

# КОРРЕЛИРОВАННЫЕ СОСТОЯНИЯ И ПРОЗРАЧНОСТЬ БАРЬЕРА ДЛЯ ЧАСТИЦ НИЗКОЙ ЭНЕРГИИ ПРИ МОНОТОННОЙ ДЕФОРМАЦИИ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЯМЫ С ДИССИПАЦИЕЙ И СТОХАСТИЧЕСКОЙ СИЛОЙ

*В. И. Высоцкий\*, М. В. Высоцкий*

*Киевский национальный университет им. Т. Шевченко  
01601, Киев, Украина*

Поступила в редакцию 18 сентября 2013 г.

Рассмотрены особенности формирования когерентных коррелированных состояний (ККС) частицы в параболической потенциальной яме при ее монотонной деформации (расширении или сжатии) в ограниченных пределах при наличии диссипации и случайной силы. Показано, что в обоих режимах деформации происходит быстрое формирование ККС с большим коэффициентом корреляции  $|r| \rightarrow 1$ , которому при низкой энергии частицы соответствует очень значительное (в  $10^{50} \dots 10^{100}$  и более раз) увеличение прозрачности потенциального барьера при ее взаимодействии с атомами (ядрами), образующими «стенки» потенциальной ямы, или другими атомами, находящимися в этой же яме. Эффективность формирования ККС и величина  $|r|$  возрастают при увеличении интервала деформации и уменьшении времени деформации. Наличие случайной силы, действующей на частицу, может существенно уменьшать максимальное значение  $|r|$  и приводить к быстрой релаксации ККС с  $|r| \rightarrow 0$ . Влияние диссипации в реальных системах менее существенно, чем действие случайной силы. Показано, что процесс формирования ККС при быстром расширении ямы может быть основой механизма ядерных реакций при низкой энергии, например, в нестационарных микротрещинах в объеме гидридов металлов при их насыщении водородом или дейтерием, а также в плазме низкого давления в изменяемом магнитном поле, в котором движение ионов аналогично гармоническому осциллятору с изменяемой частотой.

DOI: 10.7868/S0044451014040041

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Поиск оптимальных методов ослабления (подавления) влияния кулоновского потенциального барьера на эффективность ядерных реакций с участием заряженных частиц низкой энергии является одним из главных направлений ядерной физики. Хорошо известно, что использование таких эффектов, как экранирование поля ядра с помощью генерируемых на ускорителях нестабильных отрицательных мюонов или квантовомеханическое резонансное туннелирование с предельно узким энергетическим «окном прозрачности», не обеспечивает удовлетворительного решения этой проблемы.

В работах [1–6] было показано, что один из эффективных методов очень существенного увеличе-

ния прозрачности потенциального барьера при низкой энергии частиц связан с использованием когерентных коррелированных состояний (ККС) частицы, взаимодействующей с атомами (ядрами), формирующими этот барьер.

Наиболее характерным свойством ККС является видоизмененное соотношение неопределенностей:

$$\begin{aligned} \sigma_A \sigma_B &\geq \frac{|[\hat{A}\hat{B}]|^2}{4(1-r^2)}, \\ r &= \frac{\sigma_{AB}}{\sqrt{\sigma_A \sigma_B}}, \\ \sigma_{AB} &= \frac{\langle\{\Delta\hat{A}, \Delta\hat{B}\}\rangle}{2} \equiv \frac{1}{2} \langle((\hat{A}-\langle A \rangle)(\hat{B}-\langle B \rangle) + \\ &+ (\hat{B}-\langle B \rangle)(\hat{A}-\langle A \rangle)) \rangle = \frac{\langle\hat{A}\hat{B} + \hat{B}\hat{A}\rangle}{2} - \langle A \rangle \langle B \rangle, \end{aligned} \quad (1)$$

называемое соотношением неопределенностей Шредингера–Робертсона [7, 8]. Здесь  $r$  — коэффициент корреляции, определяющий степень взаимной свя-

\*E-mail: vivvotskii@gmail.com

зи величин  $A$  и  $B$  в конкретном суперпозиционном состоянии, описываемом волновой функцией  $\Psi(q)$ , причем  $0 \leq |r| \leq 1$ . Более наглядно влияние корреляции при  $|r| \rightarrow 1$  характеризует величина  $G \equiv 1/\sqrt{1-r^2}$ , которая изменяется в интервале  $1 \leq G < \infty$  и которую можно назвать коэффициентом эффективности корреляции.

В случае  $A = q$ ,  $B = p$ ,  $\langle q \rangle = 0$ ,  $\langle p \rangle = 0$  соотношения (1) для флуктуационных характеристик координаты  $q$  и импульса  $p$  принимают вид

$$\delta q \delta p \geq \frac{\hbar}{2\sqrt{1-r^2}} \equiv \frac{G\hbar}{2},$$

$$r(t) = \frac{\langle q\hat{p} + \hat{p}q \rangle}{2\delta q \delta p}, \quad \delta q = \sqrt{\sigma_q} \equiv \sqrt{\langle q^2 \rangle}, \quad (2)$$

$$\delta p = \sqrt{\sigma_p} \equiv \sqrt{\langle p^2 \rangle}.$$

Формально наличие корреляции в соотношении неопределенностей может быть учтено заменой

$$\hbar \rightarrow \hbar^* \equiv \hbar/\sqrt{1-r^2} \equiv G\hbar.$$

В отсутствие корреляции имеем  $r \rightarrow 0$ ,  $\hbar^* \rightarrow \hbar$ , а формула (2) принимает вид соотношения неопределенностей Гейзенберга:  $\delta q \delta p \geq \hbar/2$ . В предельном случае  $|r| \rightarrow 1$  коэффициент эффективности корреляции  $G \rightarrow \infty$ , дисперсия импульса частицы становится неограниченно большой, а коэффициент прозрачности  $D$  любого потенциального барьера возрастает до максимальной величины  $D \rightarrow 1$  при произвольной малой энергии частицы. Этот результат соответствует приближенной формуле для коэффициента прозрачности барьера при наличии ККС:

$$D_{r \neq 0} \approx \exp \left\{ -\frac{2\sqrt{1-r^2}}{\hbar} \int_R^{R+L(E)} \sqrt{2M\{V(q)-E\}} dq \right\} = (D_{r=0})^{\sqrt{1-r^2}} \equiv \sqrt[G]{D_{r=0}}, \quad (3)$$

полученной при замене  $\hbar \rightarrow \hbar^* \equiv \hbar/\sqrt{1-r^2}$  в стандартной квазиклассической формуле для прозрачности барьера в отсутствие корреляции.

Оценка эффективности такой аппроксимации может быть сделана при сопоставлении (см. рис. 1) результатов, полученных на основе соотношения (3), с результатами строгого квантовомеханического расчета усредненной по времени вероятности туннельного эффекта  $\langle D(10x_0, t, r) \rangle_t \equiv D(10x_0, r)$ . Этот расчет проведен с использованием нестационарных волновых функций частицы в коррелированном состоянии с  $0 \leq |r| \leq 0.987$  и определяет вероятность нахождения частицы массой  $M$  в глубоко-подбарьерной

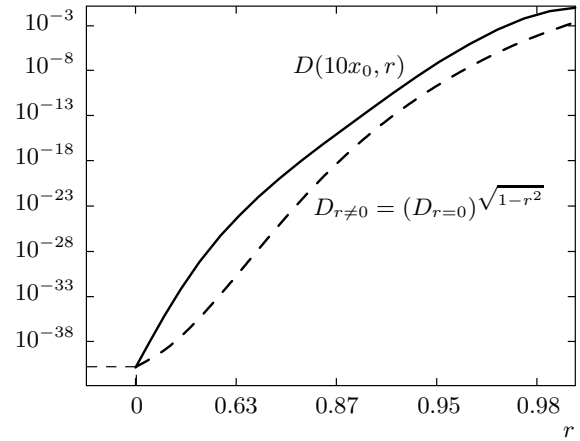


Рис. 1. Зависимость от коэффициента корреляции  $r$  усредненной по времени нормированной вероятности  $D(10x_0, r)$  туннельного прохождения частицы в подбарьерную область  $x = 10x_0$  в параболической потенциальной яме.  $D_{r \neq 0}$  — аналогичная зависимость от  $r$  вероятности туннельного эффекта, вычисленной на основе аппроксимации (3)

области с координатой  $x = 10x_0$  в параболической потенциальной яме:  $V(x) = (\hbar\omega_0/2)(x/x_0)^2$  [3, 5]. Здесь  $x_0 = \sqrt{\hbar/M\omega_0}$ .

Из этого сопоставления видно, что при малой вероятности туннельного эффекта,  $D(x, r) \ll 1$ , относительная погрешность аппроксимации (3)

$$\frac{|\ln D(x, r) - \ln D_{r \neq 0}|}{|\ln D(x, r)|} \ll 1 \quad (3a)$$

мала и, следовательно, эту аппроксимацию можно использовать для приближенной оценки нижнего предела эффективности ККС. Из рис. 1 следует, что фактическое увеличение коэффициента прозрачности будет больше, чем следует из соотношения (3).

Нетривиальной физической причиной резкого увеличения прозрачности барьера для частицы, находящейся в ККС, является интерференция взаимно коррелированных флуктуаций импульса частицы, соответствующих разным компонентам нестационарного суперпозиционного состояния, в котором находится частица. Результатом этой интерференции является формирование гигантских флуктуаций как импульса, так и кинетической энергии, что ведет к возрастанию прозрачности барьера.

ККС является одним из двух предельных случаев класса когерентных суперпозиционных состояний. Противоположным предельным случаем этого же класса является сжатое состояние, характеризующееся минимально возможными флуктуациями и наи-

более близкое к классическому пакету. Это состояние называется когерентным состоянием и для него прозрачность барьера будет минимальной.

Для формирования ККС и поддержания этого состояния в течение длительного времени необходима определенная модуляция характеристик потенциального поля (потенциальной ямы), в пределах которого находится частица. Наиболее простой способ формирования ККС связан с нестационарной модуляцией параметров параболической потенциальной ямы, что соответствует нахождению рассматриваемой частицы в нестационарном гармоническом осцилляторе с начальной частотой  $\omega(0) = \omega_0$ .

Ранее были детально рассмотрены два пути формирования ККС с коэффициентом корреляции  $|r| \rightarrow 1$ , близким к максимально возможному:

а) при неограниченном монотонном ( $dL(t)/dt > 0$ ,  $L(t \rightarrow \infty) \rightarrow \infty$ ) увеличении ширины  $L(t)$  параболической ямы при неизменной ее глубине  $V_0$ , что соответствует монотонному неограниченному ( $d\omega(t)/dt < 0$ ,  $\omega \rightarrow 0$ ) уменьшению частоты осциллятора  $\omega(t)$  [1–3, 5];

б) при гармонической модуляции ширины ямы  $L(t) = L_0(1 - g \cos \Omega t)$  и, соответственно, гармонической модуляции частоты осциллятора  $\omega(t) = \omega_0(1 + g \cos \Omega t)$  при произвольном малом индексе модуляции  $|g| \ll 1$  [4, 5] и наличии диссипации и стохастических флуктуаций [5, 6].

Следует сделать несколько замечаний относительно реальности таких процессов.

Очевидно, что метод а) формирования ККС при неограниченном монотонном увеличении ширины ямы  $L(t)$  является скорее модельным, чем реальным, и не может быть использован в реальных ядерно-физических системах ограниченного размера.

Решающее значение в случае б) имеет выполнение оптимального соотношения между  $\omega_0$  и  $\Omega$ . При этом от величины  $g$  зависит темп возрастания коэффициента корреляции  $|r(t)| \rightarrow 1$  (увеличение  $|g|$  приводило к более быстрому росту  $|r(t)|$ ), но она не влияет на итоговое асимптотическое значение  $r(t \rightarrow \infty)$ .

