ЖЭТФ, 2013, том 143, вып. 6, стр. 1136–1143

МАГНИТНЫЙ ПЕРЕХОД ПАРАМАГНЕТИК–ДЛИННОПЕРИОДИЧЕСКАЯ СТРУКТУРА В МУЛЬТИФЕРРОИКАХ RMn_2O_5. РЕНОРМГРУППОВОЙ АНАЛИЗ КРИТИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ

В. В. Меньшенин *

Институт физики металлов Уральского отделения Российской академии наук
620990, Екатеринбург, Россия

Поступила в редакцию 14 ноября 2012 г.

Обсуждается переход из парамагнитного состояния в длиннопериодическую структуру с волновым вектором, несоизмеримым вдоль одной из осей кристалла, в мультиферроиках RMn_2O_5. Построен эффективный гамильтониан этих оксидов с учетом спиновых флуктуаций. На основе ренормгруппового подхода найдены критические точки и проанализирована их устойчивость. Показано, что критические флуктуации в этих оксидах допускают существование перехода второго рода для многокомпонентного параметра порядка.

DOI: 10.7868/S004445101306013X

1. ВВЕДЕНИЕ

В последние годы большое внимание уделяется изучению физических свойств оксидов RMn_2O_5. В первую очередь это связано с экспериментальным обнаружением в этих соединениях сильной связи между дальним магнитным порядком и электрической поляризацией [1]. В этих соединениях удается реализовать возможность управления электрическими свойствами с помощью магнитного поля, а магнитными свойствами — с помощью электрического поля. Одним из ярких проявлений такой возможности является обращение направления электрической поляризации без изменения ее величины при периодическом изменении внешнего магнитного поля в интервале между 0 и 2 Тл [2]. В этих соединениях имеют место колоссальные магнитодиэлектрические эффекты [3]. Важным является то обстоятельство, что при появлении электрической поляризации можно ожидать структурный фазовый переход в структуру с полярной симметрией. Экспериментально, однако, во многих работах по рассеянию нейтронов и рентгеноструктурному анализу такое изменение симметрии не обнаружено [1, 2, 4, 5]. О прямом экспериментальном наблюдении изменения симметрии при появлении поляризации в манганате $TbMn_2O_5$ сообщалось, по утверждению авторов, в работе [6].

В манганатах RMn_2O_5 ($R = Eu, Er$) экспериментально найден переход из парамагнитного состояния в длиннопериодическую структуру с волновым вектором, несоизмеримым вдоль оси z кристалла [7]. Группа волнового вектора для этого вектора такова, что ее фактор-группой по подгруппе трансляций является точечная группа $C_{2v} = \{e, 2_z, m_x, m_y\}$, где e — единичный элемент, остальные обозначения стандартны. Согласно результатам работы [8], если точечная группа симметрии волнового вектора есть C_{2v}, то длиннопериодическая структура, характеризуемая этим волновым вектором, становится абсолютно неустойчивой. Она будет устойчивой только при наличии специальных причин, но эти причины для точечной группы C_{2v} сформулированы в работе не были.

Вопрос об устойчивости длиннопериодических структур в обменном приближении рассматривался в обзоре [9]. В этом обзоре сформулировано утверждение о том, что (применительно к нашей ситуации) в случае, если волновой вектор структуры занимает общее положение в плоскости симметрии, то устойчивость несоизмеримой структуры нарушает лишь инвариант Лифшица, содержащий диф-

*E-mail: menshenin@imp.uran.ru

ференцирование по координате, перпендикулярной плоскости симметрии. Существование инвариантов с производными вдоль плоскости приводит к температурной зависимости волнового вектора несоизмеримой структуры. В оксидах $\mathrm{RMn_2O_5}$ для волнового вектора с несоизмеримостью вдоль оси z такой плоскостью является m_y, а, значит, «опасными» являются инварианты, содержащие дифференцирование по координате y. В работе [10] показано аналитически, что это утверждение следует из работы [8].

В работе [11] переход из парамагнитного состояния в длиннопериодическую структуру в оксидах $\mathrm{RMn_2O_5}$ анализировался в рамках теории Ландау. Термодинамический потенциал, построенный в работе на основе теоретико-группового анализа, характеризовался четырехкомпонентным параметром порядка и включал инвариант Лифшица, содержащий дифференцирование компонент параметра порядка только по координате z. Предполагалось, что этот переход является переходом второго рода, поскольку в экспериментальных работах (см. [1, 7] и ссылки в них) не сообщалось об обнаружении скрытой теплоты перехода, указывающей на то, что переход является переходом первого рода.

