

# КОГЕРЕНТНОЕ РЕНТГЕНОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОНА В КОМБИНИРОВАННОЙ СРЕДЕ

*С. В. Блажевич, А. В. Носков\**

*Белгородский государственный национальный исследовательский университет  
308015, Белгород, Россия*

Поступила в редакцию 26 сентября 2013 г.

В рамках динамической теории дифракции построена теория когерентного рентгеновского излучения релятивистского электрона, пересекающего комбинированную среду, состоящую из аморфной и кристаллической пластин. В теории учитывается асимметрия отражения поля относительно поверхности мишени, определяемая углом между атомными плоскостями и поверхностью мишени. Получены и исследованы выражения, описывающие спектрально угловую плотность параметрического рентгеновского и дифрагированного переходного излучений в этой среде.

DOI: 10.7868/S0044451014040053

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Процесс когерентного рентгеновского излучения релятивистского электрона всегда рассматривался отдельно в кристалле и аморфной среде. При этом в аморфной среде при пересечении ее равномерно движущимся релятивистским электроном возникает переходное излучение [1, 2], генерируемое вблизи направления скорости электрона. Переходное излучение, несмотря на его давнее открытие, в настоящее время продолжает исследоваться для различных сложных поверхностей и при различных внешних условиях [3–8]. Большой интерес к переходному излучению релятивистских электронов связан с возможностью его использования в качестве источника рентгеновского излучения [9]. Необходимо отметить, что хотя переходное излучение интенсивно и достаточно узко направлено, оно имеет широкий спектральный диапазон, а для прикладных целей часто необходимо интенсивное монохроматическое излучение. При пересечении заряженной частицей поверхности кристаллической пластинки переходное излучение, возникающее на границе, дифрагирует на системе параллельных атомных плоскостей кристалла, образуя дифрагированное переходное излучение (DTR) [10–13], фотоны которого дви-

жутся в направлении рассеяния Брэгга в узком спектральном диапазоне. При пересечении быстрой заряженной частицей монокристалла ее кулоновское поле рассеивается на системе параллельных атомных плоскостей кристалла, порождая параметрическое рентгеновское излучение (PXR) [14–16], фотоны которого вместе с фотонами DTR движутся в направлении рассеяния Брэгга. В настоящее время существуют два подхода для описания процесса PXR: кинематический [17, 18] и динамический [15, 16, 19]. Следует отметить, что дифрагированное переходное излучение само является динамическим эффектом, а именно, эффектом динамической дифракции. Отметим, что кинематический подход учитывает взаимодействия каждого атома только с первичной, или преломленной, волной в кристалле. В этом подходе, в отличие от динамического, пренебрегают взаимодействием атома с тем волновым полем, которое создается в кристалле совокупным рассеянием на всех других атомах, т. е. не учитывается многоволновое рассеяние, в частности, взаимодействие элементарных волн с преломленной, а также отражения волн между атомными плоскостями. Процесс когерентного рентгеновского излучения релятивистских электронов в кристалле в рамках динамической теории дифракции рентгеновских волн развит в работах [20–25]. Необходимо отметить, что в работах [20–22] рассматривается когерентное рентгеновское излучение в частном случае симметричного от-

\*E-mail: noskovbupk@mail.ru

ражения, когда отражающая система атомных плоскостей кристалла расположена параллельно поверхности мишени в случае геометрии рассеяния Брэгга и перпендикулярно — в случае геометрии рассеяния Лауэ. В работах [23–25] развита динамическая теория когерентного рентгеновского излучения релятивистских электронов в кристалле в общем случае асимметричного отражения поля электрона относительно поверхности мишени, когда система параллельных отражающих слоев мишени может располагаться под произвольным углом к поверхности мишени.

В настоящей работе впервые рассматривается процесс когерентного излучения релятивистского электрона, пересекающего комбинированную среду, состоящую из аморфной и кристаллической пластин. В работе учитывается, что излучения PXR и DTR в кристаллической пластинке испытывают динамическую дифракцию в условиях асимметричного относительно поверхности мишени отражения поля, т. е. система отражающих атомных плоскостей кристаллической пластинки расположена под произвольным углом, при этом рассматривается геометрия рассеяния Лауэ. В рамках двухволнового приближения динамической теории дифракции в работе получены выражения, описывающие спектрально-угловые распределения PXR и DTR в рассматриваемой структуре. В работе рассматривается возможность увеличения интенсивности DTR релятивистского электрона без увеличения энергии электрона, путем расположения перед кристаллической пластинкой аморфной пластины. При оптимальных условиях для генерации PXR увеличение эффективности источника можно ожидать именно за счет DTR, интенсивность которого может быть повышена путем увеличения числа границ, на которых оно рождается. Показано, что при увеличении плотности аморфной пластинки растет угловая плотность DTR. Данный результат интересен с точки зрения создания компактного, интенсивного квазимонохроматического рентгеновского источника. Рассматривается возможность использования полученных в работе выражений для интерпретации экспериментальных данных, где подложка, на которой находится тонкая кристаллическая пластинка, является аморфной.

## 2. АМПЛИТУДА ПОЛЯ ИЗЛУЧЕНИЯ

Рассмотрим релятивистский электрон, проходящий со скоростью  $V$  через комбинированную ми-

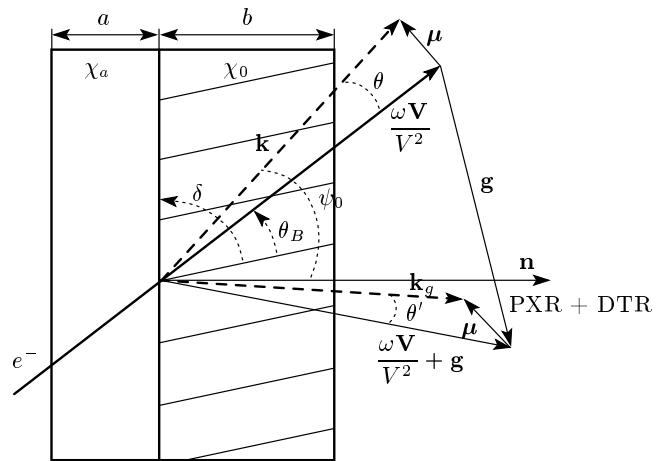


Рис. 1. Геометрия процесса излучения и система обозначений используемых величин;  $\theta$  и  $\theta'$  — углы излучения,  $\theta_B$  — угол Брэгга (угол между скоростью электрона  $\mathbf{V}$  и атомными плоскостями),  $\delta$  — угол между поверхностью и рассматриваемыми атомными плоскостями кристалла,  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}_g$  — волновые векторы падающего и дифрагированного фотона

шень, состоящую из аморфной и кристаллической пластин (см. рис. 1) с толщинами соответственно  $a$  и  $b$ . Диэлектрические восприимчивости аморфной среды обозначим  $\chi_a$ , кристаллической среды —  $\chi_0$  и  $\chi_g$ . При пересечении релятивистским электроном первой (вакуум–аморфная среда) и второй (аморфная среда–кристалл) границ мишени возникает переходное излучение, которое далее дифрагирует в кристаллической пластине на системе параллельных атомных плоскостей в направлении рассеяния Брэгга (в направлении волнового вектора  $\mathbf{k}_g = \mathbf{k} + \mathbf{g}$ , см. рис. 1), порождая дифрагированное переходное излучение, выходящее через третью границу (кристалл–вакуум) вместе с параметрическим рентгеновским излучением, сформировавшимся в кристаллической пластинке. В зависимости от параметров аморфного слоя и угла падения электрона на мишень возможна конструктивная или деструктивная интерференция волн переходного излучения, возбужденных на первых двух границах мишени и дающих вклад в выход DTR.