В работе [6] было показано, что влияние детерминированной (неслучайной) диссипации нестационарного осциллятора на формирование ККС при гармонической частотной модуляции может быть компенсировано (а в ряде случаев исключено) выбором индекса модуляции. Влияние внешних стохастических флуктуаций (в частности, случайной силы) при такой модуляции более существенно и ограничивает максимальное значение коэффициента корреляции на конкретном стационарном уровне  $|r|_{max} < 1$ .

Существуют определенные технологические про-

блемы, связанные с реализацией «гармонического» метода б) управляемого формирования ККС. В работе [5] было показано, что эффективное формирование ККС с использованием гармонической модуляции нестационарного осциллятора имеет место только в двух случаях — при выполнении условий прямого ( $\omega_0 = \Omega$ ) или параметрического ( $\Omega \approx 2\omega_0$ ) резонансов между начальной собственной частотой осциллятора  $\omega_0$  и частотой  $\Omega$  внешнего воздействия на параметры осциллятора. Частота  $\omega_0$ , характеризующая колебательное состояние легких примесных атомов или ионов в молекулах или кристаллах, соответствует диапазону 1 . . . 20 ТГц. Известно, что в этом диапазоне фактически отсутствуют мощные, перестраиваемые и удобные для практического применения когерентные источники излучения и системы его транспортировки. Кроме того, при использовании метода б) следует учесть, что внешнее гармоническое воздействие с частотой  $\Omega$  должно влиять только на объекты, определяющие параметры потенциального поля, в котором находится частица (например, на соседние атомы), но не на саму частицу. Такое ограничение не позволяет, например, прямо использовать внешнее электромагнитное излучение с частотой  $\Omega$  для формирования ККС в системе, в которой исследуемая частица находится в пространстве между двумя соседними атомами, входящими в состав кристаллической диэлектрической матрицы. В этой системе внешнее переменное поле будет действовать и на частицу, и на атомы.

Ниже рассмотрены методы формирования ККС, альтернативные способам а) и б), а также дополняющие их. Они связаны с монотонным ограниченным изменением ширины потенциальной ямы: ее увеличением или уменьшением в интервалах  $[L_0 \dots L_{max}]$  или  $[L_0 \dots L_{min}]$  с учетом диссипации и наличия случайной силы, действующей на частицу. Такие методы формирования ККС хорошо согласуются с реальными экспериментами. В частности, в гидридах металлов процесс насыщения матрицы водородом сопровождается образованием очень большого количества микротрещин, каждая из которых представляет нестационарную потенциальную яму, размер которой в процессе формирования микротрещины быстро возрастает до определенного максимального значения. С другой стороны, имеется ряд твердотельных систем (в частности, металлов), в которых при определенном термическом воздействии наблюдается процесс самоликвидации («залечивания») микротрещин. Эти процессы соответствуют сжатию потенциальных ям для частиц, локализованных в объеме этих микротрещин. Деформация ми-

критерии изменяет квантовомеханическое состояние каждой из частиц, а столкновения этих частиц между собой соответствует случайной силе.

Еще одной потенциально возможной моделью для реализации таких нестационарных потенциальных ям являются процессы роста (на стадии растяжения) и сжатия (при последующем коллапсе) кавитационных микропузырьков в жидкости, образуемых как при периодическом растяжении и сжатии жидкости с помощью источника ультразвука, так и в большом количестве при выходе струи жидкости, находящейся под большим давлением, из узкого канала в свободное пространство (см., например, [9, 10]). Внутри таких микропузырьков имеются атомы и молекулы пара и растворенных в жидкости газов. Если длина свободного пробега этих частиц внутри микропузырька будет больше его размера, то при быстрой деформации микропузырьков возможно формирование ККС этих частиц.

Существуют также управляемые динамические методы формирования быстро изменяющихся микротрещин (нанотрещин) при таком силовом воздействии, которое нарушает объемную сплошность среды. Они могут быть связаны, например, с интерференцией, отражением или рассеянием акустических ударных волн, распространяющихся в конденсированных средах [11].

**2. ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ КОРРЕЛИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПРИ МОНОТОННОЙ ДЕФОРМАЦИИ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЯМЫ В ОТСУТСТВИИ ДИССИПАЦИИ И СЛУЧАЙНОЙ СИЛЫ**

Общие принципы формирования ККС детально рассматривались в работах [1–6]. Наиболее простой метод реализации ККС связан с нестационарной деформацией гармонического осциллятора, в параболическом поле которого находится частица. Волновая функция частицы, находящейся до начала процесса формирования ККС в основном состоянии, в симметричном нестационарном осцилляторе в коррелированном состоянии имеет вид [1–3]

$$\Psi(q, r) = \frac{1}{\sqrt[4]{2\pi\sigma_q}} \exp \left[ -\frac{q^2}{4\sigma_q} \left( 1 - \frac{ir}{\sqrt{1-r^2}} \right) \right]. \quad (4)$$

Коэффициент корреляции

$$r = \frac{\text{Re}\{\varepsilon^* d\varepsilon/dt\}}{|\varepsilon^* d\varepsilon/dt|}, \quad r^2 = 1 - \frac{\omega_0^2}{|\varepsilon^* d\varepsilon/dt|^2}, \quad (5)$$

а также коэффициент сжатия коррелированного состояния

$$k \equiv \sqrt{\frac{\sigma_q}{\sigma_p}} = \left| \frac{\varepsilon}{d\varepsilon/dt} \right| \omega_0 \quad (6)$$

и дисперсии каждой из величин

$$\begin{aligned} \sigma_q &\geq \frac{k\hbar}{2\sqrt{1-r^2}} \equiv \frac{Gk\hbar}{2}, \\ \sigma_p &\geq \frac{\hbar}{2k\sqrt{1-r^2}} \equiv \frac{G\hbar}{2k} \end{aligned} \quad (7)$$

могут быть найдены на основе комплексного решения  $\varepsilon(t)$  уравнения движения классического осциллятора с переменной частотой. Это уравнение в безразмерной форме имеет вид [3–5]

$$\begin{aligned} \frac{d^2\varepsilon}{dt^2} + \omega^2(t)\varepsilon &= 0, \quad \varepsilon(t) = \exp(\varphi(t)), \\ \varphi(t) &= \alpha(t) + i\beta(t), \end{aligned} \quad (8)$$

и удовлетворяет начальным условиям

$$\begin{aligned} \varepsilon(0) &= 1, \quad \left. \frac{d\varepsilon}{dt} \right|_0 = i, \quad \omega(0) = \omega_0, \\ \varphi(0) = \alpha(0) = \beta(0) &= 0, \quad \left. \frac{d\varphi}{dt} \right|_0 = i, \\ \left. \frac{d\alpha}{dt} \right|_0 &= 0, \quad \left. \frac{d\beta}{dt} \right|_0 = 1. \end{aligned} \quad (9)$$

Итоговое выражение для коэффициента корреляции при заданном законе изменения частоты осциллятора  $\omega(t)$  может быть найдено из уравнений [3–6]

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \left( \frac{d\alpha}{dt} \right)^2 - \exp(-4\alpha) = -\omega^2(t), \quad (10a)$$

$$\beta(t) = \int_0^t \exp\{-2\alpha(t')\} dt',$$

$$|r| = \sqrt{\frac{(d\alpha/dt)^2 \exp(4\alpha)}{1 + (d\alpha/dt)^2 \exp(4\alpha)}}. \quad (10b)$$

Выбор явного вида управляемого изменения частоты  $\omega(t)$ , обеспечивающего формирование коррелированного состояния в конкретной системе, определяется, исходя из условий эксперимента.

**2.1. Формирование ККС при ограниченном увеличении ширины потенциальной ямы в системе без диссипации и случайной силы**

Найдем решение системы уравнений (9), (10) при ограниченном (в интервале от  $L_0$  до  $L_{max} \equiv L_0(1+g^{(+)})$ ) увеличении ширины параболической ямы

$$L(t) = L_0 \frac{1+g^{(+)}}{1+g^{(+)}e^{-t/T}}, \quad (11a)$$

которому соответствует уменьшение частоты осциллятора

$$\omega(t) = \omega_0^{(+)} \frac{1 + g^{(+)} e^{-t/T}}{1 + g^{(+)}} \quad (11b)$$

от  $\omega(0) = \omega_0^{(+)}$  до

$$\omega(\rightarrow \infty) \equiv \omega_{min} = \omega_0^{(+)} / (1 + g^{(+)})$$

Здесь  $g^{(+)} = L_{max}/L_0 - 1$  и  $g^{(+)} \approx L_{max}/L_0$ , если  $L_{max} \gg L_0$ . Знаками «±» будем отмечать физические величины, соответствующие увеличению или сжатию потенциальной ямы.

Величина  $T$  определяет характерное время деформации (увеличения размера) ямы.

Решением уравнения (8) при уменьшении частоты осциллятора в соответствии с зависимостью (11b) являются функции Уитткера (Whittaker). Это решение может быть представлено в виде линейной комбинации вырожденных гипергеометрических функций (см., например, формулы (25), (26) в работе [12]). Такое аналитическое решение представляет определенный интерес, однако его интерпретация и конкретный анализ могут быть осуществлены либо для предельных и малоинтересных случаев (в частности, при очень малой и очень большой амплитудах колебаний осциллятора), либо в форме численной или графической иллюстрации. Более того, так как главной целью данной работы является проведенный далее анализ проблемы формирования коррелированных состояний при наличии стохастического дефазировочного возмущения, что возможно при решении принципиально отличных от (8) уравнений для моментов координаты и импульса нестационарного осциллятора, то целесообразным является не нахождение промежуточного аналитического решения одного уравнения (8), а однотипный численный анализ уравнений (8)–(10), не учитывающих стохастического возмущения, и уравнений для моментов, учитывающих эти возмущения, а также последующее вычисление коэффициента корреляции на основе этого анализа. В этом случае можно провести сопоставительный анализ влияния стохастического возмущения, которое является определяющим для практической реализации. При использовании такого метода анализа также достаточно просто перейти к принципиально другим законам изменения частоты и другим методам модуляции нестационарного осциллятора (в частности — при увеличении его частоты, что соответствует сжатию потенциальной ямы и будет рассмотрено ниже). При использовании аналитических методов проведение этих расчетов и поиск

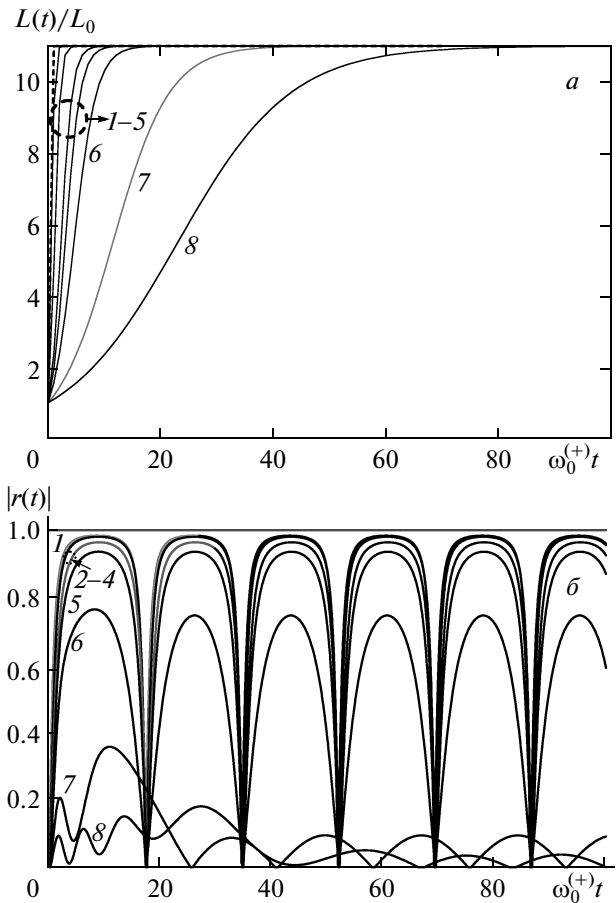


Рис. 2. Зависимости от времени ширины потенциальной ямы (а) и коэффициента корреляции (б) при расширении ямы в интервале  $g^{(+)} = 10$ ,  $L_{max}/L_0 = 11$ , при  $T\omega_0^{(+)} = 0.1$  (1), 0.25 (2), 0.5 (3), 1.0 (4), 1.33 (5), 2 (6), 5 (7), 10 (8)

оптимальных условий, к сожалению, практически невозможны.

