента и микрорезонатора (интенсивности светового пучка, его диаметра, оптической и акустической добротностей микрорезонатора и т.д.) и, во-вторых, в приближенной количественной оценке величины шума и спектральной области, где он существенно отличен от нуля.

Рассмотрим оптический резонатор представляющий собой слой среды толщиной L , покрытый тонкими зеркалами. Пусть на такой резонатор падает монохроматический световой пучок, интенсивность которого I_0 , а частота ω . Обозначим площадь светового пятна на слое резонатора через D^2 , а добротность²⁾ резонатора через $Q = \omega_0/\Delta$. Выберем систему координат так, чтобы плоскость резонатора совпадала бы с плоскостью xy . Тогда толщина резонатора будет функцией x и y , которую мы представим в виде суммы постоянной средней толщины L и малых тепловых флуктуаций $\xi(t, x, y)$. Будем считать, что резонансная частота резонатора определяется его толщиной, усредненной по области D^2 светового пятна³⁾. Тогда флуктуация δI интенсивно-

¹⁾ Флуктуации резонансной частоты микрорезонатора определяются изменением его оптической толщины. Флуктуации геометрической толщины резонатора приводят к противоречивым флуктуациям плотности материала резонатора и, тем самым, к флуктуациям показателя преломления. Этот эффект может ослабить чувствительность частоты резонатора к изменениям его толщины. Полная компенсация чувствительности, однако, крайне маловероятна и в приведенных ниже оценочных расчетах мы пренебрежем этим эффектом.

²⁾ Определяемая по полуширине спектра пропускания добротность может зависеть от поперечного размера пучка D , но при нормальном падении эта зависимость слабая.

³⁾ Если средняя толщина резонатора в пределах светового

сти прошедшего через резонатор света может быть записана как

$$\delta I = G(\omega) \int_{D^2} dx dy \xi(t, x, y);$$

$$G(\omega) = \frac{I_0}{D^2} \frac{d}{d\omega_0} \left(\frac{\Delta^2}{\Delta^2 + (\omega - \omega_0)^2} \right) \frac{d\omega_0}{d\xi} \Big|_{\xi=0}, \quad (2)$$

$$\omega_0 = \frac{\pi c}{L + \xi}.$$

Максимальное значение фактора $G(\omega)$ получается в том случае, когда $\omega = \omega_0 - \Delta$:

$$G(\omega_0 + \Delta) = I_0 Q / 2LD^2.$$

Нас будет интересовать спектр $S(\nu)$ шума интенсивности света, прошедшего через резонатор. Функция $S(\nu)$ связана с корреляционной функцией $\langle \delta I(0) \delta I(t) \rangle$ следующим соотношением:

$$S(\nu) = \int dt e^{i\nu t} \langle \delta I(0) \delta I(t) \rangle. \quad (3)$$

С помощью формулы (2) получаем для $\langle \delta I(0) \delta I(t) \rangle$ следующее выражение:

$$\langle \delta I(0) \delta I(t) \rangle = G^2(\omega) \int_{D^2} \int_{D^2} dx dy dx' dy' \times$$

$$\times \langle \xi(0, x, y) \xi(t, x', y') \rangle. \quad (4)$$

Для расчета корреляционной функции $\langle \xi(0, x, y) \xi(t, x', y') \rangle$, входящей в (4), необходимо: 1) задаться некоторой моделью движения материала, из которого сделан резонатор, 2) получить соответствующий гамильтониан H и 3) выполнить усреднение в формуле (4) с термодинамически равновесной функцией распределения пропорциональной $\exp[-H/kT]$.

