

ЛАЗЕРНАЯ СЕЛЕКТИВНАЯ НАКАЧКА МАГНИТНЫХ ПОДУРОВНЕЙ СВЕРХТОНКОЙ СТРУКТУРЫ АТОМА ЦЕЗИЯ

А. И. Магунов^{a*}, В. Г. Пальчиков^b

^a Институт общей физики им. А. М. Прохорова Российской академии наук
119991, Москва, Россия

^b Государственный научный центр
«Всероссийский научно-исследовательский институт физико-технических и радиотехнических измерений»
141570, Менделеево, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 12 сентября 2013 г.

На основе уравнений для матрицы плотности проведен анализ эволюции заселенностей магнитных подуровней атома цезия (изотопа 133) в резонансных лазерных полях с линейной поляризацией. Получены аналитические выражения для стационарных заселенностей в результате лазерно-индуцированных оптических переходов на компонентах сверхтонкой структуры $F_g = 3 \leftrightarrow F_e = 2, 3$ и $F_f = 4 \leftrightarrow F_e = 3, 4$ линий D_1 ($6^2S_{1/2} \rightarrow 6^2P_{1/2}$) и D_2 ($6^2S_{1/2} \rightarrow 6^2P_{3/2}$) в зависимости от начальных значений заселенностей. Численным решением эволюционных уравнений получены характерные времена установления стационарного режима в зависимости от интенсивности лазерных полей и расстройки оптического резонанса. Определены последовательности оптических переходов, более чем на порядок увеличивающие заселенность нижнего подуровня $6^2S_{1/2} F_g = 3 M = 0$ «часового» СВЧ-перехода $F_g = 3 M = 0 \leftrightarrow F_f = 4 M = 0$ в цезиевом стандарте частоты, что пропорционально повышает величину сигнала регистрирующей системы.

DOI: 10.7868/S0044451014050024

1. ВВЕДЕНИЕ

Создание квантового ансамбля в поляризованном состоянии является актуальной задачей для многих областей атомной и ядерной физики, например, для исследования когерентных процессов в атомных столкновениях [1, 2], для прецизионной атомной спектроскопии [3, 4]. Особый интерес представляет применение методов оптической накачки подуровней сверхтонкой структуры основного состояния, используемых в цезиевых стандартах времени и частоты для «часового» СВЧ-перехода (см., например, [5]). В настоящее время наивысшую точность имеют стандарты времени и частоты нового поколения — атомные фонтаны [6–10], основанные на лазерном охлаждении атомов цезия. В сравнении с классическими микроволновыми стандартами частоты, основанными на пучке тепловых атомов цезия [11], точность и стабильность независимого воспроизведения единиц времени и частоты в атом-

ных фонтанах как минимум на порядок выше за счет минимизации доплеровского сдвига и составляет несколько единиц шестнадцатого знака [8, 9].

Для цезиевых фонтанов актуальной задачей является корректный учет сдвига частоты «часового» перехода, обусловленного спин-обменным взаимодействием атомов и пропорционального их плотности. Поскольку величина отношения сигнал/шум в регистрирующей системе стандарта частоты также пропорциональна атомной плотности, приходится искать компромисс между величиной плотности и временем непрерывных измерений. Так, для сравнения частот цезиевых фонтанов на уровне точности порядка 10^{-15} требуется время измерений от нескольких суток до нескольких месяцев [12]. Одним из подходов в достижении этого компромисса является применение оптической накачки для магнитных подуровней атомов цезия, формирующих «часовой» переход в стандарте времени и частоты [5].

Селективное заселение магнитных подуровней сверхтонкой структуры в атоме цезия при лазерной накачке экспериментально исследовалось в работах [13–15] для теплового пучка и в [6, 16, 17] для

*E-mail: magunov@fpl.gpi.ru

цезиевых фонтанов. В работе [16] экспериментально продемонстрирована возможность не только увеличить примерно вдвое число атомов, участвующих в «часовом» переходе, но и исключить в значительной мере неработающие атомы из области детектирования. В недавней работе [17] экспериментально достигнута пятикратная эффективность оптической накачки при заселении начального подуровня «часового» перехода.

Селективное заселение подуровней сверхтонкой структуры в атоме цезия при лазерной накачке ранее теоретически исследовалось в подходах, основанных на численном решении балансовых уравнений и кинетических уравнений для матрицы плотности [6, 13–16]. В работе [18] был предложен общий теоретический метод создания с использованием бихроматического поля с эллиптической поляризацией чистого «темного» состояния в виде суперпозиции подуровней сверхтонкой структуры с определенной проекцией момента на направление волнового вектора. Этот метод был реализован экспериментально на газовой ячейке с атомами ^{87}Rb [19].

В настоящей работе проведен детальный анализ эффективности оптической накачки подуровня $F_g = 3$, $M = 0$ сверхтонкой компоненты основного состояния $6s^2S_{1/2}$ атома цезия при последовательном воздействии линейно поляризованных лазерных полей на резонансных переходах $F_f = 4 \leftrightarrow F_e = 3, 4$ и $F_g = 3 \leftrightarrow F_e = 2, 3$ линии D_2 ($6s^2S_{1/2} \leftrightarrow 6p^2P_{3/2}$) в открытой трехуровневой системе. Для этих переходов получены аналитические асимптотические значения заселенностей магнитных подуровней, не зависящие от лазерных параметров. Время установления асимптотических значений для заселенностей, в зависимости от отстройки лазерной частоты от резонанса и интенсивности лазерного излучения, определено численным решением кинетических уравнений для матрицы плотности.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Динамика состояния ансамбля невзаимодействующих атомов в поле монохроматической лазерной волны

$$\mathbf{E}(t) = E \operatorname{Re}[\mathbf{e}_L \exp(-i\omega_L t)]$$

с амплитудой E , угловой частотой ω_L и единичным вектором поляризации \mathbf{e}_L определяется решением системы уравнений для матрицы плотности [4, 20–22]. В представлении взаимодействия и в

приближении вращающейся волны уравнения для трехуровневой системы имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_{gg'}}{dt} &= \frac{iEe^{i\delta t}}{2\hbar} \sum_e (\mathbf{D}_{ge} \cdot \mathbf{e}_L^*) \rho_{eg'} - \\ &- \frac{iEe^{-i\delta t}}{2\hbar} \sum_e \rho_{ge} (\mathbf{D}_{eg'} \cdot \mathbf{e}_L) + \sum_{ee'} R_{gg',ee'} \rho_{ee'}, \\ \frac{d\rho_{ee'}}{dt} &= \frac{iEe^{-i\delta t}}{2\hbar} \sum_g (\mathbf{D}_{eg} \cdot \mathbf{e}_L) \rho_{ge'} - \\ &- \frac{iEe^{i\delta t}}{2\hbar} \sum_g \rho_{eg} (\mathbf{D}_{g'e} \cdot \mathbf{e}_L^*) - \frac{1}{\tau_e} \rho_{ee'}, \\ \frac{d\rho_{ge}}{dt} &= \frac{iEe^{i\delta t}}{2\hbar} \left[\sum_{e'} (\mathbf{D}_{g'e} \cdot \mathbf{e}_L^*) \rho_{e'e} - \right. \\ &\quad \left. - \sum_g \rho_{gg'} (\mathbf{D}_{g'e} \cdot \mathbf{e}_L) \right] - \frac{1}{2\tau_e} \rho_{ge}, \\ \frac{d\rho_{ff'}}{dt} &= \sum_{ee'} R_{ff',ee'} \rho_{ee'}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\delta = \omega_L - \omega_{eg}$ — отстройка резонанса от частоты перехода, $\omega_{eg} = (E_e - E_g)/\hbar$, $E_{e(g)}$ — энергия состояний $e(g)$, $\mathbf{D}_{eg} = \langle e|\mathbf{D}|g\rangle$ — дипольный матричный элемент. В уравнениях (1) учитываются резонансные переходы между подуровнями начального состояния атома g и возбужденного состояния e , индуцируемые лазерным полем, и спонтанные переходы из e в g и в другие возможные состояния f . Суммирование в уравнениях (1) проводится по вырожденным (магнитным) подуровням. Релаксационная матрица имеет вид

$$R_{ll',ee'} = \frac{4\omega_{el}^3}{3\hbar c^3} (\mathbf{D}_{le} \cdot \mathbf{D}_{e'l'}), \quad (2)$$

а $\tau_e = 1/\sum_{l=g,f} R_{ll,ee}$ — радиационное время жизни возбужденного состояния ($\tau_{e'} = \tau_e$ для вырожденных состояний). В уравнениях (1) эффектами второго порядка по внешнему полю, в частности поляризационными сдвигами, пренебрегается ввиду малости интенсивностей рассматриваемых лазерных полей. Также не учитывается доплеровский сдвиг, что справедливо для ансамбля охлажденных атомов и при ортогональных направлениях лазерного и атомного пучков.

