

ДИНАМИКА ВОЛНОВЫХ ЭЛЕКТРОКОНВЕКТИВНЫХ ТЕЧЕНИЙ В МОДУЛИРОВАННОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Б. Л. Смородин, А. В. Тараут*

*Пермский государственный национальный исследовательский университет
614990, Пермь, Россия*

Поступила в редакцию 1 июля 2013 г.

Проанализированы волновые режимы конечно-амплитудной электроконвекции в слабопроводящей жидкости, находящейся в модулированном поле горизонтального конденсатора и нагреваемой сверху. Слабую проводимость жидкости обеспечивают инжектированные с анода заряды и собственные (диссоциировавшие) ионы. Построена бифуркационная диаграмма решений. Кроме режимов модулированных стоячих и бегущих волн, найдены устойчивые волны, меняющие свое направление движения, и волны, фазовая скорость которых меняется хаотически.

DOI: 10.7868/S0044451014010192

1. ВВЕДЕНИЕ

Слабопроводящие и диэлектрические жидкости в электрическом поле демонстрируют сложную пространственно-временную (в том числе хаотическую) динамику диссипативных структур [1–5].

Экспериментальные исследования электроконвекции показали, что в изотермической жидкости в результате обратной бифуркации возникает стационарное движение [3]. Течение слабопроводящей жидкости в электрическом поле может существовать благодаря силе Кулона, действующей на свободный заряд, который генерируется на границе жидкость–электрод в результате электрохимических окислительно-восстановительных реакций [3, 6]. Теоретический анализ, основанный на предположении об инъекции заряда в жидкость с анода [3], позволил объяснить подобное поведение диссипативных структур. При этом предполагалось, что величина заряда в приэлектродном слое остается постоянной, не зависит от каких-либо внешних факторов (напряженности поля и температуры), а определяется природой электрода, типом жидкости-носителя и примесей, растворенных в ней.

Остаточная проводимость некоторых сред порождает дополнительные по отношению к инжектиро-

ванным заряды в жидкости [6, 7], что оказывает существенное влияние на пороги и характер неустойчивости: даже в изотермическом случае электроконвекция может возникать колебательным образом [7]. В неизотермической жидкости при нагреве сверху в результате суперкритической бифуркации Хопфа рождаются бегущие волны [8, 9]. Экспериментально такие течения можно наблюдать в кольцевых каналах.

Как известно, переменные воздействия могут существенно влиять на характеристики физических процессов. Классическим примером качественного изменения состояния физической системы, помещенной в переменное поле, является маятник Капицы [10]. Переменное воздействие может существенно повлиять на устойчивость и нелинейную динамику конвективных систем [11–13], что может быть использовано для управления гидродинамикой, тепло- и массопереносом в различных ситуациях.

Поведение волновых электроконвективных структур конечной амплитуды в переменном поле представляет интерес с точки зрения теории самоорганизации и формирования структур. Модулированные бегущие волны, возникающие в жидкостях, находящихся под влиянием переменных воздействий, а также их нелинейная эволюция изучались в случае бинарных смесей [11–13]. Общие законы такой эволюции, как показывают исследования, проявляются в поведении электроконвективных систем.

*E-mail: bsmorodin@yandex.ru

В настоящей работе исследовано поведение слабопроводящей жидкости, заполняющей межэлектродный промежуток горизонтального конденсатора, под действием переменного напряжения. Предполагается, что источником заряда в жидкости служит автономная инжекция и слабая остаточная проводимость. Задача рассмотрена в двумерной постановке. Обнаружены и проанализированы различные режимы стоячих и модулированных бегущих волн, а также хаотические режимы электроконвекции.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим плоский горизонтальный конденсатор, заполненный слабопроводящей жидкостью и расположенный в поле тяжести. Конденсатор (слой) толщиной l , ограничен горизонтальными электродами, которые поддерживаются при постоянной разности потенциалов V_0 и температур Θ . При этом плотность слабопроводящей жидкости равна ρ_0 , кинематическая вязкость — ν , теплопроводность жидкости — χ , а диэлектрическая проницаемость — ε .

Неизотермическая электроконвекция слабопроводящей жидкости описывается уравнением Навье–Стокса в приближении Буссинеска, уравнением неразрывности для несжимаемой жидкости, уравнением теплопроводности без учета джоулевых потерь, уравнениями для эволюции концентраций положительных и отрицательных зарядов — n_+ и n_- соответственно, и электростатическим уравнением Пуассона [7, 14]:

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = -\nabla p + \rho_0 \nu \Delta \mathbf{v} - \rho_0 \beta \vartheta \mathbf{g} + e_0 (n_+ - n_-) \mathbf{E}, \quad (1a)$$

$$\nabla \mathbf{v} = 0, \quad (1b)$$

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla \vartheta = \chi \Delta \vartheta, \quad (1c)$$

$$\frac{\partial n_+}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla n_+ + K \nabla (\mathbf{E} n_+) = k_d c_0, \quad (1d)$$

$$\frac{\partial n_-}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla n_- - K \nabla (\mathbf{E} n_-) = k_d c_0, \quad (1e)$$

$$\varepsilon_0 \varepsilon \nabla \mathbf{E} = e_0 (n_+ - n_-), \quad (1f)$$

где \mathbf{v} — скорость жидкости, p — давление, ϑ — отклонение температуры от некоторого среднего значения, \mathbf{g} — ускорение свободного падения, e_0 — элементарный заряд, ε_0 — электрическая постоянная, β — коэффициент теплового расширения жидкости. В уравнении Навье–Стокса в качестве внешних сил учтены сила плавучести, действующая на некоторый объем жидкости, и сила Кулона, характери-

