

ПЕРЕХОДНЫЕ МИКРОМАГНИТНЫЕ СТРУКТУРЫ В АСИММЕТРИЧНЫХ ВИХРЕПОДОБНЫХ ДОМЕННЫХ СТЕНКАХ (СТАТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ И ДИНАМИЧЕСКИЕ ПЕРЕСТРОЙКИ)

В. В. Зверев^{a}, Б. Н. Филиппов^{a,b}*

*^a Уральский федеральный университет
620002, Екатеринбург, Россия*

*^b Институт физики металлов Уральского отделения Российской академии наук
620990, Екатеринбург, Россия*

Поступила в редакцию 9 ноября 2012 г.

В рамках микромагнитного подхода методом компьютерного моделирования исследованы возможные типы переходных структур с трехмерным распределением намагниченности между участками вихревых асимметричных доменных стенок, существующих в магнитно-мягких магнитно-одноосных пленках с плоскостной анизотропией. Показано, что возможны как структуры типа вертикальных блоховских линий, обсуждавшиеся ранее в других работах, так и структуры новых типов: сингулярные (блоховские) точки; кластеры, состоящие из вертикальных блоховских линий и блоховских точек. Рассчитаны пространственные конфигурации переходных структур и установлены их топологические свойства. Численное моделирование динамики достаточно близких расположенных субструктурных областей обнаруживает возможность реализации различных сценариев их взаимодействия, включая аннигиляцию, сопровождающуюся выделением энергии и возбуждением нелинейных волн.

DOI: 10.7868/S0044451013070134

1. ВВЕДЕНИЕ

Практически важные свойства материалов с магнитным упорядочением (магнитные потери, гистерезис и др.) в существенной мере определяются наличием в них локально неоднородных структур намагниченности и динамическими свойствами этих структур. Характерные размеры этих структур таковы, что, являясь крупномасштабными по отношению к межатомным расстояниям кристаллической решетки, они в то же время малы с макроскопической точки зрения. Это дает возможность использовать микромагнитный подход, в рамках которого энергия магнетика определяется феноменологически, а намагниченность считается классическим континуальным векторным полем \mathbf{M} [1, 2].

Нелинейные уравнения микромагнитной теории могут быть решены аналитически лишь в немно-

гих частных случаях. По этой причине для получения теоретических сведений о состоянии и движении намагниченности приходится использовать численные процедуры. В настоящее время, благодаря прогрессу компьютерных технологий, появилась возможность выполнения трехмерного моделирования динамики намагниченности [3]. Это позволяет изучать формирование магнитных свойств реально существующих веществ с достаточно общих позиций, не ограничиваясь рассмотрением простых схематических моделей.

Устойчивые микромагнитные структуры (МС), разрушение которых требует преодоления энергетических барьеров, представляют практический интерес как основа для создания новых технологий хранения и обработки информации. Устойчивы, в частности, такие МС, в которых распределения \mathbf{M} не могут быть превращены одно в другое или в однородное распределение с помощью непрерывных деформаций (топологические МС). Топологическими образованиями являются так называемые вертикальные

*E-mail: vvzverev49@gmail.com

блеховские линии (ВБЛ), по определению представляющие собой переходные области между двумя частями блеховских стенок. Исследования ВБЛ первоначально проводились в связи с задачей создания новых энергонезависимых и радиационно-устойчивых устройств магнитной памяти [4]. В настоящее время представляет интерес изучение влияния ВБЛ на динамические свойства доменных стенок в носителях информации новых типов [5]. Заметим, что термин ВБЛ был введен в работах раннего периода, в которых рассматривались простые модели стенок (в частности, стенки с одномерной внутренней структурой). Поскольку трехмерное моделирование показывает, что переходные области в доменных стенках имеют сложную пространственную структуру, не являясь просто «линиями», мы будем называть их переходными микромагнитными структурами (ПМС).

При изучении магнитно-одноосных пленок с плоскостной анизотропией, типичным примером которых являются пермаллоевые пленки, ранее использовалось представление об одномерном и двумерном характерах распределения \mathbf{M} соответственно в стенках и в их субструктурных элементах (блеховских линиях) [6]. Лишь в результате длительных усилий было установлено (теоретически [7] и экспериментально [8]), что структура стенок в таких пленках имеет двумерное асимметричное распределение \mathbf{M} . В работе [9] на основе анализа экспериментальных данных [9, 10] был сделан вывод о возможности существования трех типов ПМС, отделяющих друг от друга участки асимметричных доменных стенок с разной структурой (с расположением вихрей слева или справа от центральной линии стенки, с направлением закрутки намагниченности в вихрях по или против часовой стрелки). Трехмерное численное моделирование, впервые выполненное в работах [11–14], подтвердило двумерность и асимметричность стенок, а также показало, что ПМС, разделяющие участки асимметричных стенок, являются существенно трехмерными локальными образованиями. В этих работах были найдены основные типы статических конфигураций ПМС в пленках железа [11, 12] и пермаллоя [13, 14], в число которых входят различные виды ВБЛ.

По нашему мнению, в настоящее время еще не достигнуто полного понимания статических свойств вихреподобных стенок с ПМС. Чтобы установить, являются ли такие структуры, подобно модельным стенкам с одномерным распределением \mathbf{M} , стабильными либо метастабильными, мы рассчитаем полные энергии для различных конфигураций \mathbf{M} . Кроме того, на основе моделирования распределения \mathbf{M}

в пленках толщиной 80–140 нм, нами будут найдены новые типы ПМС, включающих в себя сингулярные точки (СТ) (называемые также блеховскими точками [6]). Распределение \mathbf{M} в окрестности СТ таково, что на любой сфере сколь угодно малого радиуса, содержащей в себе СТ, намагниченность принимает все возможные значения [15]. ПМС могут быть как одиночными СТ, так и комбинированными МС (кластерами), содержащими несколько СТ и ВБЛ. Предположение о наличии СТ в ПМС обсуждаемого типа высказывалось в работе [10], однако в работах [11–14] решения с СТ найдены не были.

В последние годы значительное внимание уделялось изучению МС вихревого типа. Наряду с вихревыми доменными стенками [16–18], в которых оси вихрей параллельны плоскости пленки, рассматривались одиночные вихри (антивихри) с осями, перпендикулярными поверхности пленки, а также системы взаимодействующих вихрей (антивихрей) такого типа. Было установлено, что высокоскоростное «переключение» полярности вихря представляет собой сложный переходный процесс, сопровождающийся рождением и уничтожением пар вихрь–антивихрь [19–22] и излучением нелинейных волн [23–25]. В данной работе мы покажем, что структурные трансформации ПМС, разделяющих участки асимметричных вихревых доменных стенок, могут иметь характер быстротекающих процессов, сопровождающихся аннигиляцией в парах вихрь–антивихрь, выделением энергии и инициацией волновых процессов.

В данной работе мы ограничимся моделированием динамики переходных процессов для специально созданных неравновесных начальных состояний в отсутствие внешнего магнитного поля. Такой подход позволяет оценить степень устойчивости разных конфигураций, разделив их на условно устойчивые (долгоживущие метастабильные, с временем жизни намного больше 1 нс) и короткоживущие. Будет дана классификация основных сценариев распада и перестроек короткоживущих конфигураций.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим магнитно-одноосную пленку с плоскостной анизотропией, имеющую малый фактор качества $Q \ll 1$ ($Q = K/4\pi M_s^2$, где K — константа анизотропии, M_s — намагниченность насыщения). Пусть оси y и z параллельны, а ось x перпендикулярна поверхности пленки; ось z ориентирована вдоль оси легкого намагничивания (ОЛН).

Равновесные распределения намагниченности получены путем минимизации полной энергии стенки, выражение для которой имеет вид

$$E = \iiint_V (w_e + w_a + w_m) d\mathbf{r}, \quad (1)$$

где

$$w_e = \frac{A}{M_s^2} \left\{ \left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial z} \right)^2 \right\}, \quad (2)$$

$$w_a = -\frac{K}{M_s^2} (\mathbf{k} \cdot \mathbf{M})^2, \quad w_m = -\frac{1}{2} \mathbf{M} \cdot \mathbf{H}^{(m)}$$

— плотности обменной, магнитно-анизотропной и магнитостатической энергий, выраженные через намагниченность \mathbf{M} , A — параметр обменного взаимодействия, \mathbf{k} — единичный вектор, направленный вдоль оси z . Магнитостатическое поле $\mathbf{H}^{(m)}$ определяется путем решения уравнений магнитостатики с соответствующими граничными условиями. Расчетная область V имеет форму параллелепипеда с размерами L_x (толщина пленки), L_y и L_z вдоль соответствующих осей. На поверхностях пленки $x = 0$ и $x = L_x$ граничные условия соответствуют незакрепленной намагниченности [2]. На гранях $y = 0$, $y = L_y$, где осуществляется стыковка с доменами, имеем

$$\mathbf{M}|_{y=0} = -\mathbf{k} M_s, \quad \mathbf{M}|_{y=L_y} = \mathbf{k} M_s. \quad (3)$$

Кроме того, используем следующие периодические граничные условия:

$$\mathbf{M}|_{z=0} = \mathbf{M}|_{z=L_z}. \quad (4)$$

Такие условия (аналогичные условиям Борна–Кармана) позволяют избежать учета эффектов, связанных с обрыванием \mathbf{M} на торцах доменной стенки. При расчете $\mathbf{H}^{(m)}$ учитывается, что вдоль z имеется бесконечная цепочка областей с одинаковыми распределениями \mathbf{M} (при суммировании вкладов от удаленных областей величина \mathbf{M} аппроксимируется одномерным континуальным распределением, что позволяет избежать обрывания суммирования [26]).

