# СОБСТВЕННЫЕ СОСТОЯНИЯ И РЕЗОНАНСЫ ПОТЕНЦИАЛА ИЗОБРАЖЕНИЯ НА ПОВЕРХНОСТЯХ (110) БЛАГОРОДНЫХ МЕТАЛЛОВ: ЭНЕРГИИ И ВРЕМЕНА ЖИЗНИ

С. С. Циркин<sup>а</sup>\*, Е. В. Чулков<sup>b</sup>

<sup>а</sup> Томский государственный университет 634050, Томск, Россия

<sup>b</sup>Departamento de Física de Materiales UPV/EHU, Centro de Física de Materiales CFM-MPC and Centro Mixto CSIC-UPV/EHU 20080, San Sebastián/Donostia, Basque Country, Spain

Поступила в редакцию 12 июня 2013 г.

Исследованы энергии и времена жизни резонансов потенциала изображения в точке  $\overline{Y}$  на поверхностях  $\operatorname{Cu}(110)$ ,  $\operatorname{Ag}(110)$  и  $\operatorname{Au}(110)$ , а также энергии состояний потенциала изображения на  $\operatorname{Pd}(110)$ . Показано, что в точке  $\overline{Y}$  каждому квантовому числу n соответствует пара состояний (резонансов) потенциала изображения  $n^+$  и  $n^-$ . Средняя энергия пары собственных состояний (резонансов) для  $n \ge 2$  с хорошей точностью описывается формулой  $\overline{E_n} = (E_{n+} + E_{n-}) = E_0 - (0.85 \text{ sB})/(n+\delta)^2$ , где  $\delta$  — квантовый дефект,  $E_0 = (1/2m_e)(\hbar\pi/a)^2$ , a — параметр решетки. Энергия расщепления пары собственных состояний (резонансов) потенциала изображения пары собственных состояний и состояний (резонансов) лодиняется закону  $\Delta E_n = E_{n+} - E_{n-} \propto n^{-3}$ . Времена жизни  $\tau_{n\pm}$  резонансов потенциала изображения пропорциональны  $n^3$ .

**DOI**: 10.7868/S0044451014020011

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Электронные возбуждения в состояниях потенциала изображения (СПИ) [1–6] возникают на металлических поверхностях в результате взаимодействия электрона, помещенного перед поверхностью, с наведенным в металле зарядом. Вблизи центра поверхностной зоны Бриллюэна (точки Г) состояния потенциала изображения образуют серию Ридберга [1, 2]:

$$E_n(k) = -\frac{0.85 \text{ sB}}{(n+\delta)^2} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_n^*},$$
 (1)

где  $n=1,2,\ldots$  — главное квантовое число,  $\delta$  — квантовый дефект, k — волновой вектор, параллельный поверхности, а эффективные массы  $m_n^*$  близки к массам свободных электронов. Благодаря хорошо определенному спектру СПИ, лежащему в запрещенной локальной щели, эти состояния широко использовались в качестве модельной системы для теоретического и экспериментального изучения дина-

мики электронных возбуждений на металлических поверхностях [7, 8].

Резонансы потенциала изображения (РПИ) формируются при вырождении СПИ с объемными состояниями. Ранее экспериментально удавалось наблюдать только РПИ с небольшими квантовыми числами  $n \leq 3$  [2, 9–12], поскольку энергии РПИ с большими квантовыми числами лежат близко друг к другу. Следовательно, необходимо высокое разрешение по энергии, чтобы различить эти состояния как отдельные фотоэмиссионные пики. Однако достигнутый в последнее время прогресс в двухфотонной фотоэмиссии с временным разрешением позволяет измерять энергии и времена жизни РПИ с более высокими квантовыми числами [13, 14].

Скорость затухания (ширина линии)  $\Gamma = \hbar/\tau$ (где  $\tau$  — время жизни) электронного возбуждения определяется четырьмя различными процессами: неупругим электрон-электронным рассеянием [15, 16], электрон-фононным рассеянием [17], рассеянием на дефектах [18, 19] и туннелированием электронов в объем [20]. Ранее было показано [21–24], что электрон-фононное рассеяние дает малый вклад в скорость затухания электронов в СПИ даже для пер-

<sup>\*</sup>E-mail: tsirkinss@gmail.com

вого СПИ, которое существенно проникает вглубь кристалла. В работе [25] было показано, что РПИ практически не проникают в объем, следовательно, электрон-фононное рассеяние, а также электрон-электронное рассеяние и рассеяние на дефектах дают незначительный вклад в ширины линий РПИ. Таким образом, затухание электронных возбуждений в РПИ в основном обусловлено туннелированием электронов в объем.

Большинство экспериментальных [4, 9, 11, 13, 14, 21, 26–33] и теоретических [20, 21, 30–32, 34–38] исследований энергий и времен жизни состояний и резонансов потенциала изображения на металлических поверхностях ограничиваются окрестностью точки  $\overline{\Gamma}$  двумерной зоны Бриллюэна. Лишь в нескольких достаточно старых работах [39–42] были измерены энергии СПИ вблизи границы поверхностной зоны Бриллюэна. Анализ дисперсии СПИ на поверхностях (110) вдоль направления  $\overline{\Gamma Y}$  ранее был проведен лишь в рамках простых моделей [43, 44]. Исследования времен жизни РПИ в точке  $\overline{Y}$  поверхности (110) ГЦК-металлов, насколько известно авторам, до сих пор не проводились.

