ЖЭТФ, 2013, том 144, вып. 3 (9), стр. 453–458

РАБОТЫ А. И. ЛАРКИНА ПО ТЕОРИИ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ

В. Л. Покровский*

Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау Российской академии наук
142432, Черноголовка, Московская обл., Россия

Physics Department, Texas A & M University
77843, Texas, USA

Поступила в редакцию 25 апреля 2013 г.

Посвящается памяти академика Анатолия Ивановича Ларкина

Анатолий Иванович Ларкин (фото из архива В. Л. Покровского)

Анатолий Иванович Ларкин, Толя, как звали его друзья и сотрудники, включая начинающих студентов, был физиком необычайно широкого охвата. Ему принадлежат фундаментальные работы в областях, далеких друг от друга. В сотрудничестве с В. Г. Ваксом он предложил механизм генерации масс частиц вследствие спонтанного нарушения калибровочной симметрии [1] независимо и одновременно с Намбу [2]. Этому механизму впоследствии было присвоено имя Хиггса, а Намбу много лет спустя получил за него Нобелевскую премию. Толя внес важный вклад в теорию фазовых переходов и критических явлений, которому в основном и посвящена эта статья.

*E-mail: valery@physics.tamu.edu

Современная теория сверхпроводимости немыслима без работ Ларкина, создавшего несколько новых областей исследования. В первую очередь это теория парапроводимости, т. е. явлений в нормальном металле, связанных с флуктационно появляющимися куперовскими парами, предложенная Толей совместно с его сотрудниками Асламазовым и Варламовым [3, 4]. Чрезвычайно популярна, особенно в применении к высокотемпературным сверхпроводникам, теория вихревой материи и ее движения в неупорядоченной среде, разработанная Ларкиным совместно с Блаттером, Винокуром, Гешкенбейном и Фейгельманом [5]. Ларкин и Овчинников предложили идею куперовского спаривания с ненулевым импульсом для сверхпроводимости, сосуществующей с ферромагнетизмом [6]. Одновременно был предложен Феррелом и Фульде другой вариант такого спаривания [7]. Динамика коллективных процессов в сверхпроводниках, в особенности при туннелировании, была разработана в работах Ларкина, Скворцова и Фейгельмана [8]. Толя вместе с Горьковым и Хмельницким [9] был одним из начинателей новой отрасли физики конденсированного состояния — мезоскопики. Он внес значительный вклад в общую теорию неупорядоченных систем [10]. В конце прошлого и начале нынешнего веков он в сотрудничестве с Алейнером развил теорию детерминистического хаоса в многочастичных системах [11].

Это сухое и неполное перечисление проблем, постановка и разработка которых принадлежит Толе Ларкину, наглядно показывает два его необычайных качества: универсальность и поразительную трудоспособность. Он был великий труженик. Когда бы я ни приходил в Институт Ландау в Черноголовке, он уже был там и работал. Когда я уходил, он все еще работал. Позже он отправлялся домой со своими сотрудниками, чаще всего студентами и аспирантами и работал там. Случалось, что сотрудники в изнеможении засыпали, а когда просыпались, работа продолжалась. Это была суровая школа, но результативность ее была удивительной. Имена его учеников — Алейнера, Вавилова, Вигмана, Галицкого, Гешкенбейна, Ефетова, Иоффе, Матвеева, Овчинникова, Пикина, Хмельницкого — широко известны в физическом сообществе и пользуются заслуженным уважением.

Необычайно широк круг Толиных соавторов. Он включает как его коллег по Институту Ландау Бразовского, Варламова, Дзялошинского, Горькова, Мельникова, Скворцова, Фейгельмана, Финкельштейна, так и из других научных учреждений бывшего СССР: Альтшулера, Аронова, Винокура, Глазмана, а также его коллег по работе в Вайцмановском институте (Zeldov, Konchikovski, Mayer) и в Университете Миннеаполиса (Глазман, Каменев), физиков из Японии (Hikami, Nagaoka), Италии (Barone), Германии (Schmid, Wagner, Hekking), Швейцарии (Blatter), США (Abrahams, Girvin, Klemm, Lee, Millis, Varma). Насколько работы Ларкина повлияли на современную физику, можно частично судить по следующим данным. Среди Толиных журнальных публикаций 25 получили больше 100 цитирований, 15 — более 200, 12 — более 300, 8 — более 400 и 7 — более 500.

