ЖЭТФ, 2013, том 144, вып. 5 (11), стр. 943–950

НЕУПРУГИЕ ПРОЦЕССЫ И ЭФФЕКТЫ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ПОЗИТРОНИЯ С УЛЬТРАКОРОТКИМИ ИМПУЛЬСАМИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

*М. К. Есеев**, *В. И. Матвеев***

Северный (Арктический) федеральный университет им. М. В. Ломоносова
163002, Архангельск, Россия

Поступила в редакцию 23 мая 2013 г.

Рассмотрены процессы возбуждения, развала и переизлучения при взаимодействии атома позитрония с ультракороткими импульсами электромагнитного поля. Получены вероятности неупругих процессов и спектры переизлучения. Показано, что интерференция амплитуд излучения фотона электроном и позитроном вносит заметный вклад в спектры переизлучения. Развитый подход применим при описании взаимодействия позитрония с ультракороткими импульсами аттосекундной и меньшей длительности.

DOI: 10.7868/S0044451013110060

1. ВВЕДЕНИЕ

Атом позитрония, представляющий собой связанное состояние электрона и позитрона, является уникальным объектом исследования в квантовой электродинамике [1, 2]. Этот экзотический атом, состоящий из лептона и антилептона, позволяет получить новые сведения о природе электрослабого взаимодействия, процессах с участием античастиц, аннигиляции антивещества. Среди экзотических атомов позитроний был экспериментально получен первым [3] и работы по его исследованию продолжаются в ряде лабораторий мира [4–6]. Особый интерес вызывают процессы лазерного возбуждения атомов позитрония в ридберговские состояния, в которых атомы могут существовать достаточно долго [7]. Значительный прогресс в области генерации и использования ультракоротких импульсов электромагнитного поля [8, 9] стимулирует исследования поведения позитрония в полях ультракоротких импульсов. В работах [10–12] методами прямого численного интегрирования нестационарного уравнения Шредингера рассчитана вероятность ионизации позитрония лазерными импульсами фемтосекундной длительности. Модель Келдыша для волковских волновых функций с кулоновскими поправками сопоставлялась в статье [13] с численным решением нестационарного уравнения Шредингера при расчете неупругих процессов в атоме позитрония в поле фемтосекундного лазера. В работе [14] для описания процесса ионизации позитрония наряду с моделью Келдыша численно решались классические уравнения движения частиц с использованием метода Монте-Карло. Длительность импульса при этом составляла порядка 100 ас. Помимо процессов возбуждения и ионизации активно исследуется рассеяние электромагнитного поля на позитронии. Процесс поглощения и излучения фотонов в атоме позитрония с учетом поляризации в рамках квантовой электродинамики рассмотрен, например, в работе [15]. Атом позитрония свободен от релятивистского дрейфа электрона относительно позитрона в поле интенсивной электромагнитной волны, поэтому представляет интерес с точки зрения возможностей генерации высоких гармоник [16]. Сечение комптоновского рассеяния рентгеновских фотонов на позитронии с учетом интерференции на двух центрах было найдено в работе [17]. Процессы же переизлучения ультракоротких импульсов длительностью порядка аттосекунды и менее на атоме позитрония до настоящего времени не изучались, хотя аналогичные процессы при выборе атомов и молекул в качестве мишеней рассмотрены недавно в ряде теоретических работ (см., напри-

*E-mail: m_eseev@mail.ru
**E-mail: matveev.victor@pomorsu.ru

мер, [18] и приведенные там ссылки). В работе [19] в рамках классического описания рассмотрено рассеяние ультракороткого импульса на атоме. Сравнительно недавно в работах [18, 20] в рамках последовательного квантовомеханического подхода, основанного на теории возмущений, развито описание рассеяния ультракороткого электромагнитного импульса на многоэлектронном атоме с учетом возбуждения мишени и недипольности электромагнитного взаимодействия, справедливое в широком спектральном диапазоне. Получены спектры рассеянного излучения для различных длительностей ультракороткого импульса. Такой подход, в принципе, применим и для импульсов аттосекундной и меньшей длительности, однако в этих случаях возможен точный учет поля ультракороткого импульса в рамках теории внезапных возмущений, что позволяет проще описать [21] процессы перерассеяния и распространить теорию на случаи простейших молекул [22, 23]. Недавно в работе [24] на основе теории [21] рассмотрены процессы переизлучения ультракоротких импульсов электромагнитного поля линейными цепочками, составленными из изолированных многоэлектронных атомов. В работе [25] исследуются процессы рассеяния ультракоротких импульсов электромагнитного поля свободными электронами.

В настоящей работе рассмотрены процессы возбуждения, развала и переизлучения при взаимодействии атома позитрония с ультракороткими импульсами электромагнитного поля. Развитая методика позволяет провести точный учет пространственной неоднородности поля ультракороткого импульса и импульсов фотонов в процессах переизлучения. В рассматриваемых нами случаях длительность ультракоротких импульсов τ и время их взаимодействия с мишенью считаются значительно меньшими по сравнению с характерным атомным временем τ_a. При этом поле ультракороткого импульса учитывается точно в рамках приближения внезапных возмущений, а процесс излучения фотонов описывается по теории возмущений. Получены вероятности возбуждения и развала позитрония в процессах такого типа. Развито описание процессов переизлучения позитронием ультракоротких импульсов электромагнитного поля. Получены угловые распределения и спектры переизлучения. Показано, что процессы интерференции амплитуд излучения фотона электроном и позитроном вносят заметный вклад в спектры переизлучения. Развитый подход применим при описании взаимодействия позитрония с ультракороткими импульсами аттосекундной и меньшей длительности.

