ЖЭТФ, 2013, том 144, вып. 1 (7), стр. 215–220

ПОВЕРХНОСТНЫЕ МАГНИТОПЛАЗМОНЫ В СТРУКТУРЕ С ДВУМЕРНОЙ И ТРЕХМЕРНОЙ ПЛАЗМОЙ

А. В. Чаплик [a,b*]

[a] *Институт физики полупроводников им. А. В. Ржанова Сибирского отделения Российской академии наук 630090, Новосибирск, Россия*

[b] *Новосибирский государственный университет 630090, Новосибирск, Россия*

Поступила в редакцию 28 января 2013 г.

Исследуются коллективные колебания двухкомпонентной структуры: плазменного полупространства, на границе которого находится двумерный плазменный слой, в присутствии магнитного поля. Рассмотрены возможные варианты спектров поверхностных магнитоплазмонов для трех основных взаимных ориентаций магнитного поля, волнового вектора и нормали к поверхности. Подробно обсужден случай параллельного границе поля, в котором частота нечетным образом зависит от волнового вектора.

DOI: 10.7868/S0044451013070225

1. ВВЕДЕНИЕ

Поверхностные плазменные волны в магнитоактивной плазме рассматривались в литературе несколько десятилетий назад (см., например, работы [1–4]). Было установлено, что существование и число ветвей незатухающих колебаний зависит от ориентации магнитного поля $\mathbf{B}$ относительно волнового вектора $\mathbf{k}$ и нормали $\mathbf{n}$ к границе плазменного полупространства. В частности, была отмечена интересная особенность плазмонного спектра: если векторы $\mathbf{B}$ и $\mathbf{k}$ лежат в плоскости границы и перпендикулярны друг другу (например, отличны от нуля только компоненты n_z, B_y, k_x), то дисперсионные соотношения для поверхностного плазмона различны при разных знаках, но одинаковой абсолютной величине k_x. Авторы работ [3, 4] не комментируют это формальное различие дисперсионных уравнений, хотя проблема представляется довольно нетривиальной: речь фактически идет о физической неэквивалентности направлений «по» и «против» оси x. Этот вопрос будет подробно обсужден в разд. 3. Существенно бо́льшим разнообразием и интересными особенностями обладают спектры магнитоплазмонов в структуре, содержащей на поверхности $3D$-плазмы двумерный слой подвижных носителей. Последние могут отличаться от объемных частиц величиной эффективной массы или вообще иметь другой закон дисперсии. Одной из возможных реализаций таких структур является топологический изолятор, объем которого легирован электрически активной примесью. В настоящей работе найдены все ветви магнитоплазменных волн в структуре, содержащей $2D$- и $3D$-плазму, для трех основных геометрий: 1) $\mathbf{B}\|\mathbf{n}$, вектор $\mathbf{k}$ направлен произвольно, 2) $\mathbf{B}\|\mathbf{k}\perp\mathbf{n}$, 3) $\mathbf{B}\|[\mathbf{k},\mathbf{n}]$. Сначала все результаты выводятся для стандартного закона дисперсии частиц $2D$- и $3D$-плазмы (но с разными эффективными массами), а затем показано, какие изменения в формулах необходимо провести в случае характерного для топологического изолятора линейного закона дисперсии электронов поверхностного слоя. Ограничимся в этой работе квазистатическим приближением $\omega \ll ck$ (c — скорость света).

2. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНО ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА

Этот случай характеризуется наибольшим числом различных дисперсионных зависимостей. Диэлектрическая проницаемость $3D$-плазмы, находящейся в полупространстве $z < 0$ задается матрицей

*E-mail: chaplik@isp.nsc.ru

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_\perp & i\varepsilon' & 0 \\ -i\varepsilon' & \varepsilon_\perp & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_\parallel \end{pmatrix},$$

где

$$\varepsilon_\perp = \varepsilon_0 - \frac{\omega_v^2}{\omega^2 - \omega_c^2},$$
$$\varepsilon' = \frac{\varepsilon_c \omega_v^2}{\omega(\omega^2 - \omega_c^2)}, \quad \varepsilon_\parallel = \varepsilon_0 - \frac{\omega_v^2}{\omega^2}. \tag{1}$$