Для описания динамики материала резонатора мы используем простейшую модель, согласно которой движение материала резонатора представляет собой малые звуковые волны. Будем считать, что резонатор расположен в области $z \in [0, L]$, $x \in [0, a]$, и $y \in [0, b]$. Оптический спектр пропускания резонатора зависит от изменения его толщины в z направлении, поэтому нас интересует только z -проекция смещения вещества, из которого сделан резонатор. Согласно принятой модели, это смещение представляется пятнами не изменилась, то в линейном по деформации приближении невозможно сказать, увеличилось или уменьшилось пропускание резонатора. Изменение пропускания в этом случае связано с рассеянием, рассмотрение которого выходит за рамки нашей работы.

ет собой звуковое поле $u(x, y, z)$, удовлетворяющее волновому уравнению

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v^2 \Delta u, \quad (5)$$

где v — скорость звука в материале резонатора. Энергия, связанная со звуковым полем $u(x, y, z)$ определяется выражением

$$E = \int dx dy dz \left\{ \frac{\rho \dot{u}^2}{2} + \frac{\gamma}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right] \right\}. \quad (6)$$

Здесь ρ — плотность вещества резонатора, а γ — константа, описывающая плотность энергии упругой деформации. Связь этой константы со скоростью звука v будет приведена ниже. Прямая подстановка показывает, что разложение решения уравнения (5) по нормальным модам (т. е. решениям уравнения (5), гармонически зависящим от времени), удовлетворяющим граничным условиям

$$\frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0,a} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0,b} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=0,L} = 0, \quad (7)$$

соответствующим равенству нулю механического напряжения на границах резонатора, имеет вид

$$u(t, x, y, z) = \sum_{pmn} u_{pmn} \cos\left(\frac{\pi p x}{a}\right) \times$$

$$\times \cos\left(\frac{\pi m y}{b}\right) \cos\left(\frac{\pi n z}{L}\right), \quad (8)$$

p, n, m — целые и $p, m, n > 0$; степени свободы звукового поля (обобщенные координаты) u_{pmn} удовлетворяют следующим уравнениям движения:

$$\ddot{u}_{pmn} = -\omega_{pmn}^2 u_{pmn} :$$

$$\omega_{pmn}^2 = v^2 \left[\left(\frac{\pi p}{a} \right)^2 + \left(\frac{\pi m}{b} \right)^2 + \left(\frac{\pi n}{L} \right)^2 \right]. \quad (9)$$

При помощи (8) выразим энергию E (6) через степени свободы u_{pmn} :

$$E = \frac{V}{16} \sum_{pmn} \left[\rho \dot{u}_{pmn}^2 + \gamma u_{pmn}^2 \left[\left(\frac{\pi p}{a} \right)^2 + \left(\frac{\pi m}{b} \right)^2 + \left(\frac{\pi n}{L} \right)^2 \right] \right] = \frac{V}{16} \sum_{pmn} \left[\rho \dot{u}_{pmn}^2 + \frac{\gamma \omega_{pmn}^2}{v^2} u_{pmn}^2 \right]. \quad (10)$$

Для получения гамильтониана, соответствующего энергии (10), следует ввести обобщенные импульсы

p_{pmn} , сопряженные обобщенным координатам u_{pmn} так, чтобы уравнения движения (9) имели бы вид уравнений Гамильтона:

$$\frac{\partial H}{\partial u_{pmn}} = -\dot{p}_{pmn}, \quad \frac{\partial H}{\partial p_{pmn}} = \dot{u}_{pmn}. \quad (11)$$

Если положить

$$p_{pmn} \equiv \frac{\dot{u}_{pmn} \rho V}{8}, \quad \gamma = \rho v^2,$$

и выразить энергию (10) через p_{pmn} и u_{pmn} :

$$H = \sum_{pmn} \left[\frac{4p_{pmn}^2}{M} + \frac{M\omega_{pmn}^2 u_{pmn}^2}{16} \right], \quad (12)$$

$$p_{pmn} = M\dot{u}_{pmn}/8,$$

где $M \equiv \rho V$ — масса резонатора, то нетрудно проверить, что уравнения движения (9) эквивалентны (11). Таким образом, (12) представляет собой искомым гамильтониан.

