

# СТИМУЛИРОВАННОЕ ЧЕРЕНКОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА, ДВИЖУЩЕГОСЯ НАД ПЕРИОДИЧЕСКИ-ГОФРИРОВАННОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ (КВАЗИОПТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ)

*Н. С. Гинзбург\**, *А. М. Малкин\*\**, *И. В. Железнов*, *В. Ю. Заславский*, *А. С. Сергеев*

*Институт прикладной физики Российской академии наук  
603950, Нижний Новгород, Россия*

Поступила в редакцию 5 декабря 2012 г.

В рамках квазиоптического подхода исследованы распространение волн над периодически гофрированными поверхностями и их возбуждение релятивистскими электронными потоками. В предположении малой (в масштабе периода и длины волны) глубины гофрировки получено дисперсионное уравнение для нормальных волн, на основании которого выделены два предельных случая. В первом из них частота волны далека от частоты брэгговского резонанса и распространение волн может быть описано в рамках импедансного приближения, в котором происходит замедление основной пространственной гармоники. Во втором предельном случае, реализующемся при частотах, близких к брэгговскому резонансу, поле представляется в виде двух встречных квазиоптических волновых пучков, связанных на гофрированной поверхности и формирующих поверхностную нормальную волну. При взаимодействии с электронным потоком первому случаю соответствует конвективная неустойчивость, которая может быть использована для реализации усилительных режимов, а второму — абсолютная, применяемая в генераторах поверхностной волны. На основании развитой теории определены основные характеристики усилительных и генераторных схем: инкременты, эффективность энергообмена, формирование пространственной самоогласованной структуры излучаемого поля. Показана перспективность практической реализации релятивистских усилителей и генераторов поверхностной волны в субмиллиметровых диапазонах длин волн.

DOI: 10.7868/S0044451013120018

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Стимулированное излучение релятивистских электронных потоков в периодически-гофрированных волноводах широко используется в релятивистской электронике для создания генераторов и усилителей с субгигаваттным и гигаваттным уровнями мощности, работающих в сантиметровом и миллиметровом диапазонах длин волн [1–6]. Теория таких приборов [6] хорошо разработана и, по аналогии с теоретическими моделями, используемыми для описания слаборелятивистских прототипов [7, 8], основана на теории возбуждения волноводов [9]. Поле излучения представляется в виде объемной волноводной моды, которая, распространяясь

в периодической структуре, в соответствии с теоремой Флоке может быть разложена на сумму пространственных гармоник. Прямолинейно движущийся электронный пучок взаимодействует с одной из пространственных гармоник в условиях синхронизма черенковского типа

$$\omega - (h + s\bar{h})v = 0, \quad (1)$$

где  $v$  — поступательная скорость частиц,  $\omega$  — частота излучения,  $h$  — продольное волновое число основной гармоники,  $\bar{h} = 2\pi/d$ ,  $d$  — период структуры,  $s$  — номер синхронной пространственной гармоники.

В последнее время становится актуальной задача освоения коротковолновых, в частности терагерцевого, диапазонов [10–15], что неизбежно требует использования сверхразмерных электродинамических систем и, соответственно, квазиоптических методов описания электронно-волнового взаимодействия [16–19]. Для черенковских источников в ка-

\*E-mail: ginzburg@appl.sci-nnov.ru

\*\*E-mail: Andrey.Malkin@gmail.com

честве предельного случая может быть рассмотрена задача о стимулированном излучении в свободном полупространстве ленточного электронного пучка, который движется прямолинейно над периодически-гофрированной металлической поверхностью. Такая поверхность формирует открытый волновод [20–22], вдоль которого могут распространяться медленные поверхностные волны (см. ниже рис. 1).

Чтобы подчеркнуть фундаментальность описанной выше задачи, отметим, что ранее подобная задача неоднократно исследовалась (см. обзор [23]) применительно к индивидуальному (спонтанному) излучению отдельных электронов или предварительно сформированных коротких (в масштабе длины волны) электронных сгустков. При этом излучение анализировалось в приближении заданного движения (заданных токов), т. е. без учета обратного влияния поля на характер движения частиц.

Цель настоящей работы — анализ стимулированного черенковского излучения первоначально стационарных электронных потоков, движущихся над гофрированными поверхностями. Анализ должен включать в себя исследование дисперсионных характеристик поверхностных волн, а также самосогласованную задачу о неустойчивости электронных потоков при возбуждении таких волн с учетом группировки частиц под действием излученного поля. Наконец, для нахождения эффективности энергообмена необходим анализ нелинейной стадии взаимодействия.

Основное упрощающее предположение, использованное в работе, сводится к допущению относительно небольшой глубины гофрировки в масштабе периода и длины волны. Это предположение вполне адекватно описывает экспериментальную ситуацию в случае излучения релятивистских электронных пучков, когда для организации взаимодействия черенковского типа требуется относительно небольшое замедление волны. В то же время малость кривизны поверхности позволяет использовать метод эквивалентных поверхностных магнитных токов [24, 25]. Над гофрированной поверхностью поле может быть разложено на сумму пространственных гармоник, каждая из которых в исследуемых условиях представляет собой параксиальный волновой пучок, распространение которого в свободном полупространстве в рамках квазиоптического приближения может быть описано уравнениями параболического типа.

Работа имеет следующую структуру. В разд. 2 исследовано распространение волн над гофрирован-

ной поверхностью в отсутствие электронного потока. Получено дисперсионное уравнение для нормальных поверхностных волн. На основании анализа этого уравнения выделены область частот, далеких от брэгговского резонанса, в которой распространение волн может быть описано импедансным приближением, и область частот в окрестности указанного резонанса, когда длина волны излучения становится близка к удвоенному периоду структуры и имеет место сильное брэгговское рассеяние волн. В этом случае поле может быть представлено как сумма двух квазиоптических пучков, распространяющихся навстречу друг другу и связанных на гофрированной поверхности. В разд. 3 получена самосогласованная система уравнений, описывающая процесс электронно-волнового взаимодействия. В рамках терминологии, принятой в теории открытых волноводов [20–22], учитывается излучение в моды как дискретного, так и непрерывного спектров. В разд. 4 на основе импедансного приближения проанализированы усилители поверхностной волны. В разд. 5 приведены основные элементы теории генераторов поверхностной волны, работающих на частотах, близких к брэгговскому резонансу.

## 2. ДИСПЕРСИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НОРМАЛЬНЫХ ВОЛН, РАСПРОСТРАНЯЮЩИХСЯ НАД ГОФРИРОВАННОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

Начнем анализ с исследования дисперсионных характеристик нормальных волн, распространяющихся над синусоидально-гофрированной поверхностью (рис. 1):

$$y = l(z) = l_0 \cos(\bar{n}z), \quad (2)$$

где  $l_0$  — амплитуда гофрировки,  $d$  — ее период,  $\bar{n} = 2\pi/d$ . Предположим, что глубина гофрировки мала в масштабе ее периода и длины волны,  $l_0 \ll d, \lambda$ . Заметим, что мелкая периодическая гофрировка с профилем, отличным от синусоидального, может быть разложена в ряд Фурье; для каждой из гармоник будет справедлив изложенный далее анализ.

Поле излучения в рассматриваемой электродинамической системе обладает ТМ-поляризацией. Для монохроматических полей, опуская экспоненциальный множитель  $\exp(i\omega t)$ , обозначим амплитуды соответствующих компонент полей как  $H_x$ ,  $E_y$ ,  $E_z$ . Для нахождения распределения полей вне гофрированной поверхности (2) последняя с точностью

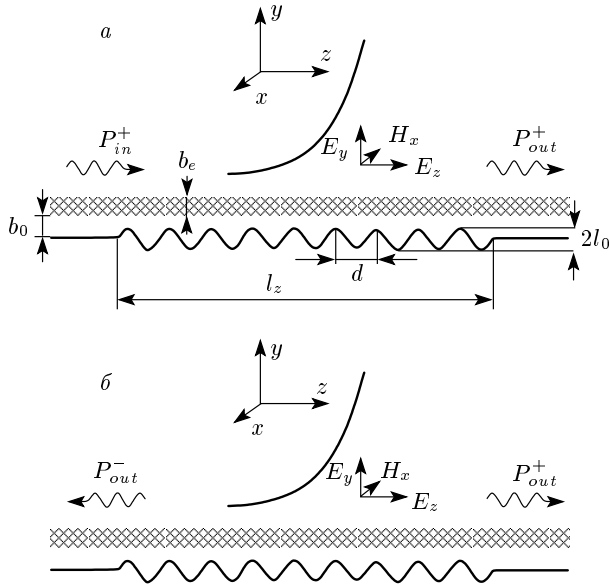


Рис. 1. Схема усилителей (а) и генераторов (б) поверхностной волны с ленточным релятивистским электронным пучком ( $b_e$  — толщина пучка,  $l_z$  — длина замедляющей системы)

до членов второго порядка по малому параметру  $l(z)/d$  может быть заменена регулярной поверхностью  $y = 0$ , на которой задан эффективный поверхностный магнитный ток [24, 25]

$$j_x^m = \frac{c}{4\pi} \left[ \frac{\partial}{\partial z} (l(z)E_y) - i\frac{\omega}{c} l(z)H_x \right], \quad (3)$$

который распределен на плоскости  $y = 0$  и обеспечивает обращение в нуль тангенциальной компоненты электрического поля на всех участках гофрированной поверхности в области  $y > 0$ . Ниже регулярной поверхности, т. е. в области  $y < 0$ , решения двух задач будут различаться. Однако поскольку движение электронного пучка происходит над гофрированной поверхностью (см. рис. 1), приближенное решение может быть адекватно использовано для анализа процессов излучения.