Будем полагать, что лазерное поле с постоянной амплитудой мгновенно включается в момент времени $t = 0$. Для поля, линейно поляризованного вдоль оси квантования проекции углового момента (π -поляризация), уравнения (1) для переходов между подуровнями сверхтонкой структуры с полными моментами $F_g \leftrightarrow F_e$ (или $F_f \leftrightarrow F_e$) без изменения

проекций $\Delta M = 0$ принимают эквивалентный интегральный вид:

$$n_{F_{g(f)}M}(t) = n_{F_{g(f)}M}(0) - \Omega_{F_{g(f)}M, F_e M} \times \\ \times \text{Im} \int_0^t \rho_{F_e M, F_{g(f)}M}(t') \exp(-i\delta t') dt' + \\ + \frac{1}{\tau_e} \sum_{M'} [a_{MM'}(F_{g(f)}, F_e)]^2 \int_0^t n_{F_e M'}(t') dt', \quad (3a)$$

$$n_{F_e M}(t) = \Omega_{F_{g(f)}M, F_e M} \text{Im} \int_0^t \rho_{F_e M, F_{g(f)}M}(t') \times \\ \times \exp(-i\delta t') dt' - \frac{1}{\tau_e} \int_0^t n_{F_e M}(t') dt', \quad (3b)$$

$$\rho_{F_e M, F_{g(f)}M}(t) = \frac{i}{2} \Omega_{F_{g(f)}M, F_e M} \exp(-t/2\tau_e) \times \\ \times \int_0^t [n_{F_{g(f)}M}(t') - n_{F_e M}(t')] \exp(i\delta t' + t'/2\tau_e) dt', \quad (3c)$$

$$n_{F_{f(g)}M}(t) = n_{F_{f(g)}M}(0) + \\ + \frac{1}{\tau_e} \sum_{M'} [a_{MM'}(F_{f(g)}, F_e)]^2 \int_0^t n_{F_e M'}(t') dt', \quad (3d)$$

где $n_{FM}(t) \equiv \rho_{FM, FM}(t)$ — относительные заселенности магнитных подуровней FM ,

$$\Omega_{F_{g(f)}M, F_e M} = \frac{E \langle F_e M | D_z | F_{g(f)} M \rangle}{\hbar}$$

— частота Раби, $[a_{MM'}(F_g, F_e)]^2$ — коэффициент ветвления вероятности радиационного перехода между магнитными подуровнями сверхтонкой структуры (см. (A.2) в Приложении).

В уравнениях (3a) и (3b) учтено свойство эрмитовости матрицы плотности $\rho_{FM, F'M'} = \rho_{F'M', FM}^*$. В силу симметрии взаимодействующей системы заселенности подуровней и оптические когерентности не зависят от знака проекции момента, т.е. состояние атома является выстроенным, но не ориентированным [23].

Для линейно поляризованного поля система уравнений (3) связывает заселенности подуровней и оптические когерентности с $\Delta M = 0$. Зеэмановские

когерентности $\rho_{FM, FM'}$ и оптические когерентности с $\Delta M \neq 0$ связаны друг с другом независимой системой уравнений. Она имеет тривиальное решение при нулевых начальных значениях, т.е. для некогерентных начальных состояний. В любом случае зеэмановские когерентности не влияют на эволюцию заселенностей (и наоборот). При эллиптической поляризации поля уравнения для заселенностей и зеэмановских когерентностей связываются в (1) дополнительными оптическими переходами между магнитными подуровнями, и лазерное поле индуцирует когерентность в изначально некогерентном состоянии атома. Решение для такой многоуровневой системы может быть получено численно, как и в случае нескольких резонансных полей с различной поляризацией.

Матрицы плотности в базисе состояний m и M с осью квантования соответственно z' и z связаны известным образом:

$$\rho'_{F'm', Fm}(t) = \sum_{MM'} D_{M'm'}^{F'^*}(\alpha, \beta, \gamma) \times \\ \times \rho_{F'M', FM}(t) D_{Mm}^F(\alpha, \beta, \gamma), \quad (4)$$

где $D_{Mm}^F(\alpha, \beta, \gamma)$ — D -функции Вигнера, α, β, γ — соответствующие углы Эйлера поворота оси квантования (см., например, [24]). Для π -поляризованного поля преобразование (4) приводит к появлению зеэмановских когерентностей в повернутой системе координат, что соответствует дополнительным компонентам вектора поляризации в ней и перемешиванию заселенностей и когерентностей в исходных уравнениях (1).

В замкнутой двухуровневой системе существуют стационарные решения при линейной [25] и эллиптической [26, 27] поляризациях поля. В рассматриваемой трехуровневой системе происходит перекачка заселенностей на подуровни, не участвующие в индуцированных переходах. Таким образом, открытая система переходит со временем в стационарное состояние, определяемое асимптотикой решения уравнений (1). Для линейно поляризованного поля она легко находится аналитически. В частности, в уравнениях (3a) и (3b) при накачке $F_{g(f)} \leftrightarrow F_e = F_{g(f)}$ или $F_{g(f)} \leftrightarrow F_e = F_{g(f)} - 1$ запрещенными являются переходы с подуровней соответственно $\bar{M} = 0$ и $\bar{M} = \pm F_{g(f)}$ («темные» состояния). При сложении уравнений (3a) и (3b) для разрешенных переходов $M \neq \bar{M}$ лазерно-индуцированный вклад сокращается. Поскольку $n_{F_{g(f)}M}(t) \rightarrow 0$, $n_{F_e M}(t) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$ и $n_{F_e M}(0) = 0$, получим

$$\sum_{M' \neq \overline{M}} A_{MM'}(F_{g(f)}, F_e) \int_0^\infty n_{F_e M'}(t') dt' = \tau_e n_{F_{g(f)} M}^0, \quad M \neq \overline{M}, \quad (5)$$

где

$$n_{F_{g(f)} M}^0 \equiv n_{F_{g(f)} M}(0),$$

$$A_{MM'}(F_{g(f)}, F_e) \equiv \delta_{MM'} - [a_{MM'}(F_{g(f)}, F_e)]^2,$$

$\delta_{MM'}$ — символ Кронекера. Выражая интегралы от заселенностей возбужденных подуровней $F_e M$ в (5) в виде

$$\int_0^\infty n_{F_e M}(t) dt = \tau_e \sum_{M' \neq \overline{M}} [A^{-1}(F_{g(f)}, F_e)]_{MM'} n_{F_{g(f)} M'}^0, \quad (6)$$

для асимптотических значений заселенностей подуровней из (3d) и (3a) получим

$$\begin{aligned} \overline{n}_{F_{f(g)} M} &= n_{F_{f(g)} M}^0 + \\ &+ \sum_{M' \neq \overline{M}} P_{MM'}(F_{f(g)}, F_{g(f)}) n_{F_{g(f)} M'}^0, \\ \overline{n}_{F_{g(f)} \overline{M}} &= n_{F_{g(f)} \overline{M}}^0 + \\ &+ \sum_{M' \neq \overline{M}} P_{\overline{M}M'}(F_{g(f)}, F_{g(f)}) n_{F_{g(f)} M'}^0, \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$P_{MM'}(F_{f(g)}, F_{g(f)}) = \sum_{M'' \neq \overline{M}} [a_{MM''}(F_{f(g)}, F_e)]^2 \times [A^{-1}(F_{g(f)}, F_e)]_{M''M'}. \quad (8)$$

Таким образом, задача сводится к вычислению коэффициентов перезаселения (8), определяемых коэффициентами ветвления спонтанных переходов. Асимптотические заселенности (7) зависят от начальных заселенностей, но не от параметров лазерного поля. Интенсивность лазерного поля и расстройка резонанса определяют время перехода к асимптотике (к стационарному режиму).