На рис. 2–4 представлены зависимости коэффициента корреляции  $r$  от времени при монотонном увеличении ширины потенциальной ямы в интервале  $L_{max}/L_0 = 11 \dots 10^5$  при разной характерной длительности  $T = (10^{-1}/\omega_0^{(+)}) \dots (10/\omega_0^{(+)})$  изменения этой ширины. Такое изменение размеров ямы  $L_{max}/L_0$  соответствует интервалу  $\omega_0^{(+)} / \omega_{min} = 11 \dots 10^5$  изменения частоты колебания частицы в яме.

Эти результаты получены при совместном решении уравнений (9), (10) и (5) с помощью стандартной программы численных расчетов Mathematica. Эта же программа использовалась при решении рассматриваемых ниже задач о нахождении коэффици-

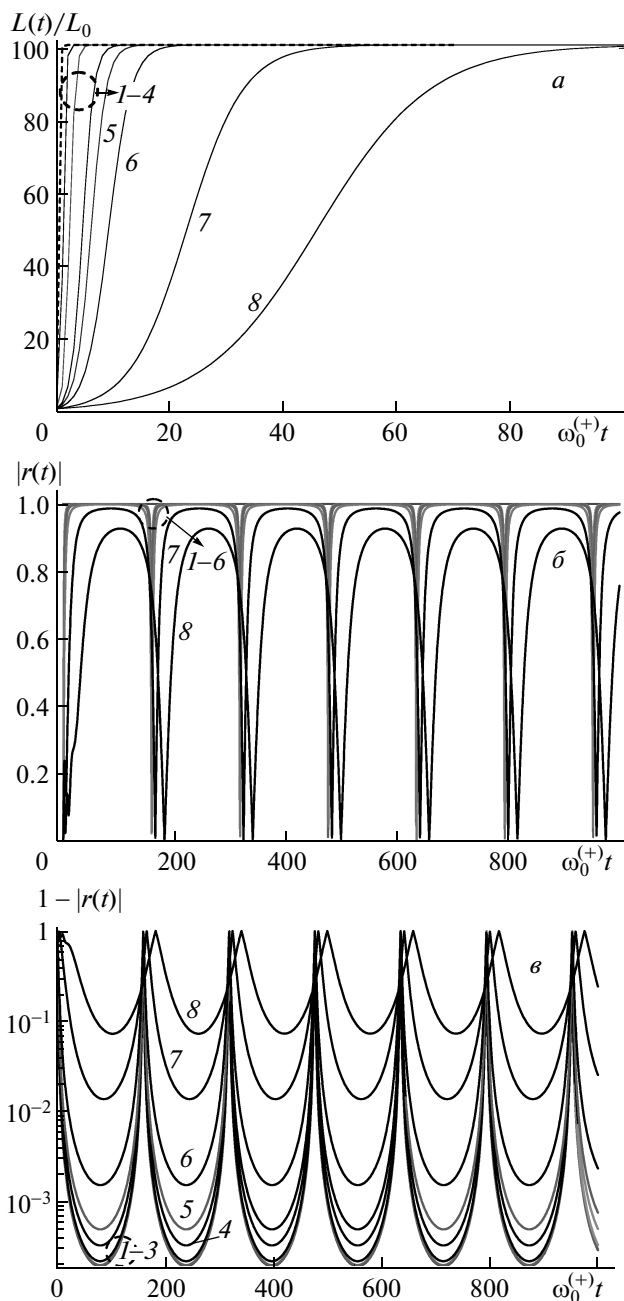


Рис. 3. Изменение со временем ширины потенциальной ямы (а) и коэффициента корреляции в линейном (б) и логарифмическом (в) масштабах в расширяющейся яме при  $g^{(+)} = 100$  ( $L_{max}/L_0 = 101$ ) при  $T\omega_0^{(+)} = 0.1$  (1), 0.25 (2), 0.5 (3), 1.0 (4), 1.33 (5), 2 (6), 5 (7), 10 (8)

ентов корреляции в других динамических и стохастических системах.

Из полученных результатов следует, что при увеличении интервала  $L_{max}/L_0$  происходит очень зна-

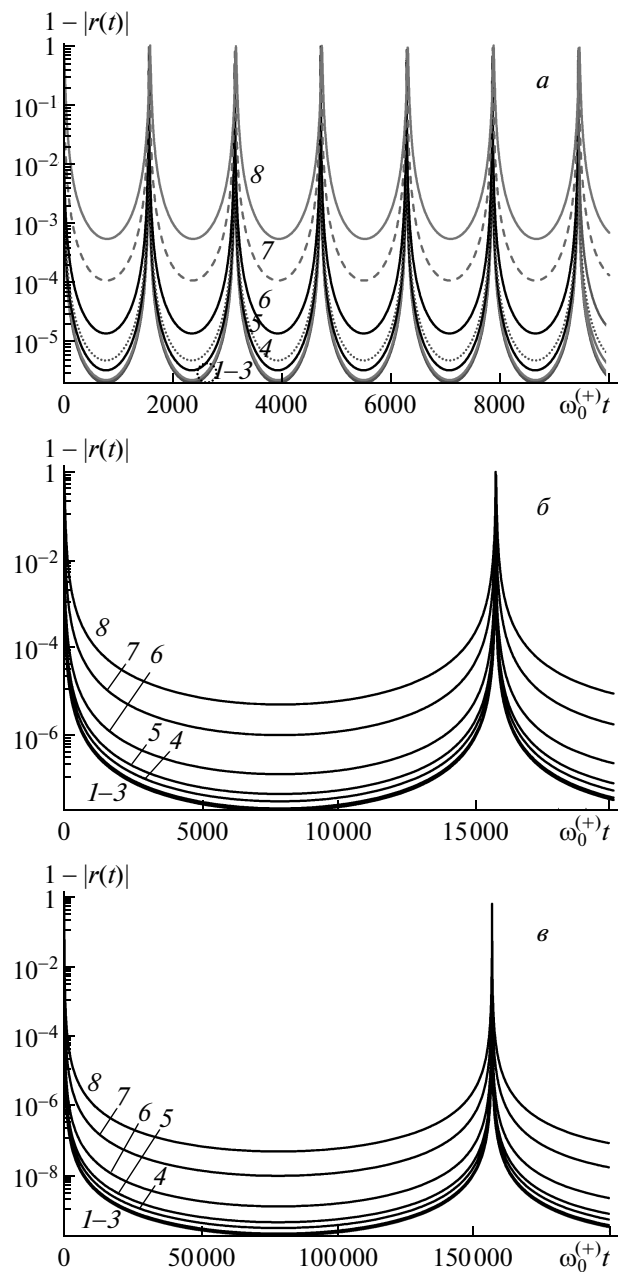


Рис. 4. Зависимости коэффициента корреляции от времени при большом интервале расширения потенциальной ямы: а)  $g^{(+)} \approx L_{max}/L_0 = 10^3$ , б)  $g^{(+)} = 10^4$ , в)  $g^{(+)} = 10^5$ .  $T\omega_0^{(+)} = 0.1$  (1), 0.25 (2), 0.5 (3), 1.0 (4), 1.33 (5), 2 (6), 5 (7), 10 (8)

чительное возрастание амплитуды осцилляций коэффициента корреляции в направлении достижения максимально возможного значения  $|r|_{max} \rightarrow 1$ . Узкие провалы в графике  $|r(t)|$  являются следствием быстрых интерференционных переходов между значениями  $r(t)$  и  $-r(t)$  при увеличении времени. При

возрастании  $|r(t)|_{max} \rightarrow 1$  ширина этих провалов очень быстро стремится к нулю.

Другим существенным фактором увеличения величины  $|r(t)|_{max}$  является использование минимального времени  $T$  деформации ямы.

В частности, при сравнительно небольшом изменении размера ямы (при  $L_{max}/L_0 = 11$  и  $T = (0.1 \dots 1)/\omega_0^{(+)}$ ) максимальные значения коэффициента корреляции  $|r|_{max}$  и коэффициента эффективности корреляции  $G_{max} = 1/\sqrt{1-r^2}$  не превышают  $|r|_{max} \approx 0.98$  и  $G_{max} \approx 5$ . При увеличении этого интервала до  $L_{max}/L_0 = 10^4$  (это соответствует, например, возрастанию ширины микротрещины от «затравочной» величины  $L_0 \approx 5 \dots 10 \text{ \AA}$  до  $L_{max} \approx 5 \dots 10 \text{ мкм}$ ) имеем  $1 - |r|_{max} \approx 2 \cdot 10^{-7}$  и  $G_{max} \approx 1600$ .

Гипотетический случай еще большего изменения  $L_{max}/L_0 = 10^5$  соответствует ККС с близкими к идеальным характеристиками  $1 - |r|_{max} \approx 10^{-9}$  и  $G_{max} \approx 20000$ .

Следует подчеркнуть, что с возрастанием интервала изменения размера ямы возможно формирование ККС с  $1 - |r|_{max} \approx 10^{-5}$  и  $G_{max} \approx 200$  даже при сравнительно большой длительности процесса расширения ямы. Этот результат прямо следует из сопоставления рис. 2б и рис. 4б,в при  $T = 10/\omega_0^{(+)}$ . Отметим, что рассматриваемое ниже воздействие возможной стохастической силы на осциллятор в процессе формирования ККС существенно ухудшает эти характеристики.

Подчеркнем еще одну особенность процесса формирования ККС. Максимальная текущая величина коэффициента корреляции  $|r(t)|_{max}$  обеспечивается через интервал времени, намного превосходящий величину  $T$ , которая определяет длительность существенного изменения ширины ямы. Это прямо следует из анализа данных, представленных на рис. 4. Видно, что первые максимумы величины  $|r(t)|$  (а следовательно, и максимумы величины  $G(t)$ ) соответствуют времени формирования ККС и равны  $t_c \approx 750/\omega_0^{(+)}$ ,  $7500/\omega_0^{(+)}$ ,  $75000/\omega_0^{(+)}$  соответственно при  $L_{max}/L_0 = 10^3, 10^4, 10^5$ . Для появления следующих максимумов величин  $|r(t)|_{max}$  и  $G_{max}(t)$  требуется еще больше времени.

Эти значения  $t_c$  намного превосходят время существенного изменения ширины ямы  $T \approx (0.1/\omega_0^{(+)}) \dots (10/\omega_0^{(+)})$ . Ситуация соответствует условию  $T \ll t_c$ , при котором сначала происходит быстрая деформация ямы, а потом — медленный процесс формирования ККС. Очевидно, что идеальному случаю отвечает процесс деформации ямы,

близкий к ее мгновенному расширению в интервале от  $L_0$  до  $L_{max}$ , с характерным временем  $T \rightarrow 0$ .

