

# ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ И КОЭФФИЦИЕНТ РЕКОМБИНАЦИИ В УЛЬТРАХОЛОДНОЙ ПЛАЗМЕ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

*А. А. Бобров<sup>a</sup>, С. Я. Бронин<sup>a</sup>, Б. В. Зеленер<sup>a,c</sup>,  
Б. В. Зеленер<sup>a</sup>, Э. А. Манькин<sup>b,c</sup>, Д. Р. Хихлуха<sup>a\*</sup>*

<sup>a</sup>Объединенный институт высоких температур Российской академии наук  
127412, Москва, Россия

<sup>b</sup>Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт»  
123182, Москва, Россия

<sup>c</sup>Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»  
115409, Москва, Россия

Поступила в редакцию 29 октября 2012 г.

Впервые рассчитана функция распределения и коэффициент диффузии электрона в пространстве энергий для слабонеидеальной ультрахолодной плазмы в магнитном поле в области магнитных полей  $B = 100\text{--}50000$  Гс для различных температур. Проведен анализ зависимости этих характеристик от величины магнитного поля и показано, что функция распределения зависит от сдвига энергии электрона в магнитном поле. Обнаружено, что с увеличением магнитного поля происходит смещение положения «узкого места» функции распределения в сторону отрицательных энергий. Рассчитаны автокорреляторы скорости электрона в зависимости от магнитного поля, поведение которых свидетельствует о существенном уменьшении частоты столкновений между заряженными частицами с ростом индукции магнитного поля. В диффузионном приближении вычислен коэффициент столкновительной рекомбинации  $\alpha_B$  для слабонеидеальной ультрахолодной плазмы в магнитном поле. Показано, что увеличение индукции магнитного поля приводит к уменьшению  $\alpha_B$  и это уменьшение может составлять несколько порядков величины.

DOI: 10.7868/S1234567813070195

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Наш интерес к изучению поведения ультрахолодной плазмы (УХП) в магнитном поле связан с уменьшением коэффициента столкновительной рекомбинации, что позволяет сильно увеличить время наблюдения УХП в процессе эксперимента, а также с магнитной стабилизацией высоковозбужденных ридберговских атомов, образующихся во время рекомбинации.

По-видимому, одной из первых работ, посвященной влиянию магнитного поля на рекомбинацию в плазме, была работа [1]. В этой работе в рамках гидродинамического приближения для описа-

ния движения электронов на однородном положительном фоне в однородном магнитном поле  $B$  методом молекулярной динамики рассчитывалась константа скорости рекомбинации для случая слабой кулоновской неидеальности, т. е. когда параметр кулоновской неидеальности  $\gamma = e^2 n_e^{1/3} / k_B T_e \ll 1$ , где  $e$ ,  $n_e$ ,  $T_e$  — соответственно заряд, концентрация и температура электронов, а  $k_B$  — постоянная Больцмана. В результате было получено, что при  $B \rightarrow \infty$  константа скорости рекомбинации уменьшается примерно в десять раз по сравнению с ее значением в отсутствие поля. Использование гидродинамического приближения для изучения рекомбинации, однако, возможно тогда, когда эволюция системы частиц рассматривается на масштабах времени  $\Delta t$  таких, что

\*E-mail: DKhikhlukha@ihed.ras.ru, dhihluha@gmail.com

$$\tau_f \ll \tau_r \ll \Delta t \ll \tau_{rec} \ll \tau_{eq}, \quad (1)$$

где  $\tau_f$  — время столкновения частиц,  $\tau_r$  — время, в течение которого устанавливается локальное равновесие в макроскопически малых объемах,  $\tau_{rec}$  — время рекомбинации, а  $\tau_{eq}$  — время установления полного термодинамического равновесия [2]. Как было показано в работе [3], время столкновения двух электронов в сильном магнитном поле обратно пропорционально квадрату ларморовского радиуса  $r_B = \sqrt{2E/m_e\omega_B^2} = v_e/\omega_B$ :

$$\tau_f \propto (n_e \bar{v}_e r_B^2)^{-1}, \quad (2)$$

где  $E$ ,  $v_e$ ,  $m_e$  и  $\omega_B = eB/m_e c$  — соответственно энергия, относительная скорость, масса и ларморовская частота электрона,  $c$  — скорость света. В случае УХП  $n_e \sim 10^9 \text{ см}^{-3}$ , электронная температура  $T_e \sim 1\text{--}10 \text{ К}$ ,  $\bar{v}_e \sim 10^6 \text{ см/с}$ , а время столкновения при  $B = 5 \cdot 10^4 \text{ Гс}$  составляет  $10^{-3} \text{ с}$ . Из соотношения (1) следует, что гидродинамическое время  $\Delta t$  должно быть по крайней мере  $10^{-1} \text{ с}$ . Время рекомбинации можно оценить из соотношения  $\tau_{rec} \sim 1/n_e^2 \alpha_B$ . Даже если положить коэффициент столкновительной рекомбинации  $\alpha_B \sim 10^{-17} \text{ см}^6/\text{с}$  (эта величина в УХП без магнитного поля порядка  $10^{-14} \text{ см}^6/\text{с}$ ), то время рекомбинации будет также порядка  $10^{-1} \text{ с}$ .