Отметим, что выражения (7) следуют и из балансовых уравнений, получаемых из (3) при использовании приближенного квазистационарного решения для (3с)

$$\begin{aligned} \rho_{F_e M, F_{g(f)} M}(t) &= i \frac{\Omega_{F_e M, F_{g(f)} M}}{2i\delta + \tau_e^{-1}} \times \\ &\times [n_{F_{g(f)} M}(t) - n_{F_e M}(t)] \exp(i\delta t), \end{aligned}$$

поскольку и в этом случае при сложении (3а) и (3б) вклады индуцированных переходов компенсируются.

Выражения асимптотических заселенностей для практического использования при рассмотрении переходов в атоме цезия приведены в Приложении.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Схема уровней сверхтонкой структуры атома ^{133}Cs (спин ядра $I = 7/2$) на переходах линий D_1 ($6s^2S_{1/2}-6p^2P_{1/2}$) и D_2 ($6s^2S_{1/2}-6p^2P_{3/2}$) приведена на рис. 1. Время жизни верхнего уровня $\tau_e = 33$ нс [28] соответствует ширине линии поглощения $\Delta\nu_e \approx 5$ МГц. Достаточно большая величина сверхтонкого расщепления позволяет селективно возбуждать переходы между компонентами при типичной спектральной ширине излучения диодных лазеров ~ 30 МГц. Для нахождения заселенностей сверхтонких подуровней при этом можно пользоваться балансовыми уравнениями [29]. При

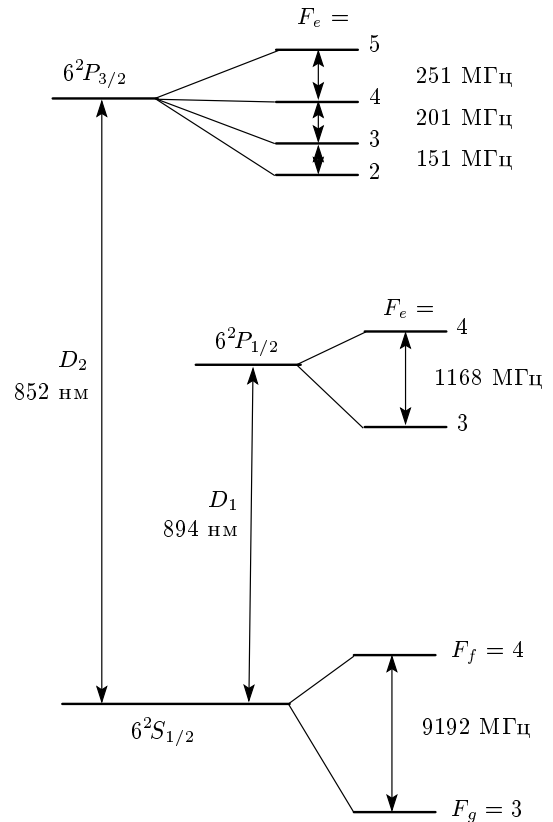


Рис. 1. Сверхтонкая структура электронных уровней изотопа ^{133}Cs ($I = 7/2$) на переходах D_1 ($6s^2S_{1/2}-6p^2P_{1/2}$) и D_2 ($6s^2S_{1/2}-6p^2P_{3/2}$)

уменьшении спектральной ширины излучения до 1 МГц [30] предпочтительней использование уравнений (3).

Приготовление оптимального начального состояния ансамбля атомов в цезиевом стандарте частоты требует максимального заселения нижнего подуровня часового $M1$ -перехода $6^2S_{1/2}F_g = 3 M = 0 \leftrightarrow 6^2S_{1/2}F_f = 4 M = 0$ и очистки верхнего уровня при равных начальных заселенностях подуровней $n_{F_g M}(0) = n_{F_f M}(0) = 1/16$ (ось квантования в направлении движения атомов в СВЧ-резонаторе). Увеличение числа атомов в состоянии $F_g = 3 M = 0$ повышает уровень сигнала регистрирующей системы стандарта частоты. При этом влияние атомов в состояниях $F_g M \neq 0$ на сигнал подавляется большой расстройкой резонанса для СВЧ-переходов с этих подуровней в результате зеемановского расщепления в слабом магнитном поле [5]. Далее рассмотрена эффективность различных схем селективного заселения подуровня $F_g = 3 M = 0$ под действием линейно поляризованного лазерного излучения.

Простейшим способом лазерной селективной накачки является возбуждение атома на переходе $F_f = 4 \leftrightarrow F_e = 3$. При этом полностью очистить все магнитные подуровни $F_f = 4$ не удастся из-за наличия поляризационных когерентных состояний, в которых атом не взаимодействует с лазерным полем, как показано в работах [26, 31–33]. В случае π -поляризации поля такими состояниями являются подуровни $M = \pm 4$. Вместе с подуровнями $F_g = 3 M$ они дополнительно заселяются при распаде подуровней состояния $F_e = 3$, возбуждаемых в разрешенных переходах. Преимущественное заселение подуровней $F_g = 3 M$ обеспечивается соотношением коэффициентов ветвления спонтанных переходов. Как следует из формул (A.7) и (A.8), для цезия предпочтительной является линия D_2 , для которой $\gamma_{D_2}(F_e = 3) = 3$, тогда как $\gamma_{D_1}(F_e = 3) = 1/3$. Асимптотические заселенности подуровней для D_2 -перехода $F_f = 4 \leftrightarrow F_e = 3$ определяются в (A.13). Их значения при равных начальных заселенностях подуровней основного состояния приведены в (A.14). Эффективность накачки подуровня $F_g = 3 M = 0$, т. е. отношение конечной заселенности к начальной, равна

$$\eta \equiv \frac{\bar{n}_{F_g=3, M=0}}{n_{F_g=3, M=0}^0} = \frac{56}{29} \approx 1.93.$$

Далее рассмотрим способы повышения эффективности накачки подуровня $F_g = 3 M = 0$ с использованием последовательных резонансных D_2 -переходов между компонентами сверхтонкой

структуры под действием линейно поляризованных лазерных полей. Взаимодействие атомов пучка с лазерными полями пространственно разделено, так что асимптотические заселенности для предшествующего перехода можно использовать как начальные условия для последующего.

Достаточно простым способом доочистки сверхтонкого подуровня $F_f = 4$ является последовательное возбуждение перехода $F_f = 4 \leftrightarrow F_e = 3$ в лазерных полях с взаимно ортогональной поляризацией, создаваемых одним источником, в частности, сначала излучением с σ -поляризацией, а затем π -поляризованным полем. Начальные заселенности для накачки π -поляризованным полем определяются из асимптотических заселенностей (A.14) выражением (4) (с углами Эйлера $\alpha = \gamma = 0$ и $\beta = \pi/2$), т. е.

$$\bar{n}'_{4M} = \frac{9}{116} \left[d_{4M}^4 \left(\frac{\pi}{2} \right) \right]^2 + \frac{9}{116} \left[d_{-4M}^4 \left(\frac{\pi}{2} \right) \right]^2, \quad (9)$$

$$\bar{n}'_{3M} = \frac{7}{58},$$

где $d_{M'M}^F(\beta) = D_{M'M}^F(0, \beta, 0)$. Второе соотношение в (9) следует из равенства заселенностей подуровней $F_g = 3 M$ и унитарности D -функций Вигнера. Используя значения D -функций (см., например, [24]), для заселенностей подуровней $F_f = 4 M$ в (9) получим

$$\begin{aligned} \bar{n}'_{40} &= \frac{315}{7424} \approx 0.04243, \\ \bar{n}'_{4\pm 1} &= \frac{63}{1856} \approx 0.03394, \\ \bar{n}'_{4\pm 2} &= \frac{63}{3712} \approx 0.01697, \\ \bar{n}'_{4\pm 3} &= \frac{9}{1856} \approx 0.00485, \\ \bar{n}'_{4\pm 4} &= \frac{9}{14848} \approx 0.00061. \end{aligned} \quad (10)$$

Асимптотические заселенности при накачке π -поляризованным полем получаем из (A.13) с начальными заселенностями подуровней (9) и (10)¹:

$$\begin{aligned} \bar{n}_{30} &\approx 0.1525, \quad \bar{n}_{3\pm 1} \approx 0.1500, \\ \bar{n}_{3\pm 2} &\approx 0.1414, \quad \bar{n}_{3\pm 3} \approx 0.1300, \\ \bar{n}_{4\pm 4} &\approx 0.0023. \end{aligned} \quad (11)$$

Таким образом, эффективность накачки подуровня $F_g = 3 M = 0$ относительно исходной заселенности ($n_{30}^0 = 1/16$) $\eta \approx 2.44$. Остаточная заселенность подуровня $F_f = 4$ составляет менее 0.5 %, но и ее можно

¹ Точные выражения в виде обыкновенной дроби здесь и далее не приводятся в случае их громоздкости.