## 2.2. ККС при ограниченном монотонном уменьшении ширины потенциальной ямы

Альтернативным режимом формирования ККС за счет влияния на параметры потенциальной ямы, в которой находится частица, является уменьшение ее ширины. Ранее такой режим деформации ямы в задаче формирования ККС никем не рассматривался. Найдем решение системы уравнений (9), (10) при ограниченном уменьшении ширины потенциальной ямы

$$L(t) = L_0 \frac{1 + g^{(-)} e^{-t/T}}{1 + g^{(-)}} \quad (12a)$$

от  $L_0$  до  $L_{min} \equiv L_0/(1 + g^{(-)})$ , которому соответствует увеличение частоты осциллятора

$$\omega(t) = \omega_0^{(-)} \frac{1 + g^{(-)}}{1 + g^{(-)} e^{-t/T}} \quad (12b)$$

от  $\omega(0) = \omega_0^{(-)}$  до  $\omega_{max} \equiv \omega_0^{(-)}(1 + g^{(-)})$ . Здесь  $g^{(-)} = (L_0/L_{min} - 1)$  и  $g^{(-)} \approx L_0/L_{min}$ , если  $L_0 \gg L_{min}$ .

Результаты расчета для трех значений коэффициента  $g^{(-)} = 10, 10^2, 10^3$ , которым соответствуют аналогичные уменьшения размера параболической ямы и увеличение частоты колебаний в пределах этой ямы, а также для разных значений характерной длительности  $T$  сжатия ямы, представлены на рис. 5, 6. Из этих результатов следует, что максимальное значение коэффициента корреляции, как и в случае расширяющейся ямы, возрастает при увеличении интервала сжатия  $L_{max}/L_0$  и уменьшении времени сжатия  $T$ .

Для примера, при сравнительно небольшом сжатии ямы в интервале  $L_0/L_{min} = 11$  и при  $T = (0.001/\omega_0^{(-)}) \dots (0.01/\omega_0^{(-)})$  максимальные значения коэффициента корреляции и коэффициента эффективности корреляции не превышают, соответственно,  $|r|_{max} \approx 0.98$  и  $G_{max} = 1/\sqrt{1-r^2_{max}} \approx 5$ . При увеличении интервала сжатия до  $L_0/L_{min} = 10^3$  за счет, например, уменьшения ширины микротрещины в матрице от 1 мкм до 10 Å имеем  $1 - |r|_{max} \approx 10^{-5}$ ,  $G_{max} \approx 220$  при  $T = 0.001/\omega_0^{(-)}$  и  $1 - |r|_{max} \approx 10^{-4}$ ,  $G_{max} \approx 70$  при  $T = 0.005/\omega_0^{(-)}$ .

Отметим, что в случае сжатия потенциальной ямы в этом интервале исходная (до начала сжатия ямы) частота  $\omega_0 \equiv \omega_0^{(-)}$  будет в  $L_0/L_{min} = 10^3$  раз меньше, чем исходная (до начала расширения) частота  $\omega_0 \equiv \omega_0^{(+)}$  при аналогичном по масштабу рас-

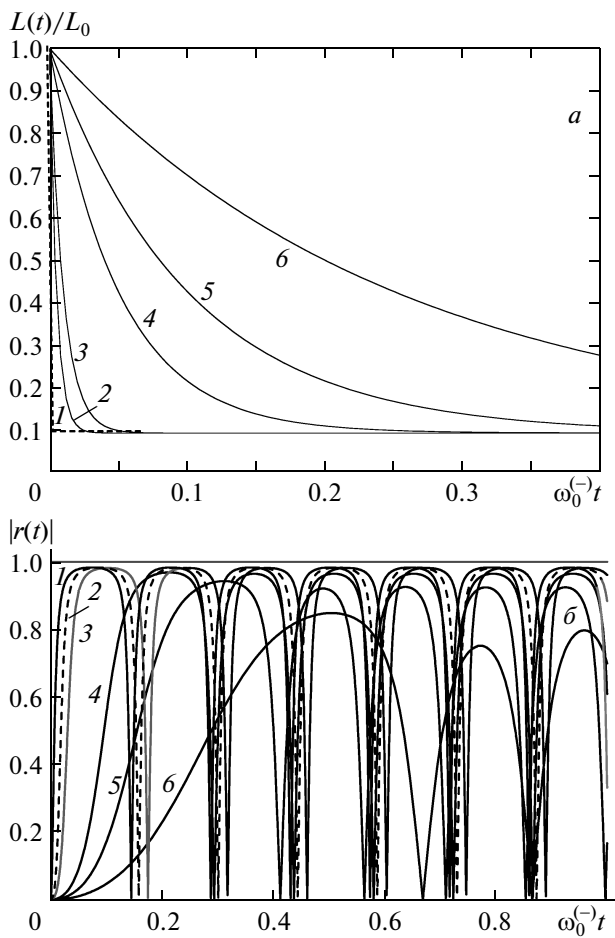


Рис. 5. Изменение со временем ширины сжимающейся потенциальной ямы (а) и коэффициента корреляции (б) при  $g^{(-)} = 10$ ,  $L_0/L_{min} = 11$ ,  $T\omega_0^{(-)} = 0.001$  (1), 0.005 (2), 0.01 (3), 0.05 (4), 0.1 (5), 0.25 (6)

ширины ямы в том же интервале от  $10 \text{ \AA}$  до 1 мкм. Это обстоятельство необходимо учитывать при сопоставлении графиков  $|r(t)|$ , определяющих зависимость от времени процесса формирования ККС при увеличении и уменьшении размеров ямы (см. соответственно рис. 2–4 и рис. 5, 6).

При еще большей величине интервала сжатия  $L_{max}/L_0$  и при соответствующем уменьшении длительности  $T$  процесса сжатия величины  $|r|_{max}$  и  $G_{max}$  возрастают столь же эффективно, как и в случае расширения ямы. Реальность таких режимов сжатия обсуждается ниже.

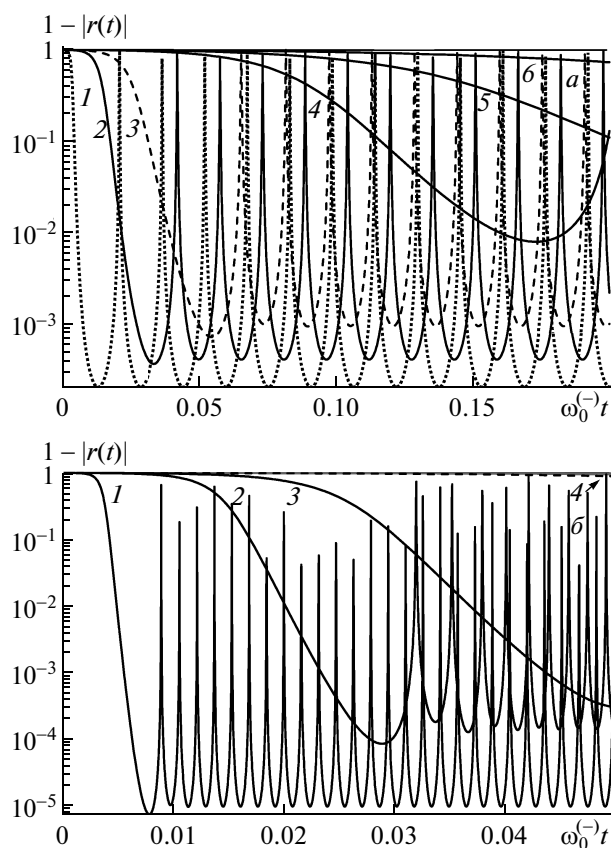


Рис. 6. Изменение со временем коэффициента корреляции при большом интервале сжатия потенциальной ямы: а)  $g^{(-)} \approx L_0/L_{min} = 10^2$ , б)  $g^{(-)} = 10^3$  при  $T\omega_0^{(-)} = 0.001$  (1), 0.005 (2), 0.01 (3), 0.05 (4), 0.1 (5), 0.25 (6)

### 3. ВЛИЯНИЕ ДИССИПАЦИИ И СЛУЧАЙНОЙ СИЛЫ НА ФОРМИРОВАНИЕ КОРРЕЛИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПРИ МОНОТОННОМ ИЗМЕНЕНИИ ШИРИНЫ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЯМЫ

Реализация уникальных особенностей коррелированных состояний в ядерных процессах возможна при условии достаточно длительного существования таких состояний, необходимого для протекания вероятностного туннельного эффекта. Очевидно, что рассмотренные выше процессы, в которых не учтены диссипация состояния частицы в потенциальной яме и неизбежное наличие стохастических флуктуаций, являются достаточно идеализированными. В прикладных задачах, рассматриваемых в данной работе и относящихся к анализу возможности формирования коррелированных состоя-



ний частиц в реальных потенциальных ямах, основным дефазирующим фактором является стохастическая случайная сила, действующая на частицу, и в меньшей степени — случайное изменение параметров потенциальной ямы, рассмотренное в работе [6]. В таких системах диссипация является более медленным и менее существенным процессом и с достаточной точностью ее можно характеризовать как неслучайный процесс, определяемый детерминированным коэффициентом затухания  $\gamma$ , который можно учесть с помощью гамильтониана Калдирыла–Канаи (Caldirolo–Kanai) [6, 13, 14].

Влияние этих факторов при управляемом и неограниченном во времени гармоническом воздействии на параметры нестационарного осциллятора было рассмотрено в работе [6]. Также было показано, что наличие случайной силы ограничивает и фиксирует на определенном стационарном уровне  $|r|_{max} < 1$  максимальное значение коэффициента корреляции в течение всего времени действия гармонической параметрической накачки.

При рассматриваемой монотонной (однонаправленной) деформации ямы такой механизм вынужденной стабилизации ККС отсутствует, а наличие флуктуаций силы неизбежно приводит к распаду формируемого коррелированного состояния. Центральным является вопрос о времени формирования и длительности существования ККС, а также о максимальной величине  $|r|_{max}$  при реальном стохастическом воздействии на частицу.

Рассмотрим эволюцию нестационарного осциллятора, возбуждаемого при монотонном изменении ширины потенциальной ямы, при наличии затухания и стационарной дельта-коррелированной случайной силы  $F(t)$  (в безразмерном виде — силы  $f(t) = F(t)/\sqrt{\hbar M \omega_0^3}$ ) с характеристиками

$$\langle f(t) \rangle = 0, \quad \langle f(t)f(t + \tau) \rangle = 2S\delta(\tau), \quad (13)$$

соответствующими усреднению по времени и реализации случайной силы интенсивностью  $S$ .

Следует отметить, что проблема параметрического возбуждения нестационарного осциллятора с затуханием при наличии упорядоченных  $\delta$ -импульсов рассматривалась в работах [15, 16]. Влияние случайно распределенных  $\delta$ -импульсов в периодически модулируемой потенциальной яме при наличии детерминированного затухания исследовалось в работе [6], а в монотонно деформируемом нестационарном осцилляторе ранее не рассматривалось.

Физическим источником такой случайной силы могут быть, например, столкновения рассматриваемой частицы с другими атомами и молекулами, на-

ходящимися в газообразном состоянии в той же деформируемой потенциальной яме.