2. ВОЗБУЖДЕНИЕ И ИОНИЗАЦИЯ ПОЗИТРОНИЯ

Рассмотрим атом позитрония, взаимодействующий с импульсом электромагнитного поля гауссовой формы (здесь и везде ниже используются атомные единицы):

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \mathbf{E}_0 \exp\left(-\alpha^2\left(t-\frac{\mathbf{n}_0\cdot\mathbf{r}}{c}\right)^2\right) \times \times \cos(\omega_0 t - \mathbf{k}_0\cdot\mathbf{r}), \quad (1)$$

где $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$ — напряженность электрического поля, $\mathbf{E}_0$ — амплитуда, $\mathbf{k}_0 = (\omega_0/c)\mathbf{n}_0$, $\mathbf{n}_0$ — единичный вектор вдоль направления распространения импульса, $\mathbf{r}$ — координаты точки наблюдения, c — скорость света, а длительность импульса $\tau \sim 1/\alpha$. Согласно [21] потенциал взаимодействия электрона и позитрона с импульсом электромагнитного поля запишем в виде

$$V(t) \equiv V(\mathbf{r}_e,\mathbf{r}_p,t) = -\mathbf{E}(\mathbf{r}_e,t)\cdot\mathbf{r}_e + \mathbf{E}(\mathbf{r}_p,t)\cdot\mathbf{r}_p = = \sum_{a=1}^{2}(-1)^a \mathbf{E}(\mathbf{r}_a,t)\cdot\mathbf{r}_a, \quad (2)$$

где $\mathbf{r}_e$ — координаты электрона, $\mathbf{r}_p$ — координаты позитрона и для удобства введено обозначение $\mathbf{r}_a$, $a = 1,2$, так что $\mathbf{r}_1 \equiv \mathbf{r}_e$ и $\mathbf{r}_2 \equiv \mathbf{r}_p$.

Пусть параметр α в (1) такой, что $V(t)$ эффективно отличается от нуля только в течение времени τ, много меньшего характерных периодов невозмущенного атома позитрония, описываемого гамильтонианом H_0. Тогда амплитуда перехода атома из начального состояния φ_0 в какое-либо конечное состояние φ_n в результате действия внезапного возмущения $V(t)$ будет иметь вид [26]

$$a_{0n} = \langle\varphi_n|\exp(-i\int_{-\infty}^{\infty} V(t)\,dt)|\varphi_0\rangle, \quad (3)$$

где φ_0 и φ_n принадлежат полной ортонормированной системе собственных функций невозмущенного гамильтониана H_0. Отметим, что

$$\int_{-\infty}^{\infty} V(t)\,dt = -\int_{-\infty}^{\infty}\mathbf{E}(\mathbf{r}_1,t)\cdot\mathbf{r}_1 dt + \int_{-\infty}^{\infty}\mathbf{E}(\mathbf{r}_2,t)\cdot\mathbf{r}_2 dt,$$

причем

$$\int_{-\infty}^{\infty}\mathbf{E}(\mathbf{r}_1,t)\,dt = \int_{-\infty}^{\infty}\mathbf{E}(\mathbf{r}_2,t)\,dt.$$

Общее значение этих интегралов (независящее от координат $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$) обозначим $\mathbf{q}$,

$$\mathbf{q} = \int\limits_{-\infty}^{\infty} dt\, \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 \frac{\sqrt{\pi}}{\alpha} \exp\left(-\frac{\omega_0^2}{4\alpha^2}\right). \tag{4}$$

Тогда (3) примет вид

$$a_{0n} = \langle \varphi_n | \exp(-i\mathbf{q}\cdot(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)) | \varphi_0 \rangle, \tag{5}$$

откуда следует, что $\mathbf{q}$ имеет смысл переданного импульса, причем импульсы, передаваемые электрону и позитрону, равны по величине и противоположны по знаку. Другими словами, при взаимодействии с ультракоротким импульсом электромагнитного поля движение центра масс позитрония в приближении внезапных возмущений не изменяется. В формуле (5) волновая функция основного состояния позитрония, нормированная на один атом в объеме V, имеет вид

$$|\varphi_0\rangle = \varphi_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = V^{-1/2} \exp(i\mathbf{P}\cdot\mathbf{R}) \phi_0(\mathbf{r}),$$

где $\phi_0 = \pi^{-1/2} 2^{-3/2} e^{-r/2}$ — волновая функция основного состояния относительного движения в атоме позитрония. Соответственно, волновые функции возбужденных состояний представимы как

$$|\varphi_n\rangle = V^{-1/2} \exp(i\mathbf{P}\cdot\mathbf{R}) \phi_n(\mathbf{r}),$$