Возвращаясь к теме статьи, начну с первой работы Ларкина по теории фазовых переходов, написанной совместно с Ваксом и опубликованной в ЖЭТФ в 1966 г. [12]. В ней сформулирована гипотеза универсальности в теории фазовых переходов, включающей развитые флуктуации.

Напомню, что Ландау в своих основополагающих работах [13] открыл, что при непрерывных фазовых переходах в многочастичных системах происходит спонтанное нарушение присущей этим системам симметрии. Ландау ввел параметр порядка как меру нарушения симметрии. Для количественного описания переходов Ландау пренебрег флуктуациями термодинамических величин, в частности флуктуациями параметра порядка, проводя все вычисления в приближении самосогласованного поля. В этом приближении оказалось, что теплоемкость претерпевает конечный скачок в точке перехода, параметр порядка растет как $\sqrt{T_c - T}$ ниже точки перехода, а магнитная восприимчивость ведет себя как $|T - T_c|^{-1}$. Характер этих особенностей не зависит ни от исходной симметрии системы, ни от способа ее нарушения, ни от размерности пространства. После того как Онзагер в 1942–1948 гг. нашел точные выражения для свободной энергии, магнитного момента и корреляционных функций в рамках двумерной модели Онзагера [14], стало ясно, что приближение самосогласованного поля для этой модели непригодно. В его решении теплоемкость вела себя как $-\ln|T - T_c|$, параметр порядка возрастал как $(T_c - T)^{1/8}$, а восприимчивость расходилась как $|T - T_c|^{-7/4}$.

Экспериментаторы в США и СССР к этому времени сумели повысить точность измерения температуры настолько, чтобы уверенно приблизиться к температурам перехода на величины порядка $10^{-3}T_c$–$10^{-4}T_c$. Их данные по измерениям теплоемкости вблизи точки перехода в ^{4}He в сверхтекучее состояние [15] и вблизи критических точек жидкость–пар [16] показали особенность теплоемкости, которая представляла собой либо логарифмическую функцию, либо степенную с малым показателем степени, но явно не конечный скачок. К тому же численные методы, еще не очень уверенно, но упорно показывали, что показатели особенностей (критические индексы) трехмерной модели Изинга отличаются от полученных Онзагером. Причину расхождения теоретических результатов Ландау с точным решением Онзагера и экспериментальными данными объяснили Леванюк [17] и Гинзбург [18]. Они показали, что теория самосогласованного поля применима не для всех упорядочивающихся систем, а лишь для некоторого их класса, к которому принадлежат почти все сверхпроводники и сегнетоэлектрики, при этом ни ^{4}He, ни модель Изинга к этому классу систем не принадлежат. Даже в системах, которые могут быть описаны моделью самосогласованного поля в некоторой не слишком близкой окрестности точки перехода, флуктуации неизбежно растут при приближении к ней.

К концу 1950-х гг. многим стало ясно, что возникла новая, чрезвычайно захватывающая проблема критических явлений во флуктуационной области. Ландау сформулировал ее как задачу о вычислении статистической суммы Гиббса, в которой в качестве гамильтониана используется модель самосогласованного поля Ландау, дополненная членами, пропорциональными квадрату градиента параметра порядка. Вакс и Ларкин [12] первыми предложили аргументы в пользу утверждения, которое через несколько лет стало казаться почти очевидным: критические индексы определяются начальной симметрией системы, способом ее нарушения и размерностью пространства. В 1971 г. Каданов и Вегнер [19] доказали гипотезу универсальности. Используя алгебру флуктуирующих величин Каданова [20] и Полякова [21] (1969), они показали, что малые возмущения гамильтониана со скейлинговыми размерностями, бо́льшими размерности пространства d, приводят к несущественному смещению критической точки в пространстве параметров системы (несущественные возмущения). Существенные возмущения с размерностью меньше d уводят систему из начальной критической точки в какую-либо другую критическую точку с другим, но тоже универсальным набором критических индексов. В этой аргументации имеется лишь один слабый пункт: неясно, что произойдет, если размерность возмущения равна размерности пространства. В трехмерном пространстве величин такой размерности обнаружить не удалось, но они были найдены в двумерном и четырехмерном пространствах.