Известно, что флуктуации вблизи точки фазового перехода могут изменить возможный переход второго рода на переход первого рода [12]. Такое изменение имеет место, например, в оксидах переходных металлов [13]. Флуктуации, однако, не всегда приводят к замене перехода второго рода на переход первого рода, как это показано в работе [14].

Поэтому представляет интерес проанализировать переход из парамагнитной фазы в длиннопериодическую структуру в манганатах $\mathrm{RMn_2O_5}$ (R = = Er, Eu) с учетом флуктуаций вблизи точки фазового перехода.

2. ЭФФЕКТИВНЫЙ ГАМИЛЬТОНИАН

Рассмотрим магнитный переход в оксидах $\mathrm{RMn_2O_5}$ (R = Er, Eu) из парамагнитной фазы в длиннопериодическую структуру. Согласно экспериментальным данным звезда волнового вектора, по которой происходит переход, есть $\mathbf{k} = \{1/2, 0, \mu\}$, где параметр μ имеет, например, значение 0.3 в соединении $\mathrm{EuMn_2O_5}$ [7]. Термодинамический потенциал, описывающий рассматриваемый фазовый переход в рамках теории Ландау с учетом пространственной симметрии $Pbam$ (D_{2h}^9) парамагнитной фазы, выписан в работе [11]. Компоненты параметра порядка в этом термодинамическом потенциале имеют смысл коэффициентов смешивания магнитной структуры с волновым вектором $\mathbf{k}$. Они преобразуются по полному неприводимому представлению указанной выше группы, соответствующему этому волновому вектору [15].

В данной статье представлен ренормгрупповой анализ этого перехода. В рассмотрение необходимо включить спиновые флуктуации, приводящие к пространственной зависимости параметра порядка вблизи фазового перехода. Будем, кроме того, аналогично работе [14] считать, что температурная зависимость коэффициента перед инвариантом Лифшица такова, что вблизи фазового перехода он обращается в нуль. Поэтому в той области температур, которую мы рассматриваем, это слагаемое в термодинамическом потенциале оказывается несущественным.

Отметим далее одно важное обстоятельство. С использованием общего выражения статистической физики для термодинамического потенциала при рассмотрении фазовых переходов, как указано в монографии [16], можно ограничиться частью фазового пространства частиц системы, отвечающего только распределению параметра порядка. В этом случае эффективный гамильтониан, позволяющий анализировать фазовый переход, совпадает с термодинамическим потенциалом системы, описывающим переход в рамках теории Ландау, дополненным слагаемым, учитывающим неоднородность спиновых флуктуаций.

Эффективный гамильтониан получается из термодинамического потенциала, записанного в работе [11]. В нашем случае он имеет вид

$$
\begin{aligned}
H_{eff} = \int d^d x \Big\{ \frac{r}{2}\left[\zeta_1^2(x) + \zeta_2^2(x) + \zeta_3^2(x) + \zeta_4^2(x)\right] + \\
+ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \zeta_j}{\partial x_i}\frac{\partial \zeta_j}{\partial x_i}\right) + g_1\left[\zeta_1^4(x) + \zeta_2^4(x) + \zeta_3^4(x) + \zeta_4^4(x)\right] + \\
+ g_2\left[\zeta_1^2(x)\zeta_2^2(x) + \zeta_3^2(x)\zeta_4^2(x)\right] + \\
+ g_3\zeta_1(x)\zeta_2(x)\zeta_3(x)\zeta_4(x) + \\
+ g_4\left[\zeta_1^2(x)\zeta_3^2(x) + \zeta_2^2(x)\zeta_3^2(x) + \right. \\
\left. + \zeta_1^2(x)\zeta_4^2(x) + \zeta_2^2(x)\zeta_4^2(x)\right] \Big\}, \quad (1)
\end{aligned}
$$

где коэффициенты r, g_i $(i = 1, \ldots, 4)$ по смыслу совпадают с коэффициентами Ландау в термодинамическом потенциале, по повторяющимся индексам предполагается суммирование, индекс d задает размерность пространства, ζ_i $(i = 1, \ldots, 4)$ — компоненты параметра порядка, связанные с приведенными в работе [11] равенствами

$$\eta_1 = \zeta_1, \quad \xi_1 = \zeta_3, \quad \xi_2 = i\zeta_2, \quad \eta_2 = -i\zeta_4. \quad (2)$$

Величины g_i $(i = 1, \ldots, 4)$ равны

$$\begin{aligned} &g_1 = u_1 + 2W_1, \quad g_2 = 2u_1 - 12W_1, \\ &g_3 = u_2, \quad g_4 = u_2', \end{aligned} \tag{3}$$

где u_1, u_2, u_2', W_1 — коэффициенты перед инвариантами четвертого порядка в термодинамическом потенциале [11]. В окрестности температуры перехода T_c, которая рассматривается в работе, значение параметра порядка, определяемое из минимума термодинамического потенциала, мало (или вообще равно нулю выше этой температуры) по сравнению с флуктуирующим значением $\boldsymbol{\zeta}$, поэтому второе слагаемое в эффективном гамильтониане описывает вклад, связанный с неоднородностью флуктуаций в системе.