устранить повторным применением рассмотренной схемы.

Более глубокая очистка подуровней $F_f = 4 M$ достигается последовательной накачкой на переходах $F_f = 4 \leftrightarrow F_e = 4$ и $F_f = 4 \leftrightarrow F_e = 3$ в полях с π -поляризацией. Асимптотические заселенности подуровней для перехода $F_f = 4 \leftrightarrow F_e = 4$ определяются выражениями (А.15). Полагая для последующей накачки на переходе $F_f = 4 \leftrightarrow F_e = 3$ в качестве начальных заселенностей значения из (А.16), получаем из (А.13) асимптотические заселенности

$$\begin{aligned} \bar{n}_{30} &\approx 0.1005, & \bar{n}_{3\pm 1} &\approx 0.1675, \\ \bar{n}_{3\pm 2} &\approx 0.1401, & \bar{n}_{3\pm 3} &\approx 0.1421, \\ \bar{n}_{4\pm 4} &\approx 0.000036. \end{aligned} \quad (12)$$

При этом заселенность подуровней $F_f = 4 M = \pm 4$ пренебрежимо мала, что опять же обусловлено соотношением коэффициентов ветвления радиационного распада возбужденного состояния $\gamma_{D_2}(F_e = 3) = 3$, следующим из (А.8).

Казалось бы, что для перехода $F_f = 4 \leftrightarrow F_e = 4$ выгоднее выбирать линию D_1 со значением $\gamma_{D_1}(F_e = 4) = 7/5$ из (А.7), чем линию D_2 с $\gamma_{D_2}(F_e = 4) = 5/7$ из (А.8). Однако подстановка в (А.13) соответствующих значений из (А.22) вместо (А.16) не дает заметного выигрыша в заселенности подуровней $F_g=3$ по сравнению со значениями (12). Более существенно, что эффективность накачки подуровня $F_g = 3 M = 0$ относительно изначальной заселенности $\eta \approx 1.6$ гораздо ниже, чем в предыдущей схеме. Повысить это значение позволяет оптимальный выбор направления поляризации лазерных полей относительно оси квантования проекции момента.

На рис. 2 показана зависимость заселенностей магнитных подуровней $F_g = 3 M$ от угла между вектором поляризации и осью квантования проекции момента (направлением пучка атомов). Из соотношения (4) при повороте на угол β вокруг оси y (направление лазерного пучка) следует, что

$$\begin{aligned} n'_{3M}(t) = [d_{0M}^3(\beta)]^2 n_{30}(t) + \sum_{M' > 0} \left\{ [d_{M'M}^3(\beta)]^2 + \right. \\ \left. + [d_{M'M}^3(\pi - \beta)]^2 \right\} n_{3M'}(t). \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь учтена выстроенность состояния атома и свойство симметрии D -функций Вигнера $d_{-M'M}^F(\beta) = (-1)^{F-M} d_{M'M}^F(\pi - \beta)$ (их явные выражения для $F = 3$ приведены в книге [24]). Заселенность подуровня $F_g = 3 M = 0$ возрастает более чем в 1.5 раза вблизи угла $\beta = 35^\circ$, где подуровни $F_g = 3$

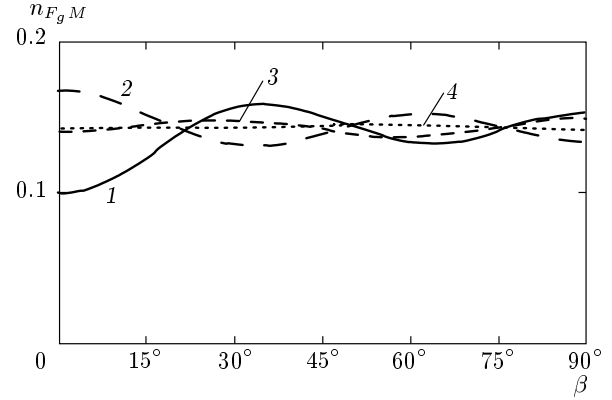


Рис. 2. Зависимости асимптотических заселенностей подуровней $F_g = 3 M$ при последовательной накачке на D_2 -переходах $F_f = 4 \leftrightarrow F_e = 4$ и $F_f = 4 \leftrightarrow F_e = 3$ от угла между осью квантования проекции момента и вектором линейной поляризации лазерного поля. $M = 0$ (1), ± 1 (2), ± 2 (3), ± 3 (4). Суммарная заселенность подуровней $F_f = 4$ близка к $7 \cdot 10^{-5}$ и здесь не приводится

$M = \pm 1$ становятся наименее заселенными. Заселенности остальных подуровней меняются слабо. Значения асимптотических заселенностей при $\beta = 35.5^\circ$ следуют из (12) и (13):

$$\begin{aligned} \bar{n}'_{30} &\approx 0.1581, & \bar{n}'_{3\pm 1} &\approx 0.1321, \\ \bar{n}'_{3\pm 2} &\approx 0.1457, & \bar{n}'_{3\pm 3} &\approx 0.1432. \end{aligned} \quad (14)$$

Таким образом, за счет оптимального выбора направления векторов поляризации при этой накачке заселенность подуровня $F_g = 3 M = 0$ возрастает более чем в 2.5 раза относительно изначальной, что близко к значению в (11) в схеме накачки на одном переходе. Возможно, использование дополнительного лазерного источника на переходе $F_f = 4 \leftrightarrow F_e = 4$ не окупает выигрыш в более глубокой очистке подуровня $F_f = 4$.

Дополнительное повышение заселенности подуровня $F_g = 3 M = 0$ дает накачка лазерным полем с π -поляризацией на переходе $F_g = 3 \leftrightarrow F_e = 3$, для которого подуровень $F_g = 3 M = 0$ является «темным». Асимптотические значения заселенностей в этом случае определяются соотношениями (А.17). Из-за различия коэффициентов ветвления для распада подуровней $F_e = 3 M = \pm 1$ (см. таблицу) прирост заселенности нижнего подуровня «часового» перехода $F_g = 3 M = 0$ в девять раз выше, чем верхнего $F_f = 4 M = 0$.

Используя в (А.17) начальные значения из (11),

Таблица. Коэффициенты ветвления $[a_{MM'}(F_{g(f)}, F_e)]^2$ спонтанных переходов $6^2P_{1/2,3/2}F_eM' \rightarrow 6^2S_{1/2}F_{g(f)}M$ линий D_1 и D_2 в атоме цезия из (A.2)

Переходы D_1		$48[a_{MM'}(F_{g(f)}, F_e)]^2$					Переходы D_2		$144[a_{MM'}(F_{g(f)}, F_e = 3)]^2$				
$F_e = 3$ M'	F_g F_f	M					$F_e = 3$ M'	F_g F_f	M				
		0	± 1	± 2	± 3	± 4			0	± 1	± 2	± 3	± 4
0	3 4	0 16	6 10				0	3 4	0 16	54 10			
± 1	3 4	6 6	1 15	5 15			± 1	3 4	54 6	9 15	45 15		
± 2	3 4		5 3	4 12	3 21		± 2	3 4		45 3	36 12	27 21	
± 3	3 4			3 1	9 7	– 28	± 3	3 4			27 1	81 7	– 28
$F_e = 4$ M'							$F_e = 4$ M'		$1680[a_{MM'}(F_{g(f)}, F_e = 4)]^2$				
0	3 4	16 0	6 10				0	3 4	400 0	150 490			
± 1	3 4	10 10	15 1	3 9			± 1	3 4	250 490	375 49	75 441		
± 2	3 4		15 9	12 4	1 7		± 2	3 4		375 441	300 196	25 343	
± 3	3 4			21 7	7 9	– 4	± 3	3 4			525 343	175 441	– 196
± 4	3 4				28 4	– 16	± 4	3 4				700 196	– 784

получим асимптотические заселенности при накачке на переходе $F_g = 3 \leftrightarrow F_e = 3$:

$$\begin{aligned} \bar{n}_{30} &\approx 0.3818, & \bar{n}_{40} &\approx 0.0255, \\ \bar{n}_{4\pm 1} &\approx 0.0410, & \bar{n}_{4\pm 2} &\approx 0.0716, \\ \bar{n}_{4\pm 3} &\approx 0.0873, & \bar{n}_{4\pm 4} &\approx 0.0965. \end{aligned} \tag{15}$$

Полная эффективность трехступенчатой накачки подуровня $F_g = 3, M = 0$ составляет $\eta \approx 6.11$.