В рассматриваемой планарной геометрии уравнения Максвелла для монохроматических полей с учетом поверхностного магнитного тока (3) и продольного объемного электрического тока  $j_z^e$  могут быть сведены к одному уравнению для компоненты  $H_x$  магнитного поля:

$$\Delta H_x + \frac{\omega^2}{c^2} H_x = i\omega \frac{4\pi}{c^2} j_x^m \delta(y) - \frac{4\pi}{c} \frac{\partial j_z^e}{\partial y}, \quad (4)$$

где  $\delta(y)$  — дельта-функция. Далее в этом разделе положим  $j_z^e = 0$ .

С учетом периодичности электродинамической системы разложим магнитное поле в ряд по пространственным гармоникам:

$$H_x = \sum_{s=-\infty}^{\infty} H_s(y, z) \exp[-i(k + s\bar{h})z], \quad (5)$$

где  $k = \omega/c$ . При выполнении условий

$$\left| \frac{\partial H_s}{\partial z} \right|, \left| \frac{\partial H_s}{\partial y} \right| \ll |(k + s\bar{h})H_s| \quad (6)$$

указанные гармоники представляют собой квазиоптические параксиальные волновые пучки. Соответствующие компоненты электрического поля,

$$E_y = -\frac{i}{k} \frac{\partial H_x}{\partial z}, \quad E_z = \frac{i}{k} \frac{\partial H_x}{\partial y},$$

определяются выражениями

$$E_y = -\sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{k + s\bar{h}}{k} H_s \exp[-i(k + s\bar{h})z], \quad (7)$$

$$E_z = \frac{i}{k} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{\partial H_s}{\partial y} \exp[-i(k + s\bar{h})z].$$

Подставим разложения (5), (7) в выражение (3) и уравнение (4) и при выполнении условия (6) пренебрежем вторыми производными по продольной координате  $z$  от медленно меняющихся амплитуд  $H_s(y, z)$ . В результате получим систему связанных уравнений параболического типа, в которой ограничимся учетом трех низших (индексы «-1», «0» и «1») пространственных гармоник:

$$\frac{\partial H_0}{\partial z} + \frac{i}{2k} \frac{\partial^2 H_0}{\partial y^2} = -i\alpha \delta(y)(H_1 - H_{-1}), \quad (8)$$

$$\frac{\partial H_1}{\partial z} + \frac{i}{2(\bar{h} + k)} \frac{\partial^2 H_1}{\partial y^2} - i \frac{\bar{h}^2 + 2k\bar{h}}{2(\bar{h} + k)} H_1 = -i\alpha \frac{k}{\bar{h} + k} \delta(y)H_0, \quad (9)$$

$$-\frac{\partial H_{-1}}{\partial z} + \frac{i}{2(\bar{h} - k)} \frac{\partial^2 H_{-1}}{\partial y^2} - i \frac{\bar{h}^2 - 2k\bar{h}}{2(\bar{h} - k)} H_{-1} = i\alpha \frac{k}{\bar{h} - k} \delta(y)H_0, \quad (10)$$

где  $\alpha = \bar{h}l_0/4$  — коэффициент связи волн, который представляет собой параметр малости в исследуемой задаче. Для справедливости квазиоптического приближения, а также для достаточно быстрого

затухания пространственных гармоник от номера  $s$  (что позволяет ограничиться тремя гармониками в разложении (5)) коэффициент связи должен быть существенно меньше единицы, т. е. должно выполняться условие  $\pi l_0/2d \ll 1$ .

Представляя решение уравнений (8)–(10) в виде

$$H_{0,\pm 1} = \hat{H}_{0,\pm 1} \exp(i\Gamma z - g_{0,\pm 1}y) \quad (11)$$

и приравняв нулю соответствующий детерминант, получим дисперсионное уравнение для нормальных волн дискретного спектра:

$$g_0 = 4k^2\alpha^2 \left( \frac{1}{g_1} + \frac{1}{g_{-1}} \right), \quad (12)$$

где

$$g_0 = \sqrt{2k\Gamma}, \quad (13a)$$

$$g_{\pm 1} = \sqrt{(k \pm \bar{h})^2 - k^2 + 2(k \pm \bar{h})\Gamma} \quad (13b)$$

— поперечные волновые числа соответствующих пространственных гармоник.

Уравнение (12) можно рассматривать как уравнение относительно  $\Gamma$ , из решения которого следует зависимость  $\Gamma(k)$ . При этом продольное волновое число основной гармоники в соответствии с выражениями (5) и (11) представляется в виде  $h(k) = k + \Gamma(k)$ . Заметим, что поправка  $\Gamma$  к вакуумному волновому числу характеризует замедление поверхностной волны:  $v_{ph}/c = k/h \approx 1 - \Gamma/k$ . На рис. 2 построены дисперсионные характеристики нормальных волн  $k(h)$  при различных значениях параметра связи. Очевидно, что указанные характеристики лежат ниже обозначенного штрихпунктиром светового конуса, т. е. соответствующие волны являются замедленными.

Далее представляется целесообразным выделить два характерных частных случая.

А) В первом из них частота излучения далека от частоты брэгговского резонанса  $\omega_0 = \bar{c}h/2$ . В этом случае

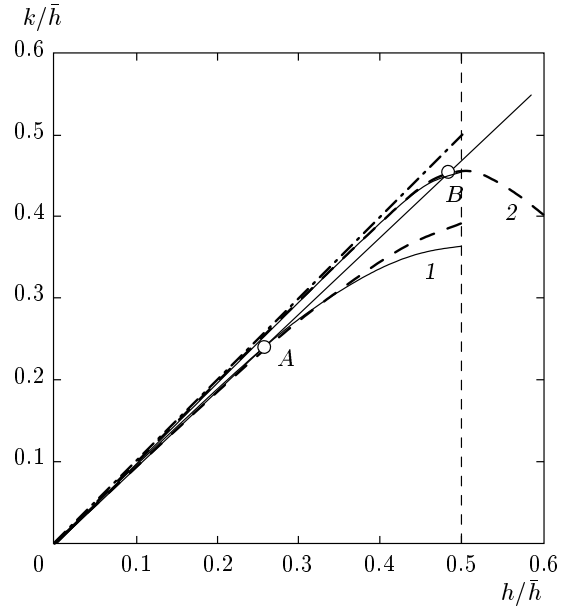
$$|2(k \pm \bar{h})\Gamma| \ll |(k \pm \bar{h})^2 - k^2| \quad (14)$$

и соотношения (13b) можно приближенно переписать в виде

$$g_{\pm 1} \approx \sqrt{(k \pm \bar{h})^2 - k^2}. \quad (15)$$

В таком приближении в уравнениях (9), (10) можно пренебречь производными по продольной координате  $z$  и записать решение этих уравнений при  $y > 0$  в явном виде как

$$H_{\pm 1} = \pm 2\alpha \frac{k}{g_{\pm 1}} H_0 \exp(-g_{\pm 1}y),$$



**Рис. 2.** Первая зона Бриллюэна: дисперсионные кривые поверхностных волн, определяемых уравнением (12) при различных значениях параметра связи: 1 —  $\alpha = 0.4$ , 2 —  $\alpha = 0.2$ . Штриховые кривые, примыкающие к кривым 1 и 2 — соответственно импедансная аппроксимация (уравнение (19)) и приближение двух встречных волновых потоков (уравнение (22)). Кружки — точки черенковского синхронизма с прямолинейным электронным потоком, соответствующие режимам конвективной (A) и абсолютной (B) неустойчивости. Штрихпунктир — световой конус

после чего система (8)–(10) сведется к одному уравнению

$$\frac{\partial H_0}{\partial z} + \frac{i}{2k} \frac{\partial^2 H_0}{\partial y^2} + i\chi\delta(y)H_0 = 0, \quad (16)$$

где

$$\chi = \frac{2\alpha^2 k}{\sqrt{(k + \bar{h})^2 - k^2}} + \frac{2\alpha^2 k}{\sqrt{(k - \bar{h})^2 - k^2}}. \quad (17)$$

Из уравнения (16) следует, что связь между электрическим и магнитным полями на поверхности имеет локальный характер:

$$\frac{i}{2k} \frac{\partial H_0}{\partial y} \Big|_{y=0} = -i\chi H_0|_{y=0},$$

т. е.  $E_z = -2i\chi H_x$ . (18)

Подобную связь полей принято называть импедансной [9]. В импедансном приближении дисперсионное уравнение (12) упрощается и принимает вид

$$\Gamma = 2k\chi^2. \quad (19)$$

Согласно выражению (13а), поперечный декремент затухания нулевой гармоники пропорционален величине импеданса:  $g_0 = 2k\chi$ .