Теоретические исследования энергий и времен жизни РПИ на плотноупакованных поверхностях металлов ранее проводились методом распространения волновых пакетов [12, 20, 32, 35]. В работах [36-38] РПИ также были исследованы на основе функций Грина, однако информация о временах жизни РПИ не извлекалась. Недавно метод функций Грина был применен для исследований времен жизни РПИ в точке  $\overline{\Gamma}$  на плотноупакованных поверхностях ряда металлов [25]. При этом электронная структура поверхности моделировалась одномерным псевдопотенциалом [34], а энергии и времена жизни возбуждений определялись из положения полюсов функции Грина. Полученные в работе [25] времена жизни РПИ хорошо согласуются с экспериментальными данными [9,11,13,14,33] и данными, полученными методом распространения волновых пакетов [12, 20].

В настоящей работе метод, разработанный в работе [25], обобщен на случай поверхностей (110) ГЦК-металлов, электронная структура которых моделируется двумерным псевдопотенциалом [45, 46]. На основе развитого формализма рассчитаны энергии и времена жизни РПИ в точке  $\overline{Y}$  на нереконструированных поверхностях (110) меди, серебра и золота. Кроме того, мы подробно исследуем спектр СПИ на поверхности Pd(110), что помогает лучше понять природу состояний и резонансов потенциала изображения в точке  $\overline{Y}$ . На основе полученных данных проанализированы закономерности изменения энергии и времени жизни РПИ при изменении квантового числа *n*.

В работе использована следующая система координат: ось z направлена вдоль направления [110] (перпендикулярно поверхности), а оси x и y — соответственно вдоль направлений [110] и [001] (см. ниже рис. 3г). Начало отсчета координат соответствует положению атома во внешнем слое. Все уравнения записаны в атомной системе единиц, т.е.  $e^2 = \hbar = m_e = 1$ . Если не оговорено иное, энергии отсчитываются от вакуумного уровня.

#### **2.** МЕТОД

Для описания электронной структуры поверхности используется двумерная псевдопотенциальная модель, развитая в работах [45, 46]. Ранее данная модель была применена для изучения вкладов электрон-электронного [47–49] и электрон-фононного [24, 50, 51] рассеяния во времена жизни электронных и дырочных возбуждений на поверхностях (110) различных ГЦК-металлов.

В данной модели электронная структура поверхности описывается модельным псевдопотенциалом, изменяющимся в направлениях [110] (z, перпендикулярно поверхности) и [001] (y). Внутри кристалла (z < 0) потенциал периодичен и имеет вид

$$V(y,z) = V_0 + 2V_g \cos\left(\frac{2\sqrt{2\pi}}{a}z\right) \cos\left(\frac{2\pi}{a}y\right), \quad (2)$$

где a — параметр решетки,  $V_g$  и  $V_0$  — фурье-компоненты объемного потенциала, определяющие положение и ширину энергетической щели в точке  $\overline{Y}$ . При z > 0 потенциал является гладким продолжением объемного потенциала (2) и имеет вид

$$V(y,z) = V^{(0)}(z) + V^{(1)}(z) \cos\left(\frac{2\pi}{a}y\right), \qquad (3)$$

где

$$V^{(0)}(z < 0) = V_0, \quad V^{(1)}(z < 0) = 2V_g \cos\left(\frac{2\sqrt{2\pi}}{a}z\right).$$

Вдали от поверхности потенциал (3) сходится к потенциалу изображения  $V(z) = (4(z - z_{im}))^{-1}$ , где  $z_{im}$  — положение плоскости изображения. Зависимая от y компонента потенциала экспоненциально затухает при удалении от поверхности:

$$V^{(1)}(z) \propto \exp\left(-2\pi z/a\right)$$
 при  $z \to \infty$ . (4)

Для расчета функции Грина полубесконечного металла используется метод сшивки функций Грина [52]. Данный метод позволяет рассчитать функцию Грина системы на основе функций Грина, определенных только в отдельных частях системы. Разделим нашу систему на три области: объемную область I: z < 0, область потенциала изображения II: 0 < z < L и вакуумную область III: L < z. Размер области потенциала изображения L выбирается достаточно большой (около 1500 ат. ед.), чтобы локальная плотность состояний  $LDOS(\omega, z) = -\operatorname{Im} G(z, z, \omega)$  была близка к нулю при  $z \to L$  для частот  $\omega$ , соответствующих рассматриваемым резонансам. Рассчитаем соответствующие функции Грина, удовлетворяющие граничным условиям Неймана при z = 0:

$$\partial_z G_{I,II,III}(\mathbf{r},\mathbf{r}',\omega)|_{z=0,z=L} = 0, \tag{5}$$

где  $\mathbf{r} = (x, y, z)$ . Перейдем к фурье-представлению по координатам x и y:

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) = \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^2} \exp\left(i\mathbf{k}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')\right) \times \\ \times \sum_{g_y, g'_y} \exp\left(i(g_y y - g'_y y')\right) \mathbf{G}^{g_y g'_y}(z, z', \mathbf{k}, \omega), \quad (6)$$

где  $\mathbf{k} = (k_x, k_y), g_y, g'_y = 2\pi m/a, m$  — целое число, а функция  $\mathbf{G}^{g_y g'_y}(z, z', \mathbf{k}, \omega)$  является матрицей по индексам  $g_y, g'_y$ . Детали расчета матриц  $\mathbf{G}_I, \mathbf{G}_{II}$ и  $\mathbf{G}_{III}$  изложены в Приложении. Далее для краткости в уравнениях будем опускать индексы  $g_y, g'_y$ , а также аргументы ( $\mathbf{k}, \omega$ ), подразумевая что все функции Грина в уравнении вычисляются при одних и тех же значениях частоты и волнового вектора.