Практически такой же результат дают начальные заселенности (14), приготовленные на переходах $F_f = 4 \leftrightarrow F_e = 4$ и $F_f = 4 \leftrightarrow F_e = 3$. Устранить малую, но нежелательную заселенность подуровня $F_f = 4, M = 0$ позволяет его повторная очистка на переходе $F_f = 4 \leftrightarrow F_e = 3$.

Как следует из (A.17), заселенности подуровней

$F_f = 4, M$ при накачке на переходе $F_g = 3 \leftrightarrow F_e = 3$ тем меньше, чем меньше начальные заселенности подуровней $F_g = 3, M \neq 0$. Накачка на переходе $F_g = 3 \leftrightarrow F_e = 2$ в двухуровневой системе линейно поляризованным излучением помогает решить эту задачу [16]. Для π -поляризации асимптотические заселенности «темных» подуровней ($\bar{n}_{F_g=3, M=\pm 3} = 0.5$) не зависят от распределения начальных заселенностей выстроенных состояний. Поэтому для приготовленных в рассмотренных выше схемах двухступенчатой накачки (11) и (14) важно только относительное направление векторов поляризации. Заселенности подуровней с направлением оси квантования проекции момента под углом β к вектору поляризации поля определяют через заселенности «темных» подуровней (для

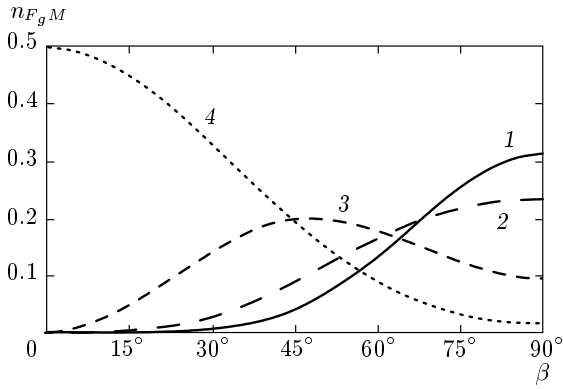


Рис. 3. То же, что на рис. 2, для накачки на переходе $F_g = 3 \leftrightarrow F_e = 2$

π -поляризации) из (13) в виде

$$\bar{n}'_{3M}(\beta) = \frac{1}{2} [d_{3M}^3(\beta)]^2 + \frac{1}{2} [d_{3M}^3(\pi - \beta)]^2. \quad (16)$$

Эти зависимости от угла показаны на рис. 3. Заселенность подуровня $F_g = 3 M = 0$ в (16) определяется явным видом D -функции

$$d_{30}^3(\beta) = -\sqrt{5/16} \sin^3 \beta$$

и максимальна при $\beta = 90^\circ$, т. е. для σ -поляризации поля. Заселенности подуровней имеют следующие значения:

$$\begin{aligned} \bar{n}'_{30} &= \frac{5}{16} = 0.3125, & \bar{n}'_{3\pm 1} &= \frac{15}{64} = 0.234375, \\ \bar{n}'_{3\pm 2} &= \frac{3}{32} = 0.09375, & \bar{n}'_{3\pm 3} &= \frac{1}{64} = 0.015625. \end{aligned} \quad (17)$$

Заселенность подуровня $F_g = 3 M = 0$ почти вдвое выше ее значений в (11) и (14). Так что итоговые заселенности при накачке на переходе $F_g = 3 \leftrightarrow F_e = 3$ при начальных значениях из (17), согласно (А.16), равны

$$\begin{aligned} \bar{n}_{30} &= \frac{11}{19} \approx 0.57895, & \bar{n}_{40} &= \frac{9}{304} \approx 0.02961, \\ \bar{n}_{4\pm 1} &= \frac{53}{1216} \approx 0.04359, \\ \bar{n}_{4\pm 2} &= \frac{353}{5472} \approx 0.06451, \\ \bar{n}_{4\pm 3} &= \frac{595}{10944} \approx 0.05437, \\ \bar{n}_{4\pm 4} &= \frac{91}{2736} \approx 0.03326. \end{aligned} \quad (18)$$

Итоговая эффективность накачки подуровня $F_g = 3 M = 0$ для всей четырехступенчатой цепочки

переходов $\eta = 176/19 \approx 9.26$. Рост относительно (15) обусловлен меньшей заселенностью подуровней $F_f = 4 M$. Их очистка осуществляется повторением двух первых ступеней.

Время установления для асимптотических значений заселенностей зависит от параметров поля накачки. Оно может быть определено численным решением уравнений (3a)–(3d). Условие постоянства интенсивности лазерного излучения не является принципиальным. При ее плавном изменении (частоты Раби в (3) переходят под знак интеграла) время установления стационарного режима будет определяться средней величиной интенсивности.

На рис. 4 приведены результаты расчета динамики заселенностей подуровней $F_g = 3 M$ и $F_f = 4 M$ для их равновероятных начальных значений при накачке на переходе $F_f = 4 \leftrightarrow F_e = 4$, а также заселенностей подуровней возбужденного состояния $F_e = 4$ при нулевой отстройке от резонанса и различных значениях интенсивности поля. Для спектроскопических характеристик D_2 -переходов (рис. 1) световой сдвиг согласно (А.12) может проявиться при интенсивности $I_e \approx 85$ мВт/см². На рис. 4a–e представлены результаты расчета для интенсивности $I = 40$ мкВт/см². Расчет показывает, что асимптотические значения практически достигаются уже при $t_a \approx 900\tau_e = 30$ мкс после включения взаимодействия. При интенсивности 1 мВт/см² (рис. 4a–e) выход на асимптотику происходит быстрее ($t_a \approx 1$ мкс) за счет увеличения средней заселенности подуровней возбужденного состояния в (6). За это время атомы пучка (с тепловой скоростью 300 м/с) пролетают расстояние примерно 0.3 мм, что меньше обычного поперечного размера лазерного пучка. При скорости охлажденных атомов порядка 1 м/с в стандарте частоты фонтанного типа это расстояние существенно меньше.

Время релаксации заселенностей зависит также от расстройки частоты оптического резонанса. На рис. 5 показана динамика заселенностей на переходе $F_f = 4 \leftrightarrow F_e = 3$ для интенсивности 1 мВт/см² при точном резонансе (рис. 5a–b) и при отстройке на полуширину линии $\delta = 2.5$ МГц (рис. 5c–e). Как видно из результатов расчетов, при указанной отстройке время выхода на асимптотику немного затягивается по сравнению с условием точного резонанса. Меньшая эффективность заселения подуровней возбужденного состояния в индуцированных переходах, определяемая отношением $\Omega_M^2 / (\Omega_M^2 + 4\delta^2 + \tau_e^{-2})$ (как в случае двухуровневой системы [34]), требует большего интервала интегрирования в (6). При большей интенсивности стационарный режим будет