Здесь $\omega_v^2 = 4\pi e^2 N_v/m_v$, ε_0 — фоновая диэлектрическая постоянная области пространства $z < 0$, N_v, m_v — плотность и масса частиц в той же области, ω_c — циклотронная частота $3D$-плазмы. В области $3D$-плазмы пространственная дисперсия не учитывается ($kr_D \ll 1$, где r_D — дебаевский радиус). Из уравнений $\operatorname{rot}\mathbf{E} = 0$, $\operatorname{div}\mathbf{D} = 0$ следует, что можно положить $\mathbf{E} = -\nabla\varphi$, а φ искать в виде $\varphi_0 \exp(ikx - q|z|)$, и тогда с учетом соотношения $D_i = \varepsilon_{ik}E_k$ получается $q^2 = k^2\varepsilon_\perp/\varepsilon_\parallel$. Граничное условие имеет вид

$$D_z(z > 0) - D_z(z < 0) = 4\pi\Sigma,$$

где Σ — переменная часть плотности заряда в $2D$-слое. Эту величину находим из уравнения непрерывности через друдевскую магнитопроводимость $2D$-плазмы:

$$\Sigma = \frac{ie^2 N_s k E_x}{m_s(\omega^2 - \omega_{cs}^2)}, \tag{2}$$

где m_s, N_s и ω_{cs} — соответственно эффективная масса, плотность электронов и циклотронная частота в $2D$-слое. Из граничного условия следует закон дисперсии возможных колебательных мод, причем локализованным у поверхности колебаниям соответствуют положительные значения q:

$$\varepsilon_+ + \varepsilon_\parallel \sqrt{\frac{\varepsilon_\perp}{\varepsilon_\parallel}} = \frac{4\pi N_s e^2 |k|}{m_s(\omega^2 - \omega_{cs}^2)}. \tag{3}$$

Подставляя в (3) компоненты ε_{ik} из (1), окончательно находим дисперсионное уравнение для случая $\mathbf{B}\|\mathbf{n}$:

$$\varepsilon_+ + \varepsilon_0\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)\left[\frac{(\omega^2 - \omega_c^2 - \omega_p^2)\omega^2}{(\omega^2 - \omega_c^2)(\omega^2 - \omega_p^2)}\right]^{1/2} = \frac{4\pi N_s e^2 |k|}{m_s(\omega^2 - \omega_{cs}^2)}. \tag{4}$$

Здесь ω_p — частота объемного плазмона. Величина в квадратных скобках равна $\varepsilon_\perp/\varepsilon_\parallel$ и должна быть положительной, чтобы обеспечить положительность q^2. Как видно, в рассматриваемой геометрии поле плазменной волны затухает вглубь области $z < 0$ без осцилляций (последние возможны при наклонном магнитном поле). Таким образом, незатухающие волны существуют в областях $\omega_c^2 < \omega^2 < \omega_p^2$ (случай A) или $\omega_p^2 < \omega^2 < \omega_c^2$ (случай B) и при $\omega^2 > \omega_c^2 + \omega_p^2$ (случай C). Наличие в уравнении (4) параметра ω_{cs}, относящегося к поверхностному слою, приводит к существованию девяти различных вариантов спектра. Четыре из них соответствуют случаю A и могут давать одну либо две ветви $\omega(k)$. Качественно исследовать все эти случаи и найти асимптотики ветвей можно графоаналитическим методом. С этой целью перепишем уравнение (4) для случая A так, чтобы все множители под радикалом были неотрицательны. Получим