зующая взаимодействие заряда в жидкости с электрическим полем с напряженностью \mathbf{E} и потенциалом Φ : $\mathbf{E} = -\nabla \Phi$. Подробное обсуждение используемой модели электроконвекции проведено в работе [7]. Поскольку рассматриваются малые градиенты температуры, диэлектрическую проницаемость ε будем считать постоянной. В модели учитывается эволюция двух типов ионов — положительных и отрицательных. В уравнениях для эволюции концентраций ионов (1d), (1e) учтен конвективный перенос частиц и подвижность ионов в электрическом поле. Подвижности ионов K при малых градиентах температуры считаются постоянными и одинаковыми для обоих сортов ионов. Скорость образования новых ионов, диссоциировавших в жидкости из примесей, может быть записана следующим образом:

$$k_d c_0 = k_R n_+ n_- = k_R n_0^2 = \frac{2eK}{\varepsilon_0 \varepsilon} n_0^2,$$

поскольку в термодинамическом равновесии жидкость должна оставаться электрически нейтральной (c_0 — концентрация диссоциировавших ионных пар, k_d — константа диссоциации, k_R — константа рекомбинации, n_0 — равновесное значение концентрации ионов).

Для идеально теплопроводных и электропроводных границ слоя, на которых выполняется условие прилипания, граничные условия запишутся в виде

$$z = 0: \mathbf{v} = 0, \quad \vartheta = \Theta, \quad \Phi = V_0 (1 + \eta \cos(\omega t)), \quad n_+ = n_i; \quad (2)$$

$$z = l: \mathbf{v} = 0, \quad \vartheta = 0, \quad \Phi = 0, \quad n_- = 0,$$

где n_i — концентрация инжектированных положительных ионов в узком прианодном слое. На катоде инжекции отрицательного заряда нет и концентрация отрицательного заряда равна нулю.

Для численного моделирования поведения жидкости применялся двухполевой метод для функции тока ψ и вихря скорости φ :

$$\varphi = (\text{rot } \mathbf{v}), \quad \mathbf{v} = \left(\frac{\partial \psi}{\partial z}; 0; -\frac{\partial \psi}{\partial x} \right). \quad (3)$$

Используя в качестве масштабов длины $[x] = l$, времени $[t] = l^2/\nu$, скорости $[v] = \nu/l$, давления $[p] = \rho_0 \nu^2/l^2$, температуры $[\vartheta] = \Theta$, разности потенциалов $[\Phi] = V_0$, концентрации положительных и отрицательных ионов $[n_\pm] = n_i + n_0$ (объемная плотность положительных ионов n_+ содержит вклад как инжекции n_i , так и диссоциации n_0) и $[n_-] = n_0$, запишем систему (1) в безразмерном виде:

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial z} - \frac{\partial \varphi}{\partial z} \frac{\partial \psi}{\partial x} = \\
 & = \nabla^2 \varphi - \frac{\text{Ra}}{\text{Pr}} \frac{\partial \vartheta}{\partial x} - \frac{T^2}{M^2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial q}{\partial z} - \frac{\partial \Phi}{\partial z} \frac{\partial q}{\partial x} \right), \\
 & \varphi = \Delta \psi, \quad q = (C + C_0) n_+ - C_0 n_-, \\
 & \frac{\partial \vartheta}{\partial t} + \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial z} - \frac{\partial \vartheta}{\partial z} \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{1}{\text{Pr}} \nabla^2 \vartheta, \\
 & \nabla^2 \Phi = -q, \\
 & \frac{\partial n_+}{\partial t} + \frac{\partial n_+}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial z} - \frac{\partial n_+}{\partial z} \frac{\partial \psi}{\partial x} - \\
 & - \frac{T}{M^2} (q n_+ + \nabla \Phi \nabla n_+) = \frac{2C_0 T}{M^2} \frac{C_0/C}{C_0/C + 1}, \\
 & \frac{\partial n_-}{\partial t} + \frac{\partial n_-}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial z} - \frac{\partial n_-}{\partial z} \frac{\partial \psi}{\partial x} + \\
 & + \frac{T}{M^2} (q n_- + \nabla \Phi \nabla n_-) = \frac{2C_0 T}{M^2}.
 \end{aligned} \tag{4}$$

Дополним ее граничными условиями на горизонтальных твердых идеально теплопроводных электродах с учетом автономной униполярной инжекции с анода, потенциал которого меняется по гармоническому закону около некоторого среднего значения:

$$\begin{aligned}
 z = 0: & \quad \Phi = 1 + \eta \cos(\omega t), \quad \psi = 0, \quad \partial \psi / \partial z = 0, \\
 \vartheta = 1, \quad n_+ & = \frac{1}{C_0/C + 1}; \\
 z = 1: & \quad \Phi = 0, \quad \psi = 0, \quad \partial \psi / \partial z = 0, \\
 \vartheta = 0, \quad n_- & = 0.
 \end{aligned} \tag{5}$$