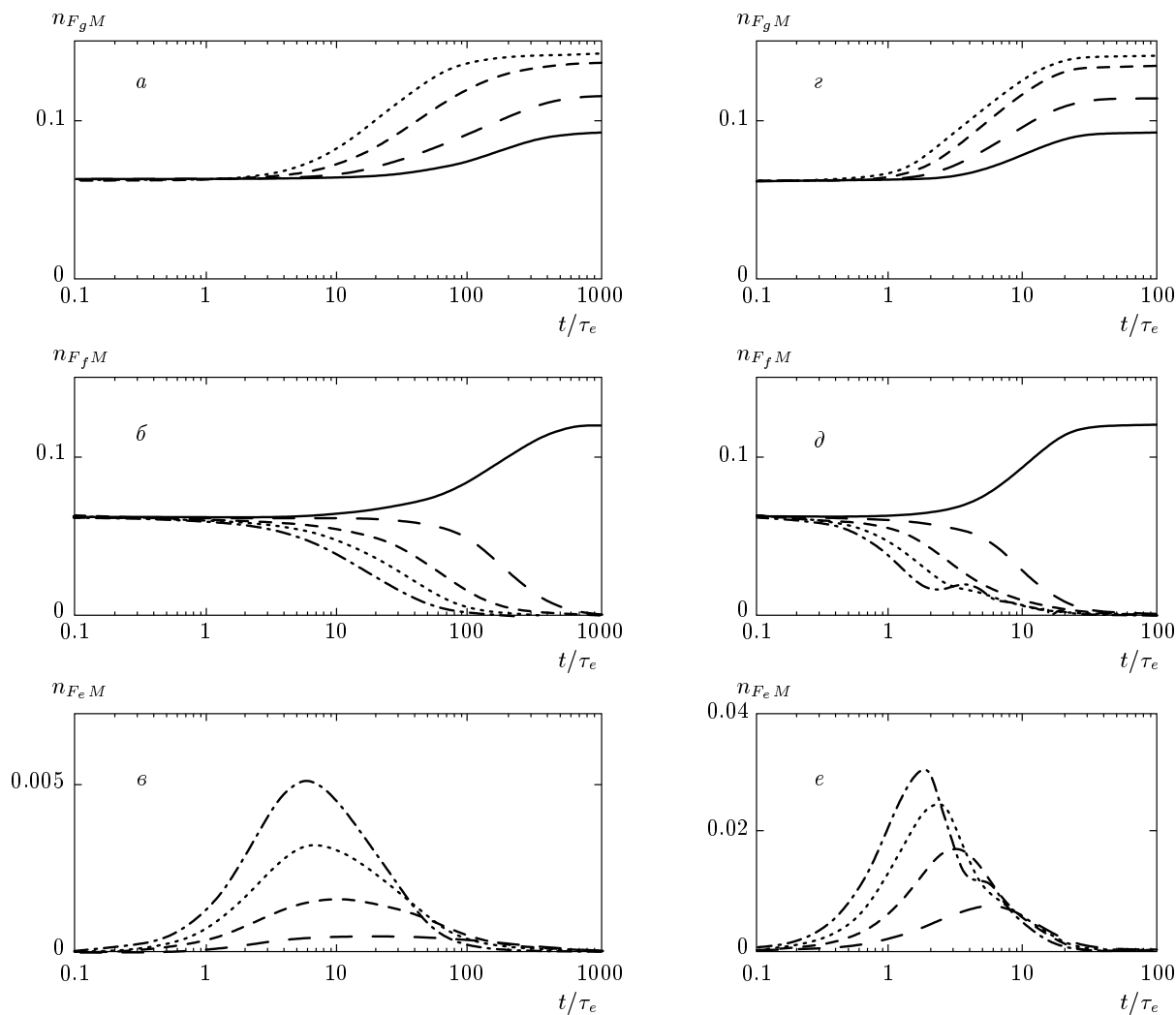


Рис. 4. Динамика заселенностей магнитных подуровней $6^2S_{1/2}$ $F_g = 3$ и $F_f = 4$ основного состояния и подуровней возбужденного состояния $6^2P_{3/2}$ $F_e = 3$ для оптической накачки $F_f = 4 \leftrightarrow F_e = 4$ π -поляризованным лазерным полем при точном резонансе. Интенсивность 40 (а-в), 1 (г-е) мВт/см². Обозначение кривых, как на рис. 2 (штрих-пунктирная кривая — подуровни $M = \pm 4$). Начальные заселенности подуровней основного состояния равны

достигаться примерно за то же время, как при точном резонансе.

Расчеты по формулам (3а)–(3д) для других рассматриваемых в статье переходов показывают, что время выхода на асимптотику имеет тот же порядок величины и аналогичным образом зависит от лазерных параметров.

Альтернативная возможность более высокой заселенности подуровня $F_g = 3$ $M = 0$ связана с одновременным резонансным воздействием лазерных полей на двух переходах $F_g = 3 \leftrightarrow F_e = 3$ и $F_f = 4 \leftrightarrow F_e = 4$, не имеющих общих уровней. Асимптотические значения заселенностей «темных» под-

уровней $F_g = 3$ $M = 0$ и $F_f = 4$ $M = 0$ получаются аналогично рассмотренному выше случаю с одним полем. Для линии D_2 они также определяются коэффициентами ветвления спонтанных переходов из $F_e = 3$ M и $F_e = 4$ M и зависят от начальных заселенностей согласно (А.18). Если начальные заселенности равны, то выражения (А.18) дают

$$\begin{aligned} \bar{n}_{30} &= \frac{482907}{698782} \approx 0.6911, \\ \bar{n}_{40} &= \frac{215875}{698782} \approx 0.3089. \end{aligned} \tag{19}$$

Эффективность накачки подуровня $F_g = 3$ $M = 0$ достигает значения $\eta = 11.05$. Верхний подуровень

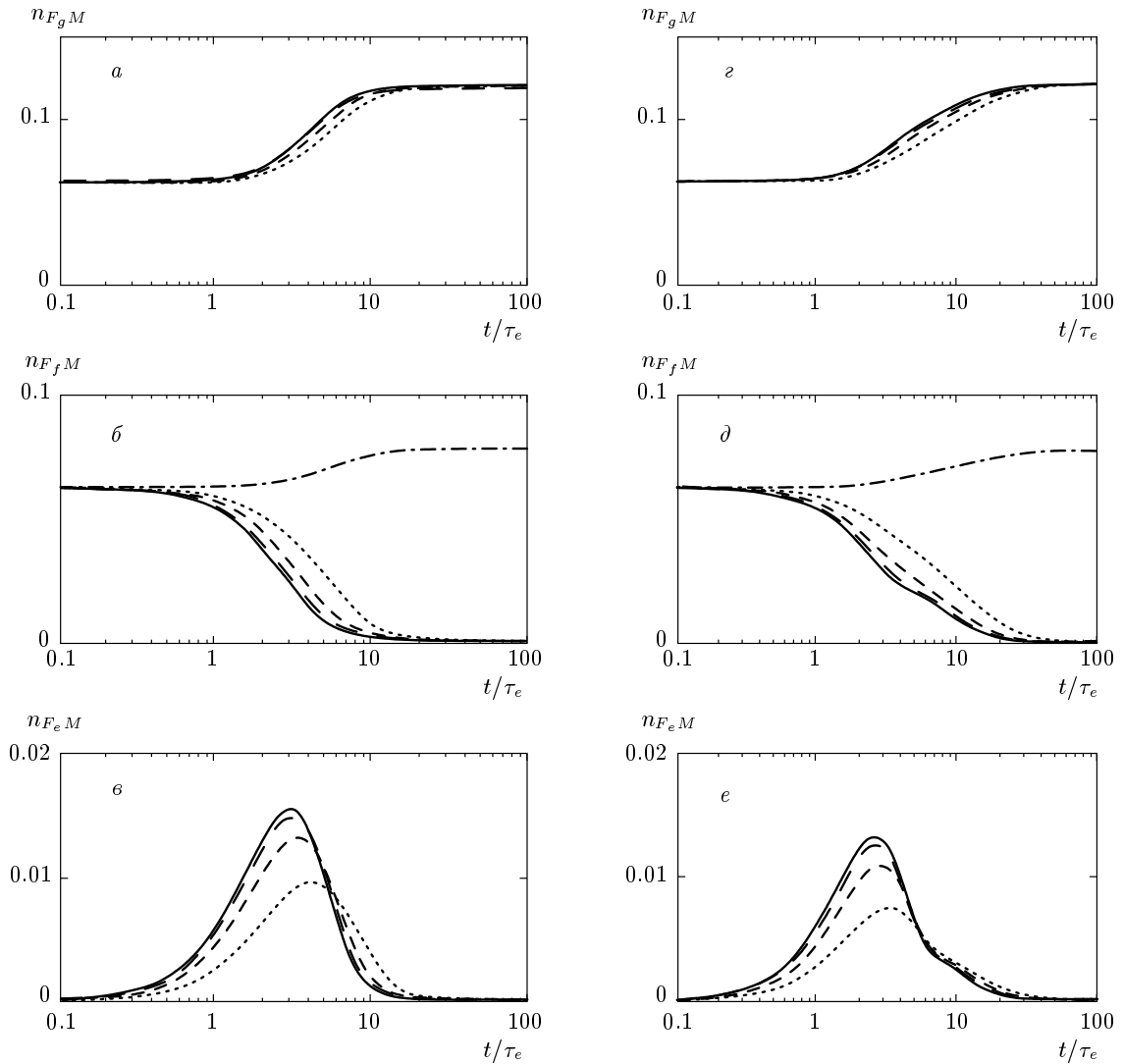


Рис. 5. То же, что на рис. 4, но для оптической накачки $F_f = 4 \leftrightarrow F_e = 3$ при интенсивности 1 мВт/см^2 для случаев точного резонанса (а-в), отстройки частоты лазерного поля от резонанса на 2.5 МГц (г-е)