Видно, что гидродинамическое приближение несправедливо при рассмотрении эволюции УХП при указанных выше параметрах и необходимо использовать кинетический подход, при котором состояние системы можно описать одночастичной функцией распределения. При этом масштаб времени будет удовлетворять неравенству

$$\tau_f \ll \Delta t \ll \tau_{rec}. \quad (3)$$

Рекомбинация в магнитном поле также исследовалась в работе [4] применительно к плазме антиводорода. При этом предполагалось, что рекомбинация проходит в два этапа. Сначала электрон, который движется вдоль силовой линии магнитного поля, попадает в слабосвязанное состояние, обусловленное кулоновским взаимодействием. При этом, как полагают авторы работы [4], время захвата определяется формулой Томсона [5], в которой магнитное поле меняет лишь численный множитель согласно [1]. Затем наступает длительная стадия столкновительного движения поперек направления магнитного поля. В этой стадии авторы работы [4] описывают процесс перехода слабосвязанного электрона на нижние уровни энергии за счет столкновения со свободными электронами в дрейфовом приближе-

нии. Для описания процесса рекомбинации в работе [4] использовался пространственный коэффициент диффузии.

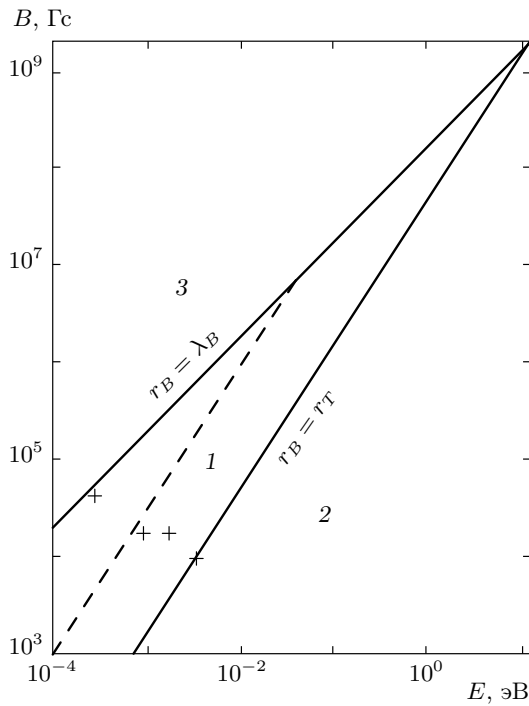
Необходимо сказать, что трехчастичная рекомбинация была достаточно корректно описана в отсутствие магнитного поля в предположении диффузии слабосвязанного электрона в пространстве энергий (см., например, [6]). При этом коэффициент рекомбинации, полученный в [6], отличается от формулы Томсона [5] примерно в два раза, что свидетельствует о том, что захват в процессе рекомбинации является определяющим в отличие от мнения авторов работы [4]. Кроме того, диффузия электрона в энергетическом пространстве и диффузия в обычном пространстве это далеко не одно и то же, хотя обе эти характеристики зависят, в конечном счете, от сечения столкновения между электронами.

В работах [7, 8] была сделана попытка перейти к расчету рекомбинации УХП с помощью решения классических уравнений движения электронов и протонов в магнитном поле без всяких приближений при помощи метода молекулярной динамики. Однако при этом для описания процессов рекомбинации использовалась процедура подсчета числа электронов с энергией меньше  $-k_B T_e$  вблизи протона. Для нескольких значений поля и температур, таким образом, определялась константа скорости рекомбинации, в выражение для которой была сведена вся зависимость процесса рекомбинации от поля. Как будет показано ниже, предложенная в работах [7, 8] модель не способствует физическому пониманию и неверно отражает зависимость коэффициента рекомбинации УХП от напряженности магнитного поля.

В работе [9] впервые была определена область значений  $B$  в зависимости от энергии электрона, в которой магнитное поле влияет на столкновительную рекомбинацию, если движение частиц описывается законами классической механики.

На рис. 1 представлена диаграмма «магнитное поле–энергия электрона» из работы [9], на которой обозначены различные области в зависимости от соотношения ларморовского радиуса  $r_B$ , дебаевского радиуса  $r_D = \sqrt{T_e/4\pi n_e e^2}$  и длины Ландау  $r_T = e^2/2E$ .

Области 1 и 2 — это области параметров, где движение заряженных частиц может рассматриваться классически. В области 3 необходимо учитывать квантовый характер движения. Условие, разделяющее эти области, эквивалентно соотношению  $E = \hbar\omega_B$ , которое является границей между квантовым и классическим описанием характера движе-



**Рис. 1.** Диаграмма «магнитное поле–энергия электрона». Область 1 определяется неравенством  $r_B < r_T < r_D$  для случая классического взаимодействия; область 2 — неравенством  $r_T < r_B < r_D$  для случая классического взаимодействия; область 3 ограничена прямой  $r_B = \lambda_B$  и отвечает области квантового взаимодействия ( $\lambda_B$  — длина волны электрона с энергией  $\hbar\omega_B$ ). Штриховая линия —  $r_T = 10r_B$ . Крестики — параметры экспериментов по антиводороду [10–12]

ния заряженных частиц в магнитном поле. В области 2 магнитное поле недостаточно велико, чтобы влиять на рекомбинацию. В области 1, которую будем называть областью сильного магнитного поля, столкновительная рекомбинация зависит от величины индукции поля и энергии электрона.

В работе [9] также было предложено выражение для коэффициента столкновительной рекомбинации слабонеидеальной УХП в сильном магнитном поле, полученное по аналогии с формулой Томсона:

$$\alpha_B = 17.2 \bar{v}_e r_T^5 \left( \frac{r_B}{r_T} \right)^2. \quad (4)$$

Проведенное сравнение результатов, полученных с помощью формулы (4), с данными экспериментов по антиводороду [10–12] показало, что предложенное выражение удовлетворительно их описывает. Однако соотношение (4) было записано в предположении, что частота электрон-ионных столкнове-

ний  $\nu_{ei} \propto r_B^2$  на основе качественных соображений и только для случая  $r_B \ll r_T$ . Его экстраполяция в область  $r_B \sim r_T$  ничем не обоснована.