В системе уравнений (4), (5) $\text{Ra} = g\beta\Theta l^3/\nu\chi$ — число Рэлея, $\text{Pr} = \nu/\chi$ — число Прандтля, параметр $C = en_i l^2/\varepsilon\varepsilon_0 V_0$ определяет степень инжекции положительных ионов, параметр $C_0 = en_0 l^2/\varepsilon\varepsilon_0 V_0$ соответствует равновесному значению концентрации диссоциировавших (примесных) ионов в жидкости в отсутствие поля, $T = \varepsilon\varepsilon_0 V_0/\nu K \rho_0$ — электроконвективный параметр, а $M = \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0/\rho_0}/K$ характеризует подвижность ионов. В дальнейшем при расчетах использованы типичные для слабопроводящих жидкостей значения параметров $M = 30$, $\text{Pr} = 10$ [3, 7, 9].

Рассматривая решения с пространственным периодом $\lambda = 2\pi/k$ вдоль оси x , используем условие периодичности на вертикальных границах для всех переменных задачи, характеризующих электроконвективный режим:

$$f(x, z, t) = f(x + \lambda, z, t). \tag{6}$$

Такие решения соответствуют электроконвективным течениям, реализующимся в кольцевом зазоре с большим отношением радиуса к его толщине. В численном моделировании использовалось критическое

значение волнового числа $k = 4.3$, соответствующее порогу возникновения конвекции в отсутствие модуляции электрического поля [7, 9].

3. МЕТОД РЕШЕНИЯ

Задача в полной нелинейной постановке решалась численно с применением двухполюсного метода [15]. Решение уравнения выполнялось с помощью метода конечных разностей (метода сеток). Использовалась сетка фиксированного размера $h = 0.05$. Уравнения переноса вихря и эволюции температуры решались с помощью неявной схемы методом продольно-поперечной прогонки. Уравнения Пуассона, связывающие функцию тока с вихрем скорости, и уравнение Пуассона для потенциала решались методом последовательной верхней релаксации [15]. Нахождение решений уравнений переноса заряда проводилось с использованием явной схемы.

Для идентификации типа электроконвективного течения использовался набор величин. Интенсивность электроконвекции характеризуется максимальным в конвективной ячейке значением функции тока в данный момент времени,

$$\psi_{max}(t) = \max[\psi(x_i, z_j, t_k)]. \tag{7}$$

В случае осциллирующих течений $\psi_{max}(t)$ меняется с течением времени.

Другая характеристика волновых режимов — фазовая скорость, которую мы определим как производную от координаты максимума функции тока в сечении, расположенном в середине слоя ($z = 0.5$):

$$v_{ph} = \frac{dx(\psi_{max})}{dt}. \tag{8}$$

Для модулированных волн будем использовать также среднюю фазовую скорость

$$\langle v_{ph} \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T v_{ph}(t) dt. \tag{9}$$

Фурье-анализ временных спектров нелинейных электроконвективных колебаний в фиксированной точке ячейки $\psi_l(t) = \psi(x = \lambda/4, z = 1/2, t)$ позволяет судить об основных частотах f в системе и о характере отклика течения жидкости на внешнее воздействие. Кроме того, анализ изменения со временем фурье-спектра колебаний функции тока в фиксированной точке $\psi_l(t)$ проводился с использованием гауссова окна, вырезающего фрагмент

сигнала, соответствующий определенному интервалу времени (подробности этой процедуры описаны в работе [9]).

Важная информация о свойствах течения получается из анализа изменения полей функции тока, температуры и концентрации зарядов со временем. Для более подробного описания пространственно-временных свойств электроконвективных режимов мы использовали пространственное разложение в ряды Фурье полей функции тока, температуры и концентрации ионов. Ограничимся разложением функций в ряды по горизонтальной координате в сечении ($z = 0.5$):

$$F(x, t) = F_0(x, t) + \sum_{n=1}^{\infty} F_n(t)e^{inkx}, \quad (10)$$

где $F_n(t)$ — амплитуда n -й пространственной гармоники.

В нашем случае в конвективной ячейке образуются преимущественно двухвихревые течения, поэтому первая мода $\psi_1(t)$ наиболее полно описывает структуру конвективного течения.

Для характеристики горизонтального движения волны использовалась также величина $\dot{\gamma}$, представляющая производную по времени фазы первой пространственной гармоники функции тока

$$\psi_1(t) = |\psi_1|e^{-i\gamma(t)}.$$

Величина $\dot{\gamma}/k$ дает хорошее приближение для фазовой скорости бегущей волны, поскольку в разложении для функции тока первая гармоника дает основной вклад.

В данной работе представлены результаты исследования, соответствующие амплитуде модуляции поля $\eta = 0.05$, соотношению $C_0/C = 0.2$ и интенсивности нагрева сверху $Ra = -1000$. Свойства бегущих волн при данных параметрах в постоянном поле были изучены в работе [9]: значение электроконвективного параметра, при котором происходит бифуркация Хопфа, $T_c = 3.09 \cdot 10^6$, при этом собственная частота нейтральных колебаний $f_0 = 1.2$.