С помощью гамильтониана (12) можно написать следующее выражение для функции распределения $\sigma(\{p_{pmn}\}, \{u_{pmn}\})$ обобщенных координат u_{pmn} и импульсов p_{pmn} в термодинамически равновесном состоянии с обратной температурой $\beta = 1/kT$:

$$\sigma(\{p_{pmn}\}, \{u_{pmn}\}) = Z^{-1} \exp \left[-\beta H(\{p_{pmn}\}, \{u_{pmn}\}) \right], \quad (13)$$

где Z — нормирующая константа. Если теперь выразить с помощью (8) локальное изменение толщины резонатора $\xi(t, x, y)$ через степени свободы u_{pmn}

$$\xi(t, x, y) = u(t, x, y, 0) - u(t, x, y, L) = 2 \sum_{pmn} u_{pm,2n-1} \cos \left(\frac{\pi p x}{a} \right) \cos \left(\frac{\pi m y}{b} \right), \quad (14)$$

$p, m, n > 0$, то для входящей в (4) корреляционной функции получается следующее выражение:

$$\langle \xi(0, x, y) \xi(t, x', y') \rangle = 4 \sum_{pmn} \sum_{p'm'n'} \langle u_{pm,2n-1}(0) u_{p'm',2n'-1}(t) \rangle \cos \left(\frac{\pi p x}{a} \right) \times \cos \left(\frac{\pi m y}{b} \right) \cos \left(\frac{\pi p' x'}{a} \right) \cos \left(\frac{\pi m' y'}{b} \right). \quad (15)$$

Поскольку функция распределения факторизуется по степеням свободы u_{pmn} (т.е. степени свободы являются независимыми случайными величинами, к тому же с нулевыми средними), двойная сумма в

уравнении (15) заменяется одинарной — недиагональные средние выпадают. Получаем

$$\langle \xi(0, x, y) \xi(t, x', y') \rangle = 4 \sum_{pmn} \langle u_{pm,2n-1}(0) u_{pm,2n-1}(t) \rangle \cos \left(\frac{\pi p x}{a} \right) \times \cos \left(\frac{\pi m y}{b} \right) \cos \left(\frac{\pi p x'}{a} \right) \cos \left(\frac{\pi m y'}{b} \right). \quad (16)$$

Рассчитаем коррелятор вида $\langle u(0)u(t) \rangle$ (индексы опускаем для компактности). Поскольку степени свободы удовлетворяют уравнению движения $\ddot{u} = -\omega^2 u$, то для $u(t)$ можно написать следующее выражение:

$$u(t) = u(0) \cos[\omega t] + \frac{\dot{u}(0)}{\omega} \sin[\omega t] \Rightarrow \langle u(0)u(t) \rangle = \langle u^2(0) \rangle \cos[\omega t] + \langle u(0)\dot{u}(0) \rangle \frac{\sin[\omega t]}{\omega}. \quad (17)$$

Входящая в последнее слагаемое (17) скорость $\dot{u}(0)$ пропорциональна соответствующему обобщенному импульсу, который является независимой от u случайной величиной. Поэтому $\langle u(0)\dot{u}(0) \rangle = 0$ и мы получаем

$$\langle u(0)u(t) \rangle = \langle u^2(0) \rangle \cos[\omega t]. \quad (18)$$

Из (12) и (13) вытекает, что, если обозначить $\alpha \equiv M\omega^2/16kT$, то

$$\langle u^2(0) \rangle = \sqrt{\frac{\alpha}{\pi}} \int u^2 \exp[-\alpha u^2] du = -\sqrt{\frac{\alpha}{\pi}} \frac{\partial}{\partial \alpha} \int \exp[-\alpha u^2] du = \frac{8kT}{M\omega^2}. \quad (19)$$