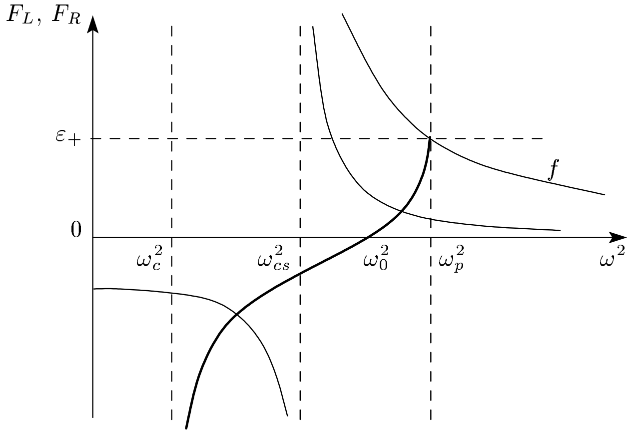

Рис. 1. Качественное исследование уравнения (5). Жирная линия — график левой части $F_L(\omega^2)$, тонкие линии — правой части $F_R(\omega^2)$. Кривая f соответствует точке окончания спектра в случае A2

$$\varepsilon_+ - \varepsilon_0\sqrt{\frac{(\omega_p^2 - \omega^2)(\omega_p^2 + \omega_c^2 - \omega^2)}{\omega^2(\omega^2 - \omega_c^2)}} = \frac{\alpha|k|}{\omega^2 - \omega_{cs}^2},$$
$$\alpha = \frac{4\pi N_s e^2}{m_s}, \quad \omega_c^2 < \omega^2 < \omega_p^2. \tag{5}$$

На рис. 1 построены графики левой $F_L(\omega^2)$ и правой $F_R(\omega^2)$ частей уравнения (5) для случая $\omega_c^2 < \omega_{cs}^2 < \omega_0^2 < \omega_p^2$, где ω_0^2 соответствует нулю функции $F_L(\omega^2)$. При равных фоновых диэлектрических постоянных ($\varepsilon_0 = \varepsilon_+$) $\omega_0^2 = (\omega_p^2 + \omega_c^2)/2$. Упомянутые выше четыре случая получаются перемещением ω_{cs}^2 по оси абсцисс.

Рассмотрим случай A1: $\omega_{cs}^2 < \omega_c^2$. Точка пересечения кривых F_L и F_R существует, пока волновое число k не превзойдет некоторого порогового значения,

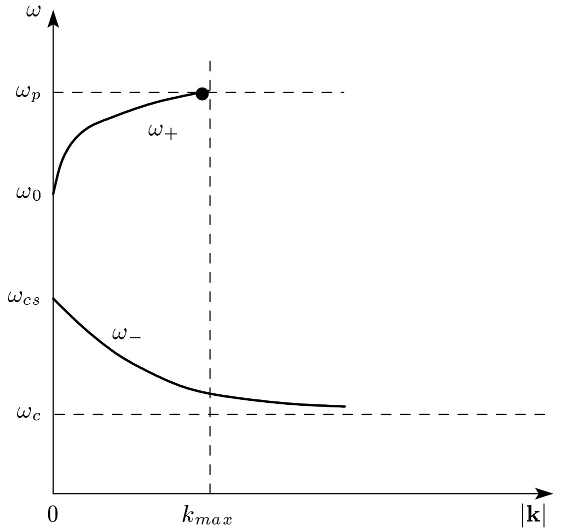

Рис. 2. Спектр магнитоплазмонов для случая A2. Обозначения разъяснены в тексте

при котором $F_R(\omega^2) = \varepsilon_+$, т. е. точкой окончания спектра является k_{max}:

$$k_{max} = \varepsilon_+(\omega_p^2 - \omega_{cs}^2)/\alpha. \tag{6}$$

При $k \to 0$ соответствующий корень уравнения (5) стремится к ω_0 по линейному закону, так что в случае A1 имеем следующие асимптотики (верхняя кривая на рис. 2):

$$\begin{gathered} k \to 0, \quad \omega \approx \omega_0 + \mathrm{const} \cdot |k|, \\ \mathrm{const} = \frac{\alpha}{F_L'(\omega_0^2)(\omega_0^2 - \omega_{cs}^2)} > 0; \\ k \to \infty, \quad \omega \approx \omega_p[1 - \mathrm{const} \cdot (k_{max} - k)^2], \\ \mathrm{const} = \frac{\alpha(\omega_p^2 - \omega_c^2)}{2\omega_c^2(\omega_p^2 - \omega_{cs}^2)} > 0. \end{gathered} \tag{7}$$