4. ВОЛНОВЫЕ РЕЖИМЫ ЭЛЕКТРОКОНВЕКЦИИ

Обсудим полученную в результате численного моделирования бифуркационную диаграмму (рис. 1), на которой представлены зависимости средней фазовой скорости $\langle v_{ph} \rangle$ (верхняя часть рисунка) и максимального значения функции тока

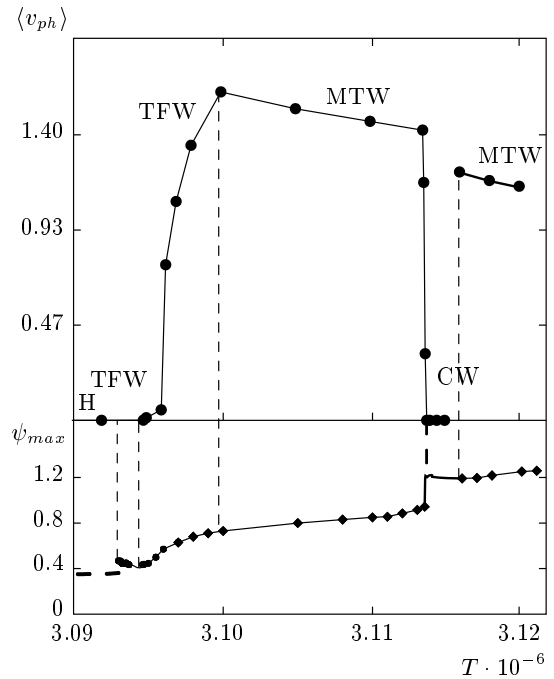


Рис. 1. Зависимости средней фазовой скорости $\langle v_{ph} \rangle$ и максимального значения функции тока бегущей волны ψ_{max} для различных волновых режимов. $Ra = -1000, f_{ext} = 1.78$

от электроконвективного параметра T . Кроме известных волновых режимов — стоячих волн синхронного (H) отклика и фазово-модулированных бегущих волн (modulated traveling wave, MTW), представляющих собой квазипериодический (двухчастотный) отклик на внешнее воздействие, — обнаружены новые, более сложные структуры, к которым относятся волны, изменяющие направление фазовой скорости (to and fro wave, TFW), а также бегущие волны с нерегулярным (хаотическим) пространственно-временным поведением (chaotic wave, CW).

При $T \approx T_c = 3.09 \cdot 10^6$ существует устойчивый режим стоячих волн (штриховая горизонтальная линия на графике зависимости $\psi_{max}(T)$), соответствующий синхронному (H) отклику на внешнее воздействие. Напомним, что режим стоячих волн в постоянном поле неустойчив [9]. Переменное поле стабилизирует этот колебательный режим течения даже в подкритической области $T < T_c$. На рис. 2 представлены зависимости от времени модуля амплитуды первой пространственной гармоники $|\psi_1|$ и напряженности электрического поля на аноде E_a . Период $|\psi_1|$ равен периоду внешнего поля, что характерно для синхронного отклика на внешнее воздействие.

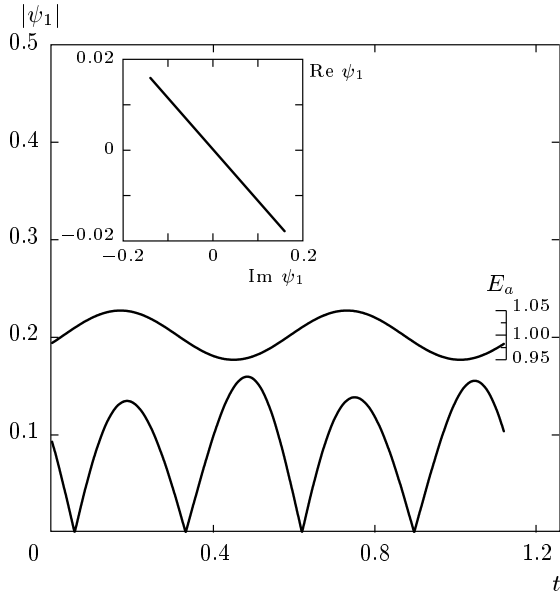


Рис. 2. Стоячие волны синхронного отклика. Изменение во времени амплитуды первой пространственной гармоники функции тока. $T = 3.08 \cdot 10^6$, $Ra = -1000$, $f_{ext} = 1.78$

Отметим, что в момент максимума напряженности поля на аноде величина $|\psi_1|$ достигает несколько меньшего значения, чем в момент его минимума, что свидетельствует о модулированной стоячей волне. На комплексной плоскости ($Im \psi_1, Re \psi_1$), представленной на вставке рис. 2, этот режим электроконвекции представляет собой прямую линию.