Структура асимметричной блоховской (называемой также С-образной [11–14]) доменной стенки, разделяющей домены с ориентацией $\mathbf{M} = \pm \mathbf{k} M_s$, изображена на рис. 1. Распределение \mathbf{M} на поверхности пленки совпадает с распределением \mathbf{M} в неелевской стенке, но в сечении плоскостью, перпендикулярной оси z , оно является вихреподобным. Видимые границы области $M_z(\mathbf{r}) > 0$ на рис. 1 закрашены серым цветом. Невидимой частью границы этой

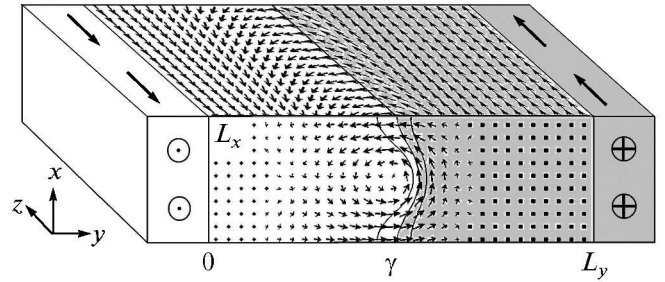


Рис. 1. Пространственное распределение намагниченности в вихревой асимметричной доменной стенке

области является центральная поверхность стенки $M_z(\mathbf{r}) = 0$, пересекающаяся с плоскостью xy по кривой σ (соседние кривые определяются уравнениями $M_z = \pm 0.3 M_s$). На рис. 1 ось вихря расположена левее центра стенки (левосторонняя стенка).

Заметим, что такое распределение \mathbf{M} позволяет почти полностью замкнуть магнитный поток внутри образца и уменьшить магнитостатическую энергию. Не возникает и областей с сильной неоднородностью \mathbf{M} , так что и обменная энергия остается достаточно малой.

Поворот на угол π относительно оси абсцисс позволяет превратить доменную стенку, изображенную на рис. 1, в правостороннюю стенку, имеющую в вихре противоположное направление вращения намагниченности. Другое преобразование, состоящее из инверсии $\mathbf{M} \rightarrow -\mathbf{M}$ и последующего зеркального отражения относительно плоскости xy , оставляет стенку левосторонней, меняя только направление вращения \mathbf{M} в вихре. Комбинация этих преобразований дает возможность превратить левостороннюю стенку в правостороннюю, не меняя при этом направление вращения \mathbf{M} . Таким образом, существуют четыре конфигурации стенки, связанные симметричными трансформациями. В отсутствие внешнего магнитного поля энергии этих конфигураций одинаковы (четырёхкратное вырождение). Из-за предыстории системы или вследствие внешних воздействий может оказаться, что доменная стенка состоит из участков, которые имеют различные конфигурации и разделены ПМС. Поскольку участок с данной конфигурацией может граничить с участком, имеющим одну из трех оставшихся конфигураций, существуют, по меньшей мере, три разновидности ПМС [11–14].

Для того чтобы в результате минимизации энергии (1) получались ПМС предопределенных типов, используются специальным образом подобранные

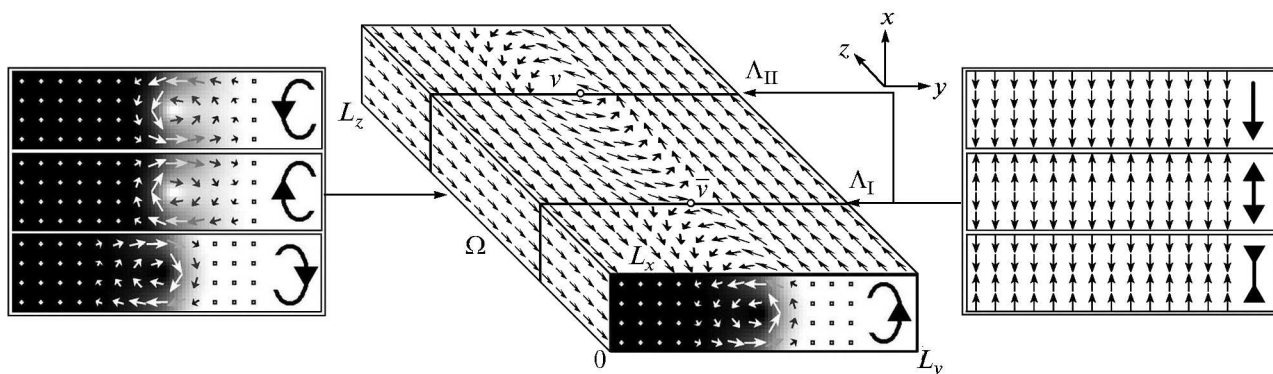


Рис. 2. Схема конструирования начальных распределений для расчета статических конфигураций \mathbf{M} . В сечениях, перпендикулярных оси z , интенсивность закрашки пропорциональна M_z . Пиктограммы в виде незамкнутых овалов со стрелками и вертикальных стрелок служат для идентификации распределений намагниченности, являясь их стилизованными изображениями

начальные условия. Процесс поиска решений, состоящий из двух этапов, схематически показан на рис. 2. На первом этапе, задавая начальное кусочно-постоянное распределение намагниченности, грубо имитирующее распределение \mathbf{M} в асимметричной доменной стенке, и минимизируя энергию, находим трехмерное распределение, трансляционно-инвариантное относительно оси z и отвечающее левосторонней стенке. На втором этапе в области Ω , расположенной между плоскостями Λ_I и Λ_{II} , трансформируем полученное распределение одним из трех описанных выше способов, после чего повторно выполняем минимизацию энергии. Конфигурация \mathbf{M} в плоскости $z = 0$ (т. е. на видимой торцевой поверхности образца) отвечает нетрансформированной левосторонней стенке. Конфигурации \mathbf{M} в сечениях $z = L_z/2$ области Ω , получившиеся в результате выполнения трансформаций, изображены в левом столбце на рис. 2.

В средней части образца ($y \approx L_y/2$) на поверхностях пленки $x = 0$ и $x = L_x$ после выполнения описанных выше трансформаций направления векторов \mathbf{M} по разные стороны от каждой из плоскостей Λ_I, Λ_{II} либо совпадают, либо противоположны. Как показано в работах [11–14], в последнем случае на граничных поверхностях формируются структуры вихрь и антивихрь; в частности, на поверхности $x = L_x$ эти структуры расположены вблизи точек, которые на рис. 2 обозначены v и \bar{v} . Вблизи центров вихря и антивихря находятся области, в которых $|M_x| \sim M_s$ (будем называть их магнитоэлектронными полюсами, используя этот термин в данной работе только в таком узком смысле). ПМС с различными

направлениями \mathbf{M} в магнитоэлектронных полюсах имеют различную внутреннюю структуру. Чтобы получать ПМС с predetermined направлениями \mathbf{M} в полюсах, достаточно при формировании начальных распределений \mathbf{M} перед второй минимизацией энергии вводить вдоль плоскостей Λ_I и Λ_{II} тонкие слои, в которых либо M_x равно M_s или $-M_s$ по всему слою, либо $M_x = \pm M_s$ при $0 < x < L_x/2$, но $M_x = \mp M_s$ при $L_x/2 < x < L_x$ (три варианта распределений \mathbf{M} в таких слоях изображены в правом столбце на рис. 2).

Для описания динамики намагниченности применяется процедура численного решения уравнения Ландау – Лифшица – Гильберта

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -|\gamma| [\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{eff}] + \frac{\alpha}{M_s} \left[\mathbf{M} \times \frac{d\mathbf{M}}{dt} \right]. \quad (5)$$

В правой части этого уравнения γ — гиромагнитное отношение, α — параметр затухания и $\mathbf{H}_{eff} = \mathbf{H}_e + \mathbf{H}_a + \mathbf{H}^{(m)}$ — эффективное поле, состоящее из обменного $\mathbf{H}_e = 2AM_s^{-2}\Delta\mathbf{M}$, магнитно-анизотропного $\mathbf{H}_a = 2KM_s^{-2}\mathbf{k}(\mathbf{k} \cdot \mathbf{M})$ и магнитоэлектронного $\mathbf{H}^{(m)}$ полей.