Распространение рентгеновских волн в кристаллической среде будем рассматривать в рамках двухволнового приближения динамической теории дифракции. На рис. 1  $\mu = \mathbf{k} - \omega\mathbf{V}/V^2$  — составляющая импульса виртуального фотона, перпендикулярная скорости частицы  $\mathbf{V}$  ( $\mu = \omega\theta/V$ , где  $\theta \ll 1$  — угол между векторами  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{V}$ ),  $\theta_B$  — угол Брэгга,  $\varphi$  —

азимутальный угол распространения излучения, отсчитывается от плоскости, образованной вектором скорости  $\mathbf{V}$  и вектором обратной решетки  $\mathbf{g}$  в кристалле. Длину вектора  $\mathbf{g}$  можно выразить через угол Брэгга и частоту Брэгга  $\omega_B$  как  $g = 2\omega_B \sin \theta_B / V$ . Угол между вектором  $\omega \mathbf{V} / V^2$  и волновым вектором падающей волны  $\mathbf{k}$  обозначен  $\theta$ , а угол между вектором  $\omega \mathbf{V} / V^2 + \mathbf{g}$  и волновым вектором дифрагированной волны  $\mathbf{k}_g$  обозначен  $\theta'$ .

В работе [25] была построена теория когерентного рентгеновского излучения в направлении вектора  $\mathbf{k}$  (см. рис. 1), близком к направлению скорости релятивистского электрона, пересекающего кристаллическую пластинку, при этом суммарное излучение рассматривалось как сумма излучений FPXR (forward PXR) и TR (переходного излучения). Однако в двухволновом приближении динамической теории дифракции [26] каждому фотону в направлении  $\mathbf{k}$  соответствует фотон в направлении  $\mathbf{k}_g$ . В настоящей работе излучения и дифракция рентгеновских волн в кристаллической пластинке в направлении  $\mathbf{k}_g$  описывается аналогично работам [25, 27]. Используя обозначения и методы, применяемые в работах [25, 27], запишем выражения для электрических полей в вакууме, в аморфной и кристаллической пластинах. В вакууме перед мишенью поле состоит из псевдофотонов кулоновского поля релятивистского электрона:

$$E_0^{(s)vac1} = \frac{8\pi^2 ieV\theta P^{(s)}}{\omega} \times \left\{ \frac{\gamma_0}{\gamma_g} \left( -\chi_0 - \frac{2}{\omega} \frac{\gamma_0}{\gamma_g} \lambda_g + \beta \frac{\gamma_0}{\gamma_g} \right) \right\}^{-1} \delta(\lambda_g - \lambda_g^*). \quad (1)$$

В аморфной среде поле состоит из кулоновского поля электрона и поля излученных свободных фотонов  $E_a^{(s)}$ :

$$E_0^{(s)sr} = \frac{8\pi^2 ieV\theta P^{(s)}}{\omega} \times \left\{ \frac{\gamma_0}{\gamma_g} \left( -\chi_0 + \chi_a - \frac{2}{\omega} \frac{\gamma_0}{\gamma_g} \lambda_g + \beta \frac{\gamma_0}{\gamma_g} \right) \right\}^{-1} \times \delta(\lambda_g - \lambda_g^*) + E_a^{(s)} \delta(\lambda_g - \lambda_g'). \quad (2)$$

В кристалле поле падающей и дифрагированной волн состоит из кулоновского поля релятивистского электрона и полей двух свободно распространяющихся в кристалле рентгеновских волн:

$$E_0^{(s)cr} = \frac{8\pi^2 ieV\theta P^{(s)}}{\omega} \times \frac{-\omega^2 \beta - 2\omega \frac{\gamma_g}{\gamma_0} \lambda_0}{4 \frac{\gamma_g}{\gamma_0} (\lambda_0 - \lambda_0^{(1)}) (\lambda_0 - \lambda_0^{(2)})} \delta(\lambda_0 - \lambda_0^*) + E_0^{(s)(1)} \delta(\lambda_0 - \lambda_0^{(1)}) + E_0^{(s)(2)} \delta(\lambda_0 - \lambda_0^{(2)}), \quad (3)$$

$$E_g^{(s)cr} = -\frac{8\pi^2 ieV\theta P^{(s)}}{\omega} \times \frac{\omega^2 \chi_g C^{(s)}}{4 \frac{\gamma_0^2}{\gamma_g^2} (\lambda_g - \lambda_g^{(1)}) (\lambda_g - \lambda_g^{(2)})} \delta(\lambda_g - \lambda_g^*) + E_g^{(s)(1)} \delta(\lambda_g - \lambda_g^{(1)}) + E_g^{(s)(2)} \delta(\lambda_g - \lambda_g^{(2)}). \quad (4)$$

Необходимо отметить, что падающее и дифрагированное поля в кристалле связаны соотношением

$$E_0^{(s)cr} = \frac{2\omega \lambda_g}{\omega^2 \chi_g C^{(s)}} E_g^{(s)cr}. \quad (5)$$

Излученное поле в вакууме за мишенью в направлении рассеяния Брэгга будет иметь вид

$$E_g^{(s)vacII} = E_g^{(s)Rad} \delta\left(\lambda_g + \omega \frac{\chi_0}{2}\right). \quad (6)$$