Таким образом, используя (16), получаем, что

$$\langle \xi(0, x, y) \xi(t, x', y') \rangle = \frac{32kT}{M} \times \sum_{pmn} \frac{\cos[\omega_{pm,2n-1} t]}{\omega_{pm,2n-1}^2} \cos \left(\frac{\pi p x}{a} \right) \cos \left(\frac{\pi m y}{b} \right) \times \cos \left(\frac{\pi p x'}{a} \right) \cos \left(\frac{\pi m y'}{b} \right). \quad (20)$$

Примем теперь во внимание то, что размеры a и b мы считаем большими, т.е. $a, b \gg L$. Это позволяет перейти от суммирования по p и m к интегрированию. Если обозначить $[\pi p/a] \equiv A$ и $[\pi m/b] \equiv B$ то

$$\omega_{pmn} \rightarrow \omega_n(A, B) = v \sqrt{A^2 + B^2 + \left(\frac{\pi n}{L} \right)^2},$$

$$dA = [\pi/a], \quad dB = [\pi/b]$$

и

$$\begin{aligned} \langle \xi(0, x, y) \xi(t, x', y') \rangle &= \frac{32kT}{M} \frac{ab}{\pi^2} \times \\ &\times \sum_n \int_0^\infty dA dB \frac{\cos[\omega_{2n-1}(A, B)t]}{\omega_{2n-1}^2(A, B)} \cos(Ax) \times \\ &\times \cos(By) \cos(Ax') \cos(By'). \end{aligned} \quad (21)$$

Поскольку в выражение (4) входит корреляционная функция (21), усредненная по площади светового пучка, то удобно ввести функцию $F(A, B)$ определяемую как

$$F(A, B) \equiv \int_{D^2} dx dy \cos[Ax] \cos[By]. \quad (22)$$

Тогда, принимая во внимание, что

$$\int \cos[\Omega t] e^{i\nu t} dt = \pi [\delta(\nu - \Omega) + \delta(\nu + \Omega)],$$

с помощью формул (3), (21), (22) получаем для иско-мой спектральной плотности шума $S(\nu)$ следующее выражение:

$$\begin{aligned} S(\nu) &= G^2(\omega) \frac{32kT}{M} \frac{ab}{\pi} \times \\ &\times \sum_n^{odd} \int_0^\infty dA dB \frac{\delta[\nu - \omega_n(A, B)]}{\nu^2} F^2(A, B). \end{aligned} \quad (23)$$

Здесь символ «*odd*» показывает, что суммирование идет по нечетным n . Используя наличие δ -функции можно выполнить интегрирование по B и получить окончательно

$$\begin{aligned} S(\nu) &= \frac{G^2(\omega)}{\nu} \frac{32kT}{L\rho\pi v^2} \times \\ &\times \sum_n^{odd} \int dA \left[\left(\frac{\nu}{v} \right)^2 - A^2 - \left(\frac{\pi n}{L} \right)^2 \right]^{-1/2} \times \\ &\times F^2 \left(A, \sqrt{\left(\frac{\nu}{v} \right)^2 - A^2 - \left(\frac{\pi n}{L} \right)^2} \right). \end{aligned} \quad (24)$$

Здесь $\rho \equiv M/abL$ — плотность материала интерфе-рометра, а интегрирование идет по той области пере-менной A , где фигурирующий в (24) радикал веще-ственен. Очевидно, что вклад моды с номером n отличен от нуля только при $\nu > [\pi n v/L]$. Как уже отмечалось, максимальное значение $G(\omega)$ получает-ся когда интерферометр настроен «на склон»:

$$G_{max} = G(\omega_0 + \Delta) = \frac{I_0 Q}{2LD^2}.$$

В этом случае интенсивность шума максимальна и равна

$$\begin{aligned} S(\nu) &= \frac{(I_0 Q)^2}{\nu L^3 D^4} \frac{8kT}{\rho\pi v^2} \times \\ &\times \sum_n^{odd} \int dA \left[\left(\frac{\nu}{v} \right)^2 - A^2 - \left(\frac{\pi n}{L} \right)^2 \right]^{-1/2} \times \\ &\times F^2 \left(A, \sqrt{\left(\frac{\nu}{v} \right)^2 - A^2 - \left(\frac{\pi n}{L} \right)^2} \right). \end{aligned} \quad (25)$$