Для получения распределений \mathbf{M} , порождающих нетривиальные последовательности быстрых динамических трансформаций, производилась искусственная перестройка статических распределений, предварительно найденных путем минимизации энергии. Рассмотрим этот вопрос более подробно. На рис. 3а распределение \mathbf{M} в образце отвечает одному из решений, найденных путем минимизации (1) (здесь и далее плотность серого тона на плоской границе образца пропорциональна величине проекции вектора \mathbf{M} на координатную ось,

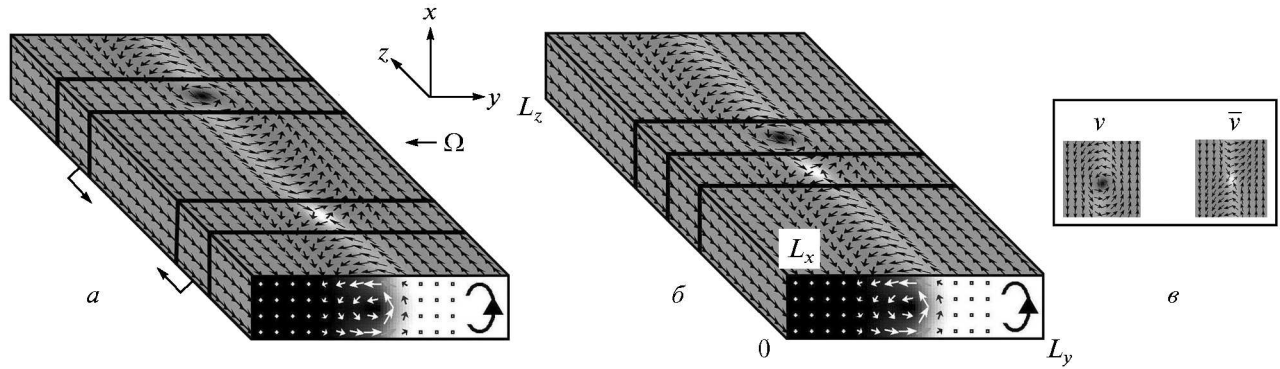


Рис. 3. Схема конструирования неравновесных начальных распределений намагниченности для моделирования динамических процессов

перпендикулярную этой границе, причем большему значению проекции соответствует более светлый тон). Неравновесные конфигурации, используемые как начальные при изучении динамики, получаются в результате сближения областей, содержащих ПМС, с помощью подходящего кусочно-линейного преобразования (переход от конфигурации *a* к конфигурации *b* на рис. 3).

Некоторые ПМС включают в себя вихри и антивихри (и, соответственно, магнитостатические полюсы), лежащие на поверхности пленки. Поверхностные структуры намагниченности в окрестности вихря *v* и антивихря *v̄* изображены на рис. 3в, где степень затемнения пропорциональна величине M_x . В данной работе рассматриваются только ПМС, имеющие не более одного полюса на каждой граничной поверхности пленки. При сближении таких ПМС динамика намагниченности в существенной мере определяется характером взаимодействия вихрей (антивихрей); в частности, возможна их аннигиляция. Покажем, что с этим связаны топологические трансформации намагниченности, для чего определим нормированное поле направлений проекций \mathbf{M} на плоскость границы:

$$\tilde{\mathbf{m}} = \mathbf{M}_\perp / |\mathbf{M}_\perp|,$$

где $\mathbf{M}_\perp = \mathbf{M} - \mathbf{i}(\mathbf{i} \cdot \mathbf{M})$, \mathbf{i} — орт оси *x*. В центрах вихрей (антивихрей), где $\mathbf{M} = \pm \mathbf{i} M_s$, двумерное векторное поле $\tilde{\mathbf{m}}$ имеет особенности. Следуя работам [27, 28], определим степень отображения точек плоского замкнутого контура $\Gamma = \{\mathbf{r}(t), 0 \leq t < 2\pi\}$, лежащего на поверхности пленки, на окружность $\tilde{\mathbf{m}} = 1$:

$$j = \frac{1}{2\pi} \oint_\Gamma dt \left(\tilde{m}_y \frac{d\tilde{m}_z}{dt} - \tilde{m}_z \frac{d\tilde{m}_y}{dt} \right) \quad (6)$$

(считается, что компоненты вектора $\tilde{\mathbf{m}}$ взяты в точках контура Γ). Модуль индекса *j* равен числу оборотов, совершаемых $\tilde{\mathbf{m}}$ при однократном обходе Γ ; $j > 0$, если $\tilde{\mathbf{m}}$ вращается в направлении обхода контура, $j < 0$ в противном случае. Если внутри контура имеется вихрь, $j = 1$; в случае антивихря $j = -1$; если в пределах контура находится пара вихрь-антивихрь или вообще нет вихревых структур, $j = 0$. Индекс *j* сохраняется при непрерывных деформациях распределения намагниченности, т. е. является топологическим инвариантом [28]. Топологические трансформации, связанные с изменением *j*, можно назвать поверхностными, так как вихрь и антивихрь в МС возникают вблизи граничных поверхностей пленки.

Пусть семейство $\{\Gamma(\varsigma), \varsigma \in [0, L_z]\}$ составляют замкнутые контуры, каждый из которых состоит из четырех направленных отрезков, последовательно соединяющих точки $[x_0, 0, 0]$, $[x_0, L_y, 0]$, $[x_0, L_y, \varsigma]$, $[x_0, 0, \varsigma]$ ($x_0 = 0$ и $x_0 = L_x$ для нижней и верхней границ пленки). Рассчитывая индекс (6) для различных семейств $\Gamma(\varsigma)$, мы будем наблюдать на графике функции $j(\varsigma)$ скачок ± 1 всякий раз, когда величина ς будет становиться равной *z*-координате вихря (антивихря).

Можно находить пространственные положения и типы СТ поля \mathbf{M} , рассчитывая значения другого топологического инварианта, имеющего смысл степени отображения замкнутой поверхности *S* в координатном пространстве на сферу $|\mathbf{M}| = M_s$ в пространстве векторов намагниченности. Следуя работам [6, 29], представим этот инвариант в виде поверх-

ностного интеграла от плотности гиротропного вектора \mathbf{g} , выраженной через $\mathbf{m} = \mathbf{M}/M_s$:

$$\chi = \frac{1}{4\pi} \oint_S \mathbf{g}(\mathbf{r}) d\mathbf{s},$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} \sum_{ijk} \varepsilon_{ijk} m_i [\nabla m_j, \nabla m_k] = \quad (7)$$

$$= \frac{1}{m_\gamma} [\nabla m_\alpha, \nabla m_\beta].$$

Здесь ε_{ijk} — символ Леви–Чивита; предполагается, что выполнена одна из подстановок: $(\alpha, \beta, \gamma) = (x, y, z), (y, z, x), (z, x, y)$. Эквивалентные определения инварианта χ даны в [27, 28, 30, 31]. Будем называть топологические трансформации, приводящие к изменению χ , объемными, поскольку они связаны с рождением и уничтожением СТ, являющихся трехмерными образованиями, и могут происходить вдали от границ пленки. Отметим, что в работе [31], где рассмотрены состояния двумерного ферромагнетика с намагниченностью, однородной на бесконечности, степень отображения (7) выражается через интеграл по плоскости с отождествленными бесконечно удаленными точками.

Образуем семейство замкнутых поверхностей $\{S(\zeta), \zeta \in [0, L_z]\}$, состоящее из граничных поверхностей параллелепипедов

$$V(\zeta) = ((x, y, z), 0 < x < L_x, 0 < y < L_y, 0 < z < \zeta).$$

Имея образец с одной или несколькими СТ и рассчитывая численно значения (7), мы будем обнаруживать на графике функции $\chi(\zeta)$ скачок на величину ± 1 при каждом совпадении ζ со значением z -координаты СТ.

Распределения намагниченности, не содержащие ПМС и содержащие ПМС с различным числом СТ, вихрей и антивихрей, попарно топологически не эквивалентны. Это, в частности, находит отражение в различном виде функций $j(\zeta)$ и $\chi(\zeta)$. Ниже будет показано, что в образце конечных размеров возможны как поверхностные топологические трансформации (аннигиляции пар вихрь–антивихрь, приводящие к изменению инварианта j), так и трансформации объемного типа (рождение СТ на границе пленки, аннигиляция СТ во внутренних точках образца; меняется значение инварианта χ).