часового перехода очищается при последующей накачке на переходе $F_f = 4 \leftrightarrow F_e = 3$. Соотношения (А.13) в этом случае дают

$$\begin{aligned} \bar{n}_{30} &\approx 0.71148, & \bar{n}_{3\pm 1} &\approx 0.13396, \\ \bar{n}_{3\pm 2} &\approx 0.00937, & \bar{n}_{3\pm 3} &\approx 0.00085, \\ \bar{n}_{4\pm 4} &\approx 0.000092 \end{aligned} \quad (20)$$

с небольшим дополнительным заселением подуровня $F_g = 3 \ M = 0$ ($\eta \approx 11.38$).

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе исследованы возможности повышения эффективности лазерной оптической накачки под-

уровня $F_g = 3 \ M = 0$ в атоме цезия на переходах между различными компонентами сверхтонкой структуры.

Для линейной поляризации лазерного поля из уравнений для матрицы плотности получены асимптотические (стационарные) значения заселенностей магнитных подуровней для переходов $F_f = 4 \leftrightarrow F_e = 3$, $F_f = 4 \leftrightarrow F_e = 4$ и $F_g = 3 \leftrightarrow F_e = 3$. Численным решением определено время перехода заселенностей к стационарному режиму в зависимости от интенсивности и частоты лазерного излучения. При интенсивности 40 мкВт/см^2 время установления стационарных значений заселенностей достаточно мало (примерно 30 мкс) и сокращается

до 1 мкс при интенсивности 1 мВт/см². Отстройка от резонанса в пределах радиационной ширины линии существенно не меняет эти значения.

Последовательное воздействие на ансамбль атомов σ - и π -поляризованных лазерных полей на переходе $F_f = 4 \leftrightarrow F_e = 3$ позволяет практически полностью очистить подуровень $F_f = 4$ и увеличить заселенность подуровня $F_g = 3$ $M = 0$ примерно в 2.5 раза. Близкий результат достигается при последовательной накачке на переходах $F_f = 4 \leftrightarrow F_e = 4$ и $F_f = 4 \leftrightarrow F_e = 3$ π -поляризованными полями. Последующее воздействие π -поляризованным полем на переходе $F_g = 3 \leftrightarrow F_e = 3$ позволяет увеличить эффективность накачки до шести раз. В результате предварительного перераспределения заселенностей подуровней $F_g = 3$ M на переходе $F_g = 3 \leftrightarrow F_e = 2$ σ -поляризованным полем итоговая заселенность подуровня $F_g = 3$ $M = 0$ возрастает примерно в 9.3 раза.

При совместном воздействии π -поляризованных полей на не имеющих общих уровней переходах $F_f = 4 \leftrightarrow F_e = 4$ и $F_g = 3 \leftrightarrow F_e = 3$ эффективность накачки подуровня $F_g = 3$ $M = 0$ достигает $\eta \approx 11.3$ при последующей очистке подуровня $F_f = 4$ $M = 0$ на переходе $F_f = 4 \leftrightarrow F_e = 3$.

Таким образом, в работе показана возможность с помощью оптической накачки существенно повысить отношение сигнал/шум в современных цезиевых стандартах времени и частоты. Представленный подход применим для расчета эффективности накачки других атомов, в частности, в уникальных по долговременной стабильности стандартах частоты фонтанного типа на атомах рубидия [35–37].

Авторы благодарны В. Н. Барышеву за полезные обсуждения.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Для перехода $I J_e F_e M' \rightarrow I J_g F M$ (I — спин ядра, J — полный угловой момент электронов) матричный элемент циклической компоненты дипольного момента D_q следует из правил сложения угловых моментов и теоремы Вигнера–Эккарта:

$$\langle J_g I F M | D_q | J_e I F_e M' \rangle = \frac{\langle J_g \parallel D \parallel J_e \rangle}{\sqrt{2J_e + 1}} a_{MM'}(F, F_e), \quad (A.1)$$

где $\langle J \parallel D \parallel J' \rangle$ — приведенный матричный элемент,

$$a_{MM'}(F, F_e) = (-1)^{J_e - J_g + q} [(2F + 1)(2J_e + 1)]^{1/2} \times W(F_e 1 I J_g; F J_e) C_{F M 1 q}^{F_e M'}, \quad (A.2)$$

Здесь $W(abed; cf)$ и $C_{\alpha\alpha\beta}^{c\gamma}$ — коэффициенты соответственно Рака и Клебша–Гордана, $q = M' - M$.

Ввиду малости величины сверхтонкого расщепления (для линии D_2 цезия $\Delta\omega_{fg}/\omega_{eg} \approx 2.5 \cdot 10^{-5}$), скорость радиационного перехода между магнитными подуровнями определяется из формул (2) и (A.1) как

$$R_{FM, F_e M'} = \frac{[a_{MM'}(F, F_e)]^2}{\tau_e}, \quad (A.3)$$

где числитель дает коэффициент ветвления для скорости перехода. Их значения для переходов D_1 и D_2 в атоме цезия приведены в таблице.

Из (A.2) следуют очевидные равенства:

$$\sum_M [a_{MM'}(F, F_e)]^2 = (2F + 1)(2J_e + 1) \times [W(F_e 1 I J_g; F J_e)]^2, \quad (A.4)$$

$$\sum_{FM} [a_{MM'}(F, F_e)]^2 = 1,$$

$$\sum_{M'} [a_{MM'}(F, F_e)]^2 = (2F_e + 1)(2J_e + 1) [W(F_e 1 I J_g; F J_e)]^2. \quad (A.5)$$

При $J_g = 1/2$ отношение вероятностей распада на сверхтонкие подуровни $F = I - 1/2$ и $F = I + 1/2$ имеет вид

$$\gamma(F_e) = \frac{\sum_M [a_{MM'}(I - 1/2, F_e)]^2}{\sum_M [a_{MM'}(I + 1/2, F_e)]^2} = \frac{I}{I + 1} \left[\frac{W\left(F_e 1 I \frac{1}{2}; I - \frac{1}{2} J_e\right)}{W\left(F_e 1 I \frac{1}{2}; I + \frac{1}{2} J_e\right)} \right]^2. \quad (A.6)$$

В частности, для линий D_1 и D_2 отсюда следует

$$\gamma_{D1}(F_e) = \begin{cases} \frac{I - 1/2}{2I + 2}, & F_e = I - 1/2, \\ \frac{4I}{2I + 3}, & F_e = I + 1/2, \end{cases} \quad (A.7)$$

$$\gamma_{D2}(F_e) = \begin{cases} \frac{2I + 2}{I - 1/2}, & F_e = I - 1/2, \\ \frac{2I + 3}{4I}, & F_e = I + 1/2. \end{cases} \quad (A.8)$$

Для линии D_2 при $I > 1/2$ компоненты $F_e = I \pm 3/2$ распадаются в один из подуровней основного состояния.