Чтобы подробнее изучить влияние магнитного поля на столкновительные процессы в УХП, в данной работе методом молекулярной динамики численно исследуется модель, аналогичная рассматриваемой нами ранее [13–16], но с учетом магнитного поля в уравнениях движения частиц. Так же как и раньше, для расчета коэффициента рекомбинации в работе используется диффузионный подход, при котором определяется функция распределения по энергии и коэффициент диффузии электрона в энергетическом пространстве. Справедливость этого подхода для УХП обусловлена с одной стороны тем, что рекомбинация в УХП осуществляется через очень высокие возбужденные состояния с главным квантовым числом больше или порядка 100, а с другой стороны, тем, что энергия, передаваемая третьей частице при рекомбинации, меньше температуры электронов [13–16]. Также достоинством диффузионного подхода, в отличие от работ [7, 8], является отсутствие необходимости в определении понятия связанной пары, которое является неоднозначным.

## 2. МОДЕЛЬ ПЛАЗМЫ

Для расчета нами использовалась модель двухкомпонентной двухтемпературной водородной плазмы, состоящей из электронов и протонов [13–16]. В этой модели взаимодействие одноименных зарядов осуществляется по закону Кулона, а разноименных зарядов — тоже по закону Кулона, но скорректированному на малых расстояниях таким образом, чтобы при  $r < A$  потенциал взаимодействия электрона и иона был равен  $\Phi_{ei} = e^2/A$ , где величина  $A$  выбиралась из интервала  $a_0 < A < 10a_0$  ( $a_0$  — боровский радиус). Расчеты проводились методом молекулярной динамики для различных температур электронов  $T_e = 8, 13, 29$  К, плотности  $n_e^0 = 10^{10}$  см<sup>3</sup> и различных значений магнитного поля  $B = 500\text{--}5 \cdot 10^4$  Гс. Значения температуры и плотности соответствуют параметрам слабонеидеальной плазмы. Система уравнений движения всех частиц в магнитном поле численно решалась в ячейке с длиной ребра  $L = (N/n_e)^{1/3}$ . Число частиц  $N$  варьировалось в пределах сотни. Выбор  $N$  и зависимость от числа частиц подробно рассматривались в работе [13]. Также там рассматривалась зависимость результатов расчета от выбора  $A$  для потенциала взаимодействия между разноименными зарядами.

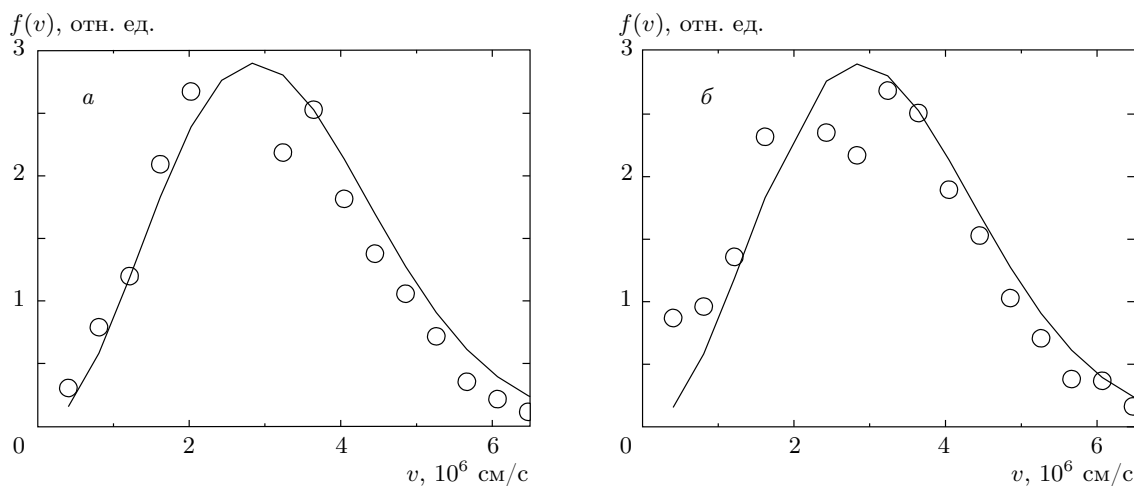


Рис. 2. Сравнение распределения скоростей частиц с распределением Максвелла при  $B = 10^4$  Гс (а) и  $B = 5 \cdot 10^4$  Гс (б). Точки — рассчитанные значения, кривые — распределения Максвелла при  $T_e = 29$  К

Начальные условия задавались следующим образом:

при  $t = 0$  координаты и скорости частиц задавались с помощью генератора случайных чисел;

после расчета полных энергий электронов в начальный момент времени скорости электронов направлялись таким образом, чтобы полная энергия каждой частицы была положительной.

В качестве граничных условий выбирались периодические граничные условия. Расчет проводился в микроканоническом ансамбле. Магнитное поле включалось при  $t = 0$ .

### 3. РАССЧИТЫВАЕМЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

#### 3.1. Температура электронов

При изучении неравновесной кулоновской системы методом молекулярной динамики, так же как и в работах [13–16], нами, в первую очередь, определялась температура частиц. В магнитном поле установившиеся квазистационарные значения температуры электронов и ионов зависят от значения индукции магнитного поля. Температура частиц определялась из сопоставления полученного в расчете распределения скоростей частиц с подобранным распределением Максвелла. На рис. 2 приведены примеры установления максвелловского распределения кинетической энергии для электронов при различных  $B$ .