Численные расчеты проводились с параметрами, характерными для пермаллоевых пленок безмагнитострикционного состава: $A = 10^{-11}$ Дж/м, $K = 10^2$ Дж/м³, $M_s = 800$ Гс. При поиске статических

решений выбирались следующие размеры образцов: $L_x = 80, \dots, 140$ нм, $L_y = 400$ нм, $L_z = 750$ нм (расстояние между плоскостями Λ_I и Λ_{II} бралось равным $L_z/2$). Для численной минимизации энергии (1) был использован метод сопряженных градиентов (на основе алгоритма Флетчера–Ривса). При моделировании динамических процессов уравнение (5) с $\alpha = 0.01$ решалось методом Рунге–Кутты пятого порядка в образце, имеющем размеры $L_x = 100$ нм, $L_y = 400$ нм, $L_z = 750$ нм. Расчеты проводились с помощью пакета программ ООММФ [3], с дискретизацией на прямоугольной сетке с шагом 5 нм по каждой координате (шаг сетки не превышает размера абсолютной однодоменности $l = \sqrt{A/2\pi}/M_s$).

3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

3.1. Статические конфигурации

Результаты минимизации энергии представлены в табл. 1 в виде схематических последовательностей (записей) с использованием введенных на рис. 2 пиктограмм. Символом «звездочка» обозначается СТ. Символам X и Y отвечают «базовые» ПМС, структура которых будет описана ниже. Порядок следования пиктограмм в записи, прочитанной слева направо, отражает порядок, в котором будут встречаться элементы МС и участки доменных стенок при перемещении от $z = 0$ к $z = L_z$ вдоль образца. МС, обозначенные как А, В и С, отличаются друг от друга типом доменной стенки в части образца, расположенной между плоскостями Λ_I и Λ_{II} (см. рис. 2). Записи I и II соответствуют ПМС, локализованным вблизи плоскостей Λ_I и Λ_{II} . Рассмотрим структуру различных ПМС в деталях.

ПМС в случае А разделяет левостороннюю и правостороннюю стенки, представляющие собой вихревые трубки (с осями вдоль z), у которых направления закрутки \mathbf{M} в вихрях одинаковы, а направления намагниченности в приосевых областях противоположны. Рассчитанная для этого случая конфигурация намагниченности не имеет полюсов на границах пленки и состоит из двух СТ, расположенных в окрестностях плоскостей Λ_I и Λ_{II} в местах соединения осей вихревых трубок. При сеточной аппроксимации СТ представляет собой локальную область, в которой не малы углы между векторами \mathbf{M} в соседних узлах. На рис. 4а дано изображение сечения части образца, заключенной между плоскостями $z = 0$ нм и $z = 375$ нм, плоскостью $y = 200$ нм. На этом рисунке белым треугольником отмечено положение СТ, а интенсивность закраски фона про-

Таблица 1. Конфигурации начальных распределений (НР) и статические конфигурации ПМС, полученные путем минимизации энергии

Тип МС	НР	Результирующие ПМС	
		I	II
A		I	
		II	
B		I	
		II	
C		I	
		II	
B1		I	
		II	
C1		I	
		II	
C2		I	
		II	
C3		I	
		II	
C4		I	
		II	

порциональна величине M_y (большему значению соответствует более светлый тон). Одномерное распределение \mathbf{M} вдоль прямой $x = 50$ нм, $y = 200$ нм, проходящей через СТ, имеет в месте расположения СТ сингулярность (рис. 4б). Находя численно значения χ в соответствии с выражением (7), мы обнаруживаем на графике $\chi(\zeta)$ скачок $\chi = 0 \rightarrow -1$ при совпадении ζ со значением z -координаты СТ (рис. 4в). Область неоднородности \mathbf{M} на сетке, обусловленная

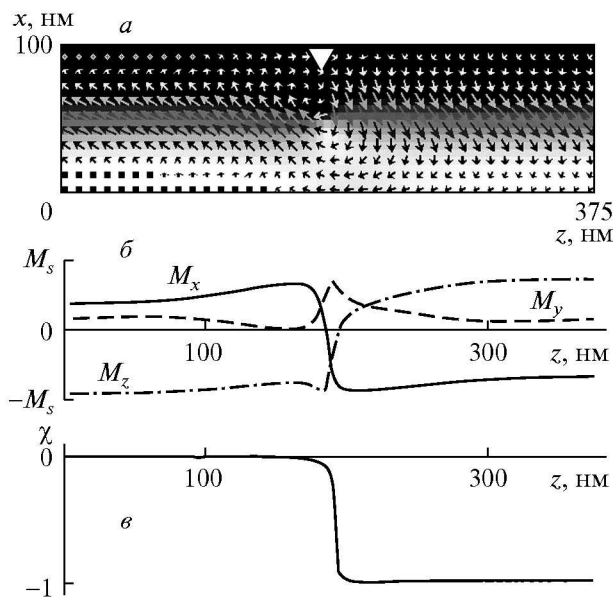


Рис. 4. Случай А: ПМС, содержащая сингулярную (блховскую) точку

наличием СТ, имеет конечные размеры, вследствие чего скачок оказывается сглаженным.

ПМС в случаях В и С (см. табл. 1), являющиеся разновидностями вертикальных блховских линий, но имеющие различную внутреннюю структуру, будем называть ВБЛ соответственно X- и Y-типа.

ВБЛ X-типа имеет на противоположных граничных поверхностях пленки вихрь и антивихрь, в центрах которых направление \mathbf{M} одинаково и перпендикулярно этим поверхностям. Смещаясь вдоль оси z и рассматривая \mathbf{M} в сечениях $z = \text{const}$, можно заметить, что по мере приближения к ПМС центральная поверхность стенки $M_z(\mathbf{r}) = 0$ уплощается. При этом приосевая область вихря смещается в сторону ближайшего домена (рис. 5а), сливается с ним; в итоге вихревая трубка разрушается. Разрушение вихря по одну сторону от центральной поверхности доменной стенки сопровождается возникновением вихря по другую сторону: от второго домена отделяется приосевая область с противоположным значением M_z , которая оказывается окруженной новой вихревой трубкой (рис. 5в). В сечении $z = 180$ нм, проходящем через центр ПМС (рис. 5б), находится симметричная двухвихревая структура. Распределение \mathbf{M} в сечении $y = 200$ нм имеет крестообразный вид (рис. 5д). По разные стороны от ПМС центр стенки сближен с разными доменами, что видно из рис. 5г.

ВБЛ Y-типа имеет более сложную структуру рас-

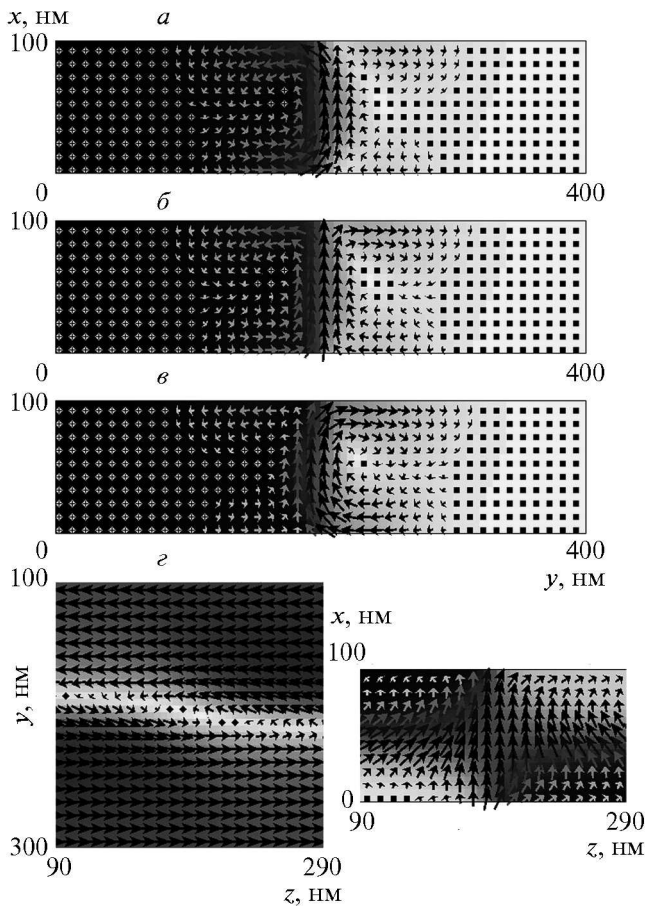


Рис. 5. Случай В: конфигурации \mathbf{M} в сечениях образца, содержащего ВБЛ X-типа, плоскостями $z = 160$ нм (*a*), $z = 180$ нм (*b*), $z = 200$ нм (*в*), $x = 50$ нм (*г*), $y = 200$ нм (*д*)

пределения \mathbf{M} . Теперь в центрах вихря и антивихря, образующихся на противоположных граничных поверхностях пленки, векторы \mathbf{M} перпендикулярны этим поверхностям и направлены в противоположные стороны. Как следует из рис. 6*a,б*, разрушение вихревой трубки левосторонней стенки с закруткой против часовой стрелки происходит при выходе приосевой области этой трубки на верхнюю границу пленки. Смещаясь далее в положительном направлении оси z , мы видим, что на нижней граничной поверхности образуется новая приосевая область вихревой трубки, принадлежащая левосторонней стенке с закруткой \mathbf{M} в вихре теперь уже по часовой стрелке (рис. 6*в*). В сечении плоскостью $y = 200$ нм ВБЛ Y-типа имеет поперечную вихревую структуру (рис. 6*д*). Эта структура создает возможность для получения на граничных поверхно-