В выражениях (1)–(4) использованы обозначения, аналогичные обозначениям в работах [25, 27]:

$$\lambda_g^{(1,2)} = \frac{\omega |\chi_g'| C^{(s)}}{2} \left\{ \xi^{(s)} - \frac{i\rho^{(s)}(1-\varepsilon)}{2} \pm \left( \xi^{(s)2} + \varepsilon - 2i\rho^{(s)} \left( \frac{1-\varepsilon}{2} \xi^{(s)} + \kappa^{(s)} \varepsilon \right) - \rho^{(s)2} \left( \frac{(1-\varepsilon)^2}{4} + \kappa^{(s)2} \varepsilon \right) \right)^{1/2} \right\}, \quad (7)$$

$$\lambda_g^* = \frac{\omega \beta}{2} + \frac{\gamma_g}{\gamma_0} \lambda_0^*, \quad \lambda_0^* = \omega \frac{\gamma^{-2} + \theta^2 - \chi_0}{2},$$

$$\lambda_g' = \lambda_g^* - \frac{\gamma_g \omega \gamma^{-2} + \theta^2 - \chi_a}{\gamma_0},$$

где  $\gamma_0 = \cos \psi_0$ ,  $\gamma_g = \cos \psi_g$ ,  $\psi_0$  — угол между волновым вектором падающей волны  $\mathbf{k}$  и вектором нормали  $\mathbf{n}$  к поверхности кристаллической пластинки,  $\psi_g$  — угол между волновым вектором  $\mathbf{k}_g$  и вектором  $\mathbf{n}$  (см. рис. 1),

$$\begin{aligned} \xi^{(s)}(\omega) &= \eta^{(s)}(\omega) + \frac{1 - \varepsilon}{2\nu^{(s)}}, \\ \eta^{(s)}(\omega) &= \frac{2 \sin^2 \theta_B}{V^2 |\chi'_g| C^{(s)}} \times \\ &\quad \times \left( 1 - \frac{\omega(1 - \theta \cos \varphi \operatorname{ctg} \theta_B)}{\omega_B} \right), \\ \varepsilon &= \frac{\gamma_g}{\gamma_0} = \frac{\cos \psi_g}{\cos \psi_0}, \quad \rho^{(s)} = \frac{\chi''_0}{|\chi'_g| C^{(s)}}, \\ \kappa^{(s)} &= \frac{\chi''_g C^{(s)}}{\chi''_0}, \quad \nu^{(s)} = \frac{\chi'_g C^{(s)}}{\chi'_0}, \\ C^{(1)} &= 1, \quad C^{(2)} = \cos 2\theta_B, \\ P^{(1)} &= \sin \varphi, \quad P^{(2)} = \cos \varphi. \end{aligned} \tag{8}$$

Выражения (1)–(6) при параметре  $s = 1$  описывают  $\sigma$ -поляризованные поля, а при  $s = 2$  —  $\pi$ -поляризованные. Динамические добавки  $\lambda_g^{(1,2)}$ , входящие в длину волнового вектора  $k_g = \omega \sqrt{1 + \chi_0} + \lambda_g$ , малы, поэтому можно показать, что  $\theta \approx \theta'$  (см. рис. 1). Поэтому в дальнейшем угол  $\theta'$  будем обозначать как  $\theta$ .

Поскольку в области рентгеновских частот выполняется неравенство

$$2 \sin^2 \theta_B / V^2 |\chi'_g| C^{(s)} \gg 1,$$

$\eta^{(s)}(\omega)$  является быстрой функцией от частоты  $\omega$ , и поэтому для дальнейшего анализа спектров PXR и DTR очень удобно рассматривать  $\eta^{(s)}(\omega)$  как спектральную переменную, характеризующую частоту  $\omega$ .

Важным параметром в выражении (7) является параметр  $\varepsilon$ , который представим в виде

$$\varepsilon = \frac{\sin(\delta + \theta_B)}{\sin(\delta - \theta_B)}.$$

Он определяет степень асимметрии отражения поля в кристаллической пластинке относительно поверхности мишени. Здесь  $\theta_B$  — угол между скоростью электрона и системой параллельных атомных плоскостей кристалла,  $\delta$  — угол между поверхностью мишени и отражающими плоскостями. Заметим, что угол падения электрона на поверхность мишени  $\delta - \theta_B$  увеличивается при уменьшении параметра  $\varepsilon$ . В симметричном случае волновые векторы падающих и дифрагированных фотонов составляют с поверхностью пластинки равные углы, а в случае асимметричного отражения — неравные. При этом в симметричном случае  $\varepsilon = 1$  и  $\delta = \pi/2$ , а в асимметричном —  $\varepsilon \neq 1$  и  $\delta \neq \pi/2$ .

Для определения амплитуды поля излучения  $E_g^{(s)Rad}$  воспользуемся граничными условиями на трех границах рассматриваемой комбинированной мишени:

$$\begin{aligned} \int E_0^{(s)vac I} d\lambda_g &= \int E_0^{(s)sr} d\lambda_g, \\ \int E_0^{(s)sr} \exp\left(i \frac{\lambda_g}{\gamma_g} a\right) d\lambda_g &= \\ &= \int E_0^{(s)cr} \exp\left(i \frac{\lambda_g}{\gamma_g} a\right) d\lambda_g, \\ \int E_g^{(s)cr} \exp\left(i \frac{\lambda_g}{\gamma_g} a\right) d\lambda_g &= 0, \\ \int E_g^{(s)cr} \exp\left(i \frac{\lambda_g}{\gamma_g} (a + b)\right) d\lambda_g &= \\ &= \int E_g^{(s)vac II} \exp\left(i \frac{\lambda_g}{\gamma_g} (a + b)\right) d\lambda_g. \end{aligned} \tag{9}$$

В настоящей работе рассмотрение процесса излучения релятивистского электрона в комбинированной среде ограничено прямолинейным движением электрона, поэтому только два механизма излучения вносят вклад в суммарный выход излучения: PXR и DTR. Амплитуду поля когерентного излучения  $E_g^{(s)Rad}$  представим в виде двух слагаемых:

$$E_g^{(s)Rad} = E_{PXR}^{(s)} + E_{DTR}^{(s)}, \tag{10a}$$

$$\begin{aligned} E_{PXR}^{(s)} &= \frac{8\pi^2 i e V \theta P^{(s)}}{\omega} \exp\left\{i \left(\frac{\omega \chi_0}{2} + \lambda_g^*\right) \frac{a + b}{\gamma_g}\right\} \times \\ &\quad \times \frac{\omega^2 \chi_g C^{(s)}}{2\omega \frac{\gamma_0}{\gamma_g} (\lambda_g^{(1)} - \lambda_g^{(2)})} \times \\ &\quad \times \left[ \left( \frac{1}{\chi_0 - \theta^2 - \gamma^{-2}} + \frac{\omega}{2 \frac{\gamma_0}{\gamma_g} (\lambda_g^* - \lambda_g^{(1)})} \right) \times \right. \\ &\quad \times \left( \exp\left\{i \frac{\lambda_g^{(1)} - \lambda_g^*}{\gamma_g} b\right\} - 1 \right) - \\ &\quad - \left( \frac{1}{\chi_0 - \theta^2 - \gamma^{-2}} + \frac{\omega}{2 \frac{\gamma_0}{\gamma_g} (\lambda_g^* - \lambda_g^{(2)})} \right) \times \\ &\quad \left. \times \left( \exp\left\{i \frac{\lambda_g^{(2)} - \lambda_g^*}{\gamma_g} b\right\} - 1 \right) \right], \end{aligned} \tag{10b}$$