Согласно работе [52], функция Грина непрерывна во всем пространстве для  $z' \in \Pi$  и равна

$$z \in I: \mathbf{G}(z, z') = -\mathbf{G}_I(z, 0)\partial_{z_s}\mathbf{G}(z_s, z')|_{z_s=0}, \quad (7)$$

$$z \in II: \mathbf{G}(z, z') = \mathbf{G}_{II}(z, 0)\partial_{z_s}\mathbf{G}(z_s, z')|_{z_s=0} - \mathbf{G}_{II}(z, L)\partial_{z_s}\mathbf{G}(z_s, z')|_{z_s=L} + \mathbf{G}_{II}(z, z'), \quad (8)$$

$$z \in III: \mathbf{G}(z, z') = \mathbf{G}_{III}(z, L)\partial_{z_s}\mathbf{G}(z_S, z')|_{z_s = L}.$$
 (9)

Запишем условия непрерывности функции Грина в точках z = 0 и z = L и получим систему двух линейных уравнений с двумя неизвестными матрицами  $\partial_{z_S} \mathbf{G}(z_S, z')|_{z_S=0}$  и  $\partial_{z_S} \mathbf{G}(z_S, z')|_{z_S=L}$ . Решая эту

систему и подставляя полученные значения в формулу (8), получаем для случая  $z, z' \in II$ :

$$\mathbf{G}(z, z') = \mathbf{G}_{II}(z, z') - \left\{ \mathbf{G}_{II}(z, 0)\mathbf{K}_{11}\mathbf{G}_{II}(0, z') + \mathbf{G}_{II}(z, L)\mathbf{K}_{22}\mathbf{G}_{II}(L, z') - \mathbf{G}_{II}(z, 0)\mathbf{K}_{12}\mathbf{G}_{II}(L, z') - \mathbf{G}_{II}(z, L)\mathbf{K}_{21}\mathbf{G}_{II}(0, z') \right\}.$$
 (10)

Аналогично для  $z, z' \in I$  получаем

$$\mathbf{G}(z,z') = \mathbf{G}_I(z,z') - \mathbf{G}_I(z,0)\mathbf{K}_{11}\mathbf{G}_I(0,z')$$
(11)

и для  $z,z' \in I\!I\!I$  —

$$\mathbf{G}(z, z') =$$
  
=  $\mathbf{G}_{III}(z, z') - \mathbf{G}_{III}(z, L)\mathbf{K}_{22}\mathbf{G}_{III}(L, z').$  (12)

Здесь

$$\mathbf{M}_{11} = \mathbf{G}_{II}(0,0) + \mathbf{G}_{I}(0,0), \qquad (13a)$$

$$\mathbf{M}_{22} = \mathbf{G}_{II}(L,L) + \mathbf{G}_{III}(L,L), \qquad (13b)$$

$$\mathbf{M}_{12} = \mathbf{M}_{21}^{I} = -\mathbf{G}_{II}(0, L), \qquad (13c)$$

$$\mathbf{K}_{11} = \left(\mathbf{M}_{11} - \mathbf{M}_{12}\mathbf{M}_{22}^{-1}\mathbf{M}_{21}\right)^{-1}, \qquad (13d)$$

$$\mathbf{K}_{22} = \left(\mathbf{M}_{22} - \mathbf{M}_{21}\mathbf{M}_{11}^{-1}\mathbf{M}_{12}\right)^{-1}, \qquad (13e)$$

$$\mathbf{K}_{12} = \mathbf{K}_{12}^{T} = \left(\mathbf{M}_{21} - \mathbf{M}_{22}\mathbf{M}_{12}^{-1}\mathbf{M}_{11}\right)^{-1}.$$
 (13f)

Чтобы избежать сингулярностей при обращении матриц, а также при вычислении матриц  $G_I$ ,  $G_{II}$  и  $G_{III}$  (см. Приложение), расчеты функции Грина проводятся при комплексных частотах  $\omega$ , мнимая часть которых существенно меньше ширин рассматриваемых резонансов, Im  $\omega = 0.1$  мэВ.

#### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

# 3.1. Состояния потенциала изображения на поверхности Pd(110)

Обсуждение спектра электронных возбуждений, порождаемых потенциалом изображения, начнем с СПИ на поверхности Pd(110). На данной поверхности верхний край щели проекции объемных состояний на поверхностную зону Бриллюэна в точке  $\overline{Y}$  располагается на 2.5 эВ выше вакуумного уровня, что несколько выше энергии свободных электронов в данной точке  $E_0 = k_{y0}^2/2 = 2.48$  эВ, где  $k_{y0} = \pi/a$  — волновой вектор в точке  $\overline{Y}$ . Следовательно, серия состояний потенциала изображения в точке  $\overline{Y}$  лежит в щели. На рис. 1 приведен спектр состояний потенциала изображения Pd(110) в окрестности точки  $\overline{Y}$ , рассчитанный аналогично [46]. На



Рис.1. Сплошные линии — дисперсия состояний потенциала изображения на Pd(110) вблизи точки  $\overline{Y}$ . Пунктирные линии — дисперсия СПИ, определенная формулой (1), при  $n = 1, 2, 3; m^* = 1$ ,  $\delta = -0.10$ . Штриховая линия — дисперсия свободных электронов  $E = (\hbar k)^2/2m_e$ 