На рис. 2 при  $\alpha = 0.4$  сплошной кривой показана дисперсионная характеристика нормальной поверхностной волны, определяемая уравнением (12), а штриховой — такая же характеристика, полученная в рамках импедансного приближения (уравнение (19)). Как видно из рисунка, импедансное приближение справедливо вдали от брэгговского резонанса, где  $\chi(k \rightarrow 0) \approx 4\alpha^2 k/\bar{h} \ll 1$ , и нарушается, когда частота излучения становится близка к брэгговской частоте,  $k \approx \bar{h}/2$  и  $\chi(k) \approx \alpha^2 \bar{h} k^{-1/2} (\bar{h}/2 - k)^{-1/2} / 2 \rightarrow \infty$ . В этой асимптотике с учетом уравнения (19) условие применимости (14) запишется как  $(2k - \bar{h})^2 \gg \alpha^4 \bar{h}^2$ .

В) Во втором предельном случае в окрестности пересечения парциальных дисперсионных кривых гармоник «0» и «-1» частота волны близка к брэгговской частоте (точка *B* на рис. 2), т. е. выполнено условие  $|\bar{h} - 2k| \ll \bar{h}$ . В этом случае  $g_{-1} \ll g_1$  и дисперсионное уравнение (12) после возведения в квадрат трансформируется к виду

$$\Gamma = 8k^3 \alpha^4 \frac{1}{g_{-1}^2}. \quad (20)$$

Вводя отклонения от брэгговской частоты и волнового числа,

$$\Omega = \left(k - \frac{\bar{h}}{2}\right) c, \quad \tilde{\Gamma} = \Gamma - \frac{\Omega}{c}, \quad (21)$$

приведем дисперсионное уравнение (20) к эквивалентной форме<sup>1)</sup>:

$$\left(\frac{\Omega}{c}\right)^2 - \tilde{\Gamma}^2 = \bar{h}^2 \alpha^4. \quad (22)$$

Следующая из (22) аппроксимация полного дисперсионного уравнения (12) также показана на рис. 2 штриховой линией, примыкающей к кривой 2.

Переход от дисперсионного уравнения (12) к уравнению (20) или (22) равносильен исключению из

<sup>1)</sup> В работе [26] проведено сравнение полученных на основе развиваемой теории дисперсионных кривых с результатами моделирования в рамках пакета CST Microwave Studio. Показано, что при глубинах гофрировки вплоть до  $2l_0 \leq d/3$  дисперсионные характеристики, полученные указанными способами, практически совпадают. В этих условиях также совпадают на определенном удалении от гофрировки и пространственные структуры собственных мод, формирующиеся над ограниченной в продольном направлении гофрированной поверхностью.

системы (8)–(10) уравнения (9) для пространственной гармоники «+1». Соответственно, с учетом пренебрежения связью с указанной гармоникой и после задаваемого соотношением (21) сдвига волновых чисел гармоник,

$$C_+ = H_0 \exp\left(-i\frac{\Omega}{c}z\right), \quad C_- = H_{-1} \exp\left(-i\frac{\Omega}{c}z\right),$$

исходная система уравнений (8)–(10) преобразуется к симметричному виду:

$$\pm \frac{\partial C_{\pm}}{\partial z} + i\Omega C_{\pm} + \frac{i}{\bar{h}} \frac{\partial^2 C_{\pm}}{\partial y^2} = i\alpha\delta(y)C_{\mp}. \quad (23)$$

В этом виде уравнения (23) были получены ранее [17, 18] при анализе генераторов поверхностной волны. Важно подчеркнуть, что в рассматриваемом случае нулевая и первая гармоники (23) в уравнения входят симметрично; фактически, эти уравнения описывают взаимное перерасcеяние в условиях брэгговского резонанса двух встречных квазиоптических пучков с противоположным направлением групповой скорости.

### 3. САМОСОГЛАСОВАННЫЕ УРАВНЕНИЯ, ОПИСЫВАЮЩИЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН РЕЛЯТИВИСТСКИМ ЭЛЕКТРОННЫМ ПОТОКОМ

Как было показано в разд. 2, гофрированная поверхность представляет собой открытый волновод, вдоль которого может распространяться поверхностная волна, представляющая собой моду дискретного спектра [20–22]. В общем случае при возбуждении указанной структуры электронным потоком последний будет оказывать влияние на формирование пространственной структуры поля, т. е. возбуждать поля как дискретного, так и непрерывного спектра.

Предположим, что релятивистский электронный поток движется параллельно гофрированной поверхности строго по направлению ведущего магнитного поля с продольной скоростью  $v = \beta c$ . В условиях взаимодействия черенковского типа на основной замедленной пространственной гармонике группировка частиц происходит под действием продольной компоненты электрического поля указанной гармоники и описывается уравнениями

$$\frac{d\varepsilon}{dz} = -e \operatorname{Re}(E_z e^{i\omega t}), \quad \frac{d\theta}{dz} = \omega \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{c}\right), \quad (24)$$

где  $\varepsilon = mc^2\gamma = mc^2/\sqrt{1-\beta^2}$  — энергия электрона,  $\theta = \omega t - kz$  — его фаза. В приближении относительно малого изменения энергии частиц [6–8] уравнения

движения (24) упрощаются и трансформируются к виду

$$\frac{d^2\theta}{dz^2} = \frac{\epsilon\mu}{mc^2\gamma_0} \operatorname{Re} \left( i \frac{\partial H_0}{\partial y} e^{i\theta} \right), \quad (25)$$

где  $\mu = \gamma_0^{-2}\beta_0^{-2}$  — параметр инерционной группировки, индексом «0» здесь обозначены начальные значения величин в момент влета электронов в пространство взаимодействия. В случае первоначально стационарного электронного пучка, равномерно распределенного по фазам влета, граничные условия к уравнению (25) задаются в виде

$$\theta|_{z=0} = \theta_0 = \omega t_0 \in [0, 2\pi), \quad \partial\theta/\partial z|_{z=0} = \Delta,$$

где  $\Delta = k(\beta_0^{-1} - 1)$ .

Для описания возбуждения электронным пучком электродинамической системы в уравнении (4) следует учесть синхронную фурье-гармонику объемного электронного тока, который наводится в пучке в результате взаимодействия с электромагнитным полем и представляет собой периодическую функцию времени,

$$j_z^e = j_0 + \operatorname{Re} \sum_{n=-\infty}^{\infty} j_{n\omega} e^{in\omega t}.$$

Для гармоник с учетом закона сохранения заряда имеем [7, 8]

$$j_{n\omega} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} j_z^e e^{-in\omega t} d\omega t = \frac{j_0}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-in\omega t} d\omega t_0.$$

Невозмущенное распределение тока по поперечной координате  $y$  представим в виде  $j_0 = -I_0 f(y)/b_e$ , где  $I_0$  — погонный ток пучка,  $f(y)$  — функция, описывающая распределение тока,  $b_e = \int_0^\infty f(y) dy$  — эффективная толщина пучка.

Повторно представляя решение уравнения (4) в виде (5), но учитывая как поверхностный магнитный (3), так и объемный электрический ток, приведем уравнение для основной гармоники поля к виду<sup>2)</sup>

$$\frac{\partial H_0}{\partial z} + \frac{i}{2k} \frac{\partial^2 H_0}{\partial y^2} = -i\alpha\delta(y)(H_1 - H_{-1}) + i \frac{2\pi I_0}{kc} \frac{1}{b_e} \frac{\partial}{\partial y} (f(y)J), \quad (26)$$

<sup>2)</sup> Заметим, что в условиях синхронизма (1) электронного пучка с пространственными гармониками «±1» фактор возбуждения будет стоять в правых частях уравнений для синхронной гармоники (9) или (10), а амплитуда такой гармоники будет определять движение и группировку частиц.