$$E_{DTR}^{(s)} = \frac{8\pi^2 ieV\theta P^{(s)}}{\omega} \exp \left\{ i \left( \frac{\omega\chi_0}{2} + \lambda_g^* \right) \frac{a+b}{\gamma_g} \right\} \frac{\omega^2 \chi_g C^{(s)} \left( \exp \left\{ i \frac{\lambda_g^{(1)} - \lambda_g^*}{\gamma_g} b \right\} - \exp \left\{ i \frac{\lambda_g^{(2)} - \lambda_g^*}{\gamma_g} b \right\} \right)}{2\omega \frac{\gamma_0}{\gamma_g} (\lambda_g^{(1)} - \lambda_g^{(2)})} \times$$

$$\times \left[ \left( \frac{1}{\theta^2 + \gamma^{-2} - \chi_a} - \frac{1}{\theta^2 + \gamma^{-2}} \right) \exp \left\{ -i \frac{\omega a}{2\gamma_0} (\theta^2 + \gamma^{-2} - \chi_a) \right\} + \left( \frac{1}{\chi_a - \theta^2 - \gamma^{-2}} - \frac{1}{\chi_0 - \theta^2 - \gamma^{-2}} \right) \right]. \quad (10c)$$

Выражение (10b) представляет амплитуду поля PXR релятивистского электрона в комбинированной среде, которое формируется при прохождении электроном кристаллической пластины, расположенной за аморфной. Слагаемые в квадратных скобках соответствуют двум рентгеновским волнам PXR, возбуждаемым в кристаллической среде в направлении рассеяния Брэгга. Для возникновения рефлекса PXR необходимо выполнение хотя бы одного из следующих равенств:

$$\operatorname{Re} \left( \lambda_g^* - \lambda_g^{(1)} \right) = 0, \quad \operatorname{Re} \left( \lambda_g^* - \lambda_g^{(2)} \right) = 0,$$

т. е. действительная часть знаменателя хотя бы одного из слагаемых в квадратных скобках выражения (10b) должна быть равна нулю.

Выражение (10c) описывает амплитуду дифрагированного переходного излучения в комбинированной структуре, которое включает в себя переходное излучение, возникшее на первой и второй границах, а затем дифрагированное на системе параллельных атомных плоскостей кристаллической пластинки. Первое слагаемое в квадратных скобках выражения (10c) относится к переходному излучению, возникающему при пересечении релятивистским электроном границы между вакуумом и аморфной средой, а второе — к переходному излучению, возбуждаемому на второй границе (между аморфной средой и кристаллом).

литуд поля PXR и DTR получены из общей амплитуды поля когерентного излучения, они позволяют исследовать влияние интерференции PXR и DTR, а также интерференции переходных излучений, возникших на разных границах комбинированной среды, на результирующее излучение из мишени.

### 3. СПЕКТРАЛЬНО-УГЛОВАЯ ПЛОТНОСТЬ ИЗЛУЧЕНИЯ

Подставляя (10b) и (10c) в хорошо известное [28] выражение для спектрально-угловой плотности рентгеновского излучения,

$$\omega \frac{d^2 N}{d\omega d\Omega} = \omega^2 (2\pi)^{-6} \sum_{s=1}^2 \left| E_g^{(s)Rad} \right|^2, \quad (11)$$

получим выражения, описывающие спектрально-угловые плотности PXR и DTR релятивистского электрона в комбинированной среде аморфная среда-кристалл:

$$\omega \frac{d^2 N_{PXR}^{(s)}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2} P^{(s)^2} \times$$

$$\times \frac{\theta^2}{(\theta^2 + \gamma^{-2} - \chi_0')^2} R_{PXR}^{(s)}, \quad (12a)$$

$$R_{PXR}^{(s)} = \left( 1 - \frac{\xi^{(s)}}{\sqrt{\xi^{(s)^2} + \varepsilon}} \right)^2 \times$$

$$\times \frac{1 + \exp(-2B^{(s)}\rho^{(s)}\Delta^{(1)}) - 2 \exp(-B^{(s)}\rho^{(s)}\Delta^{(1)}) \cos \left( B^{(s)} \left( \sigma^{(s)} + \frac{\xi^{(s)} - \sqrt{\xi^{(s)^2} + \varepsilon}}{\varepsilon} \right) \right)}{\left( \sigma^{(s)} + \frac{\xi^{(s)} - \sqrt{\xi^{(s)^2} + \varepsilon}}{\varepsilon} \right)^2 + \rho^{(s)^2} \Delta^{(1)^2}}, \quad (12b)$$

$$\omega \frac{d^2 N_{DTR}^{(s)}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2} P^{(s)^2} G(\theta) R_{DTR}^{(s)}, \quad (13a)$$

$$G(\theta) = \theta^2 \left( \frac{1}{\theta^2 + \gamma^{-2}} - \frac{1}{\theta^2 + \gamma^{-2} - \chi'_a} \right)^2 \times \exp \left( -\frac{\omega \chi''_a}{\gamma_0} a \right) + \theta^2 \left( \frac{1}{\theta^2 + \gamma^{-2} - \chi'_a} - \frac{1}{\theta^2 + \gamma^{-2} - \chi'_0} \right)^2 + 2\theta^2 \left( \frac{1}{\theta^2 + \gamma^{-2}} - \frac{1}{\theta^2 + \gamma^{-2} - \chi'_a} \right) \times \left( \frac{1}{\theta^2 + \gamma^{-2} - \chi'_a} - \frac{1}{\theta^2 + \gamma^{-2} - \chi'_0} \right) \times \cos \left( \frac{\omega a}{2\gamma_0} (\theta^2 + \gamma^{-2} - \chi'_a) \right) \exp \left( -\frac{\omega \chi''_a}{2\gamma_0} a \right), \quad (13b)$$

$$R_{DTR}^{(s)} = \frac{\varepsilon^2}{\xi(\omega)^2 + \varepsilon} \left[ \exp \left( -2B^{(s)} \rho^{(s)} \Delta^{(1)} \right) + \exp \left( -2B^{(s)} \rho^{(s)} \Delta^{(2)} \right) - 2 \exp \left( -B^{(s)} \rho^{(s)} \frac{1+\varepsilon}{\varepsilon} \right) \times \cos \frac{2B^{(s)} \sqrt{\xi(s)^2 + \varepsilon}}{\varepsilon} \right], \quad (13c)$$