#### 3.2. Автокорреляторы скорости

Другой важной характеристикой столкновительных процессов, протекающих в УХП под действием магнитного поля, является автокоррелятор скорости электрона

$$R(t) = \langle \mathbf{v}_e(0) \cdot \mathbf{v}_e(t) \rangle / \langle \mathbf{v}_e^2(0) \rangle$$

(угловые скобки означают усреднение по всем электронам). Как известно, время, в течение которого автокоррелятор скорости обращается в нуль, однозначно связано с временем столкновения, а для случая приближения парных столкновений, имеющего место в слабонеидеальной плазме, — с сечением двухчастичных взаимодействий. Поэтому нами были рассчитаны автокорреляторы скорости электрона при различных значениях  $B$  и  $T_e$ . На рис. 3 приведены примеры автокорреляторов.

Важным отличием автокоррелятора скорости электрона в магнитном поле от автокоррелятора скорости в отсутствие магнитного поля является наличие осцилляций амплитуды с ларморовской частотой (ср. рис. 3а с рис. 3б–д). Эти осцилляции наблюдаются при всех значениях  $B$  и  $T_e$ . Кроме того, наблюдается амплитудная модуляция значений автокоррелятора, которая обусловлена, с нашей точки зрения, взаимодействием электронов с протонами. К этому заключению приводит оценка времени перемещения электрона от одного протона к другому.

Основной вывод, который можно сделать из результатов расчетов автокорреляторов скорости, заключается в том, что с увеличением  $B$  время, в течение которого автокоррелятор скорости обращается в

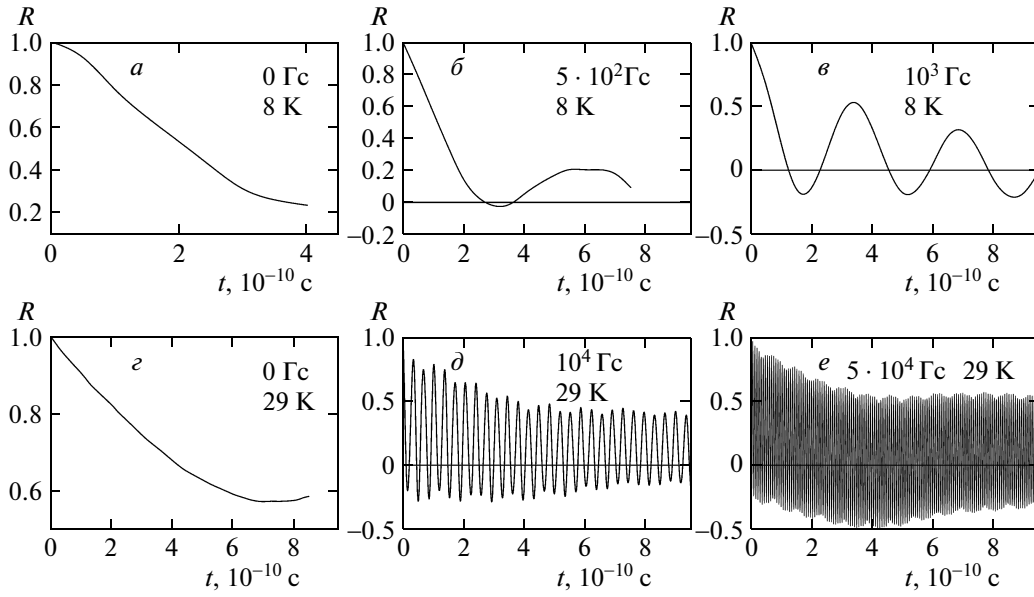


Рис. 3. Автокорреляторы скорости

нуль, увеличивается, а сечение взаимодействия, соответственно, уменьшается. К сожалению, при больших полях для установления времени затухания с хорошей точностью необходимы длительные расчеты. Тем не менее оценки, основанные на экстраполяции полученных результатов на большие времена, подтверждают, что сечение взаимодействия при больших  $B$ , т. е. когда  $r_B < r_T$ , пропорционально  $r_B^2$ . Это позволяет нам утверждать, что качественные соображения, сформулированные в работе [9], справедливы.

### 3.3. Функция распределения

После установления температуры в течение времени  $\tau_f$  формируется квазистационарная функция распределения электронов по полной энергии  $f(E_i/k_B T_e)$ , которая может быть определена как

$$f\left(\frac{E_i}{k_B T_e}\right) = \frac{\sum_{k=1}^s f_k(E_i/k_B T_e)}{N_e s \Delta E_i / k_B T_e}, \quad (5)$$

где  $\Delta E_i / k_B T_e$  — интервал энергии,  $f_k(E_i/k_B T_e)$  — число электронов с энергией в интервале  $E_i - \Delta E/2 < E < E_i + \Delta E/2$  в момент времени  $t_k$ ,  $N_e$  — число электронов,  $s$  — число временных шагов, причем функция  $f(E_i/k_B T_e)$  нормирована на единицу. Поскольку расчеты проводились в микроканоническом ансамбле, шаг по времени выбирался

так, чтобы обеспечивалось сохранение энергии с точностью 1%.

Прежде чем перейти к обсуждению полученных функций распределения электронов по энергии в магнитном поле, рассмотрим некоторые физические аспекты движения электрона, взаимодействующего с другими электронами и протонами в магнитном поле без учета спина.