некотором удалении от точки  $\overline{Y}$  дисперсия СПИ похожа на дисперсию свободных электронов и с хорошей точностью описывается уравнением (1). В качестве примера пунктирными линиями на рис. 1 приведена дисперсия (1) для n = 1, 2, 3 при  $\delta = -0.10$ ,  $m^* = m_e$ . Вблизи точки  $\overline{Y}$  в силу зависимости потенциала от координаты y график дисперсии отклоняется от квадратичной зависимости. Поскольку зарядовая плотность СПИ с  $n \geq 2$  в основном лежит в вакууме на значительном удалении от поверхности, экспоненциально затухающий потенциал  $V^{(1)}(z)$  оказывает малое влияние на энергии СПИ и его можно рассматривать как возмущение. Будем считать, что невозмущенные волновые функции СПИ имеют вид

$$\Psi_{nk}(y,z) = \phi_n(z) \exp(ik_y y), \tag{14}$$

где волновой вектор лежит вдоль направления  $\overline{\Gamma Y}$ , а энергии описываются уравнением (1). Волновые векторы  $\mathbf{k}_{\overline{Y}} = (0, k_{y0})$  и  $-\mathbf{k}_{\overline{Y}}$  являются эквивалентными, поэтому невозмущенные состояния  $(n, \mathbf{k}_{\overline{Y}})$  и  $(n, -\mathbf{k}_{\overline{Y}})$  вырождены. Вырождение снимается благодаря зависимости потенциала от координаты y, в результате чего формируются четные  $(n^-)$  и нечетные  $(n^+)$  состояния  $n^{\pm}$  с волновыми функциями

$$\Psi_{n\pm} = \frac{\phi_n(z)}{\sqrt{2}} \left( e^{ik_{\overline{Y}}y} \pm e^{-ik_{\overline{Y}}y} \right)$$
(15)

и энергиями

J

$$E_{n\pm} = E_0 - \frac{1}{32(n+\delta)^2} \pm \frac{\Delta E_n}{2},$$

где энергия расщепления в рамках теории возмущений равна

$$\Delta E_n = E_{n+} - E_{n-} =$$

$$= 2 \left\langle \Psi_{n,-k_{\overline{Y}}} \middle| V^{(1)}(z) \cos\left(\frac{2\pi}{a}y\right) \middle| \Psi_{n,k_{\overline{Y}}} \right\rangle =$$

$$= \int dz |\phi_n(z)|^2 V^{(1)}(z). \quad (16)$$

Таким образом, для средней энергии пары СПИ  $n^{\pm}$  в точке  $\overline{Y}$  должно выполняться равенство

$$\overline{E_n} = \frac{1}{2}(E_{n-} + E_{n+}) = E_0 - \frac{1}{32(n+\delta)^2}.$$
 (17)

Действительно, рассчитанные энергии СПИ (см. таблицу) с хорошей точностью описываются уравнением (17) при  $\delta = -0.10$  для квантовых чисел  $n \geq 2$ . Рисунок 2*a* наглядно демонстрирует, что  $E_0 - \overline{E_n} \propto n^{-2}$  для больших *n*. На рис. 2*б* видно, что энергия расщепления пары СПИ  $\Delta E_n$  пропорциональна  $n^{-3}$ . Данное свойство следует из (16): поскольку потенциал  $V^{(1)}(z)$  существенно отличен от нуля только внутри и вблизи кристалла ( $z \leq 0$ ), матричный элемент (16) пропорционален весу СПИ внутри кристалла, который в свою очередь пропорционален  $n^{-3}$  [1].

На рис. 3a-г приведены зарядовые плотности  $|\Psi_{n\pm}|^2$  СПИ  $1^{\pm}$ ,  $2^{\pm}$ . Зарядовая плотность нечетных состояний обращается в нуль при y = 0, а максимум зарядовой плотности находится при y = a/2. Зарядовая плотность четных состояний, наоборот, обращается в нуль при y = a/2, а максимум зарядовой плотности находится при y = 0. При этом распределения зарядовой плотности состояний  $n^+$  и  $n^-$  вдоль направления [110] очень похожи, однако немного различаются. Поэтому нужно отметить, что уравнение (15) описывает волновые функции лишь качественно.

	Cu(110)		Ag(110)		Au(110)		Pd(110)	
$E_0$	2877		2252		2260		2479	
r	$E_r$	$\Gamma_r$	$E_r$	$\Gamma_r$	$E_r$	$\Gamma_r$	$E_r$	$\Gamma_r$
1-	1162	1061	1130	611	1114	773	1406	$250^{*}$
1+	1944	547	1541	377	1480	544	1800	170*
$2^{-}$	2552	136	1997	94	1998	113	2208	
$2^{+}$	2648	88	2057	64	2054	83	2278	
3-	2752	36	2145	28	2152	32	2366	
$3^{+}$	2779	26	2163	21	2168	26	2387	
4-	2812	14	2194	11	2201	13	2418	
4+	2823	11	2202	9.0	2208	11	2427	
$5^{-}$	2838	6.3	2216	5.1	2224	6.3	2441	
$5^{+}$	2843	5.6	2220	4.6	2227	5.6	2445	
δ	-0.25		-0.06		-0.10		-0.10	

**Таблица.** Рассчитанные энергии  $E_r$  [мэВ] и ширины линий  $\Gamma_r$  [мэВ] резонансов и состояний потенциала изображения

 $\Pi pumeuanue. E_0 [m_{9}B] = (\pi/a)^2/2 - кинетическая энергия свободных электронов в точке <math>\overline{Y}, \delta$  – квантовый дефект.

\*Ширины линий СПИ на Pd(110) рассчитаны в работе [48].

## 3.2. Резонансы потенциала изображения на Cu(110), Ag(110) и Au(110)

На поверхностях Cu(110), Ag(110) и Au(110) щель проекции объемных электронных состояний на зону Бриллюэна поверхности в точке  $\overline{Y}$  лежит ниже вакуумного уровня. Поэтому СПИ в этой точке вырождаются с объемными состояниями, в результате чего формируются РПИ. Для исследования свойств РПИ на данных поверхностях были рассчитаны соответствующие функции Грина.