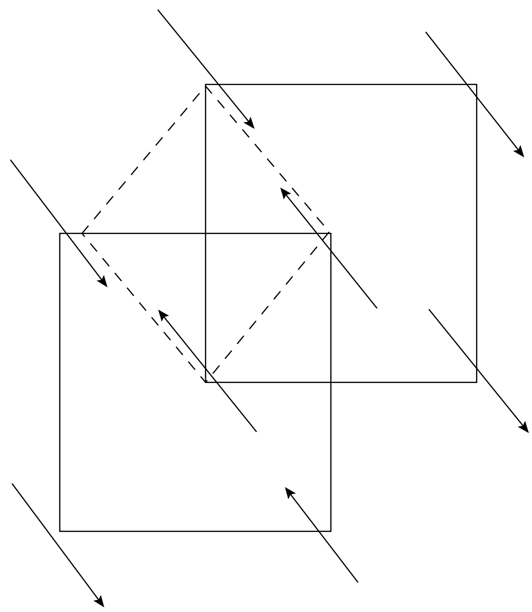

Рис. 1

В двумерном пространстве это можно проиллюстрировать на примере модели Ашкина – Теллера, которую можно представить как две квадратные изинговские модели, занимающие узлы разных подрешеток в общей квадратной решетке (рис. 1) и связанные взаимодействием, пропорциональным произведению четырех спинов в узлах одной ячейки общей решетки. Такое возмущение равно произведению $\varepsilon_1\varepsilon_2$ плотностей энергии каждой из изинговских систем. Из факта логарифмической расходимости теплоемкости в модели Изинга следует, что размерность плотности энергии равна 1, а произведение $\varepsilon_1\varepsilon_2$ имеет размерность 2, равную размерности пространства. В двумерном пространстве это приводит к непрерывной зависимости части критических индексов от величины возмущения, т. е. к нарушению универсальности. В пространстве размерности 4 возмущением размерности 4 является добавка члена $g\varphi^4$ к гамильтониану свободного скалярного поля φ. В четырехмерном пространстве такое возмущение не приводит к нарушению универсальности. Оно не меняет степенные зависимости теории самосогласованного поля, но создает универсальные логарифмические поправки к ним. Этот факт был впервые открыт в наиболее, пожалуй, важной и известной работе Ларкина и Хмельницкого по теории фазовых переходов [22].

Работа [22] сыграла столь важную роль из-за того, что в ней впервые было явно найдено критическое поведение системы методом ренормгруппы. По этой же причине она была непосредственным и наиболее близким предшественником знаменитой работы Вилсона и Фишера [23], в которой была наконец построена общая теория фазовых переходов во флуктуационной области в пространстве размерности $4-\varepsilon$. Работа [22] цитировалась и в заявлении для прессы Нобелевского комитета, и в нобелевской речи Вилсона 1982 г.

Однако авторская мотивировка этой работы была следующей: авторы решали задачу о критическом поведении сегнетоэлектрика или ферромагнетика с дипольным взаимодействием в трехмерном пространстве. Неожиданно они обнаружили, что эта система является эффективно четырехмерной. К такому выводу они пришли, рассматривая функцию Грина $G(\mathbf{q})$ в импульсном пространстве, для которой сравнительно просто получается уравнение

$$G^{-1}(\mathbf{q}) = Jq^2 + \lambda \cos^2\theta,$$

где J характеризует обменное взаимодействие, λ — дипольное, а θ — угол между средней электрической поляризацией и волновым вектором $\mathbf{q}$. Критическое поведение определяется малыми значениями q и $u = \cos\theta$. Элемент объема в импульсном пространстве равен $d\Omega = 2\pi q^2 dq\, du$. Поскольку, как показывает функция Грина, масштабные размерности q и u одинаковы, отсюда следует, что эффективная размерность $d\Omega$ равна 4. Необходимо сказать, что в это время ренормгруппой пользовались, главным образом, специалисты по квантовой электродинамике и теории поля, а среди физиков, занимающихся конденсированной материей, она была мало известным инструментом. Универсализм Толи Ларкина был важным фактором: он внимательно следил за новинками в обеих областях. Решение ренормгрупповых уравнений привело к замечательной формуле для сингулярности теплоемкости:

$$C \propto \left(\ln\left|\frac{T_c}{T-T_c}\right|\right)^{1/3}. \qquad (1)$$

Работу Ларкина и Хмельницкого [22] развивали многие теоретики. Много работ было посвящено критическому поведению систем с дипольным взаимодействием с применением вилсоновской ренормгруппы и ε-разложения. Начал эту деятельность Ахарони [24]. Главная трудность этой теории носит концептуальный характер: непонятно, как следует вводить дипольное взаимодействие, то ли как производную от кулоновского взаимодействия в $(4-\varepsilon)$-мерном пространстве, то ли так, как оно выглядит в трехмерном пространстве, но интегрировать по $(4-\varepsilon)$-мерному. Гораздо более интересно новое соотношение, найденное в рамках теории Ларкина–Хмельницкого (ЛХ) Ахарони и Хоэнбергом [25]:

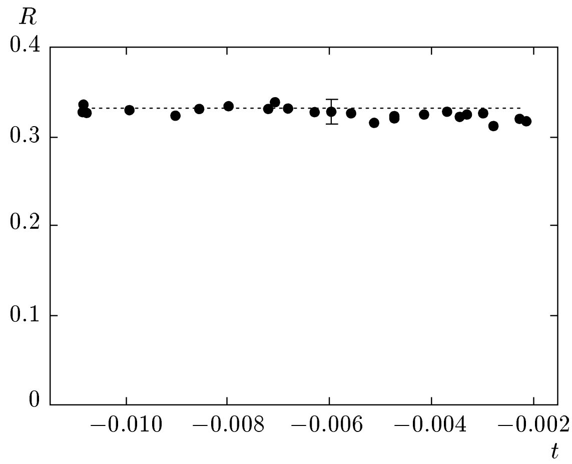

Рис. 2. Зависимость R от t, $R = t^2 C_p \chi T_c / M^2$. Пунктирная прямая соответствует предсказанной величине $R = 1/3$

$$R = \frac{t^2 C_p \chi}{M^2} = \frac{1}{3}.$$

Здесь χ — магнитная (электрическая) восприимчивость, M — магнитный (электрический) момент единицы объема, C_p — теплоемкость при постоянном давлении, $t = (T-T_c)/T_c$.

Результаты экспериментальной проверки этого соотношения для изинговского ферромагнетика с сильным дипольным взаимодействием $\mathrm{LiHoF_4}$ показаны на рис. 2, заимствованном из работы [26]. Авторы работы [27] дополнили теорию ЛХ вычислением зависимости поляризации одноосного ферроэлектрика от поля и обнаружили хорошее согласие своих результатов с результатами эксперимента [28] на ферроэлектрике сульфате триглицина (TGS). Р. Каули [29] заметил и доказал экспериментально, что пьезоэлектрический эффект уменьшает критическую размерность пространства и подавляет логарифмические поправки.

Неожиданное применение метод ЛХ нашел в теории самонепересекающихся путей на решетке (в четырехмерном пространстве) [30]: средний квадрат длины таких путей зависит от числа шагов N как $N(\ln N)^{1/4}$.