где ϕ_n — волновая функция произвольного состояния относительного движения в атоме позитрония. Введены обозначения: $\mathbf{R} = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2$ — координата центра масс позитрония, $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ — координата относительного движения и $\mathbf{P}$ — импульс центра масс. Поэтому формула (5) после замены переменных $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$ на $\mathbf{R}$ и $\mathbf{r}$ принимает вид

$$a_{0n} = \int d^3 r\, \phi_n^*(\mathbf{r}) \exp(-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}) \phi_0(\mathbf{r}) V^{-1} \int d^3 R = \\ = \langle \phi_n | \exp(-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}) | \phi_0 \rangle.$$

Таким образом, амплитуды a_{0n} выражаются через хорошо известные [27, 28] неупругие атомные формфакторы водородоподобного атома. Соответственно, вероятности переходов $w_{0,n} = |a_{0n}|^2$. Поэтому, например, для водородоподобного атома вероятность переходов из $1s$-состояния во все состояния с главным квантовым числом n имеет вид

$$w_{0,n} = 2^8 q^2 a^2 n^7 \left[\frac{n^2 - 1}{3} + (qan)^2\right] \times \\ \times \frac{[(n-1)^2 + (qan)^2]^{n-3}}{[(n+1)^2 + (qan)^2]^{n+3}}, \tag{6}$$

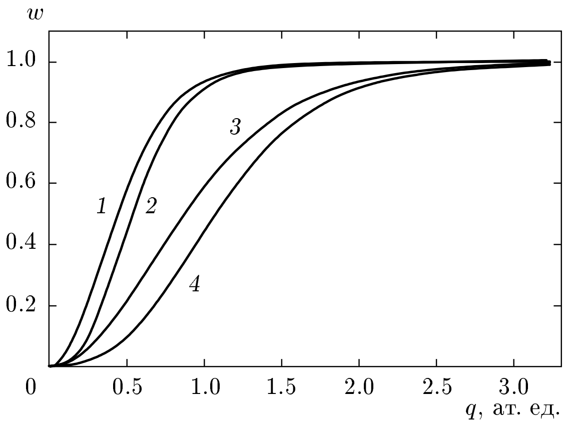

Рис. 1. Вероятности неупругих процессов в зависимости от переданного импульса q. Кривая *1* — вероятность всех неупругих процессов для атома Ps, кривая *2* — вероятность развала атома Ps, кривая *3* — вероятность всех неупругих процессов в атоме H, кривая *4* — вероятность ионизации атома H

здесь и ниже $a = 2$ для позитрония и $a = 1$ для атома водорода. В частности, $w_{0,0}$ — вероятность остаться в основном состоянии. Из унитарности приближения внезапных возмущений следует, что вероятность реакции — вероятность перехода атома позитрония во все возбужденные состояния (включая состояния континуума) — равна $w_r = 1 - w_{0,0}$ и превышает соответствующую вероятность для атома водорода. Приведем также вероятность перехода атома позитрония в состояния континуума с импульсом k (по всем углам $\Omega_\mathbf{k}$ вектора $\mathbf{k}$ проведено интегрирование):

$$\frac{dw_{0,k}}{dk} = \frac{2^8 q^2 k a^4}{1 - \exp(-2\pi/ka)} \times \\ \times \frac{q^2 a^2 + (1 + k^2 a^2)/3}{[(q^2 a^2 + 1 - k^2 a^2)^2 + (2ka)^2]^3} \times \\ \times \exp\left\{-\frac{2}{ka} \operatorname{arctg} \frac{2ka}{q^2 a^2 + 1 - k^2 a^2}\right\}. \tag{7}$$

Полная вероятность развала атома позитрония получается из (7) путем интегрирования по всем значениям импульса k. На рис. 1 представлены результаты расчетов вероятностей возбуждения и развала атомов позитрония и водорода в зависимости от переданного импульса q. На рис. 2 приведены распределения (7) для позитрония и атома водорода.

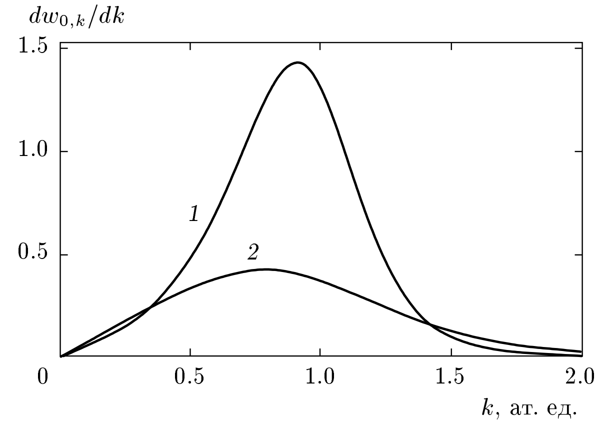

Рис. 2. Зависимость вероятности ионизации от абсолютной величины импульса вылетевшей частицы. Кривая *1* описывает спектр ионизации для позитрона (электрона) в атоме Ps, кривая *2* — распределение по импульсам для вылетевших из атома H электронов. Импульс, переданный атомной системе при взаимодействии, $q = 1$ ат. ед.