Выше мы уже отмечали, что в работе [13] изучался магнитный фазовый переход в таких окислах, как MnO, CoO, NiO. Термодинамический потенциал был записан для четырехмерного неприводимого представления группы O_h^5. В этом потенциале, в отличие от рассматриваемого случая, для инвариантов четвертого порядка выполняется равенство (в соответствии с нашими обозначениями) $g_2 = g_4$, а также имеется инвариант вида $\zeta_1\zeta_2\zeta_3\zeta_4$. С другой стороны, в работе [14] рассматривались магнитные фазовые переходы в соединениях $TbAu_2$, DyC_2. Эти соединения обладают пространственной группой $I4/mmm$ (D_{4h}^{17}), а переход происходит из парамагнитной фазы в синусоидальную длиннопериодическую структуру с волновым вектором $\mathbf{k} = \{k, 0, 0\}$ с $k \approx 0.77$ [17]. Эффективный гамильтониан не содержит в этом случае инварианта $\zeta_1\zeta_2\zeta_3\zeta_4$, тогда как $g_2 \neq g_4$.

3. РЕНОРМГРУППОВОЙ АНАЛИЗ

Для описания критического поведения вблизи фазового перехода воспользуемся стандартной процедурой ренормгруппового (РГ) анализа, подробно описанной в монографиях [12, 18, 19]. Будем считать далее, что размерность пространства $d = 4 - \varepsilon$, где ε — малая величина [20]. Используя процедуру РГ-анализа, получим следующие рекурсивные соотношения для величин r, g_i $(i = 1, \ldots, 4)$:

$$\begin{aligned} r' = b^{2-\eta} \Big\{ & r + 2\left[6g_1 + g_2 + 2g_4\right] A(r) - \\ & - \left[96g_1^2 + 8g_2^2 + \frac{1}{2}g_3^2 + 16g_4^2\right] B(r) \Big\} + O(\varepsilon^3), \end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned} g_1' = b^{\varepsilon-2\eta} \Big\{ & g_1 - \left[36g_1^2 + g_2^2 + 2g_4^2\right] K_4 \ln b + \\ & + \Big[864g_1^3 + 24g_1g_2^2 + 48g_1g_4^2 + 8g_2^3 + 16g_4^3 + \\ & + \frac{1}{2}g_3^2g_2 + g_3^2g_4\Big] K_4^2 \ln b \Big\}, \end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned} g_2' = b^{\varepsilon-2\eta} \Big\{ & g_2 - \left[8g_2^2 + 24g_1g_2 + 4g_4^2 + \frac{1}{2}g_3^2\right] \times \\ & \times K_4 \ln b + \big[40g_2^3 + 288(g_1^2g_2 + g_1g_2^2) + 32g_4^3 + \\ & + 48g_2g_4^2 + 6g_3^2g_1 + 2g_3^2g_2 + 10g_3^2g_4\big] K_4^2 \ln b \Big\}, \end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned} g_3' = b^{\varepsilon-2\eta} \{ & g_3 - \left[8g_2g_3 + 16g_3g_4\right] K_4 \ln b + \\ & + \big[160g_2g_3g_4 + 3g_3^3 + 112g_4^2g_3 + 16g_2^2g_3 + \\ & + 96g_1g_2g_3 + 192g_1g_2g_4\big] K_4^2 \ln b \}, \end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned} g_4' = b^{\varepsilon-2\eta} \Big\{ & g_4 - \left[8g_4^2 + 24g_1g_4 + 4g_2g_4 + \frac{1}{2}g_3^2\right] \times \\ & \times K_4 \ln b + \big[288(g_1^2g_4 + g_1g_4^2) + 24g_2^2g_4 + 48g_2g_4^2 + \\ & + 48g_4^3 + 6g_3^2g_1 + 5g_3^2g_2 + 7g_3^2g_4\big] K_4^2 \ln b \Big\}. \end{aligned} \tag{8}$$