где

$$J = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-i\theta} d\theta_0$$

— амплитуда высокочастотного электронного тока, определяемая на основе решения уравнений движения (25). Уравнения (25) и (26) в совокупности с уравнениями (9), (10) для пространственных гармоник «±1» составляют самосогласованную систему, в которой учитывается нефиксированный характер структуры поля как по продольной, так и по поперечной координате. В этом смысле указанная система кардинально отличается от известных уравнений [6–8], описывающих электронно-волновое взаимодействие в черенковских приборах типа «О», основанных на выделении единственной волноводной моды с фиксированной поперечной структурой. Важной особенностью является также запись полей через амплитуду магнитного поля, что приводит к наличию производных по поперечной координате в правых частях уравнений (25) и (26).

#### 4. УСИЛЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ В ОБЛАСТИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА С ЗАМЕДЛЕННОЙ ОСНОВНОЙ ГАРМОНИКОЙ

Очевидно, что для реализации режимов усиления излучения наиболее благоприятны условия, в которых групповая скорость усиливаемой волны сопоставлена с поступательной скоростью электронов, а неустойчивость электронного потока при взаимодействии с излучением носит конвективный характер. Такая ситуация обеспечивается выбором на дисперсионной диаграмме резонансной точки, соответствующей черенковскому синхронизму электронов с замедленной основной гармоникой (точка А на дисперсионной диаграмме, представленной выше на рис. 2). При этом частота падающего извне сигнала должна быть далека от брэгговской частоты, т. е. выполнено условие (14). В таких условиях для описания процесса усиления адекватно использование импедансного приближения, в котором самосогласованная система уравнений (9), (10), (25), (26) после нормировки может быть редуцирована к виду

$$\frac{\partial \hat{H}_0}{\partial Z} + i \frac{\partial^2 \hat{H}_0}{\partial Y^2} + i \hat{\chi} \delta(Y) \hat{H}_0 = \frac{i}{B_e} \frac{\partial}{\partial Y} (F(Y)J), \quad (27a)$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} = \operatorname{Re} \left( i \frac{\partial \hat{H}_0}{\partial Y} e^{i\theta} \right). \quad (27b)$$

Здесь введены следующие безразмерные переменные и параметры:

$$\begin{aligned} Z &= Gkz, \quad Y = \sqrt{2G}ky, \quad \hat{\chi} = \sqrt{\frac{2}{G}}\chi, \\ B_e &= \sqrt{2G}kb_e, \quad \hat{H}_0 = \frac{\sqrt{2}e\mu}{mc^2\gamma_0kG^{3/2}}H_0, \\ G &= \left(2\sqrt{2}\frac{eI_0}{mc^3}\frac{\mu}{\gamma_0}\lambda\right)^{2/3}. \end{aligned} \quad (28)$$

Для описания усиления первоначально стационарным немодулированным электронным потоком внешнего сигнала, который представляет собой квазиоптический волновой пучок, падающий на систему в сечении  $Z = 0$ , граничные условия к уравнениям (27) могут быть представлены в виде

$$\begin{aligned} \theta|_{Z=0} &= \theta_0 \in [0, 2\pi), \quad \left.\frac{\partial\theta}{\partial Z}\right|_{Z=0} = \hat{\Delta}, \\ \hat{H}_0|_{Z=0} &= \hat{H}_0^{in}(Y), \end{aligned} \quad (29)$$

где  $\hat{\Delta} = \Delta/G$ .

Из уравнений (27) следует закон сохранения энергии в системе пучок–волна:

$$\hat{P}_+(Z) - \hat{P}_+(0) = 4\hat{\eta}, \quad (30)$$

где

$$\hat{P}_+ = \int_0^\infty |\hat{H}_0|^2 dY$$

— мощность, переносимая волной,

$$\hat{\eta} = \frac{1}{2\pi B_e} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \left.\left(\frac{\partial\theta}{\partial Z} - \hat{\Delta}\right)\right|_{Z=L} F(Y) d\theta_0 dY \quad (31)$$

— приведенный электронный КПД. Подчеркнем, что знак «+» в обозначении нормированного потока мощности указывает на то, что указанный поток сонаправлен с поступательной скоростью частиц. Реальная мощность излучения и полный электронный КПД (относительная доля кинетической мощности электронного потока, преобразующаяся в излучение) даются соотношениями

$$\begin{aligned} P_+ &= \frac{1}{8\sqrt{2}\lambda} \frac{m^2c^5}{e^2} \left(\frac{\gamma_0}{\mu}\right)^2 G^{5/2} \hat{P}_+, \\ \eta &= \frac{G\hat{\eta}}{\mu(1-\gamma_0^{-1})}. \end{aligned} \quad (32)$$

Коэффициент усиления определяется следующим образом:  $K = \hat{P}_+/\hat{P}_+^{in}$ .

#### 4.1. Линейный режим усиления

В приближении малого сигнала линеаризуем уравнение движения частиц (27b). Считая смещения фазы электронов малыми,  $\theta = \theta_0 + \vartheta$ ,  $|\vartheta| \ll 1$ , электрический объемный ток в правой части уравнения возбуждения можем переписать в виде

$$J = -\frac{i}{\pi} \int_0^{2\pi} \vartheta e^{-i\theta_0} d\theta_0.$$

Тогда, интегрируя уравнения движения по начальным фазам влета, получим

$$\left(\frac{\partial}{\partial Z} + i\hat{\Delta}\right)^2 J = \frac{\partial \hat{H}_0}{\partial Y}. \quad (33)$$

Для вывода дисперсионного уравнения и нахождения инкрементов неустойчивости представим решение в виде  $\hat{H}_0, J \propto \exp(-i\Gamma Z)$  и сведем уравнения (27a) и (33) к уравнениям в обычных производных. Рассмотрим далее для определенности модель тонкого ленточного электронного пучка, движущегося на расстоянии  $b_0$  от гофрированной поверхности:

$$F(Y) = \delta(Y - B_0), \quad B_0 = \sqrt{2G}kb_0. \quad (34)$$

На таком пучке, согласно уравнению (27a), тангенциальная компонента магнитного поля испытывает разрыв, а продольная компонента электрического поля остается непрерывной:

$$\begin{aligned} \hat{H}_0|_{Y=B_0+0} - \hat{H}_0|_{Y=B_0-0} &= J, \\ \left.\frac{d\hat{H}_0}{dY}\right|_{Y=B_0+0} &= \left.\frac{d\hat{H}_0}{dY}\right|_{Y=B_0-0}. \end{aligned} \quad (35)$$

Граничные условия на гофрированной поверхности даются соотношением (18). Представляя решение в области между гофрировкой и электронным пучком в виде

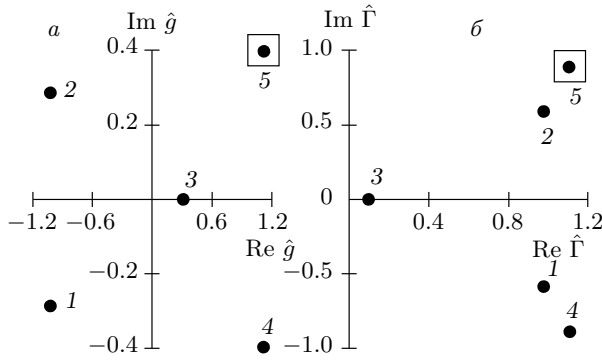
$$\hat{H}_0 = c_1 \exp(-\hat{g}Y - i\Gamma Z) + c_2 \exp(\hat{g}Y - i\Gamma Z),$$

а в области над пучком в виде

$$\hat{H}_0 = c_3 \exp(-\hat{g}Y - i\Gamma Z),$$

где  $\hat{g} = \sqrt{\Gamma}$ ,  $c_{1,2,3}$  — некоторые постоянные, из граничных условий (18), (35) получим дисперсионное уравнение, описывающее конвективную неустойчивость электронного пучка при движении над гофрированной поверхностью:

$$\begin{aligned} (\hat{\Delta} - \hat{g}^2)^2 (\hat{g} - \hat{\chi}) &= -\frac{1}{2}\hat{g} \exp(-\hat{g}B_0) \times \\ &\times [(\hat{g} + \hat{\chi}) \exp(-\hat{g}B_0) - (\hat{g} - \hat{\chi}) \exp(\hat{g}B_0)]. \end{aligned} \quad (36)$$



**Рис. 3.** Комплексные корни дисперсионного уравнения (37): *a* — действительная и мнимая части поперечного волнового числа; *b* — продольный инкремент и поправка к волновому числу ( $\hat{\Delta} = 1$ ,  $\hat{\chi} = 0.5$ ). Выделенные квадратами корни 5 соответствуют единственной моде, которая усиливается в продольном направлении,  $\text{Im } \hat{\Gamma} > 0$ , амплитуда которой убывает при удалении от гофрированной поверхности,  $\text{Re } \hat{g} > 0$ , и которая имеет поток энергии, направленный от пучка к периферии,  $\text{Im } \hat{g} > 0$

Нормированный продольный инкремент выражается через поперечное волновое число  $i\hat{g}$  посредством соотношения  $\text{Im } \hat{\Gamma} = \text{Im}(\hat{g}^2)$ .