Подобным образом нетрудно рассмотреть остальные возможности. Случай A2: $\omega_c^2 < \omega_{cs}^2 < \omega_0^2 < \omega_p^2$ (именно ему соответствует рис. 1). Имеются два корня уравнения (5). Один корень, соответствующий отрицательному участку F_R, образует нижнюю ветвь ω_- и существует при всех k, а сама частота ω с ростом k монотонно убывает от ω_{cs} до ω_c. Асимптотически при $k \to \infty$

$$\omega_- \approx \omega_c + \mathrm{const}/k^2, \quad \mathrm{const} > 0.$$

Второе решение ω_+ аналогично рассмотренному выше решению в случае A1: ветвь начинается с ω_0 при $k = 0$ и оканчивается при $k = k_{max}$, где ω_+ принимает значение ω_p. Две эти ветви изображены на рис. 2.

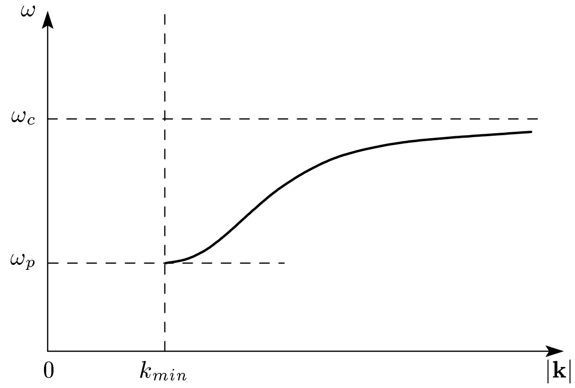

Рис. 3. В случае B1 спектр ограничен со стороны малых $|\mathbf{k}|$

Случай A3: $\omega_c^2 < \omega_0^2 < \omega_{cs}^2 < \omega_p^2$. Здесь полная аналогия со случаем A2, лишь точки ω_{cs} и ω_0 на рис. 2 следует поменять местами.

Случай A4: $\omega_{cs} > \omega_p$. При всех k имеется лишь одна ветвь. Поведение ее аналогично ω_- в случае A3: частота монотонно убывает от ω_0 до ω_c: $\omega(k \to \infty) = \omega_c + O(1/k^2)$.

Переходим к ситуации $\omega_p^2 < \omega^2 < \omega_c^2$.

Случай B1: $\omega_{cs} < \omega_p$. Из уравнения (4) теперь следует:

$$\varepsilon_+ + \varepsilon_0\sqrt{\frac{(\omega^2 - \omega_p^2)(\omega_c^2 + \omega_p^2 - \omega^2)}{\omega^2(\omega_c^2 - \omega^2)}} = \frac{\alpha|k|}{\omega^2 - \omega_{cs}^2}. \tag{8}$$

Для существования корня (единственного) должно выполняться неравенство

$$|k| \geq k_{min} = (\omega_p^2 - \omega_{cs}^2)\varepsilon_+/\alpha, \tag{9}$$

т. е. существует точка начала ветви, в которой $\omega = \omega_p$. Вблизи нее кривая имеет нулевой наклон:

$$\omega^2 \approx \omega_p^2 + \frac{\alpha^2\omega_p^2(\omega_c^2 - \omega_p^2)}{(\omega_p^2 - \omega_{cs}^2)^2\omega_c^2\varepsilon_0^2}(|k| - k_{min})^2. \tag{10}$$

При увеличении $|k|$ частота стремится к ω_c снизу, $\omega \approx \omega_c - O(1/k^2)$ (рис. 3).

Случай B2: $\omega_p < \omega_{cs} < \omega_c$. Спектр начинается с $k = 0$. При этом $\omega = \omega_c$, частота растет с увеличением $|k|$ сначала линейно, а затем асимптотически стремится к ω_c так же, как в случае B1.

Случай B3: $\omega_{cs} > \omega_c$. Корней нет.

Наконец, в области $\omega^2 > \omega_p^2 + \omega_c^2$ могут быть две возможности.