В уравнениях (4)–(8) b — параметр, описывающий изменение пространственного масштаба системы при преобразовании Каданова [19], η — критический показатель, характеризующий поведение спиновой корреляционной функции в критической точке. Величины $A(r)$ и $B(r)$ равны [14, 19]

$$\begin{aligned} A(r) &= \int\limits_{\Lambda/b}^{\Lambda} \frac{d^dq}{(2\pi)^d} \frac{1}{q^2 + r} = \\ &= K_d \frac{\Lambda^{d-2}}{d-2}(1 - b^{-2+\varepsilon}) - K_4 r \ln b, \\ B(r) &= \int\limits_{\Lambda/b}^{\Lambda} \int\limits_{\Lambda/b}^{\Lambda} \frac{d^dq}{(2\pi)^d} \frac{d^dq'}{(2\pi)^d} \left[q^2 + r\right]^{-1} \times \\ &\quad \times \left[q'^2 + r\right]^{-1} \left[(\mathbf{q} + \mathbf{q}')^2 + r\right]^{-1}, \end{aligned} \tag{9}$$

где Λ — параметр обрезания волнового вектора,

$$K_d = 2^{-d+1}\pi^{-d/2}/\Gamma(d/2) \tag{10}$$

— площадь поверхности единичной сферы, деленная на величину $(2\pi)^d$, $K_4 = 1/8\pi^2$.

Критический индекс η, характеризующий поведение спиновой корреляционной функции вблизи критической точки, может быть найден [12, 19] в квадратичном по ε приближении. Он определяется из условия постоянства коэффициента перед градиентными слагаемыми в эффективном гамильтониане (1) в критической точке. Индекс η равен

$$\eta = \frac{1}{2}\left(48g_1^2 + 4g_2^2 + \frac{1}{2}g_3^2 + 8g_4^2\right)K_4^2. \tag{11}$$

Уравнения (4)–(8) при условии $g_3 = 0$ совпадают с уравнениями для четырехкомпонентного параметра порядка в работе [14], полученными при описании переходов в системах $\mathrm{TbAu_2}$, $\mathrm{DyC_2}$.

Найдем неподвижные точки РГ-преобразования в линейном по ε приближении. В рассматриваемом приближении в правых частях уравнений (5)–(8) учитываем только два первых слагаемых. Вводя обозначения [14] $x_i = g_iK_4/\varepsilon$ $(i = 1, \ldots, 4)$, получим систему уравнений для определения неподвижных точек:

$$\begin{aligned} x_1 &= 36x_1^2 + x_2^2 + 2x_4^2,\\ x_2 &= 8x_2^2 + 4x_4^2 + 24x_1x_2 + \frac{1}{2}x_3^2,\\ x_3 &= 8x_2x_3 + 16x_3x_4,\\ x_4 &= 8x_4^2 + 24x_1x_4 + 4x_2x_4 + \frac{1}{2}x_3^2. \end{aligned} \tag{12}$$

Система уравнений (12) имеет решения, в которых величина x_3 равна нулю. Все они совпадают с решениями, найденными в работе [14] в этом приближении. Указанные неподвижные (критические) точки оказались неустойчивыми. В этой же работе была найдена лишь одна устойчивая неподвижная точка, но в квадратичном по ε приближении. Рассмотрим ситуацию, когда $x_3 \neq 0$. Тогда имеются три неподвижные точки, которые задаются равенствами

$$x_1^* = \frac{1}{144}, \quad x_2^* = \frac{1}{24}, \quad x_3^* = \frac{1}{6}, \quad x_4^* = \frac{1}{24}, \tag{13}$$

$$x_1^* = \frac{1}{80}, \quad x_2^* = \frac{3}{40}, \quad x_3^* = \frac{1}{10}, \quad x_4^* = \frac{1}{40}, \tag{14}$$

$$\begin{gathered} x_1^* = 0.0208333, \quad x_2^* = 0.0416666,\\ x_3^* = 5.66314\cdot 10^{-8}, \quad x_4^* = 0.0416667. \end{gathered} \tag{15}$$

Проверим устойчивость этих точек в рассматриваемом приближении по ε. Рекурсивные соотношения (5)–(8) (без учета кубических по параметрам g_i $(i = 1, \ldots, 4)$ слагаемых) можно записать в виде дифференциальных уравнений:

$$\frac{dg_1}{d\xi} = \varepsilon g_1 - \left[36g_1^2 + g_2^2 + 2g_4^2\right]K_4, \tag{16}$$

$$\frac{dg_2}{d\xi} = \varepsilon g_2 - \left[8g_2^2 + 24g_1g_2 + 4g_4^2 + \frac{1}{2}g_3^2\right]K_4, \tag{17}$$

$$\frac{dg_3}{d\xi} = \varepsilon g_3 - \left[8g_2g_3 + 16g_3g_4\right]K_4, \tag{18}$$

$$\frac{dg_4}{d\xi} = \varepsilon g_4 - \left[8g_4^2 + 24g_1g_4 + 4g_2g_4 + \frac{1}{2}g_3^2\right]K_4, \tag{19}$$

где $\xi = \ln b$.