Для проведения количественных оценок можно счи-тать, что световой пучок имеет квадратное сече-ние, т.е. $x \in [a/2 - D/2, a/2 + D/2]$ и $y \in [b/2 - D/2, b/2 + D/2]$. В этом случае функция $F(A, B)$ (22) может быть получена в явном виде:

$$\begin{aligned} F(A, B) &= \frac{4}{AB} \cos \left(\frac{Aa}{2} \right) \sin \left(\frac{AD}{2} \right) \times \\ &\times \cos \left(\frac{Bb}{2} \right) \sin \left(\frac{BD}{2} \right), \end{aligned}$$

причем быстроосциллирующие члены типа $\cos^2[Bb/2]$, возникающие в выражении для $F^2(A, B)$, можно заменить на их средние, т.е. на $1/2$. С учетом этих замечаний можно считать, что

$$F^2(A, B) = \frac{1}{A^2 B^2} \sin^2 \left(\frac{AD}{2} \right) \sin^2 \left(\frac{BD}{2} \right). \quad (26)$$

Весь приводимый расчет относится к случаю бес-конечного «времени жизни» акустических колеба-ний в материале резонатора — именно по этой при-чине корреляционная функция (18) не затухает. Ес-ли учесть затухание акустических мод и четность корреляционной функции во времени, то для корре-лятора получается следующее выражение:

$$\langle u(0)u(t) \rangle = \langle u^2(0) \rangle \cos[\omega t] \exp \left(- \left| \frac{t}{\tau} \right| \right), \quad (27)$$

где τ — время затухания акустических мод. Спектр шума $S_\tau(\nu)$ в этом случае получается сверткой (25) и лоренцевской функции с шириной⁴⁾, равной τ^{-1} :

$$S_\tau(\nu) = \frac{\tau}{\pi} \int \frac{S(\nu' - \nu)}{1 + [\nu'\tau]^2} d\nu'. \quad (28)$$

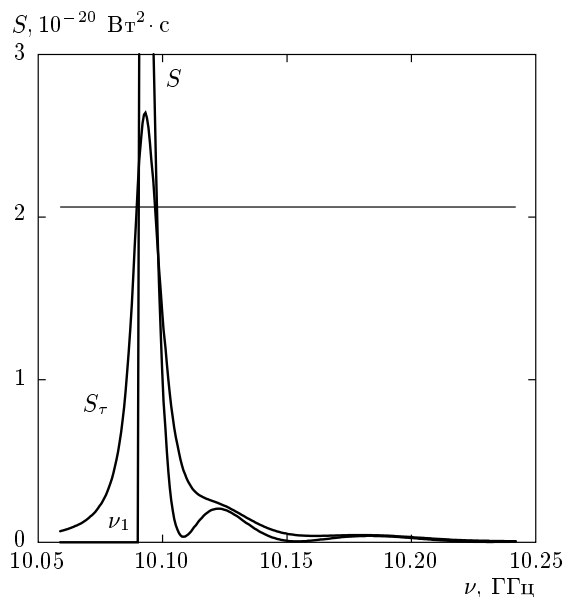
⁴⁾ Как мы увидим, спектр шума оказывается локализован-ным в достаточно узкой спектральной области, где зависимо-стью τ от частоты можно пренебречь.