Рост электроконвективного параметра T приводит к появлению бегущих волн. Особенностью бегущих волн в переменном поле является то, что направление движения жидкости как целого вдоль слоя может изменяться (режим TFW на рис. 1). Две противоположно направленные волны конкурируют между собой так, что соотношение их амплитуд A_+ и A_- становится непостоянным, бегущая волна меняет направление движения. При этом средняя фазовая скорость в таком режиме может оставаться нулевой (начальный участок режима TFW) или, начиная с $T = 3.095 \cdot 10^6$, ненулевой. По-видимому, в основном изменение направления движения волны связано с зарядкой жидкости положительным инжектируемым зарядом и последующим взаимодействием его с электрическим полем. На рис. 3 изображены характеристики волны, меняющей направление движения, в зависимости от времени. В период интенсивного вращения конвективных валов, когда $|\psi_1(t)|$ достигает максимального значения, го-

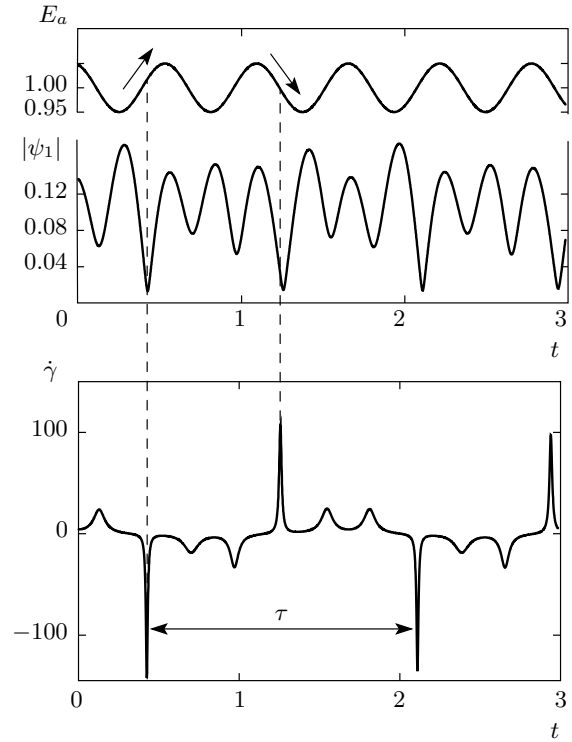


Рис. 3. Эволюция во времени (сверху вниз): напряженности поля на аноде, амплитуды первой пространственной гармоники, величины $\dot{\gamma}$ волны, изменяющей свое направление. $T = 3.095 \cdot 10^6$, $f_{ext} = 1.78$, $Ra = -1000$

ризонтального движения в слое практически нет — $\dot{\gamma}$ и, следовательно, фазовая скорость близки к нулю. Но в те моменты времени, когда интенсивность конвективного перемешивания уменьшается практически до нуля, жидкость начинает быстро перемещаться вдоль слоя, что соответствует пикам на диаграмме зависимости $\dot{\gamma}$ от времени. Похожее поведение модулированных волн наблюдалось в бинарной смеси [11]. Расчеты показывают, что в данном режиме среднее по времени значение горизонтальной компоненты скорости бегущей волны равно нулю.

При дальнейшем увеличении параметра T , несмотря на смену направления движения волны, в системе появляется выделенное направление (рис. 4а), так что в среднем жидкость перемещается вдоль горизонтальной оси. При большей надкритичности система переходит в режим фазо-модулированных бегущих волн (MTW), хорошо изученных в бинарных смесях [11,12]. В этом режиме жидкость перемещается в одном направлении (рис. 4б). Заметим, что в этом интервале надкритичности средняя скорость $\langle v_{ph} \rangle$ в перемен-

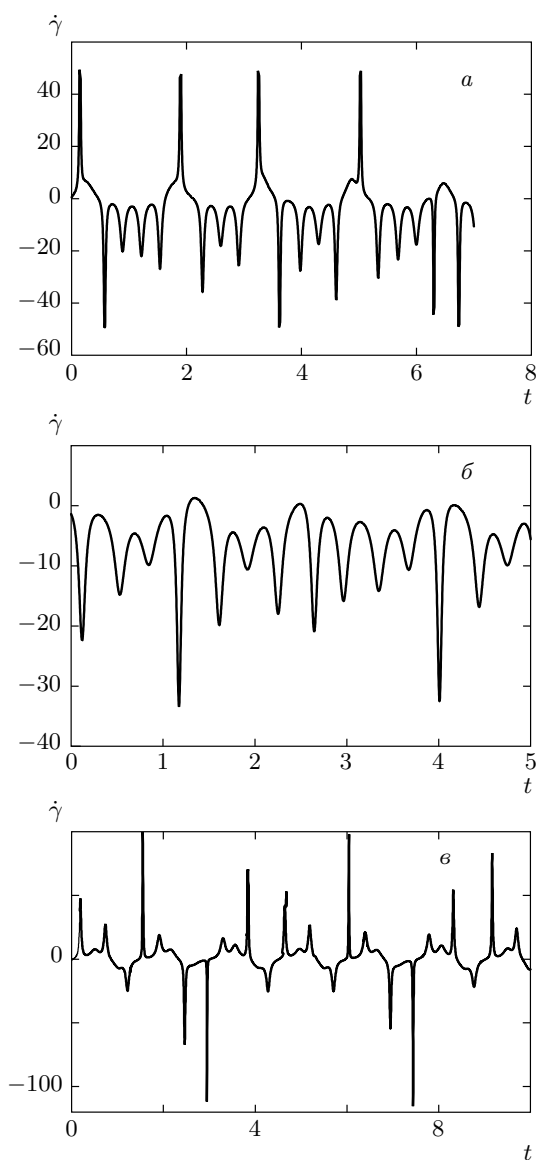


Рис. 4. Изменение во времени величины $\dot{\gamma}$. $Ra = -1000$, $f_{ext} = 1.78$, *a* — $T = 3.097 \cdot 10^6$, волна, изменяющая свое направление, *б* — $T = 3.105 \cdot 10^6$, модулированная бегущая волна, *в* — $T = 3.1139 \cdot 10^6$, хаотический волновой режим