3. ПЕРЕИЗЛУЧЕНИЕ УЛЬТРАКОРОТКОГО ИМПУЛЬСА

В приближении внезапных возмущений эволюция начального состояния φ_0 имеет вид [21]

$$\Phi_0(t) = \exp\left(-i\int\limits_{-\infty}^{t} V(t')\,dt'\right)\varphi_0, \tag{8}$$

причем $\Phi_0(t) \to \varphi_0$ при $t \to -\infty$. Волновую функцию произвольного возбужденного состояния атома позитрония будем обозначать φ_n. Введем полную и ортонормированную систему функций

$$\Phi_n(t) = \exp(i\int\limits_{t}^{\infty} V(t')\,dt')\varphi_n, \tag{9}$$

причем $\Phi_n(t) \to \varphi_n$ при $t \to \infty$. Очевидно, что амплитуду перехода из состояния Φ_0 в состояние Φ_n в результате действия внезапного возмущения (2) можно записать (ср. (3)) в виде

$$a_{0n} = \langle\varphi_n|\exp\left(i\int\limits_{-\infty}^{\infty} V(t')\,dt'\right)|\varphi_0\rangle = \\ = \langle\Phi_n(t)|\Phi_0(t)\rangle. \tag{10}$$

Нас интересует переизлучение ультракороткого импульса в течение времени его взаимодействия с атомом позитрония. Поле излучения описываем оператором вектор-потенциала

$$\hat{\mathbf{A}}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{k},\sigma}\left(\frac{2\pi c^2}{\omega}\right)^{1/2}\mathbf{u}_{\mathbf{k}\sigma}\hat{a}^{\dagger}_{\mathbf{k}\sigma}\exp(-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}), \tag{11}$$

где $\hat{a}^{\dagger}_{\mathbf{k}\sigma}$ — оператор рождения фотона с импульсом $\mathbf{k}$, частотой ω и поляризацией σ, $\sigma = 1, 2$; $\mathbf{u}_{\mathbf{k}\sigma}$ — единичные векторы поляризации. Оператор взаимодействия позитрония с полем излучения равен

$$U = -\frac{1}{c}\hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{p}}_1 + \frac{1}{c}\hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{p}}_2 = \\ = \left(\frac{2\pi}{\omega}\right)^{1/2}\mathbf{u}_{\mathbf{k}\sigma}\hat{a}^{\dagger}_{\mathbf{k}\sigma}\sum_{a=1}^{2}(-1)^a\exp\left(-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_a\right)\hat{\mathbf{p}}_a, \tag{12}$$

где $\hat{\mathbf{p}}_1 = -i\partial/\partial\mathbf{r}_1$ — оператор импульса электрона, $\hat{\mathbf{p}}_2 = -i\partial/\partial\mathbf{r}_2$ — оператор импульса позитрона. Поэтому, следуя [21], амплитуду излучения фотона будем вычислять как поправку к состояниям (8) и (9) в первом порядке теории возмущений по взаимодействию атомных электронов с электромагнитным полем[1]. Тогда амплитуда испускания фотона с одновременным переходом позитрония из состояния φ_0 в состояние φ_n имеет вид

$$b_{0n}(\omega) = i\left(\frac{2\pi}{\omega}\right)^{1/2}\mathbf{u}_{\mathbf{k}\sigma}\int\limits_{-\infty}^{\infty} dt\exp(i\omega t)\langle\Phi_n(t)|\times \\ \times\sum_{a=1}^{2}(-1)^a\exp\left(-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_a\right)\hat{\mathbf{p}}_a|\Phi_0(t)\rangle. \tag{13}$$

Отсюда после интегрирования по частям по времени и опускания членов, исчезающих при выключении (при $t \to \pm\infty$) взаимодействия с электромагнитным полем, получаем

$$b_{0n}(\omega) = \left(\frac{2\pi}{\omega}\right)^{1/2}\mathbf{u}_{\mathbf{k}\sigma}\int\limits_{-\infty}^{\infty} dt\frac{\exp(i\omega t)}{i\omega}\langle\varphi_n|\times \\ \times\sum_{a=1}^{2}(-1)^a\exp\left(-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_a\right)\frac{\partial V(t)}{\partial\mathbf{r}_a}\times \\ \times\exp\left(-i\int\limits_{-\infty}^{\infty} V(t')\,dt'\right)|\varphi_0\rangle. \tag{14}$$

Подчеркнем, что речь идет об излучении одного фотона одновременно электроном и позитроном за

[1] Внезапное же возмущение $V(t)$ учтено в функциях $\Phi_n(t)$ и $\Phi_0(t)$ без ограничений на величину $V(t)$.

время действия внезапного возмущения $V(t)$. Далее нам необходимо найти спектр излучения фотона в телесный угол $d\Omega_{\mathbf{k}}$, описанный вдоль направления импульса фотона $\mathbf{k}$. Представив элемент интегрирования по импульсу фотона в виде

$$(2\pi)^{-3}d\mathbf{k} = (2\pi c)^{-3}d\Omega_{\mathbf{k}}\omega^2 d\omega$$

и выполнив суммирование $|b_{0n}(\omega)|^2$ по поляризациям и по всем возможным конечным состояниям атома позитрония, получим соответствующий спектр испускания фотона в единицу телесного угла $\Omega_{\mathbf{k}}$:

$$\frac{d^2W}{d\Omega_{\mathbf{k}}d\omega} = \frac{1}{(2\pi)^2}\,\frac{1}{c^3\omega}\langle\varphi_0| \times \\ \times \sum_{a,b}(-1)^{a+b}\exp\left(-i\mathbf{k}(\mathbf{r}_a-\mathbf{r}_b)\right) \times \\ \times \left[\frac{\partial\widetilde{V}(\omega)}{\partial\mathbf{r}_a}\times\mathbf{n}\right]\cdot\left[\frac{\partial\widetilde{V}^*(\omega)}{\partial\mathbf{r}_b}\times\mathbf{n}\right]|\varphi_0\rangle. \quad (15)$$