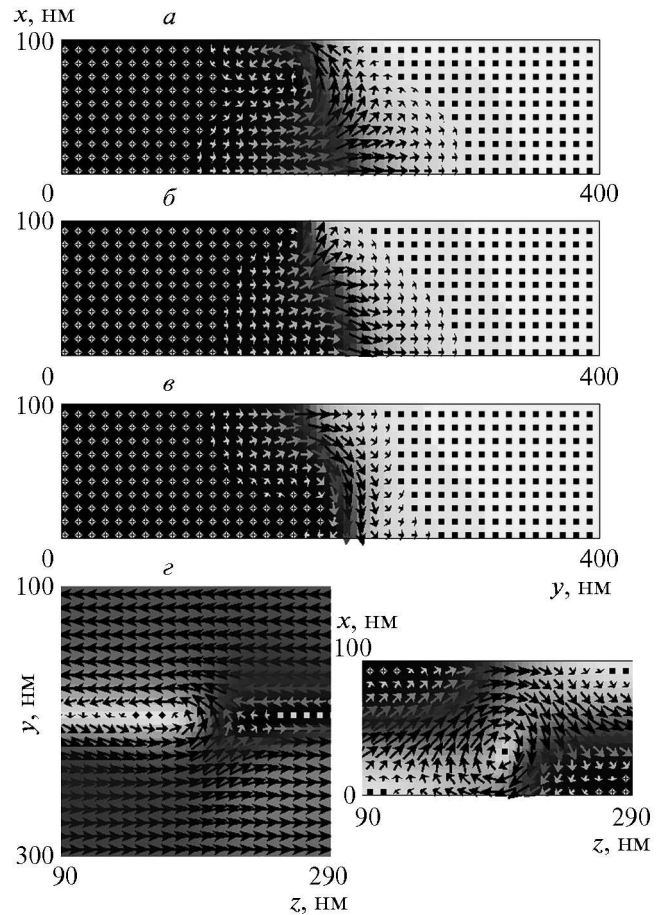


Рис. 6. Случай С: конфигурации \mathbf{M} в сечениях образца, содержащего ВБЛ Y-типа, плоскостями $z = 170$ нм (*a*), $z = 182$ нм (*б*), $z = 195$ нм (*в*), $x = 50$ нм (*г*), $y = 200$ нм (*д*)

стях пленки полюсов с противоположно направленными векторами \mathbf{M} в отсутствие блоховской точки между полюсами. ВБЛ Y-типа имеет два подтипа, различающиеся направлением вектора намагниченности в центре вихря, изображенного на рис. 6*д* в табл. 1 эти подтипы обозначены символами \bar{Y} и \bar{Y} .

Структуры $V_1(\text{II})$, $C_1(\text{I})$, $C_2(\text{I, II})$, $C_4(\text{I, II})$ являются кластерами, состоящими из ВБЛ X-типа и одной или двух СТ. На рис. 7*a,в* даны сечения плоскостью $y = 200$ нм распределений \mathbf{M} для структур $C_2(\text{I})$ и $V_1(\text{II})$; белыми треугольниками отмечены положения СТ. Под каждым из сечений изображен соответствующий график функции $\chi(\varsigma)$. Из этих графиков следует, что $\chi = -1$ для СТ, входящей в $C_2(\text{I})$ (рис. 7*б*) и $\chi = 1$ для каждой из двух СТ, входящих в $V_1(\text{II})$ (рис. 7*г*). Немонотонность функции $\chi(\varsigma)$ в месте расположения ВБЛ можно объяснить погреш-

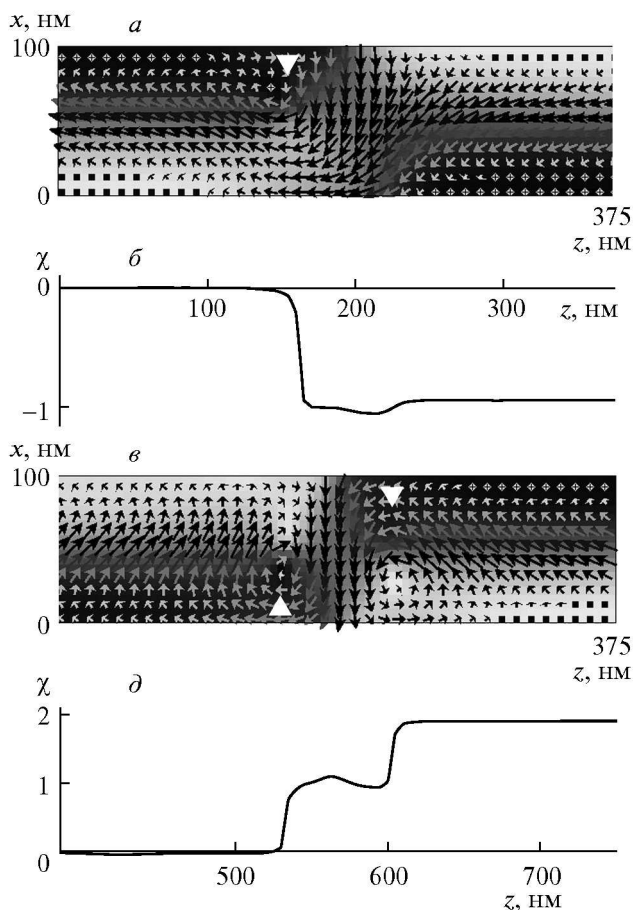


Рис. 7. Кластеры $C_2(I)$ и $V_1(II)$, состоящие из ВБЛ X-типа и одной или двух сингулярных точек. Изображениям a, e сечений плоскостью $y = 200$ нм соответствуют графики b, d функции $\chi(z)$

ностями конечно-разностной аппроксимации.

Устойчивость кластеров, содержащих СТ, проверялась следующим образом: описывающие их поля \mathbf{M} суммировались со случайным полем \mathbf{M}_r ($|\mathbf{M}_r| \sim M_s/2$), получившиеся поля масштабировались так, чтобы выполнялось условие $|\mathbf{M}| = M_s$; после вновь выполнялась минимизация энергии. В результате получались распределения намагниченности, практически не отличающиеся от исходных.

При толщинах пленки $L_x < 150$ нм взаимодействие ПМС, удаленных друг от друга на расстояние порядка $L_z/2 = 375$ нм, можно считать слабым. Из рис. 8a следует, что энергия доменной стенки без ПМС является наименьшей, т.е. стенка с ПМС любого типа представляет собой метастабильное состояние. Этот результат не согласуется с выводами, к которым обычно приходят, рассматривая

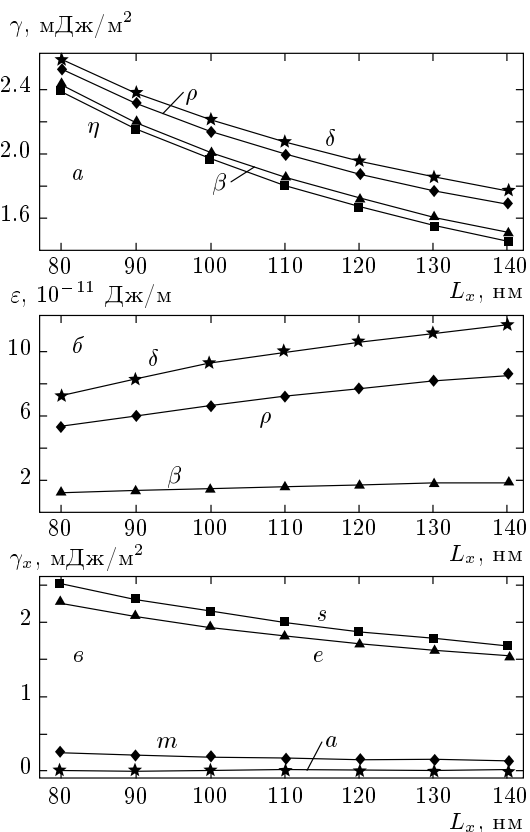


Рис. 8. Зависимости от толщины пленки поверхностных плотностей энергии для стенки (η) без ПМС или (β, ρ, δ) с двумя ПМС (a); энергий ПМС, отнесенных к толщине пленки (b); поверхностных плотностей парциальных энергий для пленки с двумя ВБЛ X-типа (e). Данные соответствуют стенкам с СТ (β); ВБЛ X-типа (ρ), ВБЛ Y-типа (δ). Семейство кривых e состоит из графиков полной (s), обменной (e), магнитостатической (m) энергий и энергии анизотропии (a)

магнитно-одноосную пленку с ОЛН, лежащей в ее плоскости, в рамках одномерной модели распределения намагниченности. Можно предположить, что это несоответствие свидетельствует о неадекватности одномерной модели. С точки зрения одномерного подхода, ВБЛ должны быть стабильными, поскольку уменьшают полюсы на граничных поверхностях пленки в полосках, образованных пересечением доменной стенки с этими поверхностями. В более реалистичных моделях, учитывающих двумерный и трехмерный характер распределений \mathbf{M} , становится возможным появление вихреподобных образований с неелевскими участками на поверхностях пленки. В этом случае магнитный поток почти полностью замкнут внутри пленки, так что исчезает причина, по

Таблица 2. Конфигурации сближаемых ПМС и качественное описание динамических процессов

Тип ПМС	Сближаемые ПМС		Перестройка структуры	Результат
	→	←		
A			нет	две разбегающиеся СТ
B			аннигиляция двух ВБЛ X-типа	колебания намагниченности
C			нет	кластер YY
B ₁			нет	кластер X * X, убегающая СТ
C ₁			аннигиляция ВБЛ X- и Y-типа, рождение СТ	две движущиеся СТ, колебания намагниченности
C ₂			аннигиляция двух ВБЛ X-типа	две движущиеся СТ, колебания намагниченности
C ₃			аннигиляция ВБЛ Y- и Y-типа, рождение и аннигиляция двух СТ	колебания намагниченности

которой наличие ВБЛ ведет к выигрышу в энергии.