где

$$\Delta^{(2)} = \frac{\varepsilon+1}{2\varepsilon} + \frac{1-\varepsilon}{2\varepsilon} \frac{\xi^{(s)}}{\sqrt{\xi(s)^2 + \varepsilon}} + \frac{\kappa^{(s)}}{\sqrt{\xi(s)^2 + \varepsilon}}, \quad \Delta^{(1)} = \frac{\varepsilon+1}{2\varepsilon} - \frac{1-\varepsilon}{2\varepsilon} \frac{\xi^{(s)}}{\sqrt{\xi(s)^2 + \varepsilon}} - \frac{\kappa^{(s)}}{\sqrt{\xi(s)^2 + \varepsilon}}, \quad (14)$$

$$\sigma^{(s)} = \frac{1}{\nu^{(s)}} \left( \frac{\theta^2}{|\chi'_0|} + \frac{1}{\gamma^2 |\chi'_0|} + 1 \right),$$

$$B^{(s)} = \frac{\omega |\chi'_g| C^{(s)}}{2} \frac{b}{\gamma_0}, \quad \varepsilon = \frac{\sin(\delta + \theta_B)}{\sin(\delta - \theta_B)}.$$

Параметр  $B^{(s)}$  можно представить в виде

$$B^{(s)} = \frac{1}{2 \sin(\delta - \theta_B)} \frac{b}{L_{ext}^{(s)}}. \quad (15)$$

Из формулы (15) видно, что параметр  $B^{(s)}$  равен половине пути электрона в кристаллической пластинке, выраженной в длинах экстинкции рентгеновских волн в кристалле  $E_{ext}^{(s)} = (\omega |\chi'_g| C^{(s)})^{-1}$ .

Выход PXR формируется в основном только одной из ветвей, соответствующей второму слагаемому в (10b). Как нетрудно убедиться непосредственно, только в этом слагаемом обращается в нуль действительная часть знаменателя. Решение соответствующего уравнения,

$$\sigma^{(s)} + \frac{\xi^{(s)} - \sqrt{\xi(s)^2 + \varepsilon}}{\varepsilon} = 0, \quad (16)$$

определяет частоту  $\omega_*$ , в окрестности которой сосредоточен спектр фотонов PXR, излучаемых под фиксированным углом наблюдения.

В полученных выражениях (12) и (13) функции  $R_{PXR}^{(s)}$  и  $R_{DTR}^{(s)}$  представляют спектры PXR и DTR, которые в рамках динамической теории дифракции описывают соответственно прохождение свободных и связанных рентгеновских фотонов через кристаллическую пластину. Следует отметить, что в спектр DTR вносят вклад две возбуждаемые в кристалле рентгеновские волны с линейными коэффициентами поглощения

$$\mu_1^{(s)} = \omega \chi''_0 \varepsilon \Delta^{(1)} \equiv \frac{\varepsilon}{L_{ext}} \rho^{(s)} \Delta^{(1)}, \quad \mu_2^{(s)} = \omega \chi''_0 \varepsilon \Delta^{(2)} \equiv \frac{\varepsilon}{L_{ext}} \rho^{(s)} \Delta^{(2)}, \quad (17)$$

а в спектр PXR — только одна волна с коэффициентом поглощения  $\mu_1^{(s)}$ .

В выражении (13b) функция  $G(\theta)$  описывает угловую зависимость дифрагированного переходного излучения и состоит из трех слагаемых. Первое слагаемое соответствует переходному излучению, возникающему при пересечении релятивистским электроном первой границы, которое далее проходит через аморфную среду и дифрагирует в кристаллической пластине в брэгговском направлении. Второе слагаемое соответствует переходному излучению, возникающему на второй границе (между аморфной средой и кристаллом) и также дифрагированному в кристаллической пластине в направлении брэгговского отражения. Третье слагаемое описывает интерференцию этих двух волн DTR.

Полученные в рамках динамической теории дифракции выражения (12) и (13), описывающие спектрально-угловые распределения PXR и DTR релятивистского электрона в комбинированной среде, являются главным результатом настоящей работы. Данные выражения учитывают асимметрию отражения (параметр  $\varepsilon$ ) поля в кристаллической пластинке относительно поверхности мишени.

#### 4. ТОНКАЯ НЕПОГЛОЩАЮЩАЯ МИШЕНЬ

Рассмотрим свойства излучения для сравнительно простого случая тонкой мишени, когда коэффициентами поглощения можно пренебречь, т. е. положить  $\rho^{(s)} = 0$ . В этом случае спектрально-угловые распределения выходов PXR и DTR, следующие из (12) и (13), переходят в выражения

$$\omega \frac{d^2 N_{PXR}^{(s)}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2} \frac{P^{(s)^2}}{|\chi'_0|} T_{PXR}^{(s)}, \quad (18a)$$

$$T_{PXR}^{(s)} = \frac{\theta^2}{|\chi'_0|} \frac{1}{(\Gamma + 1)^2} R_{PXR}^{(s)}, \quad (18b)$$

$$R_{PXR}^{(s)} = 4 \left( 1 - \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 + \varepsilon}} \right)^2 \times \sin^2 \left( \frac{B^{(s)}}{2} \left( \sigma^{(s)} + \frac{\xi - \sqrt{\xi^2 + \varepsilon}}{\varepsilon} \right) \right) \times \frac{1}{\left( \sigma^{(s)} + \frac{\xi - \sqrt{\xi^2 + \varepsilon}}{\varepsilon} \right)^2}, \quad (18c)$$

$$\omega \frac{d^2 N_{DTR}^{(s)}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2} \frac{P^{(s)^2}}{|\chi'_0|} T_{DTR}^{(s)}, \quad (19a)$$

$$T_{DTR}^{(s)} = T_{DTR}^{1(s)} + T_{DTR}^{2(s)} + T_{DTR}^{int(s)}, \quad (19b)$$

$$T_{DTR}^{1(s)} = \frac{\theta^2}{|\chi'_0|} \left( \frac{1}{\Gamma} - \frac{1}{\Gamma_a} \right)^2 R_{DTR}^{(s)}, \quad (19c)$$

$$T_{DTR}^{2(s)} = \frac{\theta^2}{|\chi'_0|} \left( \frac{1}{\Gamma_a} - \frac{1}{\Gamma + 1} \right)^2 R_{DTR}^{(s)}, \quad (19d)$$

$$T_{DTR}^{int(s)} = 2 \frac{\theta^2}{|\chi'_0|} \left( \frac{1}{\Gamma} - \frac{1}{\Gamma_a} \right) \left( \frac{1}{\Gamma_a} - \frac{1}{\Gamma + 1} \right) \times \cos \left( B^{(s)} \frac{a}{b} \frac{1}{\nu^{(s)}} \Gamma_a \right) R_{DTR}^{(s)}, \quad (19e)$$

$$R_{DTR}^{(s)} = \frac{4\varepsilon^2}{\xi^2 + \varepsilon} \sin^2 \frac{B^{(s)} \sqrt{\xi^2 + \varepsilon}}{\varepsilon}, \quad (19f)$$

где

$$\Gamma = \frac{\theta^2}{|\chi'_0|} + \frac{1}{\gamma^2 |\chi'_0|}, \quad \Gamma_a = \frac{\theta^2}{|\chi'_0|} + \frac{1}{\gamma^2 |\chi'_0|} + \frac{\chi'_a}{\chi'_0}.$$

В формуле (19b) величина  $T_{DTR}^{(s)}$  представлена в виде суммы слагаемых, описывающих дифрагированные излучения от первой и второй границ, соответственно  $T_{DTR}^{1(s)}$  и  $T_{DTR}^{2(s)}$ , а также их интерференционного слагаемого  $T_{DTR}^{int(s)}$ .