3. ВОЗМОЖНОСТЬ НАБЛЮДЕНИЯ ШУМОВ МИКРОРЕЗОНАТОРА

Наиболее популярным оптическим микрорезонатором является брэгговский резонатор — интерферометр Фабри–Перо, состоящий из двух брэгговских зеркал, разделенных полуволновым промежутком. Несмотря на то что подобные микрорезонаторы представляют собой многослойные структуры, величина шума интенсивности прошедшего света может быть оценена с помощью формул (25) и (28) по следующей причине. В рассмотренной выше простой однослойной модели существенным является то, что и оптические и акустические волны локализованы в одном и том же слое вещества, который является резонатором как для оптических, так и для акустических волн. Аналогичная ситуация может иметь место и в реальных брэгговских резонаторах, поскольку оптическое брэгговское зеркало имеет также акустическую «стоп-зону» и может эффективно отражать акустические волны соответствующих частот. При этом полуволновой (для оптических волн) промежуток между двумя брэгговскими зеркалами может образовывать акустический резонатор, свойства которого могут быть приближенно описаны рассмотренной в предыдущем разделе однослойной моделью. Количественные оценки показывают, что для типичного полуволнового брэгговского микрорезонатора с $\lambda_0 = 2\pi c/\omega_0 = 800$ нм, состоящего из слоев окиси титана TiO_2 и окиси кремния SiO_2 , частота низшей акустической моды равна 10 ГГц и попадает в акустическую стоп-зону брэгговских зеркал.

Имея в виду все изложенное выше, зададим следующие значения параметров, входящих в формулы (25) и (28): $L = 0.276$ мкм, $I_0 = 0.1$ Вт, $Q = 1000$, $v = 5570$ м/с (SiO_2), $\rho = 2000$ кг/м³ (SiO_2). При указанных значениях параметров частота низшей акустической моды ($n = 1$) оценивается как $\nu_1 = v/2L \approx 10$ ГГц. Как видно из формул (25) и (28), величина шума возрастает при уменьшении размера светового пятна D . Для наших расчетов примем, что $D = 10$ мкм. Такой размер пятна не противоречит указанной выше величине добротности спектра пропускания $Q = 1000$ ⁵⁾. Для оценки входящего в (28) времени затухания акустических колебаний τ

⁵⁾ Дальнейшее уменьшение D путем фокусировки может сопровождаться падением добротности, которое происходит вследствие увеличения неопределенности угла падения. Однако при нормальном падении сфокусированного пучка этот эффект выражен сравнительно слабо, поскольку в этом случае коэффициент пропускания интерферометра квадратично зависит от угла падения.



Спектр шума интенсивности света, прошедшего через микрорезонатор. Значения параметров следующие: толщина микрорезонатора $L = 0.276$ мкм, добротность его спектра пропускания $Q = 1000$, интенсивность светового пучка $I_0 = 0.1$ Вт. Расчет выполнен в спектральной области низшей акустической моды резонатора $\nu_0 \approx 10$ ГГц. Осциллирующая кривая $S(\nu)$ — спектр шума при бесконечном времени жизни фонона $\tau = \infty$. Сглаженная кривая $S_\tau(\nu)$ — то же при $2\pi\nu_0\tau = 2000$. Горизонтальной чертой показан уровень дробового шума света

учтем, что добротность кварцевых резонаторов на частотах около 10^8 Гц может быть порядка 10^4 – 10^5 . На актуальных для нас частотах равных примерно 10^{10} Гц следует ожидать снижения добротности акустических колебаний, поэтому для наших оценок мы примем добротность акустической моды на порядок ниже приведенного диапазона 10^4 – 10^5 , т. е. примерно 10^3 . В этом случае τ оценивается при помощи соотношения $2\pi\nu_1\tau \sim 10^3$.

Для выяснения возможности наблюдения шума интенсивности света, прошедшего через микрорезонатор, величину этого шума (определяемую формулами (25) и (28)) следует сравнить с дробовым шумом используемого света:

$$S_{sn} = I_0 \hbar \omega_0. \quad (29)$$

Результаты такого сравнения показаны на рисунке. На нем приведены рассчитанные спектры шума в области низшей акустической моды ($n = 1$) при бесконечном (осциллирующая кривая $S(\nu)$) и конечном (сглаженная кривая $S_\tau(\nu)$) времени затухания аку-