ном поле стремится к значению фазовой скорости $v_{ph} = \omega/k$ в постоянном поле [9]. В колебательной системе имеется вполне определенный набор частот, содержащий основные вклады, соответствующие внешней и собственной частотам колебаний системы, а также комбинационные частоты малой амплитуды, проявляющиеся за счет нелинейных взаимодействий.

В хаотическом волновом режиме (CW) бегущая

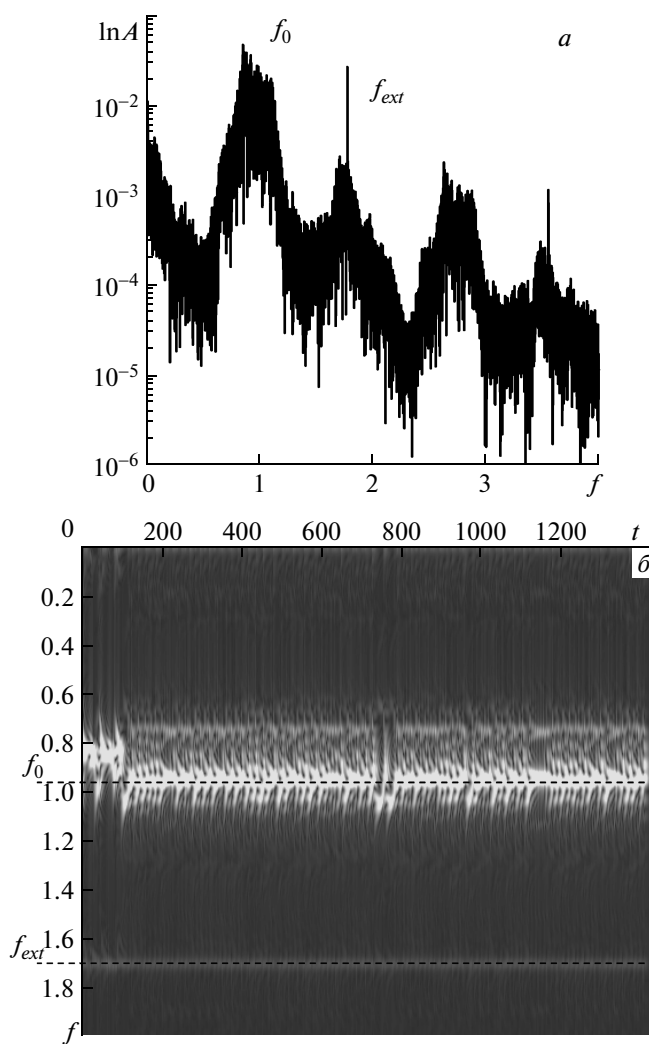


Рис. 5. Хаотический режим (CW). *a* — Спектр сигнала функции тока в фиксированной точке, *б* — изменение спектра со временем. Частота внешнего воздействия $f_{ext} = 1.78$, $T = 3.1135 \cdot 10^6$, $Ra = -1000$

волна изменяет направление своего движения нерегулярным образом, что можно видеть из колебаний величины $\dot{\gamma}$, изображенных на рис. 4*в*. Средняя фазовая скорость равняется нулю, выделенного направления нет и о горизонтальном движении волны вдоль слоя говорить нельзя.

Спектр Фурье и эволюция во времени частот в спектре данного хаотического решения, полученная с помощью гауссова окна, представлена на рис. 5. Ширина окна составляла примерно 100 единиц безразмерного времени, а длительность выборки составляла приблизительно 1500 единиц. Всего было выполнено 500 шагов (один шаг составлял 3 единицы времени). Темный фон на рис. 5*б* соответствует

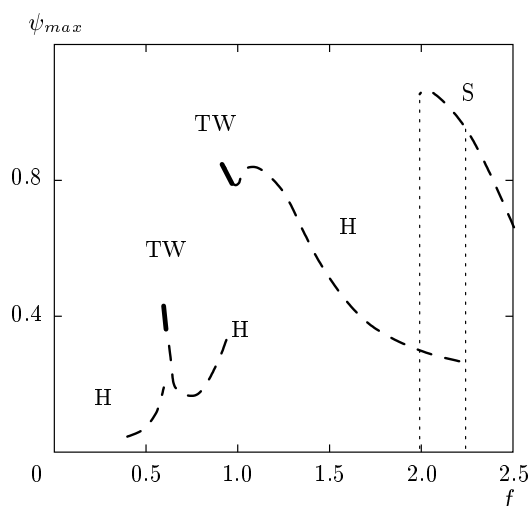


Рис. 6. Максимальное значение функции тока в зависимости от частоты модуляции внешнего поля. $T = 3.08 \cdot 10^6$, $Ra = -1000$