Базовые уравнения

$$\frac{dm_{00}}{dt} = m_{01} + m_{01}^*, \quad (14a)$$

$$\frac{dm_{01}}{dt} = m_{11} - 2\gamma m_{01} - \omega^2(t)m_{00}, \quad (14b)$$

$$\frac{dm_{11}}{dt} = -4\gamma m_{11} - \omega^2(t)\{m_{01} + m_{01}^*\} + 2S \quad (14c)$$

для определения соответствующих моментов

$$m_{00} = \langle \varepsilon^* \varepsilon \rangle, \quad m_{01} = \left\langle \varepsilon^* \frac{d\varepsilon}{dt} \right\rangle, \quad (15)$$

$$m_{10} = m_{01}^* = \left\langle \frac{d\varepsilon^*}{dt} \varepsilon \right\rangle, \quad m_{11} = \left\langle \frac{d\varepsilon^*}{dt} \frac{d\varepsilon}{dt} \right\rangle$$

безразмерных координаты  $\varepsilon$  и импульса  $d\varepsilon/dt$  частицы в нестационарном осцилляторе

$$\frac{d^2\varepsilon}{dt^2} + 2\gamma \frac{d\varepsilon}{dt} + \omega^2(t)\varepsilon = f(t), \quad (16)$$

$$\varepsilon(0) = 1, \quad \left. \frac{d\varepsilon}{dt} \right|_0 = i,$$

с коэффициентом затухания  $\gamma$  и случайной силой  $f(t)$  были получены в работе [6] при усреднении системы уравнений для комбинаций величин

$$\mu_{00} = \varepsilon^* \varepsilon, \quad \mu_{01} = \mu_{10}^* = \varepsilon^* \frac{d\varepsilon}{dt}, \quad \mu_{11} = \frac{d\varepsilon^*}{dt} \frac{d\varepsilon}{dt}$$

с учетом их статистической связи со случайной силой.

Начальные условия для моментов:

$$m_{00}(0) = 1, \quad m_{01}(0) = i, \quad (17)$$

$$m_{01}^*(0) = -i, \quad m_{11}(0) = 1,$$

следуют из начальных условий (16) для  $\varepsilon$  и  $d\varepsilon/dt$ .

Решения системы уравнений (14) позволяют определить коэффициент корреляции как

$$r(t) = \frac{m_{01} + m_{10}}{2\sqrt{m_{00}m_{11}}} \equiv \frac{m_{01} + m_{01}^*}{2\sqrt{m_{00}m_{11}}}. \quad (18)$$

Следует отметить, что в том случае, когда диссипация (затухание) также является случайным процессом, ее учет соответствует введению дополнительной стохастической силы  $f_\gamma$ , которая, в частности, может быть статистически связанной конкретной корреляционной функцией с «основной» случайной силой  $f$ . В этом случае решение задачи очень усложняется и приводит к намного более громоздким уравнениям, чем система (14). Некоторые аспекты этой проблемы рассмотрены в работах [17–19]. Вернемся к этой проблеме позже.

В общем случае анализ системы уравнений (14) очень громоздкий, поскольку в этой системе имеется четыре независимо варьируемых параметра: пространственный интервал  $g^{(\pm)}$  и характерная длительность  $T$  изменения ширины ямы, а также коэффициент затухания  $\gamma$  и интенсивность случайной силы  $S$ . Исходя из того, что большие значения величин  $|r|_{max}$  и  $G_{max}$  в отсутствие случайной силы достигаются при достаточно большом значении  $g^{(\pm)}$  и малой величине  $T$ , ограничимся несколькими случаями, близкими к оптимальным.

Прямые вычисления на основе системы уравнений (14) показывают, что в случае ограниченной монотонной деформации нестационарного осциллятора имеет место тот же эффект, что и в случае гармонического изменения его параметров — в отсутствие случайной силы (при  $S = 0$ ) коэффициент корреляции  $|r|$  возрастает до конкретных предельных значений, как это показано на рис. 2–6, независимо от коэффициента затухания  $\gamma$  (если он достаточно малый).

Процесс формирования ККС связан с установлением определенных фазовых соотношений между разными взаимно когерентными компонентами общего суперпозиционного состояния, описывающего частицу в яме. Решающее влияние на этот процесс оказывает случайная сила, действующая на частицу. Очевидно, что это влияние возрастает с увеличением интенсивности  $S$  случайной силы (13), ограничивая как максимально возможные значения коэффициента корреляции  $|r|$  и коэффициента корреляционного усиления  $G_{max}$ , так и длительность существования ККС.

Для дальнейшего анализа необходимо определить величину  $S$  в одной из типичных систем при увеличении и уменьшении размера потенциальной ямы.

### 3.1. Формирование ККС при наличии диссипации и случайной силы при ограниченном увеличении ширины потенциальной ямы

Для оценки интенсивности случайной силы  $S$  в режиме увеличения ширины ямы рассмотрим простую модель, близкую к реальной ситуации: частица (например, атом водорода) находится в объеме растущей квазиплоской микротрещины в твердом теле. Примем, что начальный размер трещины  $L_0$  не намного превышает межатомное расстояние, а конечный размер  $L_{max}$  определяется концентрацией водорода и характеристиками матрицы. Очень большое

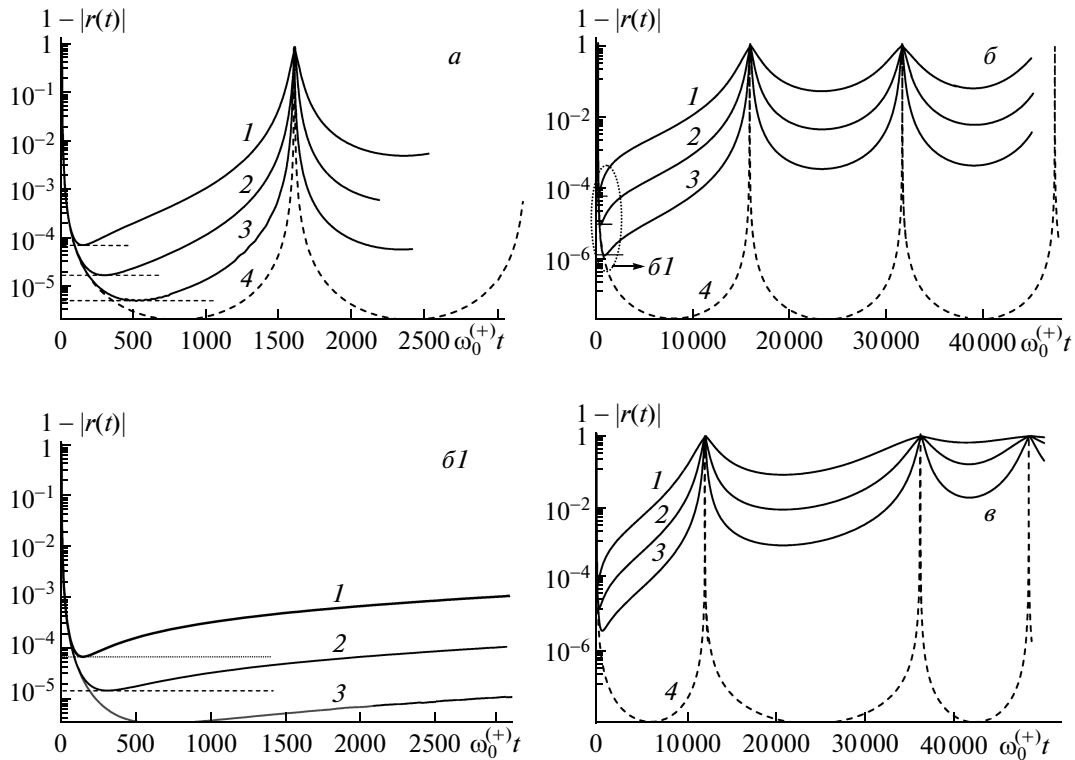
количество таких нестационарных микротрещин образуется, например, при насыщении металла водородом при наличии около его поверхности газа высокого давления, плазменного разряда или в процессе электролиза. При длительном насыщении такие процессы могут приводить к полному охрупчиванию металла (например, [20, 21]).

Полный анализ состояния водорода в такой системе с учетом эффектов термодинамики и диффузии газа атомов через стенки нестационарной микротрещины представляет достаточно сложную проблему. Однако при приближенном решении задачи можно ограничиться анализом интервала времени  $T \ll t \ll t_c$ , для которого процесс расширения ямы фактически завершен, а процесс формирования ККС только начинается (см. данные расчетов, представленные на рис. 3, 4). Эти вопросы обсуждались выше. Исходя из этого условия, будем использовать при оценке интенсивности  $S$  итоговые квазистационарные характеристики газа (в частности, итоговую концентрацию атомов газа  $n$ ) после завершения основной части процесса расширения потенциальной ямы.

В этой системе случайная сила, действующая на атом водорода, представляет собой стационарный случайный процесс и определяется последовательностью случайных столкновений этого атома с другими атомами газа. Для простой оценки можно принять, что длительность упругого столкновения (взаимного упругого рассеяния) двух одинаковых атомов с массой  $M$  равна  $t_0$ , а случайный импульс, переданный при таком столкновении, равен  $\Delta p = M^* \Delta v$ . Здесь  $M^* = M/2$  — приведенная масса при столкновении одинаковых частиц,  $\Delta v$  — изменение скорости частицы при столкновении. Средняя сила, действующая на частицу в течение времени рассеяния  $t_0$ , в размерных единицах равна  $M^* \Delta v / t_0$ , а в безразмерных —  $\Delta v \sqrt{M^* / \hbar \omega_0} / t_0$ . Исходя из этих данных, при малом времени рассеяния  $t_0 \ll T$  случайную силу можно аппроксимировать функцией

$$f(t) \approx \Delta v \sqrt{M^* / \hbar \omega_0} \delta(t). \quad (19)$$

Из условия (13), используя процедуру усреднения произведения  $f(t)f(t + \tau)$  по текущему времени  $t$  и по реализации случайной силы, а затем интегрируя полученную корреляционную функцию  $\langle f(t)f(t + \tau) \rangle$  по  $\tau$ , находим приближенное выражение для безразмерной интенсивности случайной силы:



**Рис. 7.** Зависимости коэффициента корреляции от времени при наличии затухания  $\gamma$  и случайной силы в расширяющейся потенциальной яме при  $T = 0.1/\omega_0^{(+)}$ : а)  $g^{(+)} \approx L_{max}/L_0 = 10^3$ ,  $\gamma = 0$ ; б)  $g^{(+)} = 10^4$ ,  $\gamma = 0$ ; в)  $g^{(+)} = 10^4$ ,  $\gamma = 10^{-4}$ .  $S = 10^{-6}$  (1),  $10^{-7}$  (2),  $10^{-8}$  (3), 0 (4). Рисунок б1 соответствует выделенному фрагменту рис. б

$$S = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \left\langle \frac{1}{\Delta t} \int_{-\Delta t/2}^{\Delta t/2} f(t)f(t+\tau) dt \right\rangle_f \approx \frac{M^* \sigma n}{2\hbar\omega_0^2} \langle (\Delta v)^2 \rangle_f \langle |v| \rangle_f. \quad (20)$$

Здесь  $1/\Delta t = \sigma n|v|/\omega_0$  — безразмерная частота столкновений атомов в объеме трещины,  $\sigma \approx 3 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2$  — полное сечение упругого рассеяния атомов при низкой энергии.

Для оценки примем, что

$$\sqrt{\langle (\Delta v)^2 \rangle_f} \approx \frac{1}{3} \langle |v| \rangle_f, \quad \langle |v| \rangle_f \approx \sqrt{\frac{kT}{M}},$$

$\omega_0 \equiv \omega_0^{(+)} \approx 10^{12} \text{ Гц}$ , а концентрация атомов газа в микротрещине после ее расширения в  $g^{(+)} \approx L_{max}/L_0 \approx 10^3 \dots 10^4$  раз равна  $n \approx 10^{17} \dots 10^{16} \text{ см}^{-3}$ . Для этих реальных параметров при  $kT = 300 \text{ К}$  находим  $S \approx 10^{-6} \dots 10^{-7}$ .