стических колебаний τ . Горизонтальной линией показан уровень дробовых шумов используемого света (29). Поскольку регистрация спектра дробовых шумов света с относительными флуктуациями последнего около 1% может быть выполнена с помощью современных цифровых спектроанализаторов⁶⁾ при времени накопления порядка нескольких секунд, то, как видно на рисунке, есть все основания полагать, что описанный эффект можно зарегистрировать даже в том случае, если приведенные оценки окажутся завышенными на 1–2 порядка величины.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе приведен расчет спектральной плотности шума интенсивности света, прошедшего через микрорезонатор. Показано, что указанная спектральная плотность обнаруживает максимум на частоте акустических колебаний резонатора — эффект, аналогичный явлению комбинационного рассеяния. Приведены количественные оценки, показывающие, что шум, возникающий благодаря рассмотренному в работе механизму, может быть зарегистрирован с помощью современной техники шумовой спектроскопии.

Как уже было сказано, в задачи данной работы не входит обсуждение информативных свойств описанного эффекта, поэтому ограничимся здесь лишь несколькими краткими замечаниями по этому поводу. Обычно тепловые колебания рассматриваются как мешающий фактор, ограничивающий стабильность работы приборов (см., например, [12]). Из приведенного расчета вытекает, что спектр шумов интенсивности света, прошедшего через микрорезонатор, связан со спектром акустических колебаний структуры и, таким образом, несет информацию, аналогичную получаемой в экспериментах по комбинационному рассеянию. Наблюдение зависимости шумового спектра от диаметра светового пятна поз-

волит судить о правдоподобности использованной нами простой модели, не учитывающей, например, разупорядоченность реальной структуры и возможной локализации акустических волн в плоскости слоев. Наконец, наблюдение корреляционной функции шума двух разнесенных световых пучков⁷⁾, возможно, позволит оценить радиус локализации акустических колебаний структуры.

Автор благодарен В. С. Запасскому и В. Г. Давыдову за обсуждение.

ЛИТЕРАТУРА

1. E. B. Aleksandrov and V. S. Zapasskii, ЖЭТФ **54**, 6412 (1981).
2. E. B. Aleksandrov and V. S. Zapasskii, Optika I Spektroskopiya **41**, 855 (1976).
3. S. A. Crooker, D. G. Rickel, A. V. Balatsky, and D. Smith, Nature **431**, 49 (2004).
4. T. Yabuzaki, T. Mitsui, and U. Tanaka, Phys. Rev. Lett. **67**, 2453 (1990).
5. T. Mitsui, Phys. Rev. Lett. **84**, 5292 (2000).
6. D. H. McIntyre, C. E. Fairchild, J. Cooper, and F. Walser, Opt. Lett. **18**, 1816 (1993).
7. R. Walser and P. Zoller, Phys. Rev. A **49**, 5067 (1993).
8. G. M. Müller, M. Oestreich, M. Römer, and J. Hubner, Physica E **43**, 569 (2010).
9. A. Gillespie and F. Raab, Phys. Rev. D **52**, 577 (1995).
10. F. Bondu and J. Y. Vinet, Phys. Lett. A **198**, 74 (1995).
11. Juejun Hu, Opt. Expr. **18**, 22174 (2010).
12. T. S. Jaseja, A. Javan, and C. H. Townes, Phys. Rev. Lett. **10**, 165 (1963).

⁶⁾ Спектральная область, в которой работают современные спектроанализаторы, ограничена частотами примерно 1–2 ГГц. Поэтому для наблюдения описанного в работе шумового сигнала с частотами около 10 ГГц следует провести соответствующий перенос спектра. Аналогичная задача решается в системах спутникового телевидения с помощью гетеродинных конвертеров, которые могут быть применены и в данном случае. Кроме того, перенос спектра может быть осуществлен модуляцией светового пучка, имеющей место при использовании лазеров в режиме синхронизации мод.

⁷⁾ Такая задача также может быть решена с помощью современных специализированных фурье-анализаторов.