Как следует из экспериментальных работ, различные типы ПМС реально существуют (см., например, [9, 10, 32]). В частности, некоторые фрагменты изображений поверхностных распределений намагниченности, полученных в работе [32] с помощью керровской микроскопии высокого разрешения, соответствуют, по-видимому, ПМС А-, В-, и С-типа (структуры Т3, Т1 и Т2 в обозначениях работы [32]). Появление ПМС может быть связано с предысторией образования доменной структуры в целом. Кроме того, ВБЛ можно создать искусственно — например, путем приложения к пленке локально неоднородных импульсных магнитных полей.

Из рис. 8б видно, что энергии ПМС, отнесенные к толщине пленки, растут с увеличением толщины. Это свидетельствует о том, что ПМС являются не линейными, а трехмерными образованиями, так что при переходе к более толстым пленкам их изменение не сводится к простому удлинению.

Графики плотностей парциальных энергий,

приведенные для частного случая ВБЛ X-типа (рис. 8в), являются типичными; примерно те же пропорции между энергиями имеют место и для других ПМС. Видно, что основной вклад дает обменная энергия. Из-за хорошего замыкания магнитного потока вклад магнитостатической энергии оказывается значительно меньшим. Вклад энергии анизотропии мал в силу малости фактора качества рассматриваемых пленок.

3.2. Динамические решения и их свойства

В табл. 2 дано качественное описание динамических процессов, обусловленных определенными начальными конфигурациями М, полученными из статических конфигураций (см. табл. 1) путем сближения ПМС (см. рис. 3). Динамические перестройки структуры распределения М происходят в форме рождения или аннигиляции СТ и ВБЛ X- и Y-типа. Будем указывать начальные расстояния между ПМС, содержащими ВБЛ X- и Y-типа, как

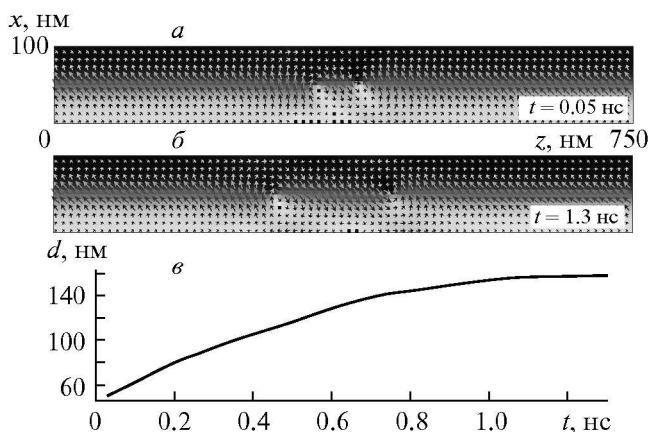


Рис. 9. Случай А: разбегание сингулярных (блоховских) точек

расстояния $d_{v\bar{v}}$ между вихрем и антивихрем на границе $x = 100$ нм. Рассмотрим более подробно динамические процессы в частных случаях.

Вычисляя функцию $\chi(\zeta)$, нетрудно показать, что в случае А мы имеем две СТ, с $\chi = -1$ для левой СТ и $\chi = 1$ для правой СТ. Моделирование динамики показывает, что, будучи искусственно сближенными до расстояния 50 нм, в дальнейшем СТ разбегаются. На рис. 9а,б изображены сечения распределений \mathbf{M} плоскостью $y = 200$ нм, содержащие СТ. Скорость роста расстояния d между СТ со временем убывает (рис. 9б).

В случае В происходит аннигиляция двух ВБЛ Х-типа, по завершении которой возникает сильно-возбужденная стенка без ПМС. Неоднородности, возникшие вследствие кусочно-линейного преобразования, приводят к появлению малоамплитудной расходящейся волны, покидающей область локализации ВБЛ за время около 60 пс. Далее происходит сближение и практически одновременная аннигиляция двух пар вихрь–антивихрь, находящихся на разных граничных поверхностях пленки. На рис. 10 представлены сечения распределения \mathbf{M} плоскостью $y = 200$ нм в различные моменты времени. Вверху ($t = 0.03$ нс) изображены начальные положения ВБЛ ($d_{v\bar{v}} = 70$ нм), ниже ($t = 0.44$ нс) — момент аннигиляции; черные стрелки показывают направления векторов \mathbf{M} в центрах вихря и антивихря на поверхности $x = 0$ нм. Выделившаяся при аннигиляции энергия приводит к возникновению изгибных колебаний стенки и спиновых волн. Волны движутся вдоль стенки, но из-за условий (3) не могут распространяться в глубь доменов. В течение времени от $t = 0.8$ нс до $t = 1$ нс существует уединенная волна

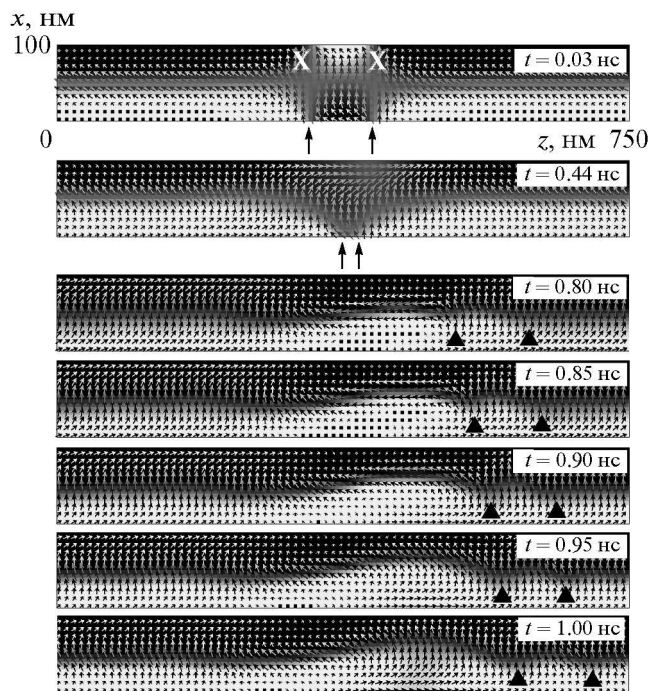


Рис. 10. Случай В: аннигиляция двух ВБЛ Х-типа

с двумя максимумами, отмеченными черными треугольниками, движущаяся вправо.

Сходная динамическая картина наблюдается в случае С₂. Отличие состоит в том, что начальное неравновесное распределение \mathbf{M} наряду с двумя ВБЛ Х-типа ($d_{v\bar{v}} = 70$ нм) содержит две СТ. Моделирование динамики в течение примерно 1 нс показало, что колебания, возникающие после аннигиляции пар вихрь–антивихрь и исчезновения ВБЛ, заставляют СТ смещаться, однако их аннигиляции не происходит.

В случае В₁ после сближения ВБЛ также формируется структура, состоящая из двух СТ и двух ВБЛ Х-типа (рис. 11; $d_{v\bar{v}} = 100$ нм). Однако порядок следования этих элементов в направлении z теперь другой: две ВБЛ отделены друг от друга находящейся между ними СТ. Моделирование в течение примерно 1 нс показало, что ВБЛ не аннигилируют; в структуре Х*Х наблюдаются лишь небольшие смещения; вторая же СТ при этом быстро движется вправо (на рис. 11а,б положения СТ отмечены черным и белым треугольниками).