В предельном случае, когда зазор между электронным пучком и гофрированной поверхностью пренебрежимо мал в масштабе убывания поля от гофрировки<sup>3)</sup>,  $|\hat{g}B_0| \ll 1$ , дисперсионное уравнение (36) упрощается и принимает вид

$$(\hat{\Delta} - g^2)^2 (g - \hat{\chi}) = -g\hat{\chi}. \quad (37)$$

Заметим, что в отличие от разд. 2, продольные и поперечные волновые числа при учете взаимодействия с электронным пучком становятся в общем случае комплексными. Среди пяти корней уравнения (37) (рис. 3) можно выделить единственное решение, удовлетворяющее следующим условиям:

$$\text{Re } \hat{g} > 0, \quad \text{Im } \hat{g} > 0. \quad (38)$$

Это решение соответствует прижатой моде, амплитуда которой убывает при удалении от пучка ( $\text{Re } \hat{g} > 0$ ) и гофрированной поверхности и которая имеет поток энергии, направленный от пучка к периферии ( $\text{Im } \hat{g} > 0$ ). Эта мода обладает положительным продольным инкрементом:

$$\text{Im } \hat{\Gamma} = 2 \text{Im } \hat{g} \text{Re } \hat{g} > 0. \quad (39)$$

<sup>3)</sup> При этом зазор, разумеется, должен превышать амплитуду гофрировки.

Заметим, что в случае больших нормированных значений импеданса  $\hat{\chi}$ , которым фактически соответствуют малые значения тока инжекции, дисперсионное уравнение (37) допускает дальнейшее упрощение. Представляя решение в виде  $\hat{g} = \hat{\chi} - \xi/2^{2/3}$ , где  $|\xi| \ll 1$ , приведем это уравнение к канонической для черенковских усилителей форме [7, 8]:

$$(\Delta_{eff} - \hat{\xi})^2 \hat{\xi} = 1, \quad \Delta_{eff} = \frac{1}{2^{1/3}\hat{\chi}} (\hat{\chi}^2 - \hat{\Delta}). \quad (40)$$

Указанное приближение соответствует фиксированной поперечной (по оси *Y*) структуре поля, совпадающей с прижатой модой, распространяющейся вдоль гофрированной поверхности в отсутствие электронного пучка. В таких условиях уравнение (40) можно получить также путем применения стандартной теории возбуждения волноводов [9]. Как известно [7, 8], в рамках уравнений (40) максимум инкремента,  $\text{Im } \hat{\xi}_{max} = \sqrt{3}/2$ , достигается при  $\Delta_{eff} = 0$ , т. е. при  $\hat{\Delta} = \hat{\chi}^2$ . Тогда в исходных обозначениях максимальный инкремент определяется соотношением

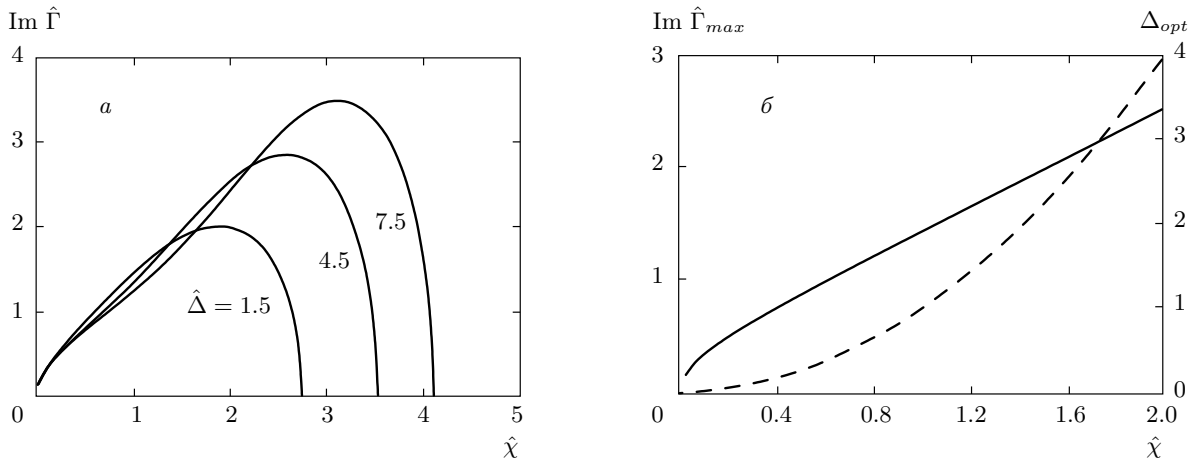
$$\text{Im } \Gamma_{max} \approx \frac{\sqrt{3}}{2^{1/6}} k\chi\sqrt{G}. \quad (41)$$

На рис. 4а представлены зависимости инкремента от величины импеданса  $\hat{\chi}$  при различных значениях параметра  $\hat{\Delta}$ , полученные на основании анализа дисперсионного уравнения (37). При заданном значении  $\hat{\Delta}$  по мере уменьшения  $\hat{\chi}$  инкремент плавно уменьшается, что соответствует области отрицательных расстройек  $\Delta_{eff}$ , в которой поступательная скорость электронов меньше фазовой скорости волны. При больших значениях  $\hat{\chi}$  (в области положительных значений эффективной расстройки  $\Delta_{eff}$ , где поступательная скорость частиц значительно превосходит фазовую скорость волны) имеет место срыв режима усиления. На рис. 2 первая область соответствует частотам сигнала ниже резонансной точки *A*, а вторая — частотам выше резонансной. На рис. 4б сплошной линией показана зависимость максимального инкремента от величины импеданса, получаемая из уравнения (37), которая при больших величинах  $\hat{\chi}$  стремится к асимптоте, даваемой формулой (41). При этом оптимальное по величине инкремента значение параметра  $\hat{\Delta}$  (штриховая кривая на рис. 4б) хорошо аппроксимируется формулой  $\hat{\Delta} = \hat{\chi}^2$ , при котором эффективная расстройка синхронизма  $\Delta_{eff} = 0$ .

#### 4.2. Нелинейный режим усиления

С учетом экспоненциального затухания поля поперечной волны от границ замедляющей систе-





**Рис. 4.** Зависимости нормированного инкремента от импеданса  $\hat{\chi}$  при различных значениях параметра расстройки (а) и максимума инкремента (сплошная кривая) и оптимальной расстройки (штриховая) от величины нормированного импеданса  $\hat{\chi}$  (б)

мы в принципе допустима постановка полубезграничной по оси  $y$  задачи, которая описывается системой уравнений (27), (28) с безотражательным граничным условием

$$\hat{H}_0(Y = B) + \frac{1}{\sqrt{\pi i}} \times \int_0^Z \frac{1}{\sqrt{Z - Z'}} \frac{\partial \hat{H}_0(Y = B, Z')}{\partial Y} dZ' = 0,$$

которое ставится в произвольной плоскости вне источников [19]. Альтернативный способ задания безотражательных граничных условий — постановка граничных условий на основе метода PML (perfectly matched layers) [27].

Однако в реальных экспериментальных условиях транспортировка ленточного электронного потока должна осуществляться в вакуумном канале, образованном планарным волноводом. В этом случае в качестве дополнительных граничных условий можно использовать обращение в нуль тангенциальной компоненты электрического поля на второй, не имеющей гофрировки, пластине,

$$\left. \frac{\partial \hat{C}_+}{\partial Y} \right|_{Y=B} = 0,$$

где  $B = \sqrt{2G} kb$  — нормированный зазор между пластинами. Следует отметить, что хотя свойства открытых и закрытых волноводов принципиально различаются [20–22], в случае, когда указанный зазор достаточно велик ( $B \rightarrow \infty$ ), положение второй пластины не оказывает существенного

влияния на характеристики электронно-волнового взаимодействия, которое происходит на конечной длине  $l$ . В таких условиях, введение дополнительной пластины позволяет при численном моделировании нелинейной стадии процесса усиления разложить решение уравнений (27), (28) по модам регулярного планарного волновода:

$$\hat{H}_0 = \sum_{n=0}^{\infty} \hat{H}_0^n(Z, \tau) \cos \frac{n\pi Y}{B}. \quad (42)$$

Следует отметить, что ряд (42) для каждого значения  $Z$  и  $\tau$  сходится равномерно относительно  $Y$  как тригонометрический ряд для кусочно-гладкой непрерывной функции. Ряд же из производных, определяющий действующую на электроны продольную компоненту поля  $E_z$ , сходится всюду на отрезке разложения за исключением точки  $Y = 0$ . Частичные суммы ряда производных с числом гармоник  $n_{max}$  демонстрируют неубывающие по максимальной амплитуде осцилляции в окрестности плоскости  $Y = 0$  с характерным масштабом  $\varepsilon = \pi B / 2n_{max}$  — явление Гиббса [28]. Для адекватного моделирования процесса электронно-волнового взаимодействия число учитываемых в выражении (42) гармоник выбиралось таким образом, чтобы расстояние  $B_0$  от нижней границы электронного пучка до гофрированной поверхности существенно превышало указанный масштаб,  $B_0 \gg \varepsilon$ . Кроме того, для корректного описания открытого волновода следует выбирать такую величину зазора между пластинами  $B$ , чтобы при его увеличении результаты моделирования переставали изменяться качественно и количественно,