Еще одна важная работа была сделана Ларкиным совместно с Пикиным [31]. В ней исследован вопрос о том, как происходит фазовый переход с изменением симметрии в упругом твердом теле. Идея состоит в том, что дальнодействующие упругие силы создают притяжение областей с сильными флуктуациями параметра порядка и тем самым могут вызвать переход первого рода. Так это и оказалось, но красота исследования, как это часто бывает, заключается в деталях. Ларкин и Пикин рассмотрели модель изотропно упругого твердого тела, в котором скалярный параметр порядка $\varphi(\mathbf{x})$ взаимодействует с упругим континуумом по закону

$$H_{int} = q \int \varphi^2(\mathbf{x}) u_{\alpha\alpha}(\mathbf{x})\, d^3x,$$

где $u_{\alpha\beta}(\mathbf{x})$ обозначает тензор упругих деформаций. Исключая упругие деформации, вызванные медленно меняющимися флуктуациями, Ларкин и Пикин нашли ожидаемое дальнодействие флуктуаций. Соответствующий вклад в энергию имеет вид

$$H_{int} = -\frac{2q^2\mu}{VK(3K+4\mu)} \left[\int \varphi^2(\mathbf{x})\, d^3x\right]^2,$$

где μ — модуль сдвига, K — модуль всестороннего сжатия. Удивительный факт состоит в том, что эффект возникает из-за сдвиговых деформаций и исчезает, если $\mu = 0$.

Дальнейшее развитие эта идея получила в работе Леванюка и Собянина [32], рассмотревших в 1970 г. линейную стрикцию, т. е. взаимодействие между параметром порядка и упругой средой вида

$$H_{int} = q \int \varphi(\mathbf{x}) u_{xy}\, d^3x,$$

которое возможно в некоторых кристаллических группах. Они показали, что в этом случае флуктуации подавляются, и в малой окрестности точки перехода критическое поведение возвращается к поведению самосогласованного поля. Далее Ахарони [24] показал с помощью ренормгруппового расчета, что, изменяя давление, можно перейти от фазового перехода первого рода к переходу второго рода с трикритической точкой между ними. Фазовый переход в анизотропных упругих телах рассматривался в работах [33–35]. Между авторами нет полного согласия. Наиболее продвинутой является работа Люксютова [35], в которой показано, что в этом случае возникает непрерывное множество безразмерных констант взаимодействия. Это так называемая функциональная ренормгруппа. Фазовая диаграмма оказывается слишком сложной, чтобы описывать ее здесь.

Разумеется, Толя сталкивался с фазовыми переходами во всей своей дальнейшей деятельности, но это была, так сказать, прикладная теория фазовых переходов в отличие от фундаментальной науки, которую он развивал в 1960-е гг.

В заключение следует сказать о, может быть, не менее важной роли, которую играл Толя как критик и советчик. Достаточно привести два примера его участия в обсуждениях, при которых я присутствовал. Первый произошел в 1966 г., когда я только что переехал в Черноголовку. В начале этого года была напечатана наша с Паташинским работа о скейлинге в области развитых флуктуаций. Толя ее знал. При встрече он спросил меня: «Ты, наверно, работаешь над динамическим скейлингом?» Вопрос, а точнее, совет был абсолютно точным. К сожалению, по разным обстоятельствам я не смог ему последовать. Очень скоро одна за другой стали появляться работы Феррела и его коллег, Халперина и Хоэнберга, Кавасаки, Каданова, за которыми трудно было угнаться.

Второй случай произошел через пару лет после этого, когда в Институт Ландау приехал со своей первой работой Вадим Березинский. В ней он показал, что в двумерных системах с нарушенной симметрией $U(1)$ (или вращения векторного параметра порядка в плоскости) длинноволновые флуктуации приводят к так называемому алгебраическому порядку, т. е. степенному убыванию корреляции параметра порядка с увеличением расстояния. Внимательно выслушав Вадима, Толя заметил, что не все учтено — должны быть еще локализованные возбуждения вроде вихрей. Это высказывание привело в конечном итоге к замечательной теории вихрей и связанного с ними перехода, известной как теория БКТ (Березинского–Костерлица–Таулеса).

Мне выпала большая удача быть Толиным коллегой, работать с ним в одной области науки и общаться долгое время. Я и сейчас ощущаю, как мне не хватает этого общения.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Г. Вакс, А. И. Ларкин, ЖЭТФ **40**, 1896 (1961).
2. Y. Nambu, in *Proc. Midwest Conf. on Theoretical Physics*, Purdue Univ., Indiana (1960).
3. Л. Г. Асламазов, А. И. Ларкин, ФТТ **10**, 1104 (1968).
4. A. I. Larkin and A. A. Varlamov, *Theory of Fluctuations in Superconductors*, Clarendon Press, Oxford (2005); А. А. Варламов, А. И. Ларкин, *Теория флуктуаций в сверхпроводниках*, Добросвет, Москва (2007).