Удобно анализировать движение СТ, строя графики функции $\chi(\zeta)$ в различные моменты времени. График на рис. 11в, показывает, что локальные неоднородности поля \mathbf{M} , наблюдаемые визуаль-

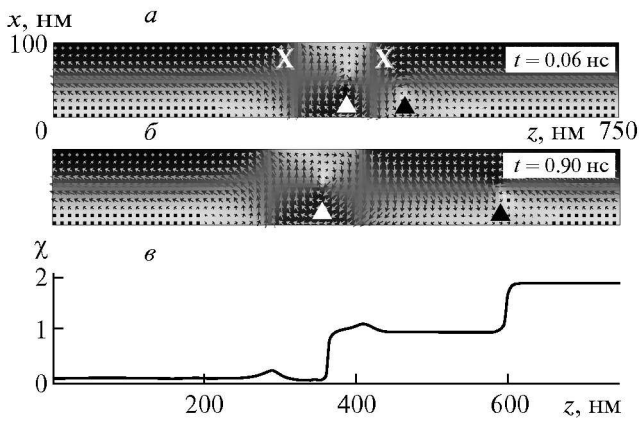


Рис. 11. Случай В₁: структура из двух ВБЛ X-типа и двух СТ

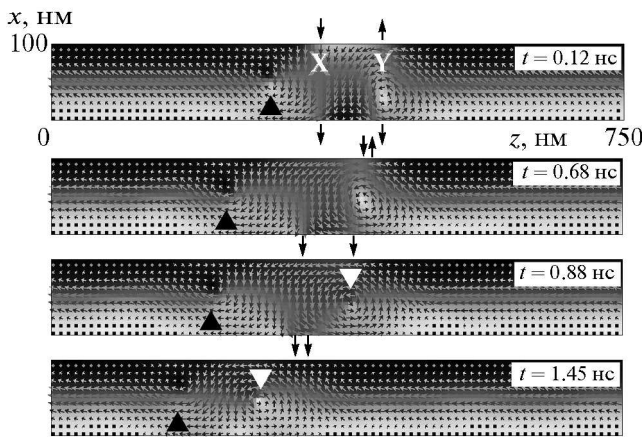


Рис. 12. Случай С₁: аннигиляция ВБЛ X- и Y-типов, сопровождающаяся рождением СТ

но (рис. 11а,б), действительно соответствуют двум СТ, для каждой из которых $\chi = 1$. Другой способ визуализации СТ, основанный на построении изоповерхностей M_x и M_y , описан в [24].

В работе [24] отмечалось, что в пермалловых пленках толщиной около 10 нм при аннигиляции вихря и антивихря, имеющих в своих центрах векторы намагниченности, направленные антипараллельно, происходит рождение СТ. Покажем, что эта закономерность имеет место и тогда, когда аннигилируют вихрь и антивихрь, входящие в состав ПМС. Рассмотрим процесс аннигиляции ВБЛ X- и Y-типа (случай С₁). На рис. 12, иллюстрирующем основные этапы трансформации МС, черными стрелками показаны направления векторов намагниченности в центрах вихрей, а черным треуголь-

ником — СТ. Вихрь и антивихрь на поверхности $x = 100$ нм, вначале находящиеся на расстоянии $d_{v\bar{v}} = 100$ нм друг от друга, сближаются и аннигилируют при $t = 0.68$ нс, порождая вторую СТ (отмечена белым треугольником). Далее, в момент времени $t = 0.88$ нс, происходит аннигиляция вихря и антивихря на поверхности $x = 0$ нм; при этом СТ не возникает.

Аннигиляция вихря и антивихря приводит к выделению энергии и возникновению волнового процесса как на поверхности, так и в толще пленки. На рис. 13 интенсивность серого тона пропорциональна x -компоненте \mathbf{M} на поверхности $x = 100$ нм (случай С₁). Мы наблюдаем сближение вихря и антивихря при $t < 0.68$ нс и различные стадии распространения волны, порожденной аннигиляцией на поверхности $x = 100$ нм, в течение времени $t = 0.68$ – 0.77 нс. При $t = 1.11$ нс поверхности $x = 100$ нм достигает волна, порожденная аннигиляцией второй пары вихрь–антивихрь на поверхности $x = 0$ нм.

Движение и трансформации вихрей, антивихрей и СТ удобно анализировать с помощью функций $dj(\varsigma, t)/d\varsigma$ и $d\chi(\varsigma, t)/d\varsigma$, значения которых можно найти с помощью выражений (6) и (7) с использованием данных о конфигурации \mathbf{M} в разные моменты времени. На полутонковых графиках (рис. 14) видны траектории вихрей, антивихрей и СТ, которые складываются из дельтаобразных всплесков, находящихся на месте ступенек, имеющих на графиках функций $j(\varsigma, t)$ и $\chi(\varsigma, t)$. Темными и светлыми линиями изображены траектории МС, характеризующихся значениями топологических инвариантов (j для вихрей и антивихрей, χ для СТ), равными соответственно -1 и $+1$.

Для случая С₁ траектории движения различных МС изображены на рис. 14а. Темная и светлая линии ниже точки α являются траекториями движения вихря v и антивихря \bar{v} , принадлежащих X-ВБЛ и Y-ВБЛ и находящихся на граничной плоскости $x = 100$ нм. Аннигиляция этих МС, происходящая в точке α , приводит к рождению СТ s_1 . На том же рисунке левее изображена траектория другой СТ s_2 .

В случае С₃ (рис. 14б) в результате сближения ВБЛ Y-типа и \bar{Y} -типа ($d_{v\bar{v}} = 85$ нм) происходят неодновременные аннигиляции двух пар вихрь–антивихрь: вначале вихря v_1 и антивихря \bar{v}_1 на границе $x = 0$ нм, позже вихря v_2 и антивихря \bar{v}_2 на границе $x = 100$ нм. В результате в точках α возникают СТ s_1 и s_2 с различными значениями χ . Через некоторое время эти СТ, сблизившись, аннигилируют в точке β .

Охарактеризуем динамические процессы, проис-

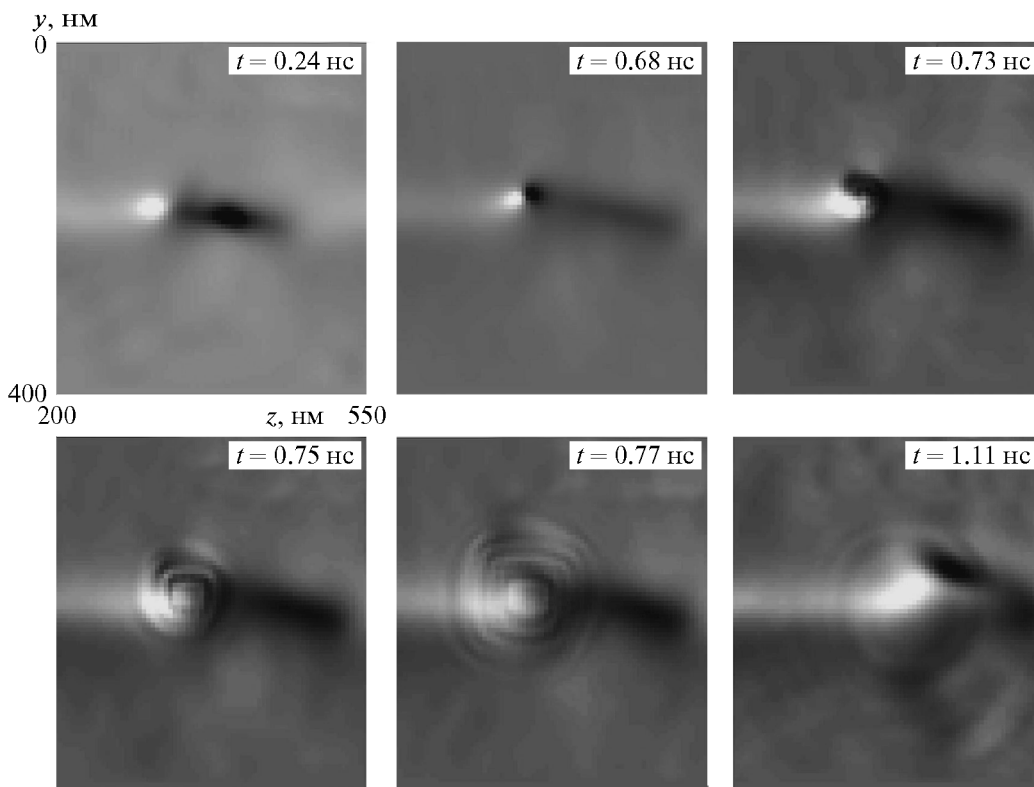


Рис. 13. Случай C_1 : поверхностные спиновые волны, возникающие при аннигиляции пар вихрь-антивихрь