Рассмотрим сначала точку, определяемую равенствами (14). Из этих равенств найдем, что параметры g_i $(i = 1, \ldots, 4)$ в этой точке имеют значения

$$\begin{gathered} g_1^* = \frac{\varepsilon}{80K_4}, \quad g_2^* = \frac{3\varepsilon}{40K_4},\\ g_3^* = \frac{\varepsilon}{10K_4}, \quad g_4^* = \frac{\varepsilon}{40K_4}. \end{gathered} \tag{20}$$

Положим [21]

$$\begin{gathered} g_1 = g_1^* + \Delta g_1, \quad g_2 = g_2^* + \Delta g_2,\\ g_3 = g_3^* + \Delta g_3, \quad g_4 = g_4^* + \Delta g_4 \end{gathered} \tag{21}$$

и примем величины Δg_i $(i = 1, \ldots, 4)$ за новые переменные. Подставим (21) в уравнения (16)–(19) и разложим правые части этих уравнений в ряд Тейлора по этим переменным. Получим систему уравнений

$$\begin{gathered} \frac{d(\Delta g_i)}{d\xi} = \sum_j A_{ij}(g_1^*, g_2^*, g_3^*, g_4^*)\Delta g_j + R_i,\\ i = 1, \ldots, 4, \end{gathered} \tag{22}$$

где R_i — члены второго порядка малости относительно переменных (21), матрица A_{ij} определяется формулой

$$A_{ij} = \frac{\partial F_i(g_1^*, g_2^*, g_3^*, g_4^*)}{\partial g_j}, \tag{23}$$

а $F_i(g_1, g_2, g_3, g_4)$, $i = 1, \ldots, 4$ — правые части уравнений (16)–(19). Определим собственные значения матрицы A_{ij} при положительном и значительно меньшем единицы значении параметра ε. В этом случае найдем, что имеются два действительных не равных друг другу отрицательных собственных значения и два различных положительных действительных собственных значения. Этот результат означает, что траектории движения системы в фазовом пространстве (g_1, g_2, g_3, g_4, r) при изменении параметра ξ, сколь угодно близко подходящие к точке (20), но не проходящие через эту точку, удаляются от нее на бесконечность.

Рассмотрим теперь траекторию, проходящую через точку (20). Выберем на этой траектории две точки, задаваемые условиями

$$\begin{gathered} g_1 = g_1^* + \delta, \quad g_2 = g_2^* + \delta,\\ g_3 = g_3^* + \delta, \quad g_4 = g_4^* + \delta, \end{gathered} \tag{24}$$

причем малая величина $\delta > 0$ в первой точке и $\delta < 0$ во второй точке. Подставляя эти значения для величин g_i $(i = 1, \ldots, 4)$ в уравнения (16)–(19), можно убедиться, что в первой точке производные $dg_i/d\xi$ $(i = 1, \ldots, 4)$ оказываются отрицательными величинами, тогда как во второй точке они становятся больше нуля. Это означает, что при переходе по рассматриваемой траектории через критическую точку система возвращается в нее. Находясь во второй точке, система не достигла еще критической точки. Благодаря положительным значениям указанных выше производных, система будет двигаться по направлению к этой точке. Это поведение системы на траектории, проходящей через критическую точку, а также на траекториях, проходящих вблизи этой точки, позволяет заключить [18, 19], что точка (20) является устойчивой критической точкой. В этой точке имеет место фазовый переход второго рода. Критический индекс η в этой точке равен $\eta \approx 0.0122\varepsilon^2 + O(\varepsilon^3)$.