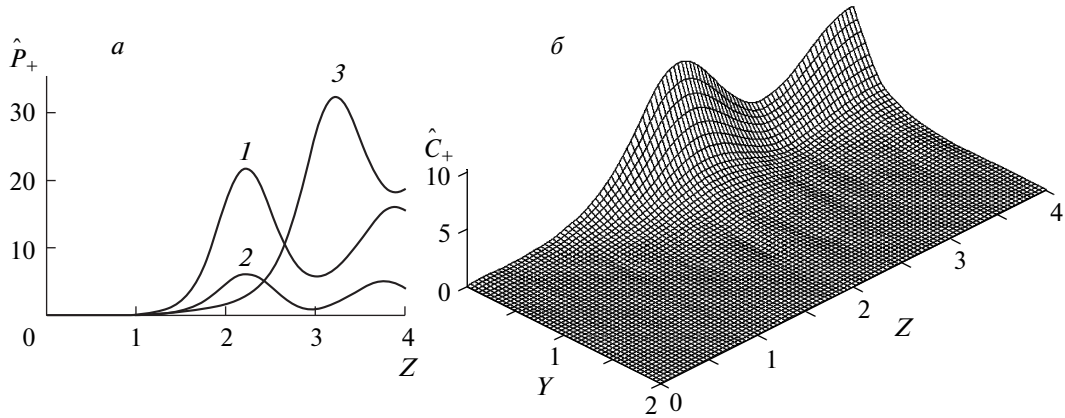


Рис. 5. Моделирование усилителей поверхностной волны: *a* — зависимость мощности излучения от продольной координаты ( $\hat{\chi} = 3.5$ ,  $B_e = 0.2$ ,  $B_0 = 0.1$ ,  $\hat{\Delta} = 11$  (1), 15 (2), 8 (3)); *б* — пространственное распределение амплитуды усиливаемой волны при расстройке  $\Delta = 11$ , соответствующей максимуму инкремента

т. е. должно выполняться по крайней мере условие  $\text{Re } \hat{g}_0 B \gg 1$ .

На рис. 5*a* представлены результаты моделирования при различных значениях эффективной расстройки синхронизма. В соответствии с анализом линейного режима, максимум инкремента достигается в окрестности точного резонанса,  $\hat{\Delta} = \hat{\chi}^2$ . Вместе с тем максимумы КПД и мощности усиленного излучения реализуются в области  $\hat{\Delta} < \hat{\chi}^2$ , т. е. в условиях, когда поступательная скорость электронов превосходит фазовую скорость замедленной волны на заданной частоте. В целом указанные зависимости являются типичными для черенковских усилителей на лампах обратной волны (ЛБВ) [6–8]. Характерное пространственное распределение поля усиливаемой волны показано на рис. 5*б*. В процессе усиления волна остается прижатой к поверхности замедляющей системы.

Проанализируем на основании развитой теории возможность реализации релятивистского усилителя субмиллиметрового диапазона для длины волны 0.9 мм. Пусть энергия электронов 1 МэВ, погонная плотность тока 500 А/см, период гофрировки 0.25 мм, ее глубина  $2l_0 = 0.12$  мм ( $\alpha \approx 0.4$ , что, согласно работе [26], лежит на границе применимости теоретической модели), расстояние от гофры до пучка  $b_0 = 0.15$  мм, толщина пучка  $b_e = 0.3$  мм, что соответствует нормированным параметрам  $G = 4.8 \cdot 10^{-3}$ ,  $B_0 = 0.1$ ,  $B_e = 0.2$ ,  $\hat{\chi} = 3.5$ ,  $\Delta = 11$ . При погонной мощности падающего излучения 100 кВт/см (источником может служить субмиллиметровый гиротрон), согласно рис. 5*a*, на нормированной длине пространства взаимодействия

$L_z = 2.2$  (что соответствует физической длине  $l_z = 6.6$  см) может быть достигнут коэффициент усиления  $K = 30$  Дб. Мощность усиленного сигнала в этом случае составит 150 МВт/см при КПД 30 %.

### 5. АВТОГЕНЕРАЦИОННЫЕ РЕЖИМЫ В ОКРЕСТНОСТИ БРЭГГОВСКОЙ ЧАСТОТЫ (ГЕНЕРАТОРЫ ПОВЕРХНОСТНОЙ ВОЛНЫ)

Если частота излучения близка к брэгговской частоте (т. е. вакуумная длина волны близка к удвоенному периоду структуры), то на гофрированной структуре должно возникать сильное переотражение попутных и встречных парциальных волновых потоков, которое описывается уравнениями (23). В этих условиях, как было указано выше, поле излучения фактически представляет собой два встречных квазиоптических волновых пучка, связанных на гофрированной поверхности. В принципе, такую ситуацию можно использовать для реализации регенеративного режима усиления (т. е. усиления при наличии положительной обратной связи). Однако более адекватна в этой области параметров реализация генераторных режимов. Действительно, такие режимы экспериментально исследовались в значительном числе релятивистских черенковских генераторов с возбуждением поверхностных волн [29–32], которые по набегу фазы поля на одном периоде структуры принято также называть генераторами на колебаниях  $\pi$ -вида. Развиваемые здесь методы позволяют построить самосогласованную нелинейную теорию указанного класса генераторов. При этом сле-

дует отметить, что подобный анализ требует решения краевой задачи, когда амплитуды парциальных волновых потоков задаются на противоположных границах пространства взаимодействия, определяемого длиной гофрированного участка поверхности. Эффективным методом решения нелинейных краевых задач является пространственно-временной подход, который позволяет исследовать не только характеристики стационарных режимов генерации, но также определить области их устойчивости, а также промоделировать переходные процессы. В рамках такого подхода при рассмотрении генерации излучения в окрестности брэгговского резонанса поле излучения можно представить в виде двух встречных квазиоптических волновых пучков с медленно меняющимися в пространстве и времени амплитудами (ср. с (21)):

$$H_x = \text{Re} \{ C_+(z, y, t) \exp [i(\omega_0 t - k_0 z)] + C_-(z, y, t) \exp [i(\omega_0 t + k_0 z)] \}, \quad (43)$$

где  $k_0 = \bar{h}/2$ ,  $\omega_0 = k_0 c$  — брэгговские частота, выбранный в качестве несущей. Пренебрежем в уравнениях (9), (10), (25), (26) связью с пространственной гармоникой «+1» и будем считать, что указанные уравнения представляют собой уравнения (43) для фурье-гармоник полей. Используя обратное преобразование Фурье, получим самосогласованную систему уравнений, описывающую динамику релятивистских генераторов поверхностной волны [16, 17]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{C}_+}{\partial Z} + \frac{\partial \hat{C}_+}{\partial \tau} + i \frac{\partial^2 \hat{C}_+}{\partial Y^2} - i \hat{a} \hat{C}_- \delta(Y) &= \\ &= \frac{i}{B_e} \frac{\partial}{\partial Y} (JF(Y)), \\ - \frac{\partial \hat{C}_-}{\partial Z} + \frac{\partial \hat{C}_-}{\partial \tau} + i \frac{\partial^2 \hat{C}_-}{\partial Y^2} - i \hat{a} \hat{C}_+ \delta(Y) &= 0, \\ \left( \frac{\partial}{\partial Z} + \beta_0^{-1} \frac{\partial}{\partial \tau} \right)^2 \theta &= \text{Re} \left( i \frac{\partial \hat{C}_+}{\partial Y} e^{i\theta} \right), \end{aligned} \quad (44)$$

где

$$\tau = G\omega_0 t, \quad \hat{C}_\pm = \frac{\sqrt{2} \epsilon \mu}{mc^2 \gamma_0 k G^{3/2}} C_\pm,$$

остальные нормировки совпадают с (28). Граничные условия к системе (44) имеют вид

$$\begin{aligned} \theta|_{Z=0} &= \theta_0 \in [0, 2\pi), \\ \left( \frac{\partial}{\partial Z} + \beta_0^{-1} \frac{\partial}{\partial \tau} \right) \theta \Big|_{Z=0} &= \Delta, \\ \hat{C}_+|_{Z=0} &= 0, \quad \hat{C}_-|_{Z=L} = 0. \end{aligned} \quad (45)$$