Электрон, движущийся в магнитном поле под действием кулоновских сил ядра, обладает наведенным магнитным моментом, вектор которого прецессирует вокруг направления поля. Изменение энергии электрона за счет прецессии пропорционально магнитному моменту  $\mathbf{M}$  и индукции  $\mathbf{B}$  магнитного поля:

$$\Delta E_1 = -\frac{e\mathbf{B} \cdot [\mathbf{r} \times \mathbf{p}]}{2m_e c} = -\mathbf{M} \cdot \mathbf{B}, \quad (6)$$

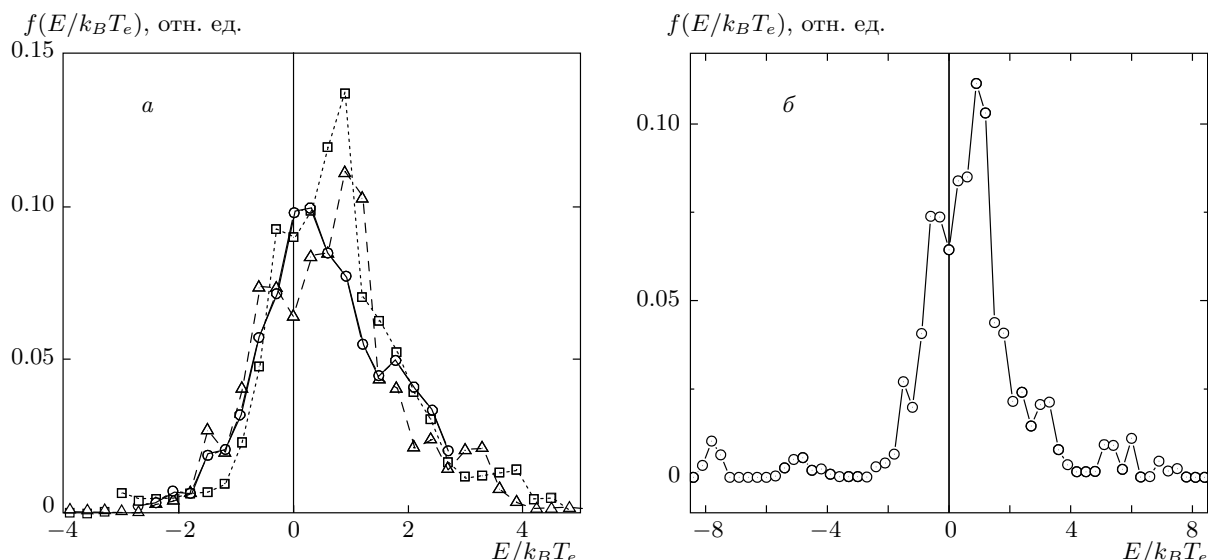
где  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{p}$  — соответственно радиус-вектор и импульс электрона.

Кроме того, наличие прецессии приводит к появлению дополнительного магнитного момента [17]

$$\Delta \mathbf{M} = \frac{e[\mathbf{r} \times \Delta \mathbf{p}]}{2m_e c},$$

который всегда направлен против магнитного поля, что, в свою очередь, приводит к дополнительному изменению энергии

$$\Delta E_2 = \Delta \mathbf{M} \cdot \mathbf{B} = m_e \omega_B r^2 - m_e (\omega_B \cdot \mathbf{r})^2. \quad (7)$$



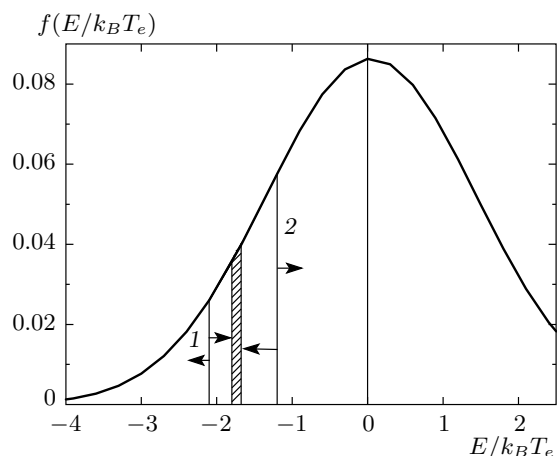
**Рис. 4.** а) Сравнение функций распределения электронов для магнитных полей  $B = 0$  Гс (о),  $5 \cdot 10^3$  Гс (□),  $5 \cdot 10^4$  Гс (△) при температуре  $T_e = 13$  К. б) Функция распределения электронов для максимального рассмотренного магнитного поля  $B = 5 \cdot 10^4$  Гс. Показано характерное смещение электронов в область рекомбинационного хвоста за счет влияния магнитного поля

Следует отметить, что изменение энергии  $\Delta E_2$  всегда больше нуля.

В УХП преобладает столкновительная рекомбинация типа электрон–электрон–ион, протекающая через высоковозбужденные уровни с энергией  $E \sim -k_B T_e$ . Главное квантовое число  $n$ , соответствующее этому значению энергии, при  $T_e \approx (1-30)$  К больше 70. Для этих уровней оценка величин  $\Delta E_1$  и  $\Delta E_2$  по формулам, выведенным с использованием уравнения Шредингера в приближении слабого поля (когда частота прецессии много меньше частоты вращения электрона вокруг ядра), приводит к энергиям, сравнимым и даже большим энергии уровня в рассматриваемом диапазоне изменения  $B$  [18]. Причем при увеличении главного квантового числа  $n$  величина  $\Delta E_1$  растет пропорционально  $n$ , а  $\Delta E_2$  — пропорционально  $n^4$ . Это свидетельствует о сильном влиянии поля на энергию электрона в высоковозбужденном ридберговском атоме. Количественное подтверждение этого факта можно увидеть в экспериментальных работах по изучению спектра возбужденных атомов щелочных металлов (до  $n \leq 45$ ) [19, 20], а также косвенно в работах по изучению спектров возбужденных экситонов в полупроводниках [21, 22]. Экситоны в полупроводниках обычно рассматриваются как водородоподобные атомы с энергией связи основного состояния порядка 100 К, что соответствует уровню  $n = 40$  для ато-

ма водорода. Магнитное поле также может привести к магнитной стабилизации ридберговского атома [23].