Критический индекс ν, описывающий расходимость корреляционной длины в критической точке, задается равенством

$$\frac{1}{\nu} = 2 - \eta - 2\left[6g_1^* + g_2^* + 2g_4^*\right]K_4 + \\ + \frac{3}{2}\left[96g_1^{*2} + 8g_2^{*2} + \frac{1}{2}g_3^{*2} + 16g_4^{*2}\right]K_4^2. \quad (25)$$

Значение ν для критической точки (14) равно

$$\nu = 0.5 + 0.175\varepsilon - 0.052\varepsilon^2 + O(\varepsilon^3).$$

Исследуем теперь на устойчивость точку, определяемую равенствами (13). Значения параметров g_i $(i = 1, \ldots, 4)$ в этой точке равны

$$g_1^* = \frac{\varepsilon}{144K_4}, \quad g_2^* = \frac{\varepsilon}{24K_4}, \\ g_3^* = \frac{\varepsilon}{6K_4}, \quad g_4^* = \frac{\varepsilon}{24K_4}. \quad (26)$$

Проводя далее замену переменных (21), в которой теперь величины g_i $(i = 1, \ldots, 4)$ определяются равенствами (26), получим снова систему (22) и найдем собственные значения матрицы A_{ij} при тех же условиях, что и выше. Имеются два равных друг другу положительных действительных и два различных отрицательных действительных собственных значения. Следовательно, и в этом случае траектории движения системы в фазовом пространстве (g_1, g_2, g_3, g_4, r) при изменении параметра ξ, сколь угодно близко подходящие к точке (26), но не проходящие через эту точку, удаляются от нее на бесконечность.

Рассмотрим теперь траекторию, проходящую через критическую точку (13). Снова рассмотрим на ней две точки, задаваемые теперь равенствами

$$g_1^* = \frac{\varepsilon}{144K_4} + \delta, \quad g_2^* = \frac{\varepsilon}{24K_4} + \delta, \\ g_3^* = \frac{\varepsilon}{6K_4} + \delta, \quad g_4^* = \frac{\varepsilon}{24K_4} + \delta. \quad (27)$$

Считаем, как и выше, что малая величина $\delta > 0$ в первой точке и $\delta < 0$ во второй точке. Определяя теперь знаки производных $dg_i/d\xi$ $(i = 1, \ldots, 4)$ в первой точке, найдем, что они являются положительными величинами, тогда как во второй точке эти производные оказываются меньше нуля. В этой ситуации система, перейдя через критическую точку, уходит от этой точки. Если же система не достигла критической точки, то она стремится не попасть в эту точку. Эта поведение системы вблизи точки (13) означает, что она является неустойчивой [18, 19] критической точкой. При приближении к этой точке в системе может произойти переход первого рода [12–14]. Из равенств (26) видно, однако, что $g_2^* = g_4^*$ в критической точке. Это равенство означает, что такой фазовый переход может реализоваться, если в системе и в окрестности критической точки имеет место аналогичное равенство для этих параметров, а для орторомбической симметрии это трудно выполнимо. Поэтому переход первого рода является маловероятным.

Проанализируем, наконец, устойчивость третьей точки, задаваемой соотношением (15). В критической точке (15) параметры g_i $(i = 1, \ldots, 4)$ имеют значения

$$g_1^* = 1.643264\varepsilon, \quad g_2^* = 3.28652807\varepsilon, \\ g_3^* = 4.4669 \cdot 10^{-6}, \quad g_4^* = 3.2865359\varepsilon. \quad (28)$$

Определяя собственные значения матрицы A_{ij} при малых положительных значениях параметра ε, находим, что имеются два не равных друг другу положительных собственных значения и два отрицательных различных собственных значения. Следовательно, траектории в фазовом пространстве, проходящие вблизи этой критической точки, удаляются на бесконечность. В соответствии с нашим рассмотрением проанализируем поведение системы на траектории, проходящей через критическую точку (15), (28). Снова рассмотрим две точки на этой траектории, задаваемые условиями

$$g_1 = g_1^* + \delta, \quad g_2 = g_2^* + \delta, \\ g_3 = g_3^* + \delta, \quad g_4 = g_4^* + \delta, \quad (29)$$

в которых сейчас величины g_i^* $(i = 1, \dots, 4)$ заданы равенствами (28). Подставляя эти значения при $\delta > 0$ и при $\delta < 0$ в систему уравнений (16)–(19), видим, что для $\delta > 0$ производные $dg_i/d\xi < 0$ $(i = 1, \dots, 4)$, а в случае, если $\delta < 0$, то $dg_i/d\xi > 0$ $(i = 1, \dots, 4)$.