На рис. 4 приведена функция Грина Ag(110) в точке  $\overline{Y}$  ( $\mathbf{k}_{\overline{Y}} = (0, k_{y0}), k_{y0} = \pi/a$ ) в интервале энергий  $0 < \omega < 1900$  мэВ, проинтегрированная по области потенциала изображения:

$$G_{IP}(\omega) = \int_{0}^{L} \operatorname{Tr} \mathbf{G}(z, z, \mathbf{k}_{\overline{Y}}, \omega) \, dz + \\ + \sum_{g_y} \frac{iL}{\sqrt{2\left(\omega - \frac{(k_{y0} + g_y)^2}{2}\right)}}.$$
 (18)

Второе слагаемое в правой части (18) добавлено, чтобы сократить вклад от свободных электронов в вакууме, энергии которых лежат выше энергии  $E_0 = k_{y0}^2/2$ . На зависимости  $G_{IP}(\omega)$  в интервале 800 мэВ  $< \omega < 1700$  мэВ видны характерные черты, которые можно отнести к двум полюсам функции Грина при некоторых комплексных энергиях  $\omega_r$ . Данные полюсы функции Грина соответствуют резонансам потенциала изображения, причем  $E_r = \text{Re}\,\omega_r$  — энергия резонанса, а  $\Gamma_r = -2 \text{ Im }\omega_r$  — его ширина линии, или скорость затухания соответствующего возбуждения. Чтобы определить точное положение полюсов  $\omega_r$ , аппроксимируем функцию (18) вблизи энергий пары резонансов (в интервале 600 мэВ  $< \omega < 1800$  мэВ) функцией

$$\sum_{r} \frac{1}{\omega - \omega_r} + \sum_{l=0}^{3} A_l \omega^l.$$
(19)

Здесь  $\omega_r$  и  $A_l$  — комплексные подгоночные параметры. Первое слагаемое в выражении (19) соответствует вкладу от рассматриваемых полюсов, а второе слагаемое описывает вклады от других полюсов, а также от объемных и вакуумных состояний. В результате получаем РПИ с энергиями 1130 мэВ и 1541 мэВ и соответствующими ширинами 611 мэВ и 377 мэВ. Сплошными линиями на рис. 4 при-



Рис.2. Средние энергии  $\overline{E_n} = (E_{n+} + E_{n-})/2$  (a) и энергии расщепления  $\Delta E_n = E_{n+} - E_{n-}$  (b) пар состояний и резонансов потенциала изображения в точке  $\overline{Y}$ . e — Времена жизни РПИ в точке  $\overline{Y}$ . На рис. a энергии приведены относительно энергии свободных электронов  $E_0$ . На рис. e черные символы соответствуют нечетным резонансам  $(n^-)$ , серые символы — четным резонансам  $(n^+)$ . На рисунках используется двойная логарифмическая шкала

ведены аппроксимации функцией (19) в интервале 600 мэВ  $< \omega < 1800$  мэВ. Как видно из рисунка, функция (19) хорошо аппроксимирует рассчитанную функцию Грина, поэтому можно ожидать, что энергии и ширины резонансов рассчитаны из функции Грина достаточно точно.

На рис. 5 приведены графики плотности состояний в области потенциала изображения  $\sigma(\omega) =$ =  $-\operatorname{Im} G_{IP}(\omega)$  для частот  $\omega$ , меньших  $E_0$ . На зависимостях  $\sigma(\omega)$  присутствуют пики, соответствующие резонансам потенциала изображения. По аналогии с СПИ на поверхности Pd(110) обозначим РПИ в порядке возрастания энергии 1<sup>-</sup>, 1<sup>+</sup>, 2<sup>-</sup>, 2<sup>+</sup> и т.д. Отметим, что разность энергий резонансов  $n^-$  и  $n^+$ заметно меньше, чем разность энергий резонансов  $n^{\pm}$  и резонансов  $m^{\pm}$  с квантовым числом  $m \neq n$ . Для Au(110) энергия расщепления пары резонансов  $\Delta E_n = E_{n+} - E_{n-}$  существенно меньше ширин этих резонансов, и поэтому пики  $n^-$  и  $n^+$  на зависимостях  $\sigma(\omega)$  практически сливаются в один пик.

Значения энергий и ширин РПИ определяются аналогично паре резонансов  $1^{\pm}$  на поверхности Ag(110). Для каждой пары резонансов  $(n^{-}, n^{+})$  мы аппроксимируем рассчитанную функцию Грина  $G_{IP}(\omega)$  (вещественную и мнимую части) функцией (19) в интервале энергий, который включает энер-



Рис. 3. a-z) Зарядовые плотности состояний потенциала изображения на Pd(110) в точке  $\overline{Y}$  [46].  $\partial-3$ ) Локальные плотности электронных состояний  $\sigma(y, z, \omega) = - \operatorname{Im} G(y, z, y, z, \omega)$  при энергиях  $\omega$ , соответствующих РПИ на Cu(110):  $\omega = 1162 \text{ мэВ (1^-)}, 1944 \text{ мэВ (1^+)}, 2552 \text{ мэВ (2^-)}, 2648 \text{ мэВ (2^+)}.$  Более темные области соответствуют большей электронной плотности

гии резонансов  $n^-$  и  $n^+$ , но не захватывает других резонансов. При этом в сумму по r включаются только слагаемые  $r = n^-$  и  $r = n^+$ , соответствующие рассматриваемой паре резонансов. Полученные энергии и ширины РПИ приведены в таблице. Для сравнения также приведены ранее рассчитанные [48] ширины линий СПИ на Pd(110). С увеличением квантового номера n ширины линий РПИ уменьшаются, в то время как энергии сходятся к величине  $E_0$ .