Из уравнений (44) следует закон сохранения энергии, который для стационарного режима генерации может быть представлен в виде

$$\hat{P}_+(Z) + \hat{P}_-(0) = 4\hat{\eta},$$

где

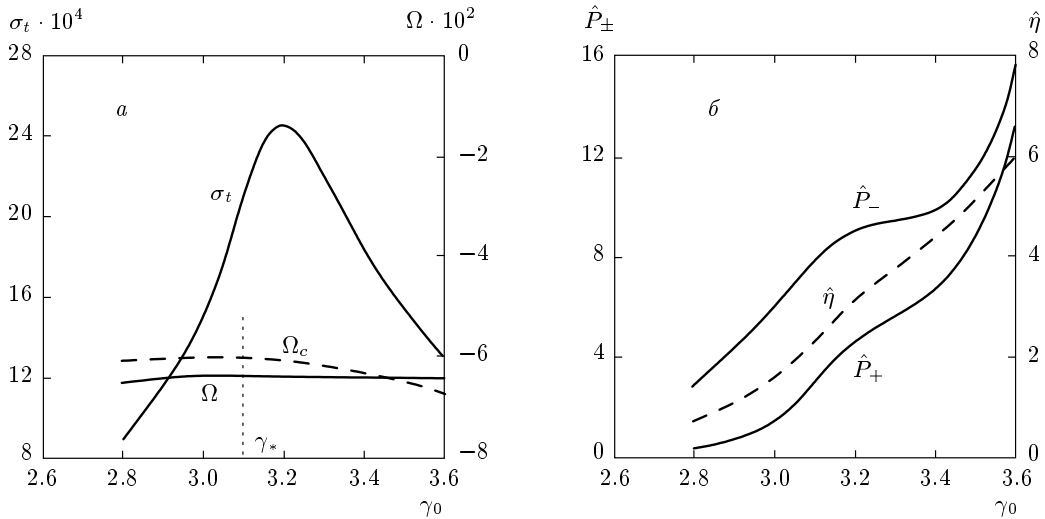
$$\hat{P}_\pm = \int_0^\infty |\hat{C}_\pm|^2 dY$$

— нормированные потоки мощности излучения в направлениях  $\pm z$ . Таким образом, в отличие от усиленной схемы, рассмотренной в разд. 4, в данном случае имеются потоки мощности в двух противоположных направлениях, что обуславливает абсолютный характер неустойчивости электронного пучка. Периодическая структура в этой области параметров фактически играет роль одновременно замедляющей системы и высокодобротного брэгговского резонатора.

При генерации излучения в коротковолновых (в частности, в субмиллиметровом) диапазонах принципиальным условием является минимизация стартовых токов. Можно ожидать, что минимальные стартовые токи и, соответственно, максимальные временные инкременты должны реализоваться в области частот, в которой групповая скорость поверхностных волн принимает минимальное значение. Найдем условия, при которых электронная характеристика  $\omega = hv$  пересекает дисперсионную кривую нормальной поверхностной волны в области экстремума (точка *B* на рис. 2). С учетом того, что определяемый дисперсионной кривой (22) максимум отстроен от брэгговской частоты на величину  $\Omega = -c\bar{h}\alpha^2$ , это достигается при следующем соотношении между параметрами замедляющей системы и энергией ультрарелятивистских частиц:

$$\gamma_* \approx \alpha^{-1} = 2d/\pi l_0.$$

На рис. 6а приведены зависимости от энергии частиц  $\gamma_0$  временного инкремента  $\sigma_i$ , отстройки частоты  $\Omega = (\omega - \omega_0)/\omega_0$  стационарного режима генерации от несущей брэгговской частоты (параметры замедляющей системы и электронного пучка указаны в подписи). Штрихами показана отстройка частоты точного черенковского синхронизма, которая определяется положением точки *B* на рис. 2. Видно, что в области параметров  $\gamma \approx \gamma_*$  действительно достигается максимум временного инкремента, т. е. эта область оптимальна с точки зрения минимизации стартовых токов.



**Рис. 6.** Моделирование генераторов поверхностной волны. *а)* Зависимости от энергии частиц  $\gamma_0$  нормированного временного инкремента  $\sigma_t$ , отстройки частоты  $\Omega$  стационарного режима генерации от несущей брэгговской частоты (штрихи — определяемая положением точки *B* на рис. 2 отстройка частоты точного черенковского синхронизма от брэгговской частоты  $\Omega_c$ ). *б)* Зависимости от энергии частиц  $\gamma_0$  нормированного электронного КПД и мощностей излучения в направлениях  $\pm z$ . Период гофра  $d = 0.5$  мм, его глубина  $2l_0 = 0.12$  мм, длина замедляющей системы  $l_z = 17.5$  мм, погонная плотность тока 500 А/см

На рис. 6б показаны зависимости от энергии частиц  $\gamma_0$  нормированного электронного КПД и мощностей излучения в направлениях  $\pm z$ . При энергиях, меньших  $\gamma_*$ , точка черенковского резонанса перемещается по дисперсионной кривой в область синхронного взаимодействия с пространственной гармоникой «-1» обратной волны. Такой режим взаимодействия широко используется в релятивистских ЛБВ [1, 3–6] сантиметрового и длинноволновой части миллиметрового диапазонов, где вследствие достаточно высокой плотности токов инжекции оптимальна работа в режимах с большой групповой скоростью, обеспечивающих эффективный вывод излучения из пространства взаимодействия. При энергии электронов, превосходящей  $\gamma_*$ , осуществляется переход в режим взаимодействия с бегущей попутной волной (режим ЛБВ). При этом, как следует из рис. 6, имеет место повышение КПД, но резко уменьшается временной инкремент, что в конечном итоге должно приводить к срыву режима самовозбуждения и возможности реализации усилительных режимов, рассмотренных в разд. 3 в рамках импедансного приближения. Следует отметить, что сама по себе возможность самовозбуждения в условиях синхронного взаимодействия электронного пучка с попутной волной объясняется наличием встречного потока энергии.

На рис. 7а показаны типичные временные зависимости мощности излучения и нормализованного КПД в процессе установления стационарного режима генерации. Пространственные распределения полей  $\hat{C}_\pm(z, y)$  в стационарном режиме представлены на рис. 7б. Самосогласованный профиль полей парциальных волн имеет колоколообразную структуру по продольной координате  $z$  и экспоненциальное убывание по координате  $y$ , направленной по нормали к поверхности.

В качестве иллюстрации на основе проведенного моделирования оценим характеристики генератора поверхностной волны субмиллиметрового диапазона:  $\lambda \approx 0.9$  мм с энергией электронов около 1.1 МэВ. Выберем параметры замедляющей системы (период  $d = 0.5$  мм, глубина гофрировки  $2l_0 = 0.12$  мм), при которых для заданной энергии частиц достигается максимум инкремента и минимум стартового тока. При длине замедляющей системы  $l_z = 1.75$  см стартовый ток составляет 250 А/см. Тогда результатам моделирования, представленным на рис. 6, 7, соответствует рабочий ток 500 А/см. Нормированный КПД в этих условиях  $\hat{\eta} \approx 1.6$ , а определяемый из соотношения (32) полный КПД примерно 10%. Поток мощности, выносимой с попутной волной  $C_+$ , составляет около 10 МВт/см, а со встречной волной  $C_-$  — около 45 МВт/см.

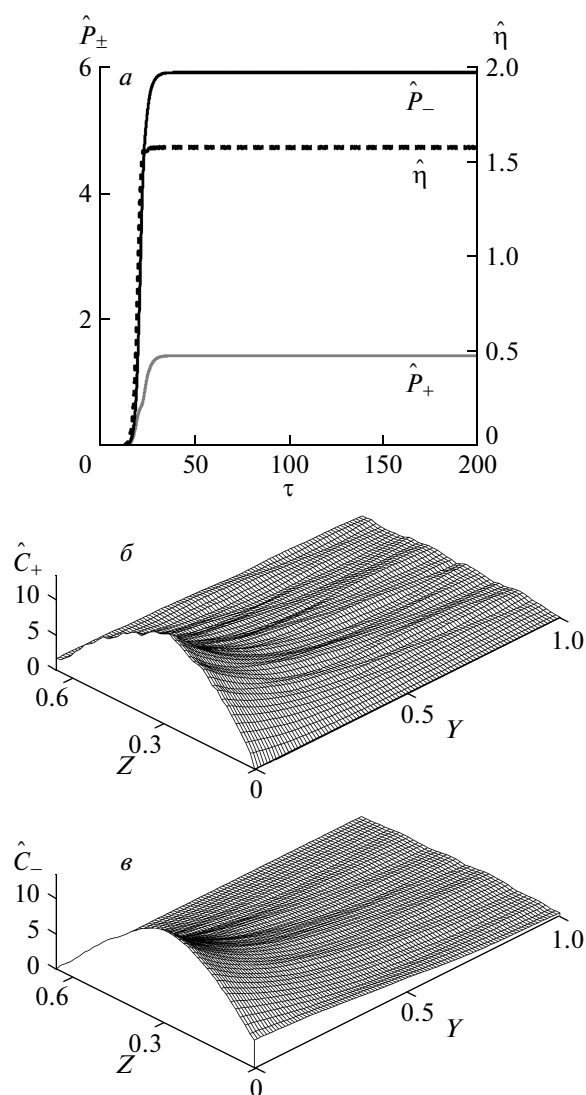


Рис. 7. Временные зависимости приведенного КПД  $\hat{\eta}$  и мощностей излучения в направлениях  $\pm z$  (а), а также пространственные структуры парциальных волн  $\hat{C}_+$  (б) и  $\hat{C}_-$  (в) в стационарном режиме генерации при  $\gamma_0 = 3.1$

### 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, развиваемый в данной работе квазиоптический подход позволяет описать распространение волн над периодически гофрированными поверхностями, а также их возбуждение релятивистским электронным потоком. На этой основе построены линейная и нелинейная теории усилителей и генераторов поверхностной волны планарной геометрии с квазистационарными электронными пучками. Показана перспективность указанного класса приборов как источников мощного субмиллиметрового излучения.