Таким образом, получаем, что точка (15) также является устойчивой точкой РГ-преобразования. В отличие от первой устойчивой критической точки, в анализируемой точке параметр g_3^* оказывается на четыре-пять порядков меньше по величине, чем остальные три параметра, тогда как в первой точке он оказывается наибольшим. Кроме того, с точностью до пятого знака после запятой имеет место равенство $g_2^* = g_4^*$. Отсюда следует, что критическая точка (15) проявляется в системе, когда орторомбическая симметрия в системе возникает как малое искажение кубической симметрии. В случае, когда эти искажения велики, фазовый переход второго рода будет происходить в первой критической точке. Критический индекс η в третьей критической точке имеет значение $\eta \approx 0.0208\varepsilon^2 + O(\varepsilon^3)$. Значение критического индекса ν в этой точке определяется равенством

$$\nu = 0.5 + 0.250\varepsilon - 0.043\varepsilon^2 + O(\varepsilon^3).$$

Как известно [16, 18, 19], в точке фазового перехода второго рода некоторые термодинамические функции системы имеют особенности. Эти особенности (сингулярности степенного типа от разности температур $T - T_c$, где T_c — температура фазового перехода) связаны с тем, что вблизи этой точки существуют флуктуации параметра порядка. Важным является то, что указанные особенности не определяются величинами флуктуаций параметра порядка $\zeta'(\mathbf{x}) = \zeta(\mathbf{x}) - \zeta_0$ (где ζ_0 — характерное значение параметра порядка, найденное, как уже отмечалось выше, из минимума термодинамического потенциала), которые имеют конечные значения. Более существенным фактором оказывается то обстоятельство, что корреляционная длина, являющаяся мерой пространственного расстояния, на котором эти флуктуации взаимосвязаны, вблизи точки перехода становится большой, а в самой точке перехода — бесконечной. Поэтому при качественном анализе роли флуктуаций в описании перехода необходимо использовать корреляционную функцию флуктуаций, усредненную по объему, линейные размеры которого не меньше корреляционной длины, через которую определяется средний квадрат флуктуаций [16].

Если средний квадрат флуктуаций оказывается меньше, чем квадрат характеристического параметра порядка, ζ_0^2, то применима теория Ландау. Поскольку при увеличении корреляционной длины средний квадрат флуктуаций неограниченно возрастает, ясно, что теория Ландау неприменима при достаточной близости температуры системы к температуре перехода [16]. В рамках самой теории Ландау флуктуациями можно пренебречь. Таким образом, в той области температур вблизи T_c, которая рассматривается в работе, флуктуациями пренебречь нельзя, поскольку они играют определяющую роль.

Если взаимодействием флуктуаций между собой пренебрегают (параметры $g_i = 0$, $i = 1, \dots, 4$), то в системе появляется гауссова критическая точка. Эта точка, однако, является устойчивой только при размерности системы $d > 4$, тогда как при размерности $d < 4$ она будет неустойчивой. Эта гауссова точка, следовательно, не связана с теми критическими точками, в которых реализуются фазовые переходы второго рода. Поэтому неподвижные точки, в которых может реализоваться фазовый переход второго рода, могут быть найдены только с учетом флуктуаций параметра порядка и учетом взаимодействия между ними.

Выше говорилось о том, что в изучаемом температурном интервале вблизи T_c характерное значение параметра порядка ζ_0 мало (или вообще равно нулю выше этой температуры) по сравнению с флуктуирующим значением ζ, поэтому $\zeta'(\mathbf{x}) = \zeta(\mathbf{x})$, что и было учтено в эффективном гамильтониане (1).

4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

В работе проанализирован магнитный фазовый переход из парамагнитной фазы в длиннопериодическую структуру в оксидах $\mathrm{RMn_2O_5}$ $(\mathrm{R} = \mathrm{Eu}, \mathrm{Er})$. Построен эффективный гамильтониан системы, позволяющий рассматривать этот переход в рамках РГ-подхода. Этот эффективный гамильтониан для четырехкомпонентного параметра порядка ввиду низкой (орторомбической) симметрии содержит четыре, в общем случае различных, параметра g_i $(i = 1, \dots, 4)$, связанных с инвариантами четвертого порядка в эффективном гамильтониане. В случае, когда величины g_2, g_4 равны друг другу, этот эффективный гамильтониан совпадает с тем, который использован в работе [13] для изучения магнитных переходов в оксидах переходных металлов. Если же положить равной нулю величину g_3, то этот эффективный гамильтониан, как показано выше, эквивалентен приведенному в работе [14] при исследовании магнитных переходов в несоизмеримые структуры в соединениях $\mathrm{TbAu_2}$, $\mathrm{DyC_2}$.

Установлено, что помимо найденных в работе [14] критических точек, которые оказываются критическими и в нашем случае при условии $g_3 = 0$, имеются еще три критические точки. В этих точках все четыре величины g_i $(i = 1, \ldots, 4)$ отличны от нуля. Анализ устойчивости всех указанных точек приводит к следующим результатам.