На рис.  $3\partial$ -з показана локальная плотность электронных состояний  $\sigma(y, z, \omega) = -\text{Im } G(y, z, y, z, \omega)$ для Cu(110), рассчитанная при энергиях  $\omega = E_r$ , соответствующих резонансам потенциала изображения. Распределения данной локальной плотности состояний качественно похожи на распределения зарядовой плотности СПИ в точке  $\overline{Y}$  на поверхности Pd(110) (рис. 3a-i). Аналогично СПИ  $n^-$ , локальная плотность состояний  $\sigma(y, z, \omega)$ , рассчитанная при частоте  $\omega = E_{n-}$ , соответствующей энергии РПИ  $n^-$ , имеет минимум при y = 0 и максимум при y = a/2. Однако  $\sigma(y, z, E_{n-})$  не обращается в нуль при y = 0, поскольку резонанс  $n^+$  находится при близкой энергии и также дает небольшой вклад в  $\sigma(y, z, \omega_{n-})$ . Аналогично, локальная плотность электронных состояний при энергиях, соответствующих РПИ  $n^+$ , имеет максимум при y = 0 и минимум при y = a/2, так же как и зарядовая плотность СПИ  $n^+$ . Таким образом, РПИ на поверхностях Cu(100), Ag(100) и Au(110) имеют схожее пространственное распределение с СПИ на Pd(110).



Рис. 4. Вещественная и мнимая части функции Грина  $G_{IP}(k_{\overline{Y}},\omega)$  для  $\mathrm{Ag}(110)$ . Линии из точек — результаты расчетов, сплошные линии — аппроксимация функцией (19). Вертикальные линии обозначают положение РПИ 1<sup>-</sup> и 1<sup>+</sup>



Рис. 5. Плотность электронных состояний  $\sigma(\omega) = - \ln G_{IP}(\omega)$ .  $E_0 = (\pi/a)^2/2$  — кинетическая энергия свободных электронов в точке  $\overline{Y}$ . Используется двойная логарифмическая шкала

На рис. 2 приведены средние энергии пар резонансов  $\overline{E_n} = (E_{n+} + E_{n-})/2$ , величины расщепления пар  $\Delta E_n$  и времена жизни электронных возбуждений в РПИ  $\tau_n^{\pm} = 1/\Gamma_n^{\pm}$  в зависимости от n. На рис. 2 видно, что энергии РПИ, так же как и СПИ, подчиняются законам  $\overline{E_n} - E_0 \propto n^{-2}$ ,  $\Delta E_n \propto n^{-3}$ . Для  $n \ge 2$  энергии  $\overline{E_n}$  с хорошей точностью описываются уравнением (17). Соответствующие параметры  $\delta$  приведены в таблице. Рисунок 2e показывает, что времена жизни РПИ в точке  $\overline{Y}$  с увеличением квантового числа n ведут себя по закону

$$\tau_n^{\pm} \propto n^3 \tag{20}$$

для больших *n*. Аналогичное поведение времен жизни ранее было выявлено для РПИ в точке  $\overline{\Gamma}$  на плотноупакованных металлических поверхностях [13, 20] и объяснено удалением РПИ от кристалла с ростом *n* [20]. На поверхности (110) РПИ в точке  $\overline{Y}$  также быстро удаляются от кристалла с ростом *n*, что обусловливает рост времен жизни. При этом времена жизни четных и нечетных резонансов существенно различаются: в силу того, что РПИ *n*<sup>-</sup> лежит к кристаллу ближе, чем *n*<sup>+</sup>, времена жизни  $\tau_{n-}$  меньше, чем  $\tau_{n+}$ . Поэтому нужно отметить, что соотношение (20) выполняется отдельно для четных и для нечетных РПИ с различными коэффициентами пропорциональности.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе проведен анализ спектра собственных состояний и резонансов потенциала изображения на поверхностях Cu(110), Ag(110), Au(110) и Pd(110). Показано, что в точке  $\overline{Y}$  состояния и резонансы потенциала изображения расщеплены в силу неоднородности кристаллического потенциала вдоль поверхности, причем энергия расщепления обратно пропорциональна третьей степени квантового числа п. Энергии собственных состояний и резонансов потенциала изображения  $E_{n\pm}$  с ростом квантового числа nсходятся к энергии свободных электронов Е0 по закону  $E_{n\pm}-E_0 \propto n^{-2}$ . Времена жизни РПИ  $\tau_{n\pm}$ пропорциональны  $n^3$ , так же как РПИ в точке  $\overline{\Gamma}$  на плотноупакованных поверхностях. Пространственная локализация РПИ подобна пространственной локализации состояний потенциала изображения на поверхности Pd(110).

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства образования и науки РФ (регистрационный номер 2.8575.2013).

#### ПРИЛОЖЕНИЕ

#### Вычисление функций Грина в областях *I*, *II* и *III*

Чтобы определить функцию Грина для области I, рассчитаем собственные энергии  $\epsilon_{nk_yk_z}$  и волновые функции  $\psi_{nk_yk_z}$  бесконечного двумерного кристалла, удовлетворяющие уравнению Шредингера с потенциалом (2). Волновые функции находим в виде

$$\psi_{nk_yk_z}(y,z) = \frac{1}{T} \sum_{g_y,g_z} C_{nk_yk_z}^{g_yg_z} \exp\left(i(k_y + g_y)y\right) \times \exp\left(i(k_z + g_z)z\right), \quad (A.1)$$