При переходе от выражений (13) к выражениям (19) использовалось очевидное соотношение

$$\frac{\omega a}{2\gamma_0} (\theta^2 + \gamma^{-2} - \chi'_a) = B^{(s)} \frac{a}{b} \frac{1}{\nu^{(s)}} \left( \frac{\theta^2}{|\chi'_0|} + \frac{1}{\gamma^2 |\chi'_0|} + \frac{\chi'_a}{\chi'_0} \right), \quad (20)$$

где параметры первого аморфного слоя выражаются через параметры кристаллического слоя и соотношения параметров обоих слоев:  $a/b$ ,  $\chi'_a/\chi'_0$ . Вместо угла наблюдения  $\theta$  удобнее использовать нормированный на величину  $\sqrt{|\chi'_0|}$  угол наблюдения, т. е. параметр

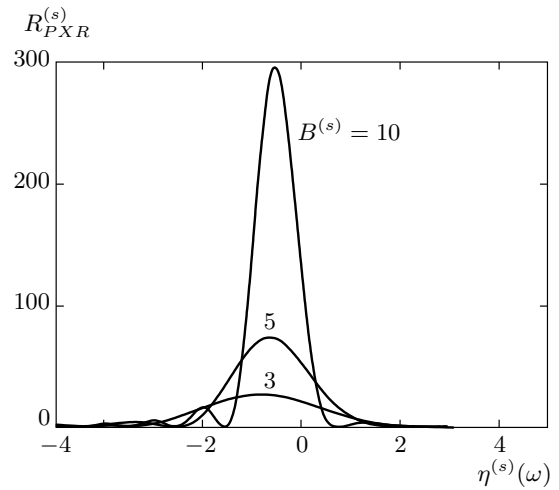


Рис. 2. Спектры PXR для разных толщин кристаллической пластины при  $\varepsilon = 3$ ,  $\theta/\sqrt{|\chi'_0|} = 0.3$ ,  $1/\gamma\sqrt{|\chi'_0|} = 0.3$ ,  $\nu^{(s)} = 8$

$\theta/\sqrt{|\chi'_0|}$ . Отметим, что диэлектрическая восприимчивость в рассматриваемой нами рентгеновской области частот описывается выражением

$$\chi_a = \chi'_a + i\chi''_a,$$

где

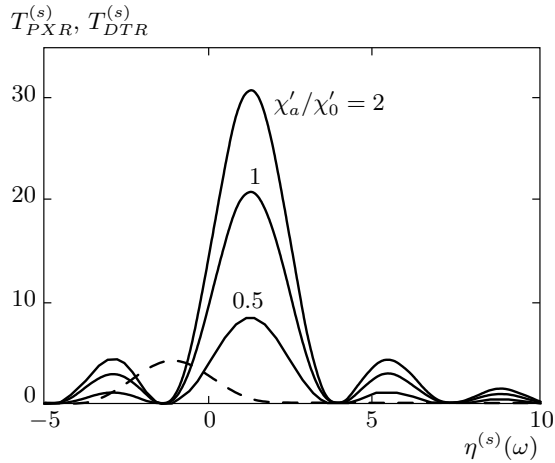
$$\chi'_a = -\frac{\omega_a^2}{\omega^2}, \quad \omega_a^2 = \frac{4\pi Z_a e^2 n_a}{m},$$

$Z_a$  — число электронов в атоме,  $n_a$  — плотность атомов. Отсюда следует, что

$$\frac{\chi'_a}{\chi'_0} = \frac{Z_a n_a}{Z_0 n_0},$$

т. е. отношение действительных частей диэлектрических восприимчивостей аморфной и кристаллической частей мишени пропорционально отношению плотностей их материалов.

Рассмотрим спектр PXR релятивистского электрона, пересекающего комбинированную среду, который описывается функцией  $R_{PXR}^{(s)}$  (см. (18c)). Можно видеть, что спектр зависит от толщины кристаллической составляющей мишени и не зависит от толщины аморфной. Этот спектр можно наблюдать под фиксированным углом наблюдения  $\theta$ . Описывающие спектр PXR кривые, построенные по формуле (18c), представлены на рис. 2. Эти кривые демонстрируют рост амплитуды спектра при увеличении толщины кристаллической мишени  $b$ , входящей в параметр  $B^{(s)}$ . Кривые, представленные на рис. 2, как и все рассматриваемые далее, построены для конкретного значения параметра асимметрии отражения  $\varepsilon = 3$ , определяющего угол  $\delta$  между системой



**Рис. 3.** Спектры PXR (штриховая кривая) и DTR (сплошные кривые) для разных аморфных сред (различных отношений  $\chi'_a/\chi'_0$ ) при  $B^{(s)} = 3$ ,  $a/b = 1$ ,  $\varepsilon = 3$ ,  $\theta/\sqrt{|\chi'_0|} = 0.5$ ,  $1/\gamma\sqrt{|\chi'_0|} = 0.2$ ,  $\nu^{(s)} = 0.8$

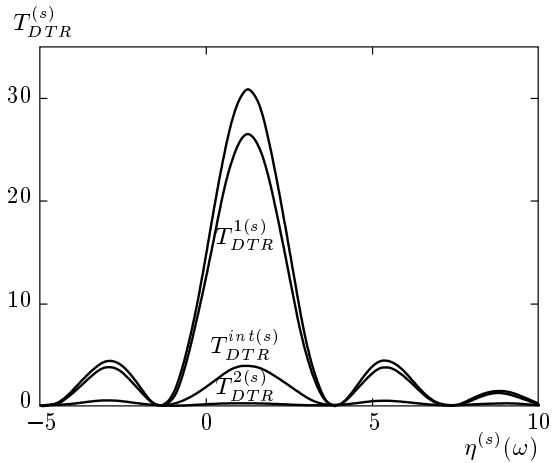
параллельных атомных плоскостей кристалла и поверхностью мишени при фиксированном угле  $\theta_B$ .