Теперь перейдем к анализу рассчитанных функций распределения электронов по энергии в зависимости от магнитного поля. При расчете модели УХП в магнитном поле методом молекулярной динамики используются классические уравнения движения с учетом магнитного поля. Описание движения заряженных частиц в рамках классической механики справедливо, так как образующиеся в процессе рекомбинации связанные состояния являются высоковозбужденными с  $n \geq 70$ . При расчете уравнений движения электронов в присутствии протонов моделируются как криволинейные, так и замкнутые (эллиптические) траектории. Эти уравнения естественным образом учитывают прецессию магнитного момента электрона и дополнительный магнитный момент, возникающий за счет прецессии. В результате энергия электронов,двигающихся навстречу направлению магнитного поля (половина всех электронов), сдвигается в сторону положительных значений, а для другой половины электронов,двигающихся вдоль направления магнитного поля, в сторону отрицательных значений. Кроме того, энергия электрона и в том и в другом случае получает положительную добавку  $\Delta E_2$ . Изменения энергии электрона  $\Delta E_1$  и  $\Delta E_2$  зависят от радиуса кри-



**Рис. 5.** Схема формирования функции распределения электронов по энергии в магнитном поле. Вертикальные линии 1 и 2 соответствуют энергиям  $E_1/k_B T$  и  $E_2/k_B T$ , заштрихованная область —  $E_0/k_B T$

волинейной или замкнутой траектории и величины  $B$ : чем больше радиус, тем меньше величина изменения энергии. Поэтому в выбранных диапазонах изменения магнитного поля и температур существенные изменения энергии электрона происходят в области  $-1 \leq E/k_B T_e \leq 2$ , в которой траектории можно считать криволинейными.

На рис. 4 приведены рассчитанные функции распределения электронов по энергии  $f(E/k_B T_e)$  для  $T_e = 13$  К при  $n_e^0 = 10^{10}$  см<sup>-3</sup> и различных значениях индукции магнитного поля. Как видно, функция распределения в отсутствие поля сильно отличается от функции распределения для случая больших значений  $B$ . В то же время теоретический анализ показывает, что классическая плотность состояний электрона не должна меняться в присутствии магнитного поля. Полученное противоречие можно объяснить следующим образом.

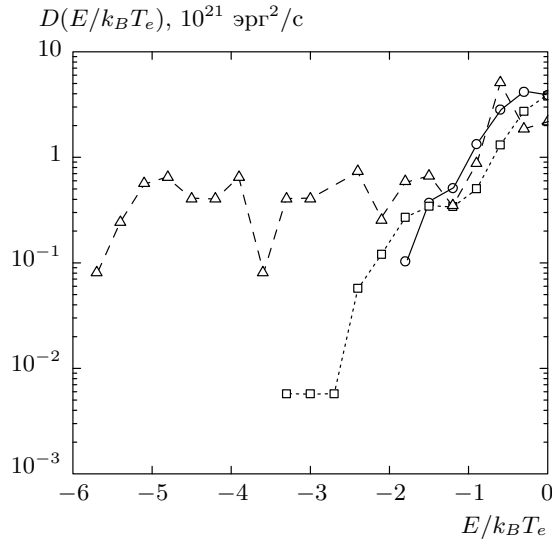
Рассмотрим схему процесса формирования функции распределения в магнитном поле. На рис. 5 схематично изображена функция распределения при  $B = 0$ . Электроны, энергия которых меньше  $2k_B T_e$ , двигаются по криволинейным и замкнутым траекториям, причем в области  $E \sim 0$  тип этих траекторий меняется с параболического на эллиптический. При  $E > 2k_B T_e$  траектории электронов можно считать прямолинейными. Как было сказано выше, электроны, двигающиеся по криволинейным траекториям, в магнитном поле получают дополнительное приращение энергии. В среднем проекция скорости поло-

вины электронов совпадает с направлением поля, а для другой половины противоположна ему. Следовательно, приращения энергии для них будут иметь разные знаки.

Рассмотрим три значения энергии,  $E_0$ ,  $E_1$  и  $E_2$ , такие, что  $E_1 < E_0 < E_2$ . Учет магнитного поля при расчете уравнений движения приведет к тому, что с уровня  $E_0$  уйдут все электроны, которые находились там, когда магнитное поле отсутствовало. Половина электронов с энергией  $E_2$  получит отрицательное приращение энергии, сдвинется влево и займет положение  $E_0$ . В то же время половина электронов с энергией  $E_1$  сдвинется вправо и также займет положение  $E_0$  (рис. 5). При этом  $|E_0 - E_1| \neq |E_0 - E_2|$ , поскольку чем ближе электрон к ядру, тем меньше момент количества движения электрона ( $v_e \propto \sqrt{E}$ , а  $\bar{r} \propto 1/E$ ).

Конечно, эта схема упрощает ситуацию. В действительности у электронов с данной энергией момент количества движения не один и тот же и сдвиг происходит на разную величину. Тем не менее такая схема позволяет объяснить главное. Сдвиг электронов по энергии приводит к тому, что функция распределения электронов по энергии в присутствии магнитного поля будет отличаться от  $f(E/k_B T_e)$  без поля. При этом плотность состояний для каждого уровня энергии в области  $-1 \leq E/k_B T_e \leq 2$  будет определяться как смешанная плотность состояний других значений энергий, из которых на данный уровень попали электроны за счет магнитного поля. Например, если энергии  $E_1$  соответствует плотность состояний  $g(E_1)$ , а энергии  $E_2$  — плотность состояний  $g(E_2)$ , то можно говорить, что  $g(E_0)$  определяется суперпозицией  $g(E_1)$  и  $g(E_2)$ . Кроме того, поскольку в УХП функция распределения является неравновесной, она при определенных отрицательных значениях энергии обращается в нуль.