Случай C1: $\omega_{cs}^2 < \omega_p^2 + \omega_c^2$. Нет решений при малых k и ω. Спектр начинается при

$$|k| = k_{min} = (\omega_c^2 + \omega_p^2 - \omega_{cs}^2)\varepsilon_+/\alpha,$$

частота в этой точке минимальна, а затем возрастает при малых $|k| - k_{min}$ по квадратичному закону: $\omega - \omega_c \propto (|k| - k_{min})^2$. При $k \to \infty$ получаем двумерный магнитоплазмон в $2D$-слое:

$$\omega^2 \approx \omega_{cs}^2 + \frac{4\pi e^2 N_s |k|}{m_s(\varepsilon_0 + \varepsilon_+)}. \tag{11}$$

Случай С2: $\omega_{cs}^2 > \omega_p^2 + \omega_c^2$. Спектр начинается с нулевых k, $\omega(0) = \omega_{cs}$, рост частоты сначала линейный, затем — согласно формуле (11). Эта формула для данного случая могла бы быть интерполяционной для всех $|k|$, однако наклон $\omega(k)$ в нуле (не приводится ввиду громоздкости выражения) больше, чем на бесконечности.

В заключение этого раздела напомним, что в отсутствие магнитного поля рассматриваемая структура имеет всегда одну локализованную у поверхности моду плазменных колебаний. В квазистатической области ее закон дисперсии соответствует «сдвинутому» $2D$-плазмону [5]:

$$\omega_{2D}^2 = \frac{\omega_0^2}{\varepsilon_0 + \varepsilon_+} + \frac{\alpha|k|}{\varepsilon_0 + \varepsilon_+}, \tag{12}$$

где первое слагаемое описывает поверхностный, а второе — двумерный плазмон на границе сред с диэлектрическими проницаемостями ε_0 и ε_+. Этот результат сразу следует из уравнения (5) при $\omega_c = \omega_{cs} = 0$.

3. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ПАРАЛЛЕЛЬНО ПОВЕРХНОСТИ И ПЕРПЕНДИКУЛЯРНО k

Пусть $\mathbf{B}\|y$, $\mathbf{k}\|x$, $\mathbf{n}\|z$. Матрица ε_{ik} принимает вид

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_\perp & 0 & i\varepsilon' \\ 0 & \varepsilon_\| & 0 \\ -i\varepsilon' & 0 & \varepsilon_\perp \end{pmatrix}.$$

Как и в предыдущем разделе, поля не зависят от y, и из условия $\operatorname{div}\mathbf{D} = 0$ следует $q^2 = k^2$.

В граничное условие теперь входит друдевская проводимость $2D$-плазмы в параллельном поверхности магнитном поле. Она равна таковой в отсутствие поля, т. е. величину Σ из уравнения (2) надо брать при $\omega_{cs} = 0$. Нормальная к поверхности компонента вектора индукции в области $z < 0$ равна

$$D_z = -\varepsilon' k\varphi_0 - \varepsilon_\perp |k|\varphi_0, \tag{13}$$

откуда следует дисперсионное уравнение

$$\varepsilon_+ + \varepsilon_\perp + \operatorname{sgn}(\varepsilon') = \alpha|k|/\omega^2. \tag{14}$$

Подставляя в (14) выражения для ε' и $\varepsilon_\perp$, получим

$$1 - \frac{\tilde\omega_p^2}{\omega(\omega + \omega_c \operatorname{sgn}(k))} = \frac{\alpha|k|}{\omega^2(\varepsilon_0 + \varepsilon_+)}, \qquad \tilde\omega_p^2 \equiv \frac{\omega_0^2}{\varepsilon_0 + \varepsilon_+}. \tag{15}$$

Таким образом, формально получаются разные дисперсионные уравнения для разных знаков k. Покажем, прежде всего, что кубическое относительно ω уравнение (15) имеет всегда три вещественных корня. Избавляясь от знаменателей и перегруппировав члены, можно привести (15) к виду

$$(\omega^2 - \gamma|k|)(\omega + \omega_c \operatorname{sgn}(k)) = \omega\tilde\omega_p^2, \qquad \gamma = \alpha/(\varepsilon_0 + \varepsilon_+). \tag{16}$$