где T — нормализационная длина,  $g_z = 2\sqrt{2}\pi m/a$ , m — целое число,

$$\sum_{g_y,g_z} |C_{nk_yk_z}^{g_yg_z}|^2 = 1.$$

Тогда функция Грина равна

$$\mathbf{G}_{I}^{g_{y}g_{y}}(z, z', \mathbf{k}, \omega) =$$

$$= \frac{2}{\pi} \sum_{n} \int_{0}^{\pi/a} \sum_{g_{z}} C_{n,k_{z}}^{g_{y}g_{z}} \cos((k_{z} + g_{z})z) \times$$

$$\times \sum_{g'_{z}} C_{n,k_{z}}^{g'_{y}g'_{z}} \cos((k_{z} + g'_{z})z') \times$$

$$\times \frac{dk_{z}}{\omega - \epsilon_{nk_{y}k_{z}} + k_{x}^{2}/2}. \quad (A.2)$$

Для нахождения функции Грина в области II с граничными условиями (5) необходимо найти волновые функции  $\Psi_{m\mathbf{k}}$  и энергии  $\varepsilon_{m\mathbf{k}}$ , удовлетворяющие уравнению Шредингера

$$\left[-\frac{\nabla^2}{2} + V(\mathbf{r}) - \varepsilon_{m\mathbf{k}}\right] \Psi_{m\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = 0 \qquad (A.3)$$

в области пространства 0 < z < L с граничными условиями  $\partial_z \Psi_{m\mathbf{k}}(x, y, z) = 0$  при z = 0 и z = L. Для этого удобно разложить волновые функции по базису, удовлетворяющему граничным условиям:

$$\Psi_{m\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \sum_{l} \sum_{g_y} f_l(z) \exp\left(i(g_y + k_y)y + ik_x x\right) \phi_{m\mathbf{k}}^{lg_y}, \quad (A.4)$$

где  $f_0 = \sqrt{1/L}$ ,  $f_l = \sqrt{2/L} \cos(\pi l z/L)$  при  $l \ge 1$ . Тогда коэффициенты разложения  $\phi_{m\mathbf{k}}^{lg_y}$  и энергии  $\varepsilon_{m\mathbf{k}}$  будут являться собственными векторами и собственными значениями матрицы

$$H_{ll'g_yg'_y} = \frac{\delta_{g_zg'_z}\delta_{g_yg'_y}}{2} \left(k_x^2 + (k_y + g_y)^2 + g_z^2\right) + \int_0^{L_{vac}} dz \times \int_0^a \frac{dy}{a} \exp\left(i(g_y - g'_y)y\right) f_l(z)V(y,z)f_{l'}(z). \quad (A.5)$$

Таким образом, функция Грина в области ІІ равна

$$\mathbf{G}_{II}^{g_{y}g_{y}}(z,z',\mathbf{k},\omega) = \sum_{m} \sum_{ll'} \frac{\phi_{m\mathbf{k}}^{lg_{y}}f_{l}(z)\phi_{m\mathbf{k}}^{l'g_{y}'}f_{l'}(z')}{\omega - \varepsilon_{m\mathbf{k}}}.$$
 (A.6)

Для области III потенциал можно считать равным нулю и, следовательно, функцией Грина для этой области будет являться функция Грина свободных электронов в вакууме, удовлетворяющая граничным условиям (5). Нас будет интересовать только ее значение при z = z' = L:

$$\mathbf{G}_{III}^{g_{y},g_{y}'}(L,L,\mathbf{k},\omega) = \frac{-2i\delta_{g_{y},g_{y}'}}{\sqrt{2\omega - (g_{y} + k_{y})^{2} - k_{x}^{2}}},\quad(A.7)$$

где при взятии квадратного корня выбирается решение с положительной мнимой частью.

# ЛИТЕРАТУРА

- P. M. Echenique and J. B. Pendry, J. Phys. C: Sol. St. Phys. 11, 2065 (1978).
- Th. Fauster and W. Steinmann, in *Electromagnetic Waves: Recent Developments in Research*, Vol. 2, ed. by Halevi, Elsevier, Amsterdam (1995), p. 347.
- P. de Andrés, P. M. Echenique, and F. Flores, Phys. Rev. B 35, 4529 (1987).
- 4. U. Höfer, I. L. Shumay, C. Reuss, U. Thomann, W. Wallauer, and Th. Fauster, Science 277, 1480 (1997).
- A. Schäfer, I. L. Shumay, M. Wiets, M. Weinelt, Th. Fauster, E. V. Chulkov, V. M. Silkin, and P. M. Echenique, Phys. Rev. B 61, 13159 (2000).
- S. Link, H. A. Dürr, G. Bihlmayer, S. Blügel, W. Eberhardt, E. V. Chulkov, V. M. Silkin, and P. M. Echenique, Phys. Rev. B 63, 115420 (2001).
- P. M. Echenique, R. Berndt, E. V. Chulkov, Th. Fauster, A. Goldmann, and U. Höfer, Surf. Sci. Rep. 52, 219 (2004).
- E. V. Chulkov, A. G. Borisov, J. P. Gauyacq, D. Sánchez-Portal, V. M. Silkin, V. P. Zhukov, and P. M. Echenique, Chem. Rev. 106, 4160 (2006).
- M. Wolf, E. Knoesel, and T. Hertel, Phys. Rev. B 54, R5295 (1996).