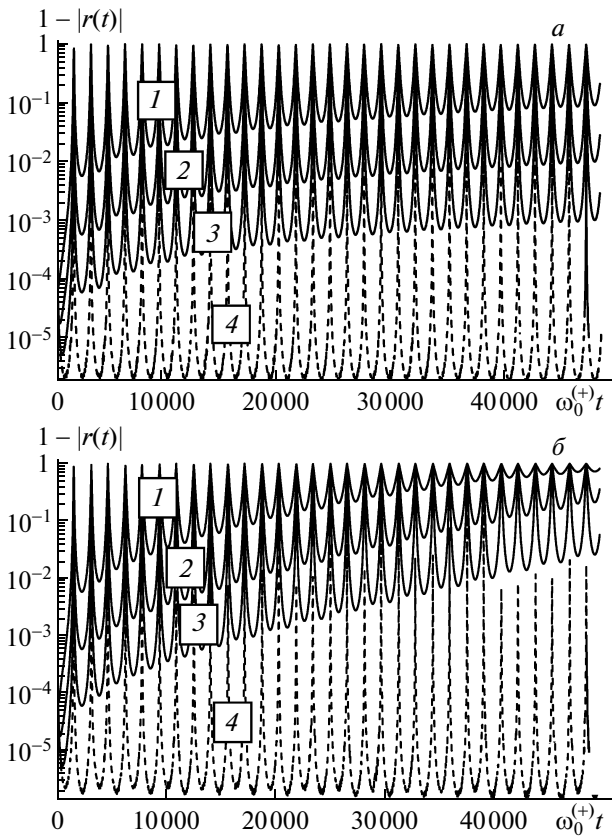
Кроме того, необходимо учесть, что при быстром расширении микротрещины может происходить кратковременное адиабатическое охлаждение

газа. Если формирование ККС происходит быстрее, чем нагревание газа за счет теплообмена со стенками, то такое охлаждение может приводить к уменьшению средней скорости атомов  $\langle |v| \rangle_f$  и, вследствие этого, к дополнительному уменьшению интенсивности случайной силы  $S$ .

Исходя из полученных оценочных значений  $S \approx 10^{-6} \dots 10^{-8}$  для конкретной физической модели, определим степень влияния случайной силы и затухания на формирование ККС при расширении микротрещины.

На рис. 7 представлены результаты расчета коэффициента корреляции в быстро расширяющейся потенциальной яме с  $T = 0.1/\omega_0^{(+)}$  в зависимости от времени после начала расширения при разной интенсивности случайной силы  $S = 10^{-6}, 10^{-7}, 10^{-8}$  и для контроля — при  $S = 0$ , а также при разных интервалах расширения  $g^{(+)} \approx L_{max}/L_0 = 10^3, 10^4$ .

Из этих результатов следует, что наличие случайной силы резко уменьшает максимальный коэффициент корреляции  $|r|_{max}$  и интервал времени  $\Delta t|_{r|_{max}}$ , в течение которого существует такое значе-



**Рис. 8.** Зависимости коэффициента корреляции в расширяющейся потенциальной яме от времени при наличии затухания и случайной силы при  $g^{(+)} \approx L_{max}/L_0 = 10^3$ ,  $T = 0.1/\omega_0^{(+)}$ ;  $\gamma = 0$  (а),  $10^{-4}$  (б);  $S = 10^{-6}$  (1),  $10^{-7}$  (2),  $10^{-8}$  (3), 0 (4)

ние  $|r|_{max}$ . При этом соблюдается та же закономерность, что в отсутствие этой силы — величина  $|r|_{max}$  возрастает при увеличении интервала расширения ямы  $L_{max}/L_0$  и уменьшении длительности процесса расширения ямы.

Влияние затухания на формирование ККС в реальных системах со случайной силой намного более слабое и в рассматриваемом примере с микротрещиной в гидридах металлов может не учитываться, если коэффициент затухания мал по сравнению с асимптотическим значением частоты  $\omega(t \rightarrow \infty) \equiv \omega_{min}$ , при котором происходит формирование ККС. Это — типичное соотношение для осциллятора.

Влияние затухания может проявляться только в гипотетических случаях, когда коэффициент затухания сравним с  $\omega_{min}$ , хотя подобную систему фактически нельзя считать осциллятором. Соответствующие результаты расчета для величин безразмер-

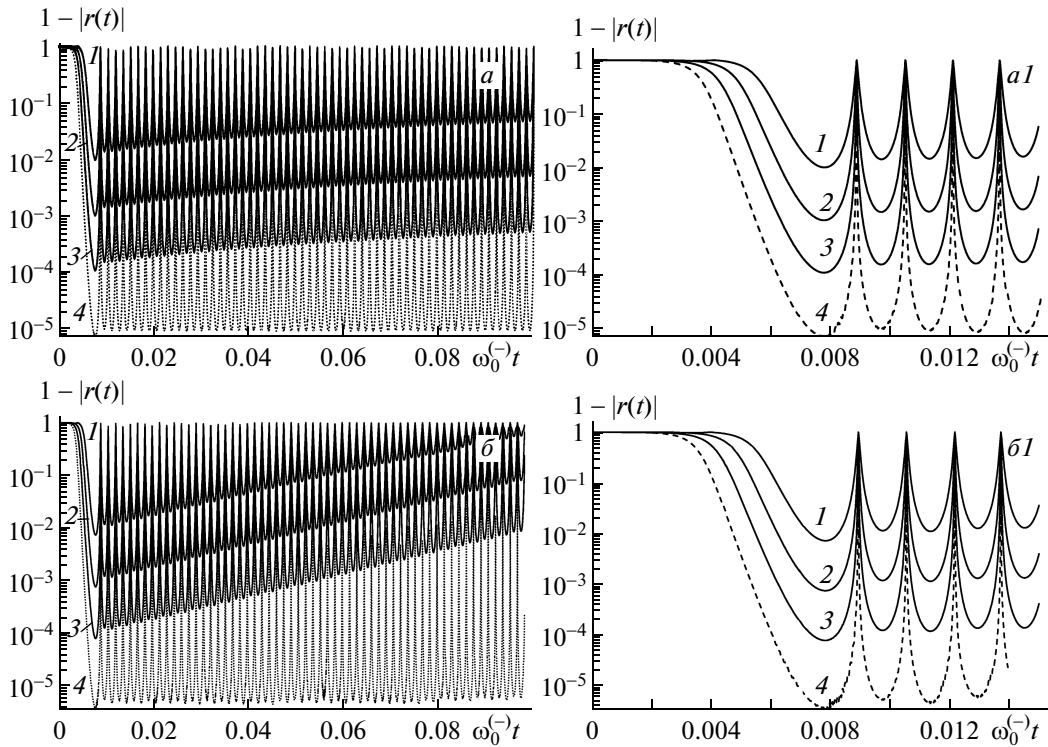
ного коэффициента затухания  $\gamma = 10^{-4}$  и  $\gamma = 0$  представлены на рис. 8 (для меньшего интервала расширения ямы  $g^{(+)} \approx L_{max}/L_0 = 10^3$ , что соответствует частоте  $\omega_{min}/\omega_0^{(+)} = 10^{-3}$ ) и рис. 7 (для большего интервала расширения ямы  $g^{(+)} = 10^4$  и  $\omega_{min}/\omega_0^{(+)} = 10^{-4}$ ). В реальных системах, для которых  $\gamma \ll \omega_{min}/\omega_0^{(+)}$ , влияние детерминированного затухания мало.

Следует отметить, что, несмотря на существенное влияние случайной силы и, отчасти, диссипации, реально формируемое коррелированное состояние с коэффициентом корреляции  $|r|_{max} > 0.9999$  и временем существования  $\Delta t|_{r|_{max}} \geq 100/\omega_0^{(+)}$  при заданных реальных условиях в расширяющейся яме позволяет реализовать большую величину коэффициента эффективности корреляции  $G \geq 100$  и на много порядков увеличить прозрачность (3) потенциального барьера.

### 3.2. Влияние диссипации и случайной силы на процесс формирования ККС при ограниченном уменьшении ширины потенциальной ямы

Анализ влияния случайной силы на процесс формирования ККС в сжимающейся потенциальной яме может быть проведен на основе той же системы уравнений для моментов координаты и импульса частицы (14) при использовании соответствующей оценки для интенсивности случайной силы на основе формулы (19) с учетом малого значения частоты  $\omega_0 \equiv \omega_0^{(-)} \sim 1/L_0$  в исходном состоянии, т. е. до начала сжатия. Для этого используем аналогичное случаю расширяющейся ямы условие  $T \ll t \ll t_c$ , согласно которому эффективная длительность сжатия ямы  $T$  в оптимальном случае формирования ККС с большим коэффициентом корреляции на много порядков меньше времени формирования ККС в этой яме  $t_c$  (см. рис. 5, 6). При таком условии для оценки  $S$  на основе формулы (19) можно использовать выражение для итоговой (максимальной) квазистационарной плотности газа в сжатой микротрещине. Принимая, что итоговая концентрация атомов сжатого газа в этом случае не превышает величин  $n_{max} \approx 3 \cdot 10^{21} \dots 3 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$ , большая из которых соответствует твердому телу, а начальная частота при  $g^{(-)} \approx L_0/L_{min} = 10^3$  равна  $\omega_0^{(-)} = (L_{min}/L_0)\omega_0^{(+)} \approx 10^{10} \text{ Гц}$ , из формулы (19) находим  $S \approx 10^3 \dots 10^4$ .

Результаты расчета коэффициента корреляции в сжимающейся потенциальной яме при близких к



**Рис. 9.** Изменение со временем коэффициента корреляции в сжимающейся потенциальной яме при  $g^{(-)} \approx L_0/L_{min} = 10^3$ ,  $T = 0.001/\omega_0^{(-)}$  без учета затухания (а) и при его наличии с  $\gamma = 50$  (б) в зависимости от интенсивности случайной силы  $S = 10^5$  (1),  $10^4$  (2),  $10^3$  (3), 0 (4). Рисунки а1 и б1 соответствуют начальным участкам рис. а и б

этой величине значениях  $S = 10^5, 10^4, 10^3$ , а также при  $S = 0$  и остальных параметрах  $\sqrt{\langle(\Delta v)^2\rangle_f} \approx (1/3)\langle|v|\rangle_f$ ,  $\langle|v|\rangle_f \approx \sqrt{kT/m} \approx 10^5$  см/с, аналогичных рассмотренному выше случаю расширяющейся ямы (см. рис. 7), представлены на рис. 9 как при отсутствии затухания (рис. 9а для  $\gamma = 0$ ), так и при его наличии с  $\gamma = 50$  (рис. 9б). При расчете выбраны такие реальные характеристики сжимаемой потенциальной ямы  $g^{(-)} \approx L_0/L_{min} = 10^3$ ,  $T = 0.001/\omega_0^{(-)}$ , которые обеспечивают быстрое формирование ККС в отсутствие случайной силы (см. рис. 6 и кривую 4 на рис. 8).

В данной модели формирования ККС (монотонно сжимаемая потенциальная яма) имеет место та же ситуация, что и в модели расширяющейся ямы — влияние диссипации (затухания) существенно только при условии близости коэффициента затухания  $\gamma$  к асимптотическому значению  $\omega_{max}$  частоты нестационарного осциллятора (в безразмерных единицах — к  $\omega_{max}/\omega_0^{(-)} \approx 10^3$ ). В реальных системах имеет место противоположное условие,  $\gamma \ll \omega_{max}/\omega_0^{(-)}$ , и влияние детерминированной диссипации на фор-

мирование ККС при сжатии ямы и наличии случайной силы несущественно.