Левая часть (16) имеет три вещественных нуля, из которых один всегда отличается знаком от двух других, а при $\omega \to \pm\infty$ левая часть ведет себя как ω^3. Правой части (16) как функции ω соответствует прямая с положительным наклоном, проходящая через начало координат. Очевидно, что эта прямая трижды пересекает график левой части, что означает существование трех ветвей магнитоплазменных колебаний. Две из них остаются также в отсутствие $2D$-слоя. Значения соответствующих частот при $k = 0$ даются формулами

$$\omega_{1,2} = -\operatorname{sgn}(k)\frac{\omega_c}{2} \pm \sqrt{\frac{\omega_c^2}{4} + \omega_p^2}. \tag{17}$$

При $k \to \infty$ частоты этих ветвей стремятся к $\pm\omega_{2D}$ из уравнения (12). Третий корень дает ветвь ω_3, частота которой всегда лежит между ω_1 и ω_2. Асимптотическое поведение ω_3 определяется формулами

$$k \to 0, \quad \omega_3 \approx -\gamma k\omega_c/\tilde\omega_p^2, \tag{18}$$

$$|k| \to \infty, \quad \omega_3 \approx \omega_c \operatorname{sgn}(k) + \omega_c\tilde\omega_p^2/\gamma k, \tag{19}$$

т. е. $\omega_3(k)$ есть нечетная функция k. Точно так же, выбирая должным образом знаки перед корнем в (17), можно представить разрывные ветви ω_1 и ω_2 в виде нечетных функций k (см. рис. 4), что соответствует симметрии дисперсионного уравнения (15): одновременное изменение знаков ω и k сохраняет вид уравнения. В случае же нормального к поверхности поля дисперсионное уравнение (4) инвариантно относительно независимой смены знаков частоты и волнового вектора. Подчеркнем, что пересечение

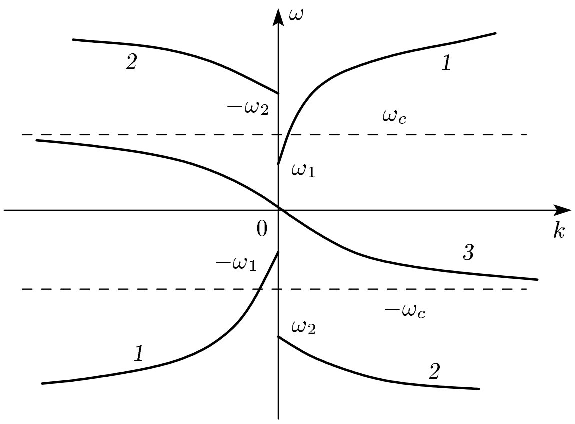

Рис. 4. Дисперсионные кривые для геометрии $\mathbf{B}||[\mathbf{nk}]$

ветвей на рис. 4 невозможно, так как графоаналитический анализ показывает, что кратный корень уравнения (16) может возникнуть лишь при $\tilde{\omega}_p^2 = 0$. Таким образом, формальное различие дисперсионных уравнений для разных знаков k_x приводит в результате к нечетной функции $\omega(k)$.

При исследовании поглощения электромагнитных волн поверхностными плазмонами используется дифракционная решетка (grating structure), помещенная на поверхность структуры. В этом случае плазмоны взаимодействуют со стоячими волнами, так что асимметрия двух направлений (k_x и $-k_x$) не проявляется. Ее можно, однако, обнаружить в процессах неупругого рассеяния света. Подбирая направления падающего и рассеянного фотонов, можно управлять величиной и знаком k_x, т. е. переданного импульса. При смене знака k_x изменится также знак ω — переданной частоты, т. е. в спектре рассеянного света при фиксированной передаче импульса каждая ветвь магнетоплазмонов будет представлена либо только стоксовым, либо только антистоксовым спутником. Легко видеть, что изменение знака магнитного поля эквивалентно изменению знака k_x.

4. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ПАРАЛЛЕЛЬНО k

В этом случае неравные нулю компоненты тензора ε_{ik}: $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_\parallel$, $\varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = \varepsilon_\perp$, $\varepsilon_{yz} = -\varepsilon_{zy} = i\varepsilon'$, но недиагональные компоненты не входят в дисперсионное уравнение. В этом смысле ситуация аналогична рассмотренной в разд. 2 ($\mathbf{B}||\mathbf{n}$). Для декремента затухания волны в направлении оси z получается $q^2 = k^2\varepsilon_\parallel/\varepsilon_\perp$, а дисперсионное уравнение при положительных $\varepsilon_\parallel$, $\varepsilon_\perp$ совпадает с (4) за исключением правой части, которая теперь не содержит ω_{cs} (поле параллельно $2D$-слою):

$$\varepsilon_+ + \varepsilon_0\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_c^2}\right)\sqrt{\frac{(\omega_p^2 - \omega^2)(\omega_c^2 - \omega^2)}{\omega^2(\omega^2 - \omega_c^2 - \omega_p^2)}} = \frac{\alpha|k|}{\omega^2}. \quad (20)$$

Отсутствие в уравнении (20) параметра ω_{cs} существенно уменьшает число различных вариантов спектра по сравнению со случаем $\mathbf{B}||\mathbf{n}$. Имеется две ветви: частота одной лежит в интервале $[\omega_c, \omega_p]$, причем существенно различаются случаи $\omega_c < \omega_p$ и $\omega_c > \omega_p$. Во второй ветви $\omega^2 > \omega_c^2 + \omega_p^2$. Случай $\omega_c^2 < \omega^2 < \omega_p^2$ фактически идентичен рассмотренному ранее случаю A1 с той лишь разницей, что точка окончания спектра дается выражением $k_{max} = \varepsilon_+\omega_p^2/\alpha$. Если выполняется условие $\omega_p^2 < \omega_c^2$, то воспроизводится случай B1, но начало кривой $\omega(k)$ находится в той же точке $\varepsilon_+\omega_p^2/\alpha$, которая теперь является минимальным значением $|k|$. Во второй ветви начало спектра — при $k_{min} = \varepsilon_+(\omega_c^2 + \omega_p^2)/\alpha$, вблизи этого значения

$$\left(\omega - \sqrt{\omega_c^2 + \omega_p^2}\right) \sim (k - k_{min})^2,$$

а при $|k| \to \infty$ получается переход к двумерному плазмону $\omega^2 \approx \alpha|k|/(\varepsilon_0 + \varepsilon_+)$. Для всех трех рассмотренных геометрий в нулевом магнитном поле уравнения (5), (16) и (20) приводят, естественно, к общему результату (12). Это оптическая мода двухкомпонентной системы: поверхностный плазмон в полупространстве и $2D$-плазмон в слое на его границе.

5. ЛИНЕЙНЫЙ СПЕКТР ЭЛЕКТРОНОВ 2D-СЛОЯ

В литературе, посвященной топологическим изоляторам, указывается, что многие такие материалы имеют (вследствие легирования) конечную плотность объемных носителей [6–8]. Таким образом, реализуется система «$2D + 3D$»-плазма, в которой носители в $2D$-слое описываются линейным спектром $W = v_0 p$, где W — энергия, p — модуль двумерного импульса, v_0 — постоянная материала. Учет этого обстоятельства изменяет граничные условия для электрической индукции $\mathbf{D}$. Во-первых, выражение для поверхностной проводимости частиц с линейным спектром отличается от использованного выше друдевского выражения. Во-вторых, из-за магнитоэлектрического эффекта в топологических изоляторах (см., например, [9, 10]) величина $\mathbf{D}$ линейно связана как с электрическим, так и с магнитным полем. Поправка к частоте поверхностного плазмона за счет упомянутого эффекта имеет относительный порядок $e^2/\hbar c$ [9], поэтому учитываться не будет. Изменение же проводимости $2D$-слоя (по сравнению со случаем параболической дисперсии) следует учесть, очевидно, только для случая $\mathbf{B}\|\mathbf{n}$. Что касается плазменных колебаний самого $2D$-слоя, то их закон дисперсии $\omega(k)$ не претерпевает существенных изменений в случае линейного одночастичного спектра, хотя качественно меняется зависимость плазменной частоты от концентрации двумерных носителей. Этот вывод содержится в работе [11] и недавно подтвержден (в длинноволновом пределе) более строгим рассмотрением в [12].