Далее рассмотрим влияние диэлектрических свойств аморфной мишени на дифрагированное переходное излучение. На рис. 3 представлены кривые спектрально-угловой плотности PXR и DTR, построенные по формулам (18b) и (19b) при фиксированных значениях угла наблюдения  $\theta$ , лоренц-фактора электрона  $\gamma$  и параметров кристаллической пластины. Толщина аморфной и кристаллической пластин выбрана одинаковой,  $a/b = 1$ . Из рисунка следует существенное увеличение плотности DTR при увеличении соотношения

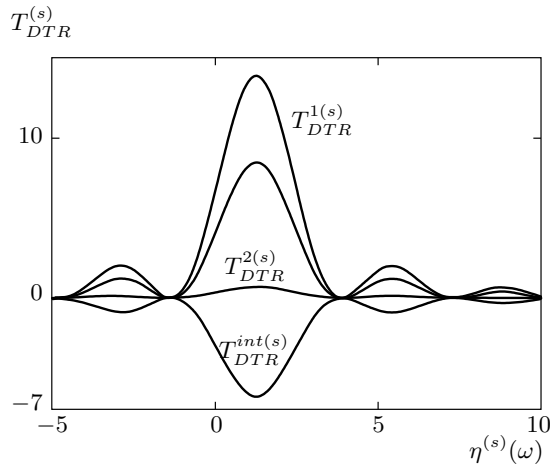
$$\frac{\chi'_a}{\chi'_0} = \frac{Z_a n_a}{Z_0 n_0},$$

т. е. при увеличении плотности материала аморфной среды. При этом спектрально-угловая плотность PXR не изменяется. Таким образом, изменяя материал аморфной среды, можно повысить спектрально-угловую плотность DTR, не увеличивая энергии электрона, а формулы, полученные в настоящей работе, позволяют рассчитать величины спектрально-угловой плотности DTR и PXR в зависимости от параметров мишени.

Вклады в спектрально-угловую плотность DTR переходных излучений, формируемых на первой и второй границах комбинированной среды, и их интерференционного слагаемого, демонстрируют построенные по формулам (19b), (19c), (19d) и (19e) и представленные на рис. 4–6 кривые. Из рис. 4 видно,



**Рис. 4.** Вклады в спектр DTR волн переходного излучения, возбуждаемых на первой и второй границах, и их интерференционного слагаемого при  $\chi'_a/\chi'_0 = 2$ . Параметры те же, что и на рис. 3



**Рис. 5.** То же, что на рис. 4, но для значения  $\chi'_a/\chi'_0 = 0.5$

что в случае, когда аморфная среда является более плотной, чем кристаллическая, основной вклад в выход DTR дает волна, возбужденная на первой границе. При этом интерференционное слагаемое оказывается более существенным, чем слагаемое, определяющее вклад волны, возбужденной на второй границе комбинированной среды. При уменьшении плотности аморфной среды интерференционное слагаемое может давать деструктивный вклад в спектрально-угловую плотность DTR (см. рис. 5). Если же плотность аморфной среды существенно уменьшить, вклад в суммарное DTR волны переходного излучения, возбужденной на второй границе, может



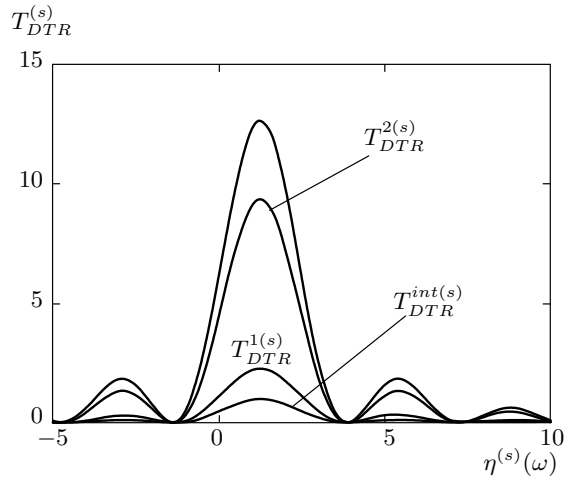


Рис. 6. То же, что на рис. 5, но для значения  $\chi'_a/\chi'_0 = 0.1$

стать подавляющим. Ко всем этим выводам можно прийти непосредственно, аналитически анализируя выражения (19). Отметим, что изменение толщины аморфной среды  $a$  в случае тонкой непоглощающей мишени влияет, как следует из (19), только на интерференционное слагаемое и существенно повлиять на спектральную плотность не может.

Рассмотрим влияние аморфной среды на угловую плотность DTR через параметр  $\chi'_a/\chi'_0$ . Для этого проинтегрируем выражения (18а) и (19а) по частотной функции  $\eta^{(s)}(\omega)$ :

$$\frac{dN_{PXR}^{(s)}}{d\Omega} = \frac{e^2 P^{(s)^2}}{8\pi^2 \sin^2 \theta_B} F_{PXR}^{(s)}(\theta), \quad (21a)$$

$$F_{PXR}^{(s)}(\theta) = \nu^{(s)} \int_{-\infty}^{\infty} T_{PXR}^{(s)} d\eta^{(s)}(\omega), \quad (21b)$$

$$\frac{dN_{DTR}^{(s)}}{d\Omega} = \frac{e^2 P^{(s)^2}}{8\pi^2 \sin^2 \theta_B} F_{DTR}^{(s)}(\theta), \quad (21c)$$

$$F_{DTR}^{(s)}(\theta) = \nu^{(s)} \int_{-\infty}^{\infty} T_{DTR}^{(s)} d\eta^{(s)}(\omega). \quad (21d)$$

На рис. 7 построены кривые, описывающие угловые плотности DTR и PXR, из которых следует, что, как и для спектрально-угловой плотности, при фиксированном угле наблюдения (см. рис. 3) увеличение отношения  $\chi'_a/\chi'_0$  приводит к существенному росту угловой плотности DTR. Данный факт может быть использован при создании компактных, интенсивных альтернативных источников рентгеновского излучения на основе взаимодействия релятивистских