Таким образом, во многом следуя выкладкам, приведенным в статье [21], мы получили угловое распределение полного спектра излучения фотона в единицу телесного угла в течение времени действия внезапного возмущения $V(t)$. В формуле (15) $\mathbf{n} = \mathbf{k}/k$ — единичный вектор в направлении вылета фотона, $\widetilde{V}(\omega)$ — фурье-образ функции $V(t)$, представленной формулой (2), поэтому

$$\widetilde{V}(\omega) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} V(t)\exp(i\omega t)\,dt = \\ = f_0(\omega)\mathbf{E}_0\cdot\sum_a \mathbf{r}_a(-1)^a\exp\left(i\frac{\omega}{c}\mathbf{n}_0\cdot\mathbf{r}_a\right), \quad (16)$$

где

$$f_0(\omega) = \frac{\sqrt{\pi}}{2\alpha}\left\{\exp\left[-\frac{(\omega-\omega_0)^2}{4\alpha^2}\right] + \right. \\ \left. + \exp\left[-\frac{(\omega+\omega_0)^2}{4\alpha^2}\right]\right\}, \quad (17)$$

а векторное произведение равно

$$\frac{\partial\widetilde{V}(\omega)}{\partial\mathbf{r}_a}\times\mathbf{n} = (-1)^a f_0(\omega)\exp\left(i\frac{\omega}{c}\mathbf{n}_0\cdot\mathbf{r}_a\right) \times \\ \times \left(\mathbf{E}_0\times\mathbf{n} + i\frac{\omega}{c}(\mathbf{E}_0\cdot\mathbf{r}_a)[\mathbf{n}_0\times\mathbf{n}]\right). \quad (18)$$

Теперь нетрудно переписать спектр излучения (15) в виде

$$\frac{d^2W}{d\Omega_{\mathbf{k}}d\omega} = \frac{|f_0(\omega)|^2}{(2\pi)^2c^3\omega}\langle\varphi_0|\sum_{a,b}\exp\left(-i\mathbf{p}\cdot(\mathbf{r}_a-\mathbf{r}_b)\right) \times \\ \times\left\{[\mathbf{E}_0\times\mathbf{n}]^2 + i\frac{\omega}{\omega_0}([\mathbf{E}_0\times\mathbf{n}]\cdot[\mathbf{k}_0\times\mathbf{n}])\mathbf{E}_0\cdot(\mathbf{r}_a-\mathbf{r}_b) + \right. \\ \left. + (\mathbf{E}_0\cdot\mathbf{r}_a)(\mathbf{E}_0\cdot\mathbf{r}_b)\frac{\omega^2}{\omega_0^2}[\mathbf{k}_0\times\mathbf{n}]^2\right\}|\varphi_0\rangle, \quad (19)$$

где

$$\mathbf{k}_0 = \frac{\omega_0}{c}\mathbf{n}_0, \quad \mathbf{p} = \mathbf{k} - \frac{\omega}{\omega_0}\mathbf{k}_0 = \frac{\omega}{c}(\mathbf{n}-\mathbf{n}_0).$$

Отдельно рассмотрим в (19) слагаемые с $a = b$ и $a \neq b$, соответственно представим спектр в виде

$$\frac{d^2W}{d\Omega_{\mathbf{k}}d\omega} = \frac{d^2W_1}{d\Omega_{\mathbf{k}}d\omega} + \frac{d^2W_2}{d\Omega_{\mathbf{k}}d\omega}, \quad (20)$$

где

$$\frac{d^2W_1}{d\Omega_{\mathbf{k}}d\omega} = \frac{|f_0(\omega)|^2}{(2\pi)^2c^3\omega}\langle\varphi_0|\sum_a\left\{[\mathbf{E}_0\times\mathbf{n}]^2 + \right. \\ \left. + (\mathbf{E}_0\cdot\mathbf{r}_a)^2\frac{\omega^2}{\omega_0^2}[\mathbf{k}_0\times\mathbf{n}]^2\right\}|\varphi_0\rangle, \quad (21)$$

$$\frac{d^2W_2}{d\Omega_{\mathbf{k}}d\omega} = \frac{|f_0(\omega)|^2}{(2\pi)^2c^3\omega}\langle\varphi_0| \times \\ \times\sum_{a,b(a\neq b)}\exp\left(-i\mathbf{p}\cdot(\mathbf{r}_a-\mathbf{r}_b)\right)\left\{[\mathbf{E}_0\times\mathbf{n}]^2 + \right. \\ + i\frac{\omega}{\omega_0}([\mathbf{E}_0\times\mathbf{n}]\cdot[\mathbf{k}_0\times\mathbf{n}])\mathbf{E}_0\cdot(\mathbf{r}_a-\mathbf{r}_b) + \\ \left. + (\mathbf{E}_0\cdot\mathbf{r}_a)(\mathbf{E}_0\cdot\mathbf{r}_b)\frac{\omega^2}{\omega_0^2}[\mathbf{k}_0\times\mathbf{n}]^2\right\}|\varphi_0\rangle. \quad (22)$$