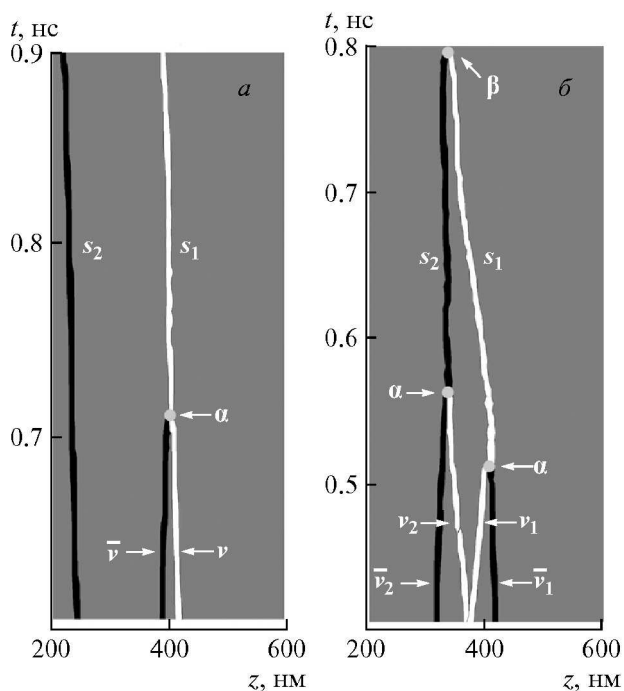


Рис. 14. Траектории вихрей, антивихрей и СТ для случаев C_1 (а) и C_3 (б)

ходящие при сближении ПМС, с точки зрения топологических трансформаций. В случаях А, С, V_1 трансформации такого типа отсутствуют. В случаях В и C_2 имеют место поверхностные трансформации, обусловленные аннигиляциями пар вихрь-антивихрь на границах пленки. Наконец, в случаях C_1 и C_3 наблюдаются цепочки топологических трансформаций (рис. 14), включающие в себя как поверхностные трансформации (взаимодействие вихрей и антивихрей на границах), так и объемные трансформации (рождения и аннигиляции СТ).

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе численного моделирования, точно учитывающего все основные взаимодействия в магнитно-одноосных пленках с плоскостной анизотропией (включая диполь-дипольное), найдены микромагнитные структуры с трехмерным распределением намагниченности M , разделяющие участки асимметричных вихреподобных стенок с различным расположением вихрей и (или) различным направлением закрученности намагниченности в этих вихрях.

Показано, что трем возможным типам переходов между участками стенок разного типа отвечают три базовые структуры: СТ (блоховская точка), ВБЛ X-типа и ВБЛ Y-типа. Особенностью последних двух структур является существование вихря на одной поверхности пленки и антивихря на другой. Намагниченности в центрах вихря и антивихря перпендикулярны поверхностям пленки и либо сонаправлены (тип X), либо противоположны (тип Y). Дано полное описание трехмерной структуры ВБЛ с одним вихрем (антивихрем) на каждой границе пленки, одиночной СТ и кластеров, состоящих из ВБЛ и СТ. Показано, что ВБЛ Y-типа имеет вихревую структуру в плоскости, перпендикулярной поверхности пленки и параллельной ОЛН. Также установлено, что существуют две модификации ВБЛ Y-типа, отличающиеся одна от другой направлением \mathbf{M} в центре вихря.

На основе полученных численных данных найдены топологические инварианты для одиночных СТ и СТ, входящих в кластеры, что позволило дать топологическую классификацию ПМС.

Показано, что асимметричные доменные стенки, содержащие ВБЛ, СТ и кластеры, являются метастабильными. Однако при этом, являясь топологическими структурами, они достаточно устойчивы и для их разрушения требуются затраты энергии. Вместе с тем единственным стабильным образованием является асимметричная вихревая блоховская стенка.

Выявлено, что полная энергия асимметричных стенок с любыми ПМС уменьшается с ростом толщины пленок, что связано, в основном, с уменьшением обменной энергии, обусловленным уменьшением степени неоднородности намагниченности в более толстых пленках.

Найден парциальный вклад отдельных энергий в полную энергию асимметричных блоховских стенок, содержащих ПМС. Показано, что, как и в случае стенок без ПМС, основной вклад в полную энергию связан с неоднородным обменным взаимодействием.

Исследованы модельные конфигурации, в которых ПМС искусственно сближены, что делает их способными к эффективному взаимодействию. Показано, что возможны различные сценарии динамического поведения таких систем. Это, в частности,

- а) независимость конфигурации от времени;
- б) движение без структурных перестроек (разбегание двух СТ);
- в) полная аннигиляция ПМС, сопровождающаяся выделением энергии, после которой остается ко-

леблющая асимметричная стенка одного типа (аннигиляция двух ВБЛ X-типа);

г) частичная аннигиляция ПМС, сопровождающаяся выделением энергии, после которой остаются участки доменной стенки различного типа, отделенные друг от друга оставшимися ПМС (аннигиляция двух ВБЛ X-типа, с сохранением двух СТ);

д) частичная или полная аннигиляция ПМС, сопровождающаяся появлением новых ПМС (аннигиляция ВБЛ X- и Y-типа и рождение СТ; аннигиляция ВБЛ Y- и \bar{Y} -типа, рождение двух СТ и их последующая аннигиляция).

Разработан метод анализа микромагнитных структур, содержащих СТ, основанный на расчете топологических инвариантов областей, имеющих переменное положение границ.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант № 11-02-00931).

ЛИТЕРАТУРА

1. L. Landau and E. Lifshits, *Phys. Zeitsch. der Sow.* **8**, 153 (1935).
2. У. Ф. Браун, *Микромагнетизм*, Мир, Москва (1979).
3. M. J. Donahue and D. G. Porter, *OOMMF User's Guide, Version 1.0 NISTIR 6376*, National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, MD (1999).
4. S. A. Konishi, *IEEE Trans. Mag.* **40**, 1838 (1983).
5. S. S. P. Parkin, M. Hayashi, and L. Thomas, *Science* **320**, 190 (2008).
6. А. Малоземов, Дж. Слонзуски, *Доменные стенки с цилиндрическими магнитными доменами*, Мир, Москва (1982).
7. A. E. Labonte, *J. Appl. Phys.* **40**, 2450 (1969).
8. J. N. Chapman, G. R. Morrison, J. P. Jacobovics et al., *J. Magn. Magn. Mater.* **49**, 277 (1985).
9. B. E. Argyle, B. Petek, M. E. Re et al., *J. Appl. Phys.* **63**, 4033 (1988).
10. C. G. Harrison and K. D. Leaver, *Phys. Stat. Sol. (a)* **15**, 415 (1973).
11. S. Huo, J. E. L. Bishop, J. W. Tucker et al., *J. Magn. Magn. Mater.* **177–181**, 229 (1998).
12. S. Huo, J. E. L. Bishop, J. W. Tucker et al., *J. Magn. Magn. Mater.* **218**, 103 (2000).

13. M. Redjda, A. Kakay, T. Trunk et al., J. Appl. Phys. **89**, 7609 (2001).
14. M. Redjda, A. Kakay, M. F. Ruane et al., J. Appl. Phys. **91**, 8278 (2002).
15. W. Döring, J. Appl. Phys. **39**, 1006 (1968).
16. S. W. Yuan and H. N. Bertram, Phys. Rev. B **44**, 12395 (1991).
17. B. N. Filippov, L. G. Korzunin, and F. A. Kassan-Ogly, Phys. Rev. B **64**, 104412 (2001).
18. Б. Н. Филиппов, ФНТ **28**, 991 (2002).
19. Ki-Suk Lee, Byoung-Woo Kang, Young-Sang Yu et al., Appl. Phys. Lett. **85**, 1568 (2004).
20. Q. F. Xiao, J. Rudge, B. C. Choi et al., Appl. Phys. Lett. **89**, 262507 (2006).
21. Ki-Suk Lee, K. Y. Guslienko, Jun-Young Lee et al., Phys. Rev. B **76**, 174410 (2007).
22. R. Hertel, S. Gliga, M. Fahnle et al., Phys. Rev. Lett. **98**, 117201 (2007).
23. Ki-Suk Lee, Sangkook Choi, and Sang-Koog Kim, Appl. Phys. Lett. **87**, 192502 (2005).
24. R. Hertel and C. M. Schneider, Phys. Rev. Lett. **97**, 177202 (2006).
25. Sangkook Choi, Ki-Suk Lee, K. Y. Guslienko et al., Phys. Rev. Lett. **98**, 087205 (2007).
26. K. M. Lebecki, M. J. Donahue, and M. W. Gutowski, J. Phys. D **41**, 175005 (2008).
27. Г. Е. Воловик, В. П. Минеев, ЖЭТФ **72**, 2256 (1977).
28. Б. А. Дубровин, С. П. Новиков, А. Т. Фоменко, *Современная геометрия*, Наука, Москва (1979).
29. A. A. Thiele, Phys. Rev. Lett. **30**, 230 (1973).
30. А. М. Косевич, Б. А. Иванов, А. С. Ковалев, *Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны*, Наук. думка, Киев (1983).
31. А. А. Белавин, А. М. Поляков, Письма в ЖЭТФ **22**, 503 (1975).
32. R. Schäfer, W. K. Ho, J. Yamasaki et al., IEEE Trans. Magn. **27**, 3678 (1991).