Из полученных результатов видно, что наличие случайной силы, действующей на частицу, находящуюся в сжимающейся потенциальной яме, существенно уменьшает коэффициент корреляции  $|r|_{max}$ , однако его величина  $|r|_{max} \geq 0.999$  остается достаточно большой, что соответствует коэффициенту эффективности корреляции  $G \geq 30$  и позволяет на много порядков увеличить коэффициент прозрачности (3) потенциального барьера. Наличие очень сильного затухания (диссипации) при одновременном действии случайной силы приводит к более быстрому уменьшению коэффициента корреляции  $|r(t)|_{max}$  на больших интервалах времени по сравнению с действием одной случайной силы. В то же время это дополнительное влияние относительно мало, что наглядно видно из сравнения фрагментов графиков, описывающих динамику изменения  $|r(t)|$  в отсутствие затухания (рис. 9а1) и при его наличии (рис. 9б1).

Длительность существования коррелированного

состояния  $\Delta t_{|r|_{max}} > 10^{-1}/\omega_0^{(-)}$  в рассматриваемом режиме формирования при приведенных параметрах является примерно такой, как в расширяющейся потенциальной яме. Этот вывод прямо следует из сопоставления базовых частот  $\omega_0^{(+)} \equiv \omega_{max}^{(+)} = g^{(\pm)}\omega_0^{(-)}$ ,  $\omega_0^{(-)} \equiv \omega_{min}^{(-)} = \omega_0^{(+)} / g^{(\pm)}$  в расширяющейся ( $\omega_0^{(+)}$ ) и сжимаемой ( $\omega_0^{(-)}$ ) потенциальных ямах с одинаковым соотношением изменения размеров ям  $g^{(\pm)}$ . Следует также отметить, что, несмотря на существенное влияние случайной силы, реально формируемое ККС с коэффициентом корреляции и временем существования  $\Delta t_{|r|_{max}} \geq 100/\omega_0$  при заданных реальных условиях в расширяющейся яме позволяет реализовать большую величину коэффициента эффективности корреляции  $G \geq 100$  и на много порядков увеличить прозрачность (3) потенциального барьера.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенный анализ показывает, что процесс монотонной (знакопостоянной) ограниченной деформации параболической потенциальной ямы приводит к формированию ККС частицы, находящейся в таком нестационарном осцилляторе при обоих возможных режимах деформации — расширении и сжатии. Эффективность формирования ККС определяется коэффициентом корреляции  $|r|$  и связанным с ним коэффициентом эффективности корреляции  $G = 1/\sqrt{1-r^2}$ , которые возрастают с увеличением отношения начальной и конечной ширины ямы и с уменьшением длительности процесса деформации.

В отсутствие диссипации и случайной силы коэффициент  $G$  может достигать очень большой величины  $G > 10^3$ , что в таких идеальных условиях приводит к практически полной прозрачности любого потенциального барьера. Для примера укажем, что при использовании приближенной формулы (3) для оценки вероятности туннельного эффекта для коррелированных состояний такое значение  $G$  увеличивает эту вероятность при ядерном взаимодействии двух дейтронов в объеме той же микротрещины от типичной величины  $D_{r=0}^{(d+d)} \approx 10^{-100}$  (характерной для молекулы  $D_2$ ) до  $D_{|r|=1-10^{-6}}^{(d+d)} \approx 0.8$ . Соответственно, аналогичная вероятность при взаимодействии, к примеру, ядер матрицы (например, Pd) с дейтроном, возрастает от величины  $D_{r=0}^{(Pd+d)} \approx 10^{-1140}$  [5] до  $D_{|r|=1-10^{-6}}^{(Pd+d)} \approx 0.3$ .

Несколько меньшее, но достаточно большое значение  $G \approx 100$ , как это следует из анализа рис. 7, 8, соответствует малой длительности процесса расширения  $T^{(+)} = 0.1/\omega_0^{(+)}$  и наличию случайной силы

с большой интенсивностью  $S^{(+)} = 10^{-6}-10^{-8}$ , действующей на частицу в расширяющейся параболической яме. Напомним, что в расширяющейся потенциальной яме  $S^{(+)} \sim 1/(\omega_0^{(+)})^2$  при большой начальной частоте  $\omega_0^{(+)}$ , соответствующей малому начальному размеру расширяющейся ямы.

Близкое значение  $G \approx 100 \dots 30$  соответствует сжатию потенциальной ямы за характерное время  $T^{(-)} = 0.001/\omega_0^{(-)}$  при наличии случайной силы с интенсивностью  $S^{(-)} = 10^5 \dots 10^3$  (см. рис. 9). При такой деформации  $S^{(-)} \sim 1/(\omega_0^{(-)})^2$  соответственно, при малой начальной частоте  $\omega_0^{(-)} \ll \omega_0^{(+)}$ , определяемой большим начальным размером сжимаемой ямы.

Большое различие в безразмерной интенсивности случайной силы при сжатии и растяжении связано в первую очередь с условием нормировки и обусловлено большой разницей нормирующих частот  $\omega_0^{(\pm)}$  в этих режимах деформации.

Для таких значений  $G$  вероятность туннельного эффекта при  $dd$ -взаимодействии возрастает от  $D_{r=0}^{(d+d)} \approx 10^{-100}$  до  $D_{|r|\approx 1-(10^{-3} \dots 10^{-4})}^{(d+d)} \approx 10^{-1} \dots 10^{-3}$ .

При увеличении времени деформации и наличии случайной силы коэффициент корреляции  $|r|$  и коэффициент эффективности корреляции  $G$  резко убывают. В частности, при той же интенсивности случайной силы в расширяющейся яме  $S^{(+)} = 10^{-6}-10^{-8}$  увеличение времени деформации от  $T^{(+)} = 0.1/\omega_0^{(+)}$  до  $T^{(+)} = 1/\omega_0^{(+)}$  приводит к уменьшению коэффициента эффективности от  $G \approx 100$  до  $G \approx 3 \dots 5$ .

Очевидно, что необходимость обеспечения условия малой длительности процесса деформации потенциальной ямы при большом интервале деформации является одним из главных предпосылок формирования ККС.

Критичность этого условия следует из простой оценки.

При оценочном значении частоты колебаний атомов (или ионов) водорода в исходной нанояме  $\omega_0^{(+)} \approx 10^{12}$  Гц и наличии случайной силы интенсивностью  $S^{(+)} = 10^{-6}-10^{-7}$  условие формирования эффективного ККС при ее расширении в  $g^{(+)} \approx L_{max}/L_0 \approx 10^3$  раз возможно, если  $T^{(+)} = 0.1/\omega_0^{(+)} \approx 0.1$  пс. При начальном размере наноямы  $L_0 \approx 3 \text{ \AA}$  максимальная скорость ее расширения (скорость расширения стенок микротрещины)  $v^{(+)} \approx g^{(+)}L_0/T \approx 3 \cdot 10^8$  см/с должна быть очень большой. Механические напряжения, возникающие при насыщении металлгидридов водородом

или дейтерием, не могут обеспечить такую скорость деформации микротрещины.

Следует заметить, что при меньшей интенсивности случайной силы большие значения  $|r|$  и  $G$  могут быть достигнуты при намного меньшей скорости деформации потенциальной ямы. Соответствующие зависимости коэффициента корреляции  $|r|$  от времени при малой интенсивности случайной силы  $S = 10^{-10}$ , разном масштабе расширения ( $g^{(+)} = 10^3, 10^4$ ) и большом интервале характерных времен расширения ямы ( $T\omega_0^{(+)} = 0.1, 1, 10, 100$ ) представлены на рис. 10.

Из этих результатов, в частности, следует, что при таком уменьшении интенсивности случайной силы необходимые для практического применения значения  $|r| \approx 0.999$  и  $G \approx 25$  могут быть получены при том же масштабе расширения ямы в  $g^{(+)} \approx \approx L_{max}/L_0 \approx 10^3$  раз, но за время  $T^{(+)} = 10/\omega_0^{(+)} \approx \approx 10$  пс, что соответствует начальной скорости расширения микротрещины  $v^{(+)} \approx g^{(+)}L_0/T \approx \approx 3 \cdot 10^6$  см/с. Выполнение этого условия ведет к возрастанию коэффициента корреляции и очень большому увеличению вероятности туннельного эффекта, например, при ядерном  $dd$ -взаимодействии, до приемлемой с точки зрения практического использования величины  $D_{|r| \approx 1-10^{-3}}^{(d+d)} \approx 10^{-4}$ .

Детальный анализ процесса образования микротрещин в гидридах металлов при их насыщении водородом показывает, что такая скорость роста микротрещин  $v^{(+)}$  вполне достижима с учетом стимулирующего влияния акустических ударных волн, образуемых при формировании («раскрытии») соседних микротрещин в той же матрице. Этот эффект подобен лазерной генерации — затравочная акустическая ударная волна, образуемая при случайном «раскрытии» одной микротрещины, вызывает лавинообразное «раскрытие» соседних микротрещин в тех областях матрицы, где предварительно возникли большие внутренние напряжения из-за диффузии водорода. Образующая в таком процессе коллективная ударная волна отличается большой амплитудой и малой длительностью фронта. Интенсивность этой волны наглядно демонстрирует процесс ее внутреннего отражения от поверхности матрицы (в том числе и от поверхности, противоположной той, через которую идет диффузия водорода). Такая волна при отражении деформирует, ионизует и даже отрывает поверхностные атомы, что может приводить к генерации мягкого рентгеновского излучения с энергией  $E \approx 1 \dots 2$  кэВ, которое неоднократно наблюдалось в экспериментах с гидридами металлов PdD, PdD, NiH при их насыщении дейтерием и водородом

(см. [22, 23]). Аналогичные радиационные эффекты, связанные с внутренним отражением акустических ударных волн, вызванных кавитационными процессами в жидкости около внутренней поверхности толстой стенки камеры, от внешней поверхности этой стенки, детально исследованы в работах [9, 10]. В частности, было показано, что нанесение на внешнюю поверхность этой стенки тонкого слоя более тяжелых атомов приводило к увеличению частоты излучения до  $E \approx 4 \dots 5$  кэВ.

Отметим, что уменьшение интенсивности безразмерной случайной силы при расширении ямы до величины  $S = 10^{-10}$  может быть обеспечено также, например, при малой итоговой концентрации атомов водорода в микротрещине при завершении ее расширения, что, согласно (20), ведет к уменьшению интенсивности случайной силы в соответствии с зависимостью  $S \sim n$ . Аналогичный метод оптимизации может быть обеспечен при охлаждении металлотирида до температуры жидкого гелия во время насыщения водородом и образования микротрещин. При таком охлаждении происходит резкое уменьшение величин  $\langle(\Delta v)^2\rangle_f$  и  $\langle|v|\rangle_f$ , что также ведет к очень существенному уменьшению  $S$  и, соответственно, к возрастанию коэффициента корреляции и очень быстрому увеличению вероятности туннельного эффекта даже при умеренной скорости деформации микротрещины. Недостатком такого метода оптимизации является малый коэффициент диффузии водорода при низкой температуре.

Аналогичным образом в случае сжимающейся ямы (например, микротрещины в стадии сжатия) со свободными атомами водорода внутри возможно увеличение критического времени деформации ямы до приемлемой и согласованной с экспериментом величины при ослаблении действия стохастических флуктуаций за счет уменьшения интенсивности случайной силы.

Еще одной простой физической системой, в пределах которой возможно формирование ККС с большим коэффициентом корреляции, является плазма низкого давления, находящаяся в монотонно изменяемом в определенных пределах магнитном поле напряженностью  $H(t)$ , которому соответствует перестраиваемый циклотронный резонанс ионов (в случае атомарного водорода — резонанс протонов или дейтронов).