По своему определению спектр $d^2W_1/d\Omega_{\mathbf{k}}d\omega$ представляет собой сумму двух спектров: спектра излучения фотона только электроном и спектра излучения только позитроном, тогда как спектр $d^2W_2/d\Omega_{\mathbf{k}}d\omega$, очевидно, обусловлен интерференцией амплитуд процесса излучения электроном и позитроном. Для выполнения дальнейших преобразований учтем следующее. Как отмечалось после формулы (5), при взаимодействии с ультракоротким импульсом электромагнитного поля положение центра масс позитрония не изменяется. Поэтому выберем систему координат, в начале которой расположен центр масс позитрония, и введем относительные координаты $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$, причем $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}/2$, $\mathbf{r}_2 = -\mathbf{r}/2$. При таком выборе системы координат входящие в (21) и (22) средние вида $\langle\varphi_0|(\ldots)|\varphi_0\rangle$ берутся с учетом того, что волновая функция основного состояния позитрония, нормированная на один атом в объеме V, имеет вид

$$|\varphi_0\rangle = \varphi_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = V^{-1/2}\exp(i\mathbf{P}\cdot\mathbf{R})\phi_0(\mathbf{r}).$$

При переходе в систему покоя центра масс эта функция принимает вид

$$|\varphi_0\rangle = V^{-1/2}\phi_0(\mathbf{r}).$$

Поэтому

$$\langle\varphi_0|(\ldots)|\varphi_0\rangle = \langle\phi_0|(\ldots)|\phi_0\rangle.$$

Тогда входящие в (21) и (22) средние по водородоподобным функциям $|\phi_0\rangle$ легко вычисляются, в результате имеем

$$\frac{d^2W_1}{d\Omega_{\mathbf{k}}d\omega} = \frac{|f_0(\omega)|^2}{(2\pi)^2c^3\omega}\cdot 2\left\{[\mathbf{E}_0\times\mathbf{n}]^2 + \frac{A_1}{4}\frac{\omega^2}{\omega_0^2}[\mathbf{k}_0\times\mathbf{n}]^2\right\}, \tag{23}$$

$$\frac{d^2W_2}{d\Omega_{\mathbf{k}}d\omega} = \frac{|f_0(\omega)|^2}{(2\pi)^2c^3\omega}2\left\{A_2[\mathbf{E}_0\times\mathbf{n}]^2 + A_3\frac{i\omega}{\omega_0}[\mathbf{E}_0\times\mathbf{n}]\cdot[\mathbf{k}_0\times\mathbf{n}] - \frac{A_4}{4}\frac{\omega^2}{\omega_0^2}[\mathbf{k}_0\times\mathbf{n}]^2\right\}, \tag{24}$$

где

$$A_1 = \langle\phi_0|(\mathbf{E}_0\cdot\mathbf{r})^2|\phi_0\rangle = 4E_0^2,$$

$$A_2 = \langle\phi_0|e^{-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}}|\phi_0\rangle = \frac{1}{(1+p^2)^2},$$

$$A_3 = \langle\phi_0|e^{-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}}\mathbf{E}_0\cdot\mathbf{r}|\phi_0\rangle = -\frac{4i\mathbf{E}_0\cdot\mathbf{p}}{(1+p^2)^3},$$

$$A_4 = \langle\phi_0|e^{-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}}(\mathbf{E}_0\cdot\mathbf{r})^2|\phi_0\rangle = -\frac{24(\mathbf{E}_0\cdot\mathbf{p})^2}{(1+p^2)^4} + \frac{4E_0^2}{(1+p^2)^3}.$$

Теперь мы можем проинтегрировать (23) по всем углам вылета фотона, для этого выберем ось z, направленную вдоль вектора $\mathbf{k}_0$, тогда $d\Omega_{\mathbf{k}} = d\varphi\sin\theta\,d\theta$, в результате

$$\frac{dW_1}{d\omega} = \frac{4|f_0(\omega)|^2}{3\pi c^3\omega}\mathbf{E}_0^2\left(1+\frac{\omega^2}{c^2}\right). \tag{25}$$

Аналогично, будем интегрировать (24) по всем углам вылета фотона, соответствующий результат обозначим как $dW_2/d\omega$, который после замены $x = \cos\theta$ примет вид

$$\frac{dW_2}{d\omega} = \frac{|f_0(\omega)|^2}{2\pi c^3\omega}\mathbf{E}_0^2\int_{-1}^{1}dx\frac{1}{(1+2\omega^2c^{-2}(1-x))^2}\times \left(1+x^2-\frac{4\omega^2c^{-2}(1-x^2)x}{1+2\omega^2c^{-2}(1-x)} - \frac{2\omega^2c^{-2}(1-x^2)}{1+2\omega^2c^{-2}(1-x)}+\frac{6\omega^4c^{-4}(1-x^2)^2}{(1+2\omega^2c^{-2}(1-x))^2}\right). \tag{26}$$

Входящий сюда интеграл берется элементарно, но громоздко, в результате

$$\frac{dW_2}{d\omega} = \frac{|f_0(\omega)|^2}{2\pi c^3\omega}\mathbf{E}_0^2 I\left(\frac{\omega^2}{c^2}\right), \tag{27}$$

где

$$I(y) = \frac{1+y}{4y^3}\left(\frac{4y(1+2y)}{1+4y} - \ln(1+4y)\right), \tag{28}$$