- C. Reuß, W. Wallauer, and Th. Fauster, Surf. Rev. Lett. 3, 1547 (1996).
- M. Weinelt, J. Phys.: Condens. Matter 14, R1099 (2002).
- 12. C. Lindstrom, D. Quinn, and X.-Y. Zhu, J. Chem. Phys. 122, 124714 (2005).
- M. Marks, K. Schubert, C. H. Schwalb, J. Güdde, and U. Höfer, Phys. Rev. B 84, 245402 (2011).
- 14. M. Winter, E. V. Chulkov, and U. Höfer, Phys. Rev. Lett. 107, 236801 (2011).
- E. V. Chulkov, V. M. Silkin, and M. Machado, Surf. Sci. 482–485, 693 (2001).
- 16. E. V. Chulkov, J. Kliewer, R. Berndt, V. M. Silkin, B. Hellsing, S. Crampin, and P. M. Echenique, Phys. Rev. B 68, 195422 (2003).
- Ph. Hofmann, I. Yu. Sklyadneva, E. D. L. Rienks, and E. V. Chulkov, New J. Phys. 11, 125005 (2009).
- M. F. Jensen, T. K. Kim, S. Bengió, I. Yu. Sklyadneva, A. Leonardo, S. V. Eremeev, E. V. Chulkov, and Ph. Hofmann, Phys. Rev. B 75, 153404 (2007).
- S. Heers, P. Mavropoulos, S. Lounis, R. Zeller, and S. Blügel, Phys. Rev. B 86, 125444 (2012).
- 20. A. G. Borisov, E. V. Chulkov, and P. M. Echenique, Phys. Rev. B 73, 073402 (2006).
- 21. S. S. Tsirkin, S. V. Eremeev, E. V. Chulkov, M. Marks, K. Schubert, J. Güdde, and U. Höfer, Phys. Rev. B 86, 085424 (2012).
- И. Ю. Скляднева, С. С. Циркин, С. В. Еремеев, R. Heid, K.-P. Bohnen, Е. В. Чулков, ФТТ 53, 2383 (2011).
- 23. A. Eiguren, B. Hellsing, E. V. Chulkov, and P. M. Echenique, J. Electron Spectrosc. Relat. Phenom. 129, 111 (2003).
- **24**. С. С. Циркин and С. В. Еремеев, Изв. вузов. Физика **54**(1), 83 (2011).
- 25. S. S. Tsirkin, A. G. Borisov, and E. V. Chulkov, Phys. Rev. B 88, 035449 (2013).
- 26. S. Pagliara, G. Ferrini, G. Galimberti, E. Pedersoli, C. Giannetti, C. A. Rozzi, and F. Parmigiani, Surf. Sci. 602, 2983 (2008).
- 27. A. Damm, K. Schubert, J. Güdde, and U. Höfer, Phys. Rev. B 80, 205425 (2009).
- 28. K. Duncker, M. Kiel, and W. Widdra, Surf. Sci. 606, L87 (2012).
- 29. M. B. Yilmaz, J. I. Dadap, K. R. Knox, N. Zaki, Z. Hao, P. D. Johnson, and J. R. M. Osgood, J. Vac. Sci. Technol. A 30, 041403 (2012).
- 30. W. Berthold, U. Höfer, P. Feulner, E. V. Chulkov, V. M. Silkin, and P. M. Echenique, Phys. Rev. Lett. 88, 056805 (2002).

- 31. K. Schubert, A. Damm, S. V. Eremeev et al., Phys. Rev. B 85, 205431 (2012).
- 32. D. C. Marinica, C. Ramseyer, A. G. Borisov, D. Teillet-Billy, J. P. Gauyacq, W. Berthold, P. Feulner, and U. Höfer, Phys. Rev. Lett. 89, 046802 (2002).
- 33. C. Harris, N.-H. Ge, R. Lingle Jr., J. McNeill, and C. Wong, Ann. Rev. Phys. Chem. 48, 711 (1997).
- 34. E. V. Chulkov, V. M. Silkin, and P. M. Echenique, Surf. Sci. 437, 330 (1999).
- 35. F. E. Olsson, A. G. Borisov, M. Persson, N. Lorente, A. K. Kazansky, and J. P. Gauyacq, Phys. Rev. B 70, 205417 (2004).
- 36. L. Jurczyszyn, Surf. Sci. 247, 158 (1991).
- 37. L. Jurczyszyn, Surf. Sci. 259, 65 (1991).
- 38. L. Jurczyszyn and M. Stęślicka, Surf. Sci. 376, L424 (1997).
- 39. A. Goldmann, M. Donath, W. Altmann, and V. Dose, Phys. Rev. B 32, 837 (1985).
- 40. R. A. Bartynski and T. Gustafsson, Phys. Rev. B 33, 6588 (1986).
- 41. W. Jacob, V. Dose, U. Kolac, Th. Fauster, and A. Goldmann, Z. Phys. B 63, 459 (1986).
- 42. N. V. Smith, C. T. Chen, J. M. Tranquada, and P. D. Johnson, Phys. Rev. B 38, 12259 (1988).
- 43. C. T. Chen and N. V. Smith, Phys. Rev. B 35, 5407 (1987).
- 44. N. V. Smith, C. T. Chen, and M. Weinert, Phys. Rev. B 40, 7565 (1989).
- 45. С. С. Циркин, С. В. Еремеев, Е. В. Чулков, ФТТ 52, 175 (2010).
- 46. S. S. Tsirkin, S. V. Eremeev, and E. V. Chulkov, Surf. Sci. 604, 804 (2010).
- 47. S. S. Tsirkin, S. V. Eremeev, and E. V. Chulkov, Phys. Rev. B 84, 115451 (2011).
- 48. С. С. Циркин, С. В. Еремеев, and Е. В. Чулков, ЖЭТФ 142, 761 (2012).
- **49**. С. С. Циркин, С. В. Еремеев, Е. В. Чулков, Изв. вузов. Физика **54**(11), 20 (2011).
- 50. S. V. Eremeev, S. S. Tsirkin, and E. V. Chulkov, Phys. Rev. B 82, 035424 (2010).
- 51. С. В. Еремеев, С. С. Циркин, and Е. В. Чулков, ЖЭТФ 137, 901 (2010).
- 52. J. Inglesfield, J. Phys. C: Sol. St. Phys. 4, L14 (1971).