Известно, что в магнитном поле спектр энергетических уровней  $E_n = n\hbar\omega_0$  частицы с массой  $M$  и зарядом  $q$ , а также соответствующие волновые функции этой частицы соответствуют гармоническому осциллятору с частотой



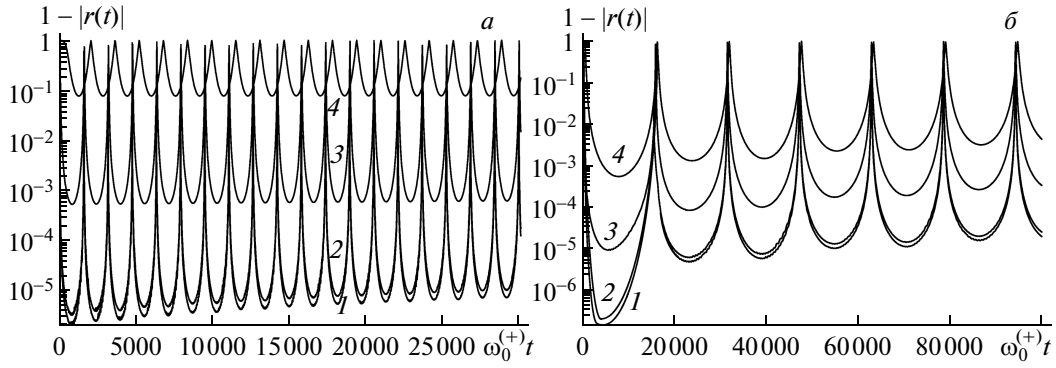


Рис. 10. Зависимости коэффициента корреляции  $|r(t)|$  от времени при малой интенсивности случайной силы  $S = 10^{-10}$  в расширяющейся потенциальной яме без затухания при  $g^{(+)} \approx L_{max}/L_0 = 10^3$  (а),  $10^4$  (б);  $T\omega_0^{(+)} = 0.1$  (1), 1 (2), 10 (3), 100 (4)

$$\omega_0 = |g|H/Mc. \tag{21}$$

Весь формализм формирования ККС в нестационарном гармоническом осцилляторе в полной мере применим к такой системе с учетом очевидного изменения масштаба исходной частоты  $\omega_0(0)$ . Формирование системы резонансных осцилляторов с необходимым изменением частоты  $\omega_0(t)$  может быть осуществлено при уменьшении или возрастании напряженности магнитного поля  $H(t)$  по заданному закону (например, по одному из законов

$$H(t) = H^{(+)}(0) \frac{1 + g^{(+)} e^{-t/T}}{1 + g^{(+)}} \tag{22a}$$

$$H(t) = H^{(-)}(0) \frac{1 + g^{(-)}}{1 + g^{(-)} e^{-t/T}} \tag{22b}$$

соответствующих рассмотренному выше изменению частоты  $\omega_0(t)$  (11b) или (12b)).

При таком изменении  $H(t)$  происходит возрастание коэффициента корреляции для заряженных свободных частиц (ядер), вращающихся вокруг вектора напряженности магнитного поля. Отличие этого процесса от рассмотренного выше состоит в том, что он соответствует двумерному нестационарному осциллятору. Возрастание  $r(t)$  также ведет к резкому увеличению прозрачности кулоновского барьера и возможности ядерного синтеза при низкой энергии при взаимодействии заряженной частицы (ядра) с близкорасположенными ядрами. Это могут быть аналогичные ядра, принадлежащие ионам, движущимся в магнитном поле, или те ядра, которые жестко связаны с нейтральными атомами или молекулами, находящимися в этом же объеме.

Следует отметить, что задача о формировании ККС заряженной частицы в изменяемом магнитном поле, но без учета дефазировочной случайной силы неоднократно рассматривалась в литературе на протяжении последних десятилетий (например, [12, 24]).

Несомненным преимуществом такой системы является возможность очень значительного ослабления рассмотренной выше интенсивности случайной силы  $S$  за счет плазмы низкого давления. Благодаря этому обстоятельству может быть использовано относительно слабое магнитное поле с  $H_{max} \leq 10^4$  Э и большое время  $T$  его изменения в соответствии с (22a) или (22b).

Выполнение перечисленных выше условий делает реальным процесс ядерного синтеза заряженных частиц при низкой энергии в различных динамических системах.

Такой процесс также хорошо описывает сценарий генерации импульсных пакетов нейтронов с интенсивностью  $dN/dt \approx 2 \cdot 10^4$  нейтронов/с и длительностью несколько секунд, которые испускались в процессе  $dd$ -синтеза из объема частично ионизованного газообразного дейтерия только при охлаждении всей системы до температуры жидкого азота и только в течение времени изменения (как возрастания, так и уменьшения в интервале от 8 кЭ до 10 кЭ) магнитного поля соленоида, внутри которого находилась ампула с газом [25]. В этом эксперименте динамика изменения  $H(t)$  определялась переходными процессами в охлаждаемом соленоиде с большой индуктивностью после увеличения или уменьшения тока. У авторов работы [25] отсутствовали какие-либо гипотезы о механизме этого эффекта. С



другой стороны, этот эффект становится достаточно понятным, если использовать для его объяснения рассмотренный выше механизм формирования ККС, что ведет к очень существенной оптимизации ядерных реакций.

В заключение отметим еще одно важное обстоятельство, относящееся к возможности практической реализации рассмотренных моделей.

Как отмечалось выше, наиболее естественный и простой метод формирования ККС связан с параметрической раскачкой или параметрическим сжатием нестационарного гармонического осциллятора, находящегося до начала воздействия в основном состоянии. Полученные выше результаты, определяющие увеличение прозрачности потенциального барьера, относятся к такому случаю. В то же время состояние реального осциллятора при ненулевой температуре (и тем более при  $\hbar\omega_0 \ll kT$ ) может соответствовать начальному заселению нескольких нижних уровней осциллятора. Очевидно, что динамика формирования ККС будет зависеть от этого начального условия.

Вероятность равновесного заселения конкретного невырожденного уровня в одномерном осцилляторе определяется известным соотношением

$$W_n = \frac{\exp(-n\hbar\omega_0/kT)}{\sum_{s=0}^{\infty} \exp(-s\hbar\omega_0/kT)}. \quad (23)$$

Очевидно, что в исходном равновесном состоянии в отсутствие внешнего когерентного резонансного воздействия какие-либо фазовые соотношения между разными состояниями осциллятора отсутствуют, а суперпозиционное состояние невозможно. Это соответствует релаксации диагональных и недиагональных элементов матрицы плотности осциллятора. Аналогичное условие, естественно, выполняется и в случае вырожденных состояний. В такой ситуации в ансамбле  $N$  осцилляторов в каждом конкретном состоянии будет  $N_n = NW_n$  взаимно независимых осцилляторов со случайными фазами волновых функций. При включении параметрического воздействия процесс формирования коррелированного состояния, основанный на установлении строго определенных фазовых соотношений в каждом из осцилляторов, будет происходить независимо для каждого из них.

Несомненно большой интерес представляет комплексная задача о формировании ККС для всех осцилляторов, находящихся вначале в разных состояниях. Эта достаточно громоздкая задача требует

отдельного рассмотрения. Однако легко убедиться, что даже при условии  $\hbar\omega_0 \ll kT$  результаты влияния такого комбинированного процесса на вероятность ядерно-физических процессов с точки зрения практической реализации не будут принципиально отличаться от рассмотренного выше случая, который соответствует условию  $\hbar\omega_0 > kT$  и предполагает заселение только основного состояния с  $W_n \approx \delta_{0n}$  при  $N_n = N\delta_{0n}$ . Отличие будет только количественным и не очень существенным.

Дело в том, что даже в случае  $\hbar\omega_0 \ll kT$  вероятность заселения основного состояния осциллятора для рассматриваемых систем является достаточно большой величиной,  $W_0 \approx \hbar\omega_0/kT \approx 0.2 \dots 10^{-2}$ , которая определяет относительное количество частиц  $N_0/N$ , находящихся в этом состоянии. Если учесть, что увеличение очень малой начальной прозрачности барьера  $D_{r=0}$  для частиц низкой энергии при рассмотренном выше большом коэффициенте эффективности корреляции  $G \equiv \equiv 1/\sqrt{1-r^2} \approx 30 \dots 100$  соответствует очень большим величинам  $D_{r \neq 0}/D_{r=0} \approx 1/(D_{r=0})^{1-1/G} \approx \approx 10^{50} \dots 10^{500}$ , то уменьшение количества  $N_0$  квантовых объектов (нестационарных осцилляторов в основном состоянии) в  $5 \dots 100$  раз (это соответствует вероятности  $W_0$ ) с очень большим превышением компенсируется возрастанием прозрачности барьера в  $10^{50} \dots 10^{500}$  раз для этих объектов и аналогичным увеличением вероятностей конкретных ядерно-физических процессов [5, 26, 27].

## ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Додонов, В. И. Манько, Труды ФИАН **183**, 71 (1987).
2. В. В. Додонов, А. В. Климов, В. И. Манько, Труды ФИАН **200**, 56 (1991).
3. В. И. Высоцкий, С. В. Адаменко, ЖТФ **80**(5), 23 (2010).
4. В. И. Высоцкий, М. В. Высоцкий, С. В. Адаменко, ЖЭТФ **141**, 276 (2012).
5. V. I. Vysotskii and M. V. Vysotsky, Europ. Phys. J. A **49**, 99 (2013).
6. В. И. Высоцкий, С. В. Адаменко, М. В. Высоцкий, ЖЭТФ **142**, 627 (2012).
7. E. Schrodinger, Ber. Kgl. Akad. Wiss., Berlin, S24, 296 (1930).
8. H. P. Robertson, Phys. Rev. A **35**, 667 (1930).

9. А. А. Корнилова, В. И. Высоцкий, Н. Н. Сысоев, А. В. Десятов, *Поверхность* № 4, 17 (2009).
10. А. А. Корнилова, В. И. Высоцкий, Н. Н. Сысоев, Н. К. Литвин, В. И. Томак, А. А. Барзов, *Поверхность* № 12, 53 (2010).
11. *Physics of High Energy Density*, ed. by P. Caldirola and H. Knaeuper, Acad. Press, New York (1971).
12. R. G. Agayeva, *J. Phys. A* **13**, 1685 (1980).
13. P. Caldirola, *Nuovo Cim.* **18**(9), 393 (1941).
14. E. Kanai, *Progr. Theor. Phys.* **3**(4), 440 (1948).
15. I. Averbukh, B. Sherman, and G. Kurizki, *Phys. Rev. A* **50**, 5301 (1994).
16. O. V. Man'ko, *Nuovo Cimento B* **111**, 1111 (1996).
17. В. В. Додонов, В. И. Манько, *Труды ФИАН* **167**, 7 (1986).
18. V. V. Dodonov, O. V. Man'ko, and V. I. Man'ko, *J. Rus. Laser Res.* **16**, 1 (1995).
19. V. V. Dodonov, *Phys. Rev. A* **80**, 023814 (2009).
20. *Embrittlement of Engineering Alloys*, ed. by C. L. Briantand and S. K. Banerji, Acad. Press, New York (1983).
21. Б. А. Колачев, *Водородная хрупкость металлов*, Металлургия, Москва (1985).
22. A. V. Karabut and E. A. Karabut, *J. Condens. Matter Nucl. Sci.* **6**, 199 (2012).
23. E. Storm and B. Scanlan, *J. Condens. Matter Nucl. Sci.* **11**, 142 (2013).
24. В. В. Додонов, В. И. Манько, *Труды ФИАН* **183**, 182 (1987).
25. T. Mizuno, T. Akimoto, A. Takahashi, and F. Celani, in *Proc. of 11<sup>th</sup> ICCF Conf.*, France, World Sci., Singapore (2006), p. 312.
26. V. I. Vysotskii, S. V. Adamenko, and M. V. Vysotskyu, *Ann. Nucl. Energy* **62**, 613 (2013).
27. V. I. Vysotskii and A. A. Kornilova, *Ann. Nucl. Energy* **62**, 626 (2013).