$y = \omega^2/c^2$. При малых y

$$I(y) = \frac{8}{3} - \frac{40y}{3} + O[y]^2, \tag{29}$$

при больших y

$$I(y) = \frac{1}{2y} + O\left[\frac{1}{y}\right]^2. \tag{30}$$

Согласно (20) полный спектр, проинтегрированный по углам вылета фотона, представляется в виде

$$\frac{dW}{d\omega} = \frac{dW_1}{d\omega} + \frac{dW_2}{d\omega} = \frac{|f_0(\omega)|^2}{\pi c^3\omega}\mathbf{E}_0^2\left(\frac{4}{3}\left(1+\frac{\omega^2}{c^2}\right) + \frac{1}{2}I\left(\frac{\omega^2}{c^2}\right)\right). \tag{31}$$

Спектр (31) пропорционален $|f_0(\omega)|^2$, поэтому согласно (17) атомом преимущественно испускаются фотоны, принадлежащие непрерывному спектру с характерными частотами $|\omega-\omega_0| \le 1/\tau$. Конечно же, после прохождения ультракороткого импульса через мишень атомы, входящие в состав мишени, могут остаться в возбужденных состояниях и релаксировать путем испускания фотонов, принадлежащих известному спектру спонтанного излучения. Очевидно, что в этом случае интерференционные эффекты, характерные для спектров переизлучения (19) либо (31), будут отсутствовать. Для получения сечения переизлучения импульса, согласно [29], необходимо спектр (31) умножить на ω и разделить на поток энергии I, выражаемый через интеграл по вре-

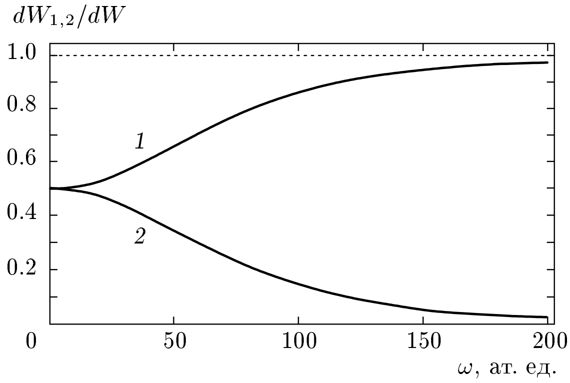

Рис. 3. Отношения dW_1/dW (кривая *1*) и dW_2/dW (кривая *2*), рассчитанные по формуле (33), в зависимости от частоты переизлученного фотона для атома Ps, пунктирной линией показана сумма $dW_1/dW + dW_2/dW$

мени от абсолютной величины вектора Пойнтинга $S(t) = c(4\pi)^{-1}\mathbf{E}^2$:

$$I = \int\limits_{-\infty}^{\infty} dt\, S(t) = \frac{c}{4\pi}\mathbf{E}_0^2 \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2}\alpha} \times \\ \times \left\{ \exp\left(-\frac{\omega_0^2}{2\alpha^2}\right) + 1 \right\}. \quad (32)$$

Обсудим полученные результаты. Как и следовало ожидать, спектр $dW_1/d\omega$ из (25), полученный в результате сложения спектра излучения фотона только электроном и спектра излучения только позитроном, совпадает с умноженным на два спектром переизлучения атома водорода (формула (22) в статье [21]), который в настоящей статье мы обозначим как $dW_H/d\omega$. При этом в случае атома водорода излучает только электрон и в спектре интерференционная часть отсутствует. Для позитрония же полный спектр $dW/d\omega$, помимо $dW_1/d\omega$, содержит член $dW_2/d\omega$, обусловленный интерференцией амплитуд процесса излучения электроном и позитроном. Поэтому вклад интерференционных эффектов в полный спектр переизлучения ультракороткого импульса электромагнитного поля атомом позитрония удобно характеризовать отношением

$$\frac{dW_2/d\omega}{dW/d\omega} = 1 - \frac{dW_1/d\omega}{dW/d\omega} = \\ = \frac{(1/2)I(\omega^2/c^2)}{(4/3)(1+\omega^2/c^2) + (1/2)I(\omega^2/c^2)}. \quad (33)$$

На рис. 3 представлена зависимость относительного вклада интерференционных эффектов dW_2/dW от частоты испущенного фотона ω. Как следует из формул (27), (30) и как видно на рис. 3, интерференционный вклад уменьшается с ростом частоты излучаемого фотона, причем в широком интервале частот вклад интерференционных эффектов в полный спектр при низких частотах достигает 50 %, уменьшаясь с ростом частоты до 10 % лишь при достаточно больших значениях $\omega \approx 120$ ат. ед. (при этом $\omega/c \approx 0.88$). На рис. 3 представлена также зависимость от ω отношения dW_1/dW спектров, которое, как отмечалось выше, выражается через отношение спектров переизлучения атомов Ps и H следующим образом:

$$dW_1/dW = 2dW_H/dW,$$

можно сравнить спектры переизлучения ультракороткого импульса электромагнитного поля позитронием и атомом водорода.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, нами получены выражения для вероятностей возбуждения и ионизации (развала) при взаимодействии атома позитрония с ультракоротким импульсом электромагнитного поля. При этом мы смогли точно учесть как пространственную неоднородность поля импульса на размерах атома, так и импульсы испускаемых фотонов. Проведены расчет и сравнение вероятностей неупругих процессов ионизации и переизлучения в атомах позитрония и водорода, вызванных аттосекундными (либо меньшей длительности) импульсами электромагнитного поля. Показано, что вероятность развала позитрония может значительно превосходить вероятность ионизации атома водорода. Причина состоит в том, что атом позитрония, в силу больших размеров и меньшей энергии связи, более эффективно, чем атом водорода, разрушается под действием ультракороткого импульса электромагнитного поля. Проведен расчет вероятности излучения одного фотона частицей и античастицей, составляющих атом позитрония. Проанализирована роль интерференционных эффектов при переизлучении падающего ультракороткого импульса электроном и позитроном. Показано, что с ростом частоты переизлучения вклад интерференционных слагаемых в спектре уменьшается аналогично случаю классической картины интерференции на двух щелях. Сравнение спектров переизлучения позитрония и водорода показывает, что в области малых частот позитроний за счет интерференции переизлучает почти в четыре раза больше, в области же больших частот, где вклад интерференции нивелируется, позитрон и электрон в атоме позитрония излучают как два атома водорода.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России», соглашение № 14.A18.21.1302.

ЛИТЕРАТУРА

1. A. Rich, Rev. Mod. Phys. **53**, 127 (1981).

2. И. Н. Мешков, ЭЧАЯ **28**, 495 (1997) [I. N. Meshkov, Phys. Part. Nucl. **28**, 198 (1997)].

3. M. Deutsch, Phys. Rev. **82**, 455 (1951).

4. C. M. Surko, Nature Phys. **7**, 521 (2011).

5. D. B. Cassidy et al., Phys. Rev. Lett. **95**, 195006 (2005).

6. Е. В. Ахманова, М. К. Есеев, А. Г. Кобец и др., Письма в ЭЧАЯ **9**, 618 (2012) [E. V. Akhmanova, M. K. Eseev, A. G. Kobets et al., Phys. Part. Nucl. Lett. **9**, 373 (2012)].

7. D. B. Cassidy et al., Phys. Rev. Lett. **108**, 043401 (2012).

8. F. Krausz and M. Ivanov, Rev. Mod. Phys. **81**, 163 (2009).

9. K. Zhao et al., Opt. Lett. **37**, 3891 (2012).

10. L. B. Madsen, L. A. A. Nikolopoulos, and P. Lambropoulos, Hyperfine Interact. **127**, 185 (2000).

11. L. B. Madsen, L. A. A. Nikolopoulos, and P. Lambropoulos, Europ. Phys. J. D **10**, 67 (2000).

12. L. B. Madsen, Nucl. Instr. Meth. B **221**, 174 (2004).

13. V. D. Rodriguez, Nucl. Instr. Meth. B **247**, 105 (2006).

14. S. Borbely, K. Tokesi, and L. Nagy, Nucl. Instr. Meth. B **267**, 386 (2009).

15. О. Н. Гадомский, С. Г. Моисеев, ЖЭТФ **113**, 471 (1998) [O. N. Gadomskii and S. G. Moiseev, JETP **86**, 259 (1998)].

16. B. Henrich, K. Z. Hatsagortsyan, and C. H. Keitel, Phys. Rev. Lett. **93**, 013601 (2004).

17. Z. Kaliman, K. Pisk, and R. H. Pratt, Phys. Rev. A **83**, 053406 (2011).

18. В. А. Астапенко, ЖЭТФ **139**, 228 (2011) [V. A. Astapenko, JETP **112**, 193 (2011)].

19. P. A. Golovinkii and E. M. Mikhailov, Laser Phys. Lett. **3**, 259 (2006).

20. V. A. Astapenko, Phys. Lett. A **374**, 1585 (2010).

21. В. И. Матвеев, ЖЭТФ **124**, 1023 (2003) [V. I. Matveev, JETP **97**, 915 (2003)].

22. М. К. Есеев, В. И. Матвеев, В. М. Юлкова, Опт. и спектр. **111**, 360 (2011) [M. K. Eseev, V. I. Matveev, and V. M. Yulkova, Opt. and Spectr. **111**, 330 (2011)].

23. М. К. Есеев, В. И. Матвеев, В. М. Юлкова, ЖТФ **82**, 130 (2012).

24. В. И. Матвеев, Д. У. Матрасулов, Письма в ЖЭТФ **96**, 700 (2012) [V. I. Matveev and D. U. Matrasulov, JETP Lett. **96**, 628 (2013)].

25. П. А. Головинский, Е. А. Михин, ЖЭТФ **140**, 627 (2011) [P. A. Golovinski and E. A. Mikhin, JETP **113**, 545 (2011)].

26. А. М. Дыхне, Г. Л. Юдин, УФН **125**, 377 (1978) [A. M. Dykhne and G. L. Yudin, Sov. Phys. — Usp. **21**, 549 (1978)].

27. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика* (*нерелятивистская теория*), Наука, Москва (1989).

28. A. R. Holt, J. Phys. B: Atom. Mol. Phys. **2**, 1209 (1969).

29. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория поля*, Наука, Москва (1988) [L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Course of Theoretical Physics, Vol. 2, The Classical Theory of Fields*, Nauka, Moscow (1988); Pergamon, Oxford (1975)].