Спектр частицы с гамильтонианом $v_0\mathbf{n}[\boldsymbol{\sigma},\mathbf{p}]$ в перпендикулярном магнитном поле дается, как известно, формулой

$$W_N = \pm v_0\sqrt{\frac{2\hbar|eB|}{c}N}, \quad N = 0, 1, 2, \ldots \tag{21}$$

В квазиклассической области $N \gg 1$ энергия $W = v_0 p$ и частота

$$\omega_{cs} = \frac{1}{\hbar}\frac{\partial W}{\partial N} = \frac{eBv_0}{cp}, \tag{22}$$

т. е. в обычном выражении для циклотронной частоты надо провести замену $m_s \to p/v_0$. Теперь в том же квазиклассическом пределе решим бесстолкновительное кинетическое уравнение в магнитном поле для частиц с дисперсией $v_0 p$:

$$\dot{f} + \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}}\left(\frac{e}{c}[\mathbf{v},\mathbf{B}] + e\mathbf{E}_0 e^{-i\omega t}\right) = 0. \tag{23}$$

Здесь $\mathbf{E}_0$ — напряженность однородного электрического поля, $\mathbf{v} = v_0\mathbf{p}/p$. Обычным образом находим неравновесную добавку f_1:

$$f_1 = \frac{ie\omega v_0 p_x/p - (ev_0)^2 B p_y k p^2}{(ev_0 B/cp)^2 - \omega^2} f_0' E_0, \tag{24}$$

где f_0 — фермиевские числа заполнения, поле $\mathbf{E}_0$ направлено вдоль оси x. Отсюда следует для компоненты тока j_x в случае вырожденного электронного газа:

$$j_x = \frac{e^2 v_0}{p_F}\frac{i\omega N_s}{\omega^2 - (eBv_0/cp_F)^2} E_0. \tag{25}$$

Здесь p_F — импульс Ферми, N_s — плотность электронов $2D$-слоя. Из уравнений (21) и (25) следует, что во всех полученных выше формулах для дисперсии магнитоплазмонов учет линейного спектра частиц $2D$-слоя сводится просто к замене $m_s \to p_F/v_0$.

Итак, в данной работе рассмотрены все возможные варианты спектров поверхностных магнитоплазмонов в структуре, содержащей двумерную и трехмерную плазмы, для трех основных взаимных ориентаций магнитного поля, волнового вектора и нормали к поверхности. Наиболее интересным представляется случай $\mathbf{B}\|[\mathbf{n},\mathbf{k}]$, для которого частота становится нечетной функцией волнового вектора, что может проявиться в спектрах комбинационного рассеяния.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 11-02-12142) и в рамках Программ РАН.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. А. Гинцбург, ЖЭТФ **34**, 1635 (1958).
2. В. И. Пахомов, К. Н. Степанов, ЖТФ **37**, 1393 (1967).
3. K. W. Chiu and J. J. Quinn, Phys. Rev. B **5**, 4707 (1972).
4. J. J. Brion, R. F. Wallis, A. Hartstein, and E. Burstein, Phys. Rev. Lett. **28**, 1455 (1972).
5. А. В. Чаплик, Письма в ЖЭТФ **95**, 718 (2012).
6. A. Karch, arXiv:1104.4125v2.
7. L. Fu and C. L. Kane, Phys. Rev. B **76**, 045302 (2007).
8. D. Hsieh, D. Qian, L. Wray et al., Nature (London) **452**, 970 (2008).
9. X. L. Qi, T. L. Huges, and Zhang, Phys. Rev. B **78**, 195424 (2008).
10. M. Essin, J. E. Moore, and D. Vanderbildt, Phys. Rev. Lett. **102**, 146805 (2009).
11. S. Das Sarma and E. H. Hwang, Phys. Rev. Lett. **102**, 206412 (2009).
12. D. K. Efimkin, Yu. E. Lozovik, and A. A. Sokolik, arXiv:1110.4023v1.