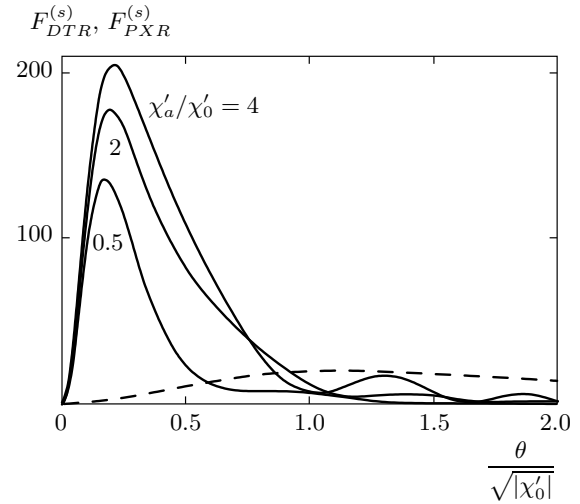


Рис. 7. Угловые плотности PXR (штриховая кривая) и DTR (сплошные кривые) для разных аморфных сред при  $B^{(s)} = 3$ ,  $a/b = 1$ ,  $\varepsilon = 3$ ,  $1/\gamma\sqrt{|\chi'_0|} = 0.2$ ,  $\nu^{(s)} = 0.8$

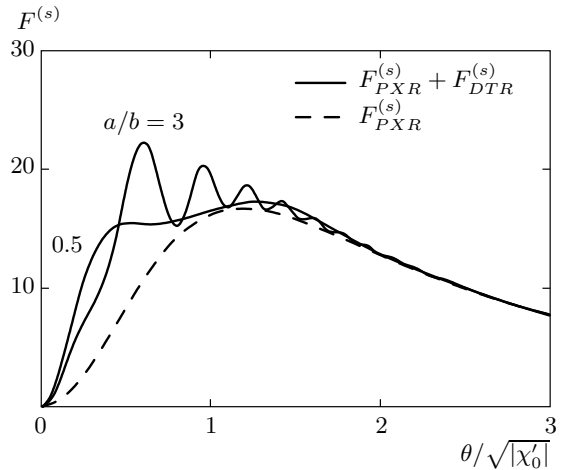


Рис. 8. Влияние переходного излучения из аморфной подложки на угловую плотность PXR для различных отношений  $a/b$  при  $\chi'_a/\chi'_0 = 0.5$ ,  $B^{(s)} = 3$ ,  $\varepsilon = 3$ ,  $1/\gamma\sqrt{|\chi'_0|} = 0.5$ ,  $\nu^{(s)} = 0.8$

электронов со сложными структурированными материалами.

При уменьшении энергии излучающих электронов вклад PXR в суммарную угловую плотность становится определяющим, но DTR может привести к различным деформациям или осцилляциям в угловой плотности суммарного когерентного излучения (см. рис. 8) в зависимости от отношения  $a/b$ , определяющего толщину аморфной пластинки при фиксированной толщине  $b$  кристаллической пластинки. Таким образом, формулы, описывающие спектраль-

но-угловые плотности PXR и DTR, полученные в настоящей работе, можно использовать при интерпретации данных экспериментов, в которых аморфная среда выступает в качестве подложки тонкой кристаллической пластинки.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках динамической теории дифракции развита теория когерентного рентгеновского излучения релятивистского электрона, пересекающего комбинированную среду, состоящую из аморфной и кристаллической пластин. На основе двухволнового приближения динамической теории дифракции получены выражения, описывающие спектральные угловые плотности параметрического рентгеновского и дифрагированного переходного излучений. Расчеты спектрально-угловых распределений, проведенные на основе этих выражений, позволили показать, что при увеличении отношения плотности аморфной среды к плотности кристаллической вклад DTR в суммарное излучение из комбинированной мишени возрастает, а вклад PXR не изменяется. В работе исследован вклад волн переходных излучений, возбуждаемых на первой и второй границах и их интерференционного слагаемого в суммарный выход DTR. Исследовано влияние переходного излучения из аморфной подложки, дифрагированного на системе параллельных атомных плоскостей кристаллической части мишени, на спектрально-угловые характеристики когерентного рентгеновского излучения из комбинированной мишени.

## ЛИТЕРАТУРА

1. В. Л. Гинзбург, И. М. Франк, ЖЭТФ **16**, 15 (1946); V. Ginzburg and I. Frank, J. Phys. (USSR) **9**, 353 (1945).
2. В. Л. Гинзбург, В. Н. Цытович, *Переходное излучение и переходное рассеяние*, Наука, Москва (1984).
3. А. В. Кольцов, А. В. Серов, ЖЭТФ **143**, 844 (2013).
4. А. В. Серов, Б. М. Болотовский, ЖЭТФ **131**, 994 (2007).
5. М. И. Рязанов, ЖЭТФ **125**, 543 (2004).
6. А. Р. Potylitsyn and R. O. Rezaev, Nucl. Instr. Meth. B **252**, 44 (2006).
7. D. Yu. Sergeeva, A. A. Tishchenko, and M. N. Strikhanov, Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. B **309**, 189 (2013).
8. N. F. Shul'ga and V. V. Syshchenko, Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. B **201**, 78 (2003).
9. R. Rullhusen, X. Artru, and P. Dhez, *Novel Radiation Sources Using Relativistic Electrons*, World Sci., Singapore (1999).
10. A. Caticha, Phys. Rev. A **40**, 4322 (1989).
11. V. Baryshevsky, Nucl. Instr. Meth. A **122**, 13 (1997).
12. X. Artru and P. Rullhusen, Nucl. Instr. Meth. B **145**, 1 (1998).
13. N. Nasonov, Phys. Lett. A **246**, 148 (1998).
14. М. Л. Тер-Микаэлян, *Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях*, АН АрмССР, Ереван (1969).
15. Г. М. Гарибян, Ян Ши, ЖЭТФ **61**, 930 (1971).
16. В. Г. Барышевский, И. Д. Феранчук, ЖЭТФ **61**, 944 (1971).
17. H. Nitta, Phys. Lett. A **158**, 270 (1991).
18. I. D. Feranchuk and A. V. Ivashin, J. Physique **46**, 1981 (1985).
19. V. G. Baryshevsky and I. D. Feranchuk, J. Physique **44**, 913 (1983).
20. N. Nasonov, Phys. Lett. A **292**, 146 (2001).
21. N. Nasonov and A. Noskov, Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. B **201**, 67 (2003).
22. N. N. Nasonov, P. Zhukova, M. A. Piestrup, and H. Park, Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. B **251**, 96 (2006).
23. S. Blazhevich and A. Noskov, Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. B **252**, 69 (2006).
24. S. V. Blazhevich and A. V. Noskov, Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. B **266**, 3770 (2008).
25. С. В. Блажевич, А. В. Носков, ЖЭТФ **136**, 1043 (2009).
26. З. Г. Пинскер, *Динамическое рассеяние рентгеновских лучей в идеальных кристаллах*, Наука, Москва (1974).
27. С. В. Блажевич, И. В. Колосова, А. В. Носков, *Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования* № 4, 65 (2012).
28. В. А. Базылев, Н. К. Жеваго, *Излучение быстрых частиц в веществе и внешних полях*, Наука, Москва (1987).