Критическая точка, определяемая условиями (14), (20), является устойчивой критической точкой. В этой критической точке в манганатах $\mathrm{RMn_2O_5}$ ($\mathrm{R = Eu, Er}$) будет происходить фазовый переход второго рода из парамагнитной фазы в длиннопериодическую структуру с волновым вектором $\mathbf{k} = \{1/2, 0, \mu\}$, несоизмеримым вдоль оси z кристалла. В самой точке перехода симметрия будет орторомбической. Критическая точка, в которой справедливы равенства (15), (28), также является устойчивой точкой РГ-преобразования, в которой должен происходить фазовый переход второго рода в длиннопериодическую структуру. Он может реализоваться, однако, только в том случае, когда орторомбическая симметрия в системе возникает как малое искажение кубической симметрии, поскольку, как уже указывалось выше, параметр g_3^* мал, а параметры g_2^*, g_4^* незначительно отличаются друг от друга.

Критическая точка, задаваемая равенствами (13), (26), оказывается неустойчивой. При приближении к этой точке в системе может происходить фазовый переход первого рода. Однако он маловероятен, поскольку для орторомбической симметрии равенство параметров g_2 и g_4 как в критической точке, так и в ее окрестности является случайным событием.

Если по каким-либо причинам в рассматриваемых соединениях равен нулю коэффициент g_3, то устойчивой окажется критическая точка, найденная в работе [14]. В этой точке также будет иметь место фазовый переход второго рода из парамагнитной фазы в длиннопериодическую структуру. Обратим внимание на то обстоятельство, что эта критическая точка найдена во втором приближении по малому параметру ε.

Заметим, что в некоторых работах было высказано утверждение о наличии общей тенденции, состоящей в том, что увеличение числа независимых полей, имеющих размерность нуль (компонент параметра порядка), приводит к исчезновению устойчивости критических точек [12]. Наше исследование, а также работа [14] показывают, что важную роль играет исходная симметрия системы. При низкой симметрии системы, такой как тетрагональная или орторомбическая, критические флуктуации могут и не препятствовать реализации фазового перехода второго рода даже при четырехкомпонентном параметре порядка.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Программы Президиума РАН «Квантовые мезоскопические и неупорядоченные структуры» (грант № 12-П-2-1041 УрО РАН).

ЛИТЕРАТУРА

1. G. R. Blake, L. C. Chapon, P. G. Radaelli et al., Phys. Rev. B **71**, 214402 (2005).
2. N. Hur, S. Park, P. A. Sharma et al., Nature (London) **429**, 392 (2004).
3. N. Hur, S. Park, P. A. Sharma et al., Phys. Rev. Lett. **93**, 107207 (2004).
4. S. Kobayashi, T. Osawa, H. Kimura et al., J. Phys. Soc. Jpn. **73**, 1593 (2004).
5. I. Kagomiya, S. Matsumoto, and K. Kohn, Ferroelectrics **286**, 167 (2003).
6. J. Koo, C. Song, S. Li et al., Phys. Rev. Lett. **99**, 197601 (2007).
7. A. Munoz, M. J. Martinez-Lope, V. Pomjakushin et al., J. Phys.: Condens. Matter **24**, 076003 (2012).
8. И. Е. Дзялошинский, ЖЭТФ **46**, 1420 (1964).
9. А. Ф. Андреев, В. И. Марченко, УФН **130**, 39 (1980).
10. V. V. Men'shenin, V. V. Nikolaev, and A. V. Dmitriev, Sol. St. Phenom. **190**, 277 (2012).
11. В. В. Меньшенин, ЖЭТФ **135**, 265 (2009).
12. А. З. Паташинский, В. Л. Покровский, *Флуктуационная теория фазовых переходов*, Наука, Москва (1980).
13. С. А. Бразовский, И. Е. Дзялошинский, Письма в ЖЭТФ **21**, 360 (1975).
14. D. Mukamel and S. Krinsky, Phys. Rev. B **13**, 5078 (1976).

15. Ю. А. Изюмов, В. Е. Найш, Р. П. Озеров, *Нейтронография магнетиков*, Атомиздат, Москва (1981), с. 86.

16. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Статистическая физика*, ч. 1, Наука, Москва (1976), с. 520.

17. D. Mukamel and S. Krinsky, Phys. Rev. B **13**, 5065 (1976).

18. К. Вильсон, Дж. Когут, *Ренормализационная группа и ε-разложение*, Мир, Москва (1975).

19. Ш. Ма, *Современная теория критических явлений*, Мир, Москва (1980).

20. K. G. Wilson and M. Fisher, Phys. Rev. Lett. **28**, 240 (1972).

21. Л. С. Понтрягин, *Обыкновенные дифференциальные уравнения*, Наука, Москва (1979).