5. G. Blatter, M. V. Feigelman, V. B. Geshkenbein, A. I. Larkin, and V. M. Vinokur, Rev. Mod. Phys. **66**, 1125 (1994).

6. А. И. Ларкин, Ю. Н. Овчинников, ЖЭТФ **47**, 1136 (1964).

7. P. Fulde and R. Ferrel, Phys. Rev. **135**, A550 (1964).

8. M. V. Feigel'man, A. I. Larkin, and M. A. Skvortsov, Phys. Rev. B **61**, 12361 (2000); M. A. Skvortsov, A. I. Larkin, and M. V. Feigel'man, Usp. Fiz. Nauk **171** (Suppl.), 76 (2001).

9. Л. П. Горьков, А. И. Ларкин, Д. Е. Хмельницкий, Письма в ЖЭТФ **30**, 248 (1979).

10. А. И. Ларкин, ЖЭТФ **47**, 1136 (1964).

11. I. L. Aleiner and A. I. Larkin, Phys. Rev. E **55**, R1243 (1997).

12. В. Г. Вакс, А. И. Ларкин, ЖЭТФ **49**, 975 (1964).

13. Л. Д. Ландау, ЖЭТФ **7**, 1232 (1937).

14. L. Onsager, Phys. Rev. **65**, 117 (1944); L. Onsager, *Verbal Communication at a Conference on Critical Phenomena* (1948) (unpublished); B. Kaufman and L. Onsager, Phys. Rev. **76**, 1244 (1949); C. N. Yang, Phys. Rev. **85**, 808 (1952).

15. M. J. Buckingham and W. M. Fairbank, in *Progress in Low Temperature Physics*, Vol. III, ed. by G. J. Gorter, North-Holland, Amsterdam (1961), p. 80.

16. А. В. Воронель, В. Г. Горбунова, Ю. Р. Чашкин, В. В. Щекочихина, ЖЭТФ **50**, 897 (1966).

17. А. П. Леванюк, ЖЭТФ **36**, 810 (1959).

18. В. Л. Гинзбург, ФТТ **2**, 2034 (1960).

19. L. P. Kadanoff and F. J. Wegner, Phys. Rev. B **4**, 3989 (1971).

20. L. P. Kadanoff, Phys. Rev. Lett. **23**, 1430 (1969).

21. А. М. Поляков, ЖЭТФ **57**, 271 (1969).

22. А. И. Ларкин, Д. Е. Хмельницкий, ЖЭТФ **56**, 2087 (1969).

23. K. G. Wilson and M. E. Fisher, Phys. Rev. Lett. **28**, 240 (1972).

24. A. Aharony, Phys. Rev. B **8**, 4314 (1973).

25. A. Aharony and P. C. Hohenberg, Physica B+C **86–88**, 611 (1977).

26. J. Nikkel and B. Ellmann, Phys. Rev. B **64**, 214420 (2001).

27. K. Binder, G. Meissner, and H. Mais, Phys. Rev. B **13**, 4890 (1976).

28. K. H. Ehses and H. E. Müser, Ferroelectrics **12**, 247 (1976).

29. R. Cowley, Phys. Rev. B **25**, 6765 (1982).

30. S. Havlin and D. Ben-Avraham, J. Phys. A **15**, L317 (1982).

31. А. И. Ларкин, С. А. Пикин, ЖЭТФ **56**, 1664 (1969).

32. А. П. Леванюк, А. А. Собянин, Письма в ЖЭТФ **11**, 540 (1970).

33. Д. Е. Хмельницкий, В. Л. Шнеерсон, ЖЭТФ **69**, 1100 (1975).

34. D. J. Bergmann and B. I. Halperin, Phys. Rev. B **13**, 2145 (1976).

35. И. Ф. Люксютов, ЖЭТФ **72**, 732 (1977).