Однако в магнитном поле за счет сдвига энергии части электронов влево ненулевая область значений  $f(E/k_B T_e)$  увеличивается (см. рис. 4б). При этом электроны, находившиеся в квазистационарной части функции распределения, которой соответствует определенная температура, сдвигаются в область рекомбинационного хвоста. Это эквивалентно смещению положения «узкого места» в область более отрицательных энергий электрона и приводит к радикальному уменьшению коэффициента рекомбинации. Напомним, что положение «узкого места» определяется равенством вероятностей перехода электрона вверх или вниз по спектру в некоторой узкой окрестности энергии, соответствующей разности энергии соседних ридберговских состояний.



**Рис. 6.** Коэффициент диффузии электронов в пространстве энергий при  $T_e = 13$  К и  $B = 0$  Гс ( $\circ$ ),  $5 \cdot 10^3$  Гс ( $\square$ ),  $5 \cdot 10^4$  Гс ( $\triangle$ )

Можно также утверждать, что положение «узкого места» соответствует границе между квазиравновесной частью функции распределения  $f(E/k_B T_e)$  и рекомбинационным хвостом [16].

### 3.5. Коэффициент диффузии

Методом молекулярной динамики также вычислялся коэффициент диффузии электронов в пространстве энергий:

$$D(E_i) = \frac{\sum_{i \neq j} (E_i - E_j)^2 \omega(E_i, E_j)}{2(\Delta n_e)_i \Delta t}, \quad (8)$$

где  $\omega(E_i, E_j)$  — число переходов из окрестности  $E_i \pm \Delta E_i/2$  в окрестность  $E_j \pm \Delta E_j/2$  за интервал времени  $\Delta t$ ,  $(\Delta n_e)_i$  — число электронов в окрестности  $E_i \pm \Delta E_i/2$ .

На рис. 6 в качестве примера приведены рассчитанные зависимости коэффициента диффузии от  $E/k_B T_e$  для различных значений  $B$  при  $T_e = 13$  К. Для больших полей величина  $D(E/k_B T_e)$  в области  $E \leq -k_B T_e$  возрастает по той же причине, что и значения функции распределения в этой области. Сдвиг энергии электронов в магнитном поле приводит к переходу квазиравновесных электронов в область более низких отрицательных значений энергии, что вызывает возрастание коэффициента диффузии в этой области. Этот рост коэффициента диффузии при  $E \sim k_B T_e$  за счет магнитного поля экви-

валентен сдвигу «узкого места» в сторону больших значений  $E/k_B T_e$ , что должно привести к изменению коэффициента рекомбинации.

### 3.6. Коэффициент рекомбинации

Полученные значения  $f(E/k_B T_e)$  и  $D(E/k_B T_e)$  для различных значений температур и магнитного поля при заданной плотности  $n_e^0 = 10^{10}$  см $^{-3}$  были использованы для расчета коэффициента рекомбинации по следующей формуле [13–16]:

$$\alpha = \left[ \frac{n_e^0}{\lambda_e^3} \int_0^{E_0/k_B T_e} \frac{dE/k_B T_e}{f(E/k_B T_e) D(E/k_B T_e)} \right]^{-1}, \quad (9)$$

где  $\lambda_e$  — тепловая длина волны де Бройля для электрона,  $E_0$  — положение «узкого места» на шкале энергий (см. рис. 5).

В случае отсутствия магнитного поля для коэффициента рекомбинации ранее [15] была предложена интерполяционная формула для  $\alpha_0$ , справедливая в широком диапазоне значений параметра неидеальности  $\gamma_e$ ,

$$\alpha_0 = 0.045 \frac{[1 - \exp(-43.1 \gamma_e^3)]^{5/6}}{\gamma_e^{5/2}} \alpha_{id}, \quad (10)$$

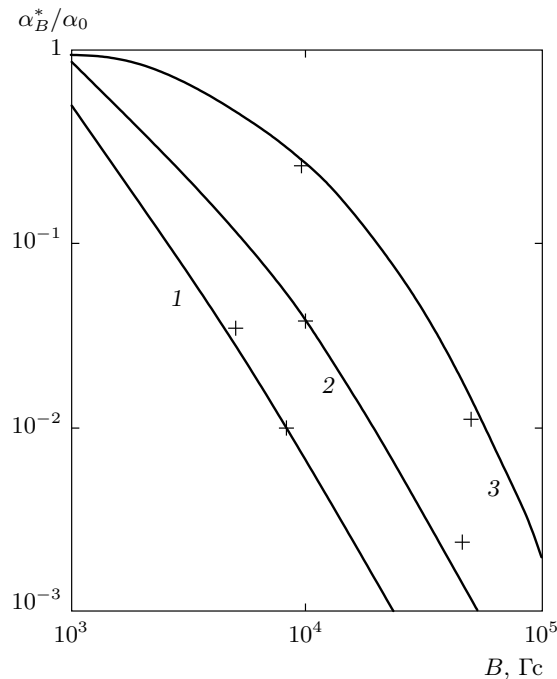
$$\alpha_{id} = 75 \bar{v}_e r_T^5,$$

которая хорошо описывает результаты расчетов методом молекулярной динамики. Для условия  $\gamma_e < 1$ , которое рассматривается в данной работе,  $\alpha_0 = \alpha_{id}$ , а в случае  $\gamma_e \geq 1$  эта зависимость хорошо согласуется с экспериментом [24]. Из выражения (10) следует, что при  $\gamma_e \geq 1$  наблюдаемая в эксперименте величина составляет примерно  $n_e^{2.17}$ , а обработка экспериментальных данных приводит к значению  $n_e^{2.2}$  [24].