нулевой амплитуде гармоники, белый — максимальному значению амплитуды гармоники. Как видно из рисунка, различные частоты нерегулярным образом появляются и исчезают в спектрах Фурье с течением времени. На первом этапе формирования нелинейного режима ($t < 100$) в спектре присутствуют две основные частоты: собственная частота колебаний $f_0 \approx 0.8$ и частота внешнего поля f_{ext} . В результате эволюции собственная частота изменяется, кроме того, в спектре появляется третья (комбинационная) частота. Набор частот в системе непрерывно изменяется, хотя имеется главная частота, соответствующая собственной. При этом интенсивность частоты внешнего воздействия практически неизменна, а колебания с собственной частотой передают энергию в комбинационные гармоники.

При еще больших значениях параметра T , $T > 3.116 \cdot 10^6$, вновь становится устойчивым режим бегущей волны (MTW).

5. ВЛИЯНИЕ ЧАСТОТЫ ПОЛЯ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕКТРОКОНВЕКТИВНЫХ СТРУКТУР

При варьировании частоты модуляции электрического поля в широком интервале частот в области, которая в постоянном поле соответствует равновесию жидкости, могут реализоваться различные режимы электроконвекции. На рис. 6 отображена зависимость максимального значения функции то-

ка для решений, обнаруженных в подкритической области при изменении частоты модуляции.

Для большинства значений частоты модуляции в конденсаторе генерируются стоячие волны, соответствующие синхронным колебаниям (отмечены штриховой линией и символом H на рис. 6). Характеристики таких волн обсуждались ранее и приведены на рис. 2. Основная частота колебаний данной стоячей волны совпадает с внешней частотой (рис. 7a). Если основная частота в спектре Фурье равна половинной внешней частоте (рис. 7б), имеются субгармонические стоячие волны (S). Такое поведение системы согласуется с результатами линейного анализа [16]. Характеристики волны в режиме субгармонических колебаний приведены на рис. 8.

На диаграмме режимов (рис. 6), имеется область гистерезиса (интервал частот $1.99 < f < 2.2$, участок между двумя вертикальными пунктирными линиями на рис. 6), в которой устойчивы два режима: субгармонических (S) и синхронных (H) колебаний. С ростом частоты устойчива ветвь синхронных колебаний, с уменьшением частоты — субгармонических.

В узких областях частот могут наблюдаться и бегущие волны. На рис. 6 эти области отмечены сплошными жирными линиями. Конвективные валы в режиме бегущей волны не разрушаются, о чем свидетельствует эволюция $|\psi_1|$, представленная на рис. 9. Модуль первой моды не достигает нуля, таким образом, двухвихревая конвективная структура постоянно присутствует в ячейке. Отметим, что в те моменты, когда напряжение на аноде достигает максимальных значений, интенсивность перемешивания жидкости (вертикальная конвективная скорость) имеет наименьшее значение. Фазовая скорость волны в эти моменты времени наибольшая. На комплексной плоскости ($\text{Im } \psi_1, \text{Re } \psi_1$), представленной на вставке рис. 9, траектория представляет собой периодическую орбиту.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изучена нелинейная эволюция устойчивых электроконвективных волновых структур, возникающих в слабопроводящей жидкости под действием модулированного электрического поля: стоячих волн синхронного и субгармонического отклика, фазово-модулированных бегущих волн, а также волн, изменяющих направление фазовой скорости, и бегущих волн с нерегулярным (хаотическим) пространственно-временным поведением. На плоскости «электроконвективный параметр — максимальное

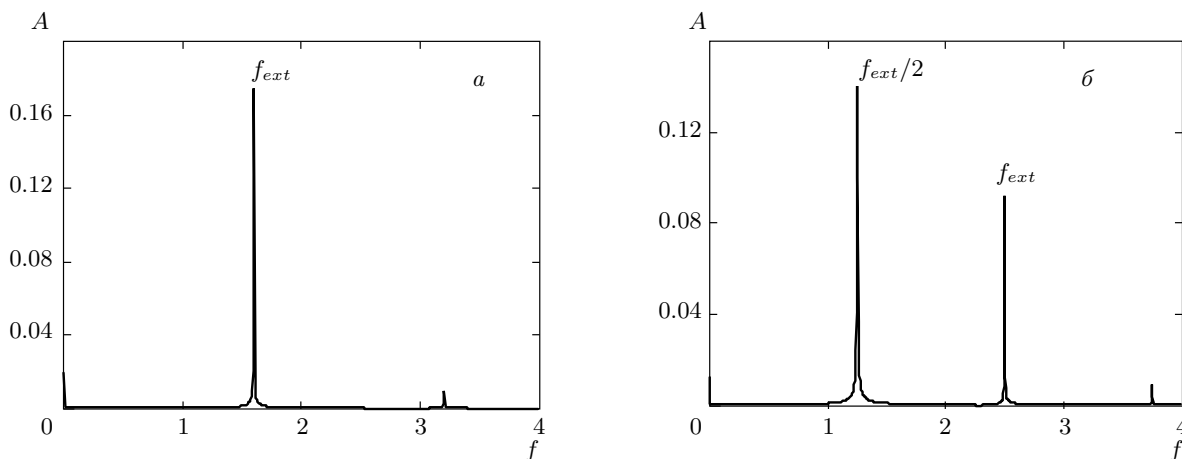


Рис. 7. Спектры синхронных (а) и субгармонических (б) колебаний функции тока в точке под действием переменного поля. $f_{ext} = 1.6$ (а), 2.5 (б); $Ra = -1000$, $T = 3.08 \cdot 10^6$