Важно подчеркнуть достаточную универсальность квазиоптического подхода и возможность его использования во многих других задачах. В частности, несомненный практический интерес представляет анализ нелинейной динамики черенковских генераторов при больших, но конечных зазорах между пластинами, когда стартовые токи поверхностной и объемных мод с параксиальными волновыми потоками оказываются сравнимы. При этом следует иметь в виду, что наличие двух параллельных плоскостей, формирующих резонатор типа Фабри–Перо, порождает другие типы высокочастотных мод, характеризующихся поперечным по отношению к поступательной скорости электронов направлением потоков энергии. Указанные моды оротронного типа также могут возбуждаться электронным потоком. Вариант квазиоптической теории релятивистских оротронов с дифракционным выводом излучения содержится в работе [19]. Для реальных экспериментальных условий достаточно типичным является конкуренция возбуждения поверхностных и оротронных мод [13].

Важно отметить, что развитый в данной работе подход допускает трехмерное обобщение, включающее дифракцию излучения по второй поперечной координате  $x$ . В работе [33] на этой основе проведено исследование эффектов терагерцевого сверхизлучения протяженных в масштабе длины волны электронных сгустков, движущихся над гофрированной поверхностью. Возможен также анализ мощных усилителей и генераторов цилиндрической геометрии (в том числе черенковских многоволновых генераторов [29–32]), поскольку при большой сверхразмерности структура симметричных ТМ-мод вблизи гофрированной поверхности, вдоль которой движется трубчатый релятивистский электронный пучок, может быть аппроксимирована соотношениями (5), (7).

Квазиоптический подход, в котором поле представляется как суперпозиция волновых пучков, может быть эффективен и для создания новых схем электронных генераторов, в частности генераторов поверхностной волны с двумерно-периодическими структурами. Возникающие в таких структурах поперечные (азимутальные) по отношению к поступательной скорости частиц потоки энергии позволяют синхронизовать излучение широких ленточных и трубчатых электронных пучков [34].

В заключение отметим, что полученное при анализе усилительных схем импеданное приближение с точностью до определения величины импеданса  $\hat{\chi}$  в уравнениях (27) позволяет описать конвективную

неустойчивость, возникающую при прямолинейном движении электронного потока над границами различных сред, например, сильнозакритической плазмы или металлической поверхности, покрытой диэлектрической пленкой. В работе [35] на этой основе с использованием импедансных граничных условий Леонтовича построена нелинейная теория диссипативной неустойчивости электронного потока, движущегося над регулярной металлической поверхностью конечной проводимости.

Авторы признательны Е. Р. Кочаровской за помощь в работе и полезные обсуждения. Работа выполнена при поддержке Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг., РФФИ (гранты №№ 10-02-01395, 12-08-31491), а также гранта Президента РФ № МК-5530.2011.2.

## ЛИТЕРАТУРА

- Н. Ф. Ковалев, М. И. Петелин, М. Д. Райзер и др., Письма в ЖЭТФ **18**, 32 (1973).
- Е. В. Abubakirov, A. N. Denisenko, M. I. Fuchs et al., IEEE Trans. Plasma Sci. **30**, 1041 (2002).
- С. Д. Коровин, В. В. Ростов, Е. М. Тотьменинов, Письма в ЖТФ **31**(10), 17 (2005).
- S. D. Korovin, A. A. Eltchaninov, V. V. Rostov et al., Phys. Rev. E **74**, 016501 (2006).
- А. А. Ельчанинов, С. Д. Коровин, В. В. Ростов и др., Письма в ЖЭТФ **77**, 313 (2003).
- Н. Ф. Ковалев, М. И. Петелин, М. Д. Райзер и др., в сб. *Релятивистская высокочастотная электроника*, под ред. А. В. Гапонова-Грехова, ИПФ АН СССР (1979), с. 30.
- Л. А. Вайнштейн, В. А. Солнцев, *Лекции по СВЧ-электронике*, Советское радио, Москва (1973).
- Д. И. Трубецков, А. Е. Храмов, *Лекции по СВЧ-электронике для физиков*, Физматлит, Москва (2003).
- Л. А. Вайнштейн, *Электромагнитные волны*, Радио и Связь, Москва (1988).
- J. Urata, M. Goldstein, M. F. Kimmitt et al., Phys. Rev. Lett. **80**, 516 (1998).
- Н. К. Жеваго, В. И. Глебов, ЖЭТФ **103**, 847 (1996).
- Y. M. Shin, J. K. So, K. H. Jang et al., Phys. Rev. Lett. **99**, 147402 (2007).
- V. L. Bratman, A. E. Fedotov, and P. V. Makhlov, Appl. Phys. Lett. **98**, 061503 (2011).
- H. L. Andrews and C. A. Brau, Phys. Rev. ST Accel. Beams **7**, 070701 (2004).
- C. Prokop, P. Piot, M. C. Lin et al., Appl. Phys. Lett. **96**, 1515 (2010).
- Н. С. Гинзбург, И. В. Зотова, Н. Ф. Ковалев и др., ЖЭТФ **104**, 3940 (1993).
- Н. С. Гинзбург, В. Ю. Заславский, А. М. Малкин и др., Письма в ЖТФ **37**(13), 31 (2011).
- N. S. Ginzburg, A. M. Malkin, A. S. Sergeev et al., Appl. Phys. Lett. **99**, 121505 (2011).
- Н. С. Гинзбург, Н. А. Завольский, В. Е. Запечалов и др., ЖТФ **70**, 99 (2000).
- Л. А. Вайнштейн, *Открытые резонаторы и открытые волноводы*, Радио и Связь, Москва (1984).
- А. Б. Маненков, Изв. вузов, радиофизика **19**, 263 (1976).
- А. Б. Маненков, Изв. вузов, радиофизика **43**, 115 (2000).
- Б. М. Болотовский, Г. В. Воскресенский, УФН **94**, 379 (1968).
- Б. З. Каценеленбаум, *Теория нерегулярных волноводов с медленно меняющимися параметрами*, Изд-во АН СССР, Москва (1961).
- Н. Ф. Ковалев, И. М. Орлова, М. И. Петелин, Изв. вузов, радиофизика **11**, 783 (1968).
- Н. С. Гинзбург, В. Ю. Заславский, А. М. Малкин, А. С. Сергеев, Радиотехника и электроника **58**, 541 (2013).
- A. V. Brovko, A. B. Manenkov, and A. G. Rozhnev, Opt. Quant. Electron. **35**, 395 (2003).
- А. И. Жуков, *Метод Фурье в вычислительной математике*, Наука, Москва (1992).
- С. П. Бугаев, В. И. Канавец, В. И. Кошелев, В. А. Черепенин, *Релятивистские многоволновые СВЧ-генераторы*, Наука, Новосибирск (1991).
- В. А. Черепенин, УФН **176**, 1124 (2006).
- A. N. Vlasov, A. G. Shkvarunets, J. S. Rodgers et al., IEEE Trans. Plasma Sci. **28**, 235 (2000).
- V. L. Bratman, G. G. Denisov, M. M. Ofitserov et al., IEEE Trans. Plasma Sci. **15**, 2 (1987).
- N. S. Ginzburg, A. M. Malkin, A. S. Sergeev et al., Phys. Rev. Lett. **110**, 184801 (2013).
- N. S. Ginzburg, A. M. Malkin, A. S. Sergeev, and V. Yu. Zaslavsky, Appl. Phys. Lett. **100**, 143510 (2012).
- Н. С. Гинзбург, А. М. Малкин, И. В. Железнов и др., Письма в ЖТФ **39**(2), 52 (2013).