Значения коэффициента рекомбинации, определенные по формуле (9), в случае сильных полей хорошо описываются асимптотическим выражением (4), а при уменьшении  $B$  наблюдается плавный переход к зависимости (10) (рис. 7).

Необходимо пояснить, что низкие значения коэффициента рекомбинации при больших значениях  $B$  связаны со сдвигом положения «узкого места» в область больших отрицательных энергий электрона, причем чем больше поле, тем больше сдвиг. При этом, как было сказано выше, коэффициент диффузии несколько возрастает, но в этой области функция распределения чрезвычайно мала и ее значение уменьшается по мере увеличения сдвига, что при расчете по формуле (9) приводит к значительному





**Рис. 7.** Коэффициент рекомбинации в зависимости от магнитного поля при  $T = 8$  К (1), 13 К (2), 29 К (3). Точками показаны значения коэффициента рекомбинации, рассчитанные методом молекулярной динамики по формуле (9). Линиями нанесены результаты, полученные с помощью интерполяционной формулы (11)

уменьшению коэффициента рекомбинации. Результаты расчета коэффициента рекомбинации в зависимости от магнитного поля хорошо описываются интерполяционной формулой

$$\alpha_B^* = \left[ 1 - \exp\left(-\frac{r_B^2}{r_T^2}\right) \right] \alpha_0. \quad (11)$$

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученное в расчетах существенное замедление столкновительной рекомбинации в УХП в магнитном поле с достаточно небольшими значениями индукции позволяет значительно увеличить в эксперименте время существования УХП, а магнитная стабилизация высоковозбужденных атомов [24], образующихся в процессе рекомбинации УХП, даст возможность их экспериментального исследования. Представляет интерес проведение расчетов параметров УХП в магнитном поле в области более низких температур, в области сильной неидеальности. Есть основание полагать, что за счет замедления

рекомбинации время существования неидеальной УХП можно значительно увеличить и тем самым получить возможность изучать свойства частично ионизованного неидеального газа высоковозбужденных ридберговских атомов.

В заключение авторы приносят благодарность всем сотрудникам Теоретического отдела им. Л. М. Бибермана Объединенного института высоких температур РАН за полезные обсуждения и замечания.

Работа поддержана грантами Президента РФ (№ МК-541.2011.2), РФФИ (№ 10-02-00399а), Программой фундаментальных исследований Президиума РАН «Исследование вещества в экстремальных состояниях» под руководством академика В. Е. Фортова, Федеральным агентством по науке и инновациям (ГК № 02.740.11.0433), Министерством образования и науки РФ (ГК ФЦП №№ 14.740.11.0604, П1235), грантами (ФЦП №№ 8679, 8513, 8364).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. М. Е. Glinsky and Т. М. O'Neil, *Phys. Fluids B* **3**, 1279 (1991).
2. D. Zubarev, Y. Morozov, and G. Ropke, *Statistical Mechanics of Nonequilibrium Processes*, Vol. 1, Akad. Verlag, Berlin (1977).
3. Т. М. O'Neil, *Phys. Fluids* **26**, 2128 (1983).
4. Л. И. Меньшиков, П. О. Федичев, *ЖЭТФ* **108**, 144 (1995).
5. Я. Б. Зельдович, Ю. П. Райзер, *Физика ударных волн*, Наука, Москва (1966).
6. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Физическая кинетика*, Наука, Москва (1979).
7. F. Robicheaux, *Phys. Rev. A* **70**, 022510 (2004).
8. F. Robicheaux, *Phys. Rev. A* **73**, 033401 (2006).
9. Б. Б. Зеленер, Б. В. Зеленер, Э. А. Манькин, *Письма в ЖЭТФ* **94**, 565 (2011).
10. M. Amoretti et al., ATHENA Collaboration, *Nature (London)* **419**, 456 (2002).
11. G. Gabrielse et al., ATRAP Collaboration, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 233401 (2002).
12. G. B. Andresen et al., ALPHA Collaboration, *Nature Physics* (2011), doi:10.1038/nphys 2025, published online 05 June 2011.

13. А. А. Бобров, С. Я. Бронин, Б. Б. Зеленер, Б. В. Зеленер, Э. А. Манькин, *ЖЭТФ* **134**, 179 (2008).
14. Б. Б. Зеленер, Б. В. Зеленер, Э. А. Манькин, Письма в *ЖЭТФ* **92**, 696 (2010).
15. А. А. Бобров, С. Я. Бронин, Б. Б. Зеленер, Б. В. Зеленер, Э. А. Манькин, Д. Р. Хихлуха, *ЖЭТФ* **139**, 605 (2011).
16. С. Я. Бронин, Б. Б. Зеленер, Б. В. Зеленер, Э. А. Манькин, Д. Р. Хихлуха, *ЖЭТФ* **139**, 822 (2011).
17. И. Е. Тамм, *Основы теории электричества*, Наука, Москва (1989).
18. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика*, Физматлит, Москва (1963).
19. F. A. Jenkins and E. Serge, *Phys. Rev.* **55**, 52 (1939).
20. Д. Клеппнер, М. Литтман, М. Циммерман, *УФН* **137**, 339 (1982).
21. Б. П. Захарченя, Р. П. Сейсян, *УФН* **97**, 193 (1969).
22. Р. П. Сейсян, *Спектроскопия диамагнитных экситонов*, Наука, Москва (1984).
23. Б. Б. Зеленер, Б. В. Зеленер, Э. А. Манькин, Письма в *ЖЭТФ* **96**, 29 (2012).
24. S. D. Bergeson and F. Robicheaux, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 073202 (2008).