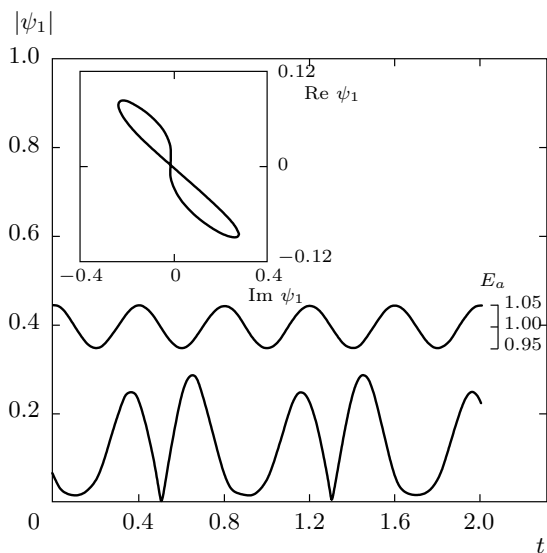


Рис. 8. Субгармонические колебания в подкритической области, $f_{ext} = 2.5$, $Ra = -1000$, $T = 3.08 \cdot 10^6$

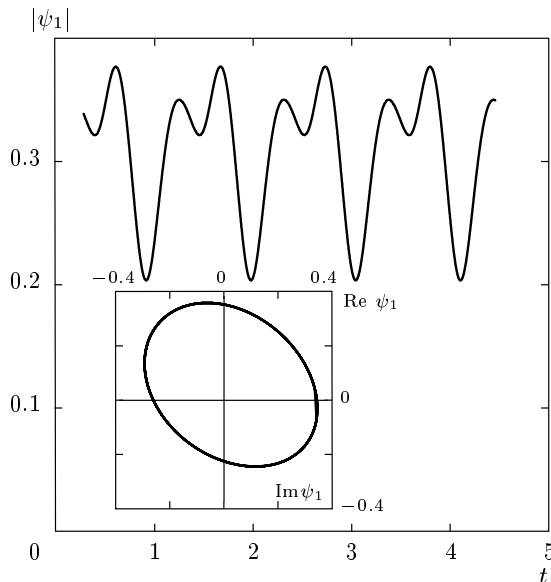


Рис. 9. Эволюция во времени первой моды функции тока в фурье-пространстве в режиме модулированной бегущей волны. $Ra = -1000$, $T = 3.08 \cdot 10^6$, $f_{ext} = 0.94$

значение функции тока» построены бифуркационные диаграммы. Показано, что значение средней фазовой скорости модулированной бегущей волны совпадает с фазовой скоростью электроконвективной волны в постоянном поле. Проанализировано нелинейное взаимодействие частот в режиме хаотических волн.

Исследования выполнены при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант № 13-01-00171).

ЛИТЕРАТУРА

1. M. J. Gross and J. E. Porter, *Nature* **212**, 1343 (1966).
2. M. C. Cross and P. C. Hohenberg, *Rev. Mod. Phys.* **65**, 851 (1993).
3. J. C. Lacroix, P. Atten, and E. J. Hopfinger, *J. Fluid Mech.* **69**, 539 (1975).

4. В. А. Ильин, Б. Л. Смородин, Письма в ЖТФ **31**(10), 57 (2005).
5. Z. A. Daya, V. B. Deyirmenjian, S. W. Morris, and J. R. de Bruyn, Phys. Rev. Lett. **80**, 964 (1998).
6. А. И. Жакин, УФН **176**, 289 (2006).
7. F. Pontiga and A. Castellanos, Phys. Fluids **6**, 1684 (1994).
8. А. Н. Мордвинов, Б. Л. Смородин, ЖЭТФ **141**, 997 (2012).
9. А. В. Тараут, Б. Л. Смородин, ЖЭТФ **142**, 403 (2012).
10. П. Л. Капица, ЖЭТФ **21**, 588 (1951).
11. B. L. Smorodin and M. Lücke, Phys. Rev. E **79**, 026315 (2009).
12. B. L. Smorodin and M. Lücke, Phys. Rev. E **82**, 016310 (2010).
13. B. L. Smorodin, B. I. Muzykova, and J. C. Legros, Phys. Fluids **20**, 094102 (2008).
14. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Гидродинамика*, Наука, Москва (1986).
15. Е. Л. Тарунин, *Вычислительный эксперимент в задачах свободной конвекции*, Изд-во Иркут. унив., Иркутск (1990).
16. Б. Л. Смородин, А. В. Тараут, Изв. РАН, Механика жидкости и газа № 1, 3 (2010).