Для индуцированного перехода $F_f \leftrightarrow F_e = F_f - 1$ из (А.5) следует соотношение

$$\sum_{M'} [A^{-1}(F_g, F_f)]_{MM'} = \frac{1}{1 - (2F_e + 1)(2J_e + 1) [W(F_e 1 I J_g; F_f J_e)]^2}, \quad (\text{A.9})$$

тогда для равных начальных заселенностей $n_{F_g(f)M}^0 = 1/(2F_g + 2F_f + 2)$ получаем из (7):

$$\bar{n}_{F_g M} = \frac{1}{2(F_g + F_f + 1)} \left[1 + \frac{(2F_e + 1)(2J_e + 1) [W(F_e 1 I J_g; F_g J_e)]^2}{1 - (2F_e + 1)(2J_e + 1) [W(F_e 1 I J_g; F_f J_e)]^2} \right], \quad (\text{A.10})$$

$$\bar{n}_{F_f M = \pm F_f} = \frac{1}{2(F_g + F_f + 1)} \frac{1}{1 - (2F_e + 1)(2J_e + 1) [W(F_e 1 I J_g; F_f J_e)]^2},$$

т. е. асимптотические заселенности магнитных подуровней $F_g M$ одинаковы, как и интегралы от заселенностей подуровней возбужденного состояния (6).

При оценке поляризационного (светового) сдвига уровней для перехода $F \leftrightarrow F_e$ следует иметь в виду, что он определяется соседними нерезонансными сверхтонкими подуровнями, при этом доминирует сдвиг подуровня основного состояния

$$\Delta\omega_{FM} = \frac{1}{4} \sum_{F'_e \neq F_e} \frac{[\Omega_{FM, F'_e M}]^2}{\omega_{F_e F'_e}}, \quad (\text{A.11})$$

поскольку величина сверхтонкого расщепления в знаменателе для возбужденного уровня значительно меньше, чем для основного.

Условие малости светового сдвига (А.11) по сравнению с шириной линии $\Delta\omega_{FM} \ll \tau_e^{-1}$ дает предельную величину интенсивности лазерного излучения

$$I_L \ll \frac{2\hbar\omega_{eg}^2}{3\pi c^2} \left| \sum_{F'_e \neq F_e} \omega_{F_e F'_e}^{-1} [a_{MM}(F, F'_e)]^2 \right|^{-1} > \frac{16\pi^2}{3(N_{hf} - 1)} \frac{\Delta E_{hf} c}{\lambda_{eg}^3} \equiv I_c, \quad (\text{A.12})$$

где ΔE_{hf} и $N_{hf} = I + J_e - |I - J_e| + 1$ — соответственно наименьший из энергетических интервалов и число подуровней сверхтонкой структуры.

Далее приведены выражения асимптотических заселенностей в атоме цезия для практического использования в различных схемах лазерной накачки с π -поляризацией.

Лазерно-индуцированные переходы на линии D_2 ($J_e = 3/2$)

Для перехода $F_f = 4 \leftrightarrow F_e = 3$ асимптотические значения заселенностей подуровней имеют вид

$$\begin{aligned} \bar{n}_{30} &= n_{30}^0 + \frac{270945}{4101383} n_{40}^0 + \frac{3468096}{4101383} n_{4\pm 1}^0 + \frac{78912}{4101383} n_{4\pm 2}^0 + \frac{576}{4101383} n_{4\pm 3}^0, \\ \bar{n}_{3\pm 1} &= n_{3\pm 1}^0 + \frac{41358}{95381} n_{40}^0 + \frac{14325}{95381} n_{4\pm 1}^0 + \frac{32880}{95381} n_{4\pm 2}^0 + \frac{240}{95381} n_{4\pm 3}^0, \\ \bar{n}_{3\pm 2} &= n_{3\pm 2}^0 + \frac{124350}{4101383} n_{40}^0 + \frac{1591680}{4101383} n_{4\pm 1}^0 + \frac{1284819}{4101383} n_{4\pm 2}^0 + \frac{817680}{4101383} n_{4\pm 3}^0, \\ \bar{n}_{3\pm 3} &= n_{3\pm 3}^0 + \frac{11250}{4101383} n_{40}^0 + \frac{144000}{4101383} n_{4\pm 1}^0 + \frac{1229400}{4101383} n_{4\pm 2}^0 + \frac{2433879}{4101383} n_{4\pm 3}^0, \\ \bar{n}_{4\pm 4} &= n_{4\pm 4}^0 + \frac{1225}{4101383} n_{40}^0 + \frac{15680}{4101383} n_{4\pm 1}^0 + \frac{133868}{4101383} n_{4\pm 2}^0 + \frac{839216}{4101383} n_{4\pm 3}^0. \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

При равных начальных заселенностях из (А.10), используя частные значения коэффициентов Рака (см. [22]), получим

$$\bar{n}_{4\pm 4} = \frac{9}{116} \approx 0.0776, \quad \bar{n}_{3M} = \frac{7}{58} \approx 0.1207. \quad (\text{A.14})$$

Для перехода $F_f = 4 \leftrightarrow F_e = 4$ асимптотические заселенности имеют вид

$$\begin{aligned}
 \bar{n}_{30} &= n_{30}^0 + \frac{27059600}{80672543} n_{4\pm 1}^0 + \frac{1230300}{11524649} n_{4\pm 2}^0 + \frac{352800}{11524649} n_{4\pm 3}^0 + \frac{77175}{11524649} n_{4\pm 4}^0, \\
 \bar{n}_{3\pm 1} &= n_{3\pm 1}^0 + \frac{723075}{2180339} n_{4\pm 1}^0 + \frac{820200}{2180339} n_{4\pm 2}^0 + \frac{33600}{311477} n_{4\pm 3}^0 + \frac{7350}{311477} n_{4\pm 4}^0, \\
 \bar{n}_{3\pm 2} &= n_{3\pm 2}^0 + \frac{319440}{2180339} n_{4\pm 1}^0 + \frac{810615}{2180339} n_{4\pm 2}^0 + \frac{169920}{311477} n_{4\pm 3}^0 + \frac{37170}{311477} n_{4\pm 4}^0, \\
 \bar{n}_{3\pm 3} &= n_{3\pm 3}^0 + \frac{7920}{311477} n_{4\pm 1}^0 + \frac{205040}{2180339} n_{4\pm 2}^0 + \frac{93845}{311477} n_{4\pm 3}^0 + \frac{263870}{311477} n_{4\pm 4}^0, \\
 \bar{n}_{40} &= n_{40}^0 + \frac{7576688}{11524649} n_{4\pm 1}^0 + \frac{2411388}{11524649} n_{4\pm 2}^0 + \frac{691488}{11524649} n_{4\pm 3}^0 + \frac{151263}{11524649} n_{4\pm 4}^0.
 \end{aligned}
 \tag{A.15}$$

При равных начальных заселенностях

$$\begin{aligned}
 \bar{n}_{30} &= \frac{29838517}{322690172} \approx 0.0925, \\
 \bar{n}_{3\pm 1} &= \frac{501283}{4360678} \approx 0.1150, \\
 \bar{n}_{3\pm 2} &= \frac{595003}{4360678} \approx 0.1364, \\
 \bar{n}_{3\pm 3} &= \frac{618103}{4360678} \approx 0.1417, \\
 \bar{n}_{40} &= \frac{5588869}{46098596} \approx 0.1212.
 \end{aligned}
 \tag{A.16}$$

Асимптотические значения заселенностей для перехода $F_g = 3 \leftrightarrow F_e = 3$ имеют вид

$$\begin{aligned}
 \bar{n}_{30} &= n_{30}^0 + \frac{18}{19} n_{3\pm 1}^0 + \frac{42}{95} n_{3\pm 2}^0 + \frac{18}{95} n_{3\pm 3}^0, \\
 \bar{n}_{40} &= n_{40}^0 + \frac{2}{19} n_{3\pm 1}^0 + \frac{14}{285} n_{3\pm 2}^0 + \frac{2}{95} n_{3\pm 3}^0, \\
 \bar{n}_{4\pm 1} &= n_{4\pm 1}^0 + \frac{41}{285} n_{3\pm 1}^0 + \frac{28}{285} n_{3\pm 2}^0 + \\
 &\quad + \frac{4}{95} n_{3\pm 3}^0, \\
 \bar{n}_{4\pm 2} &= n_{4\pm 2}^0 + \frac{52}{285} n_{3\pm 1}^0 + \frac{61}{285} n_{3\pm 2}^0 + \\
 &\quad + \frac{62}{855} n_{3\pm 3}^0, \\
 \bar{n}_{4\pm 3} &= n_{4\pm 3}^0 + \frac{28}{285} n_{3\pm 1}^0 + \frac{28}{95} n_{3\pm 2}^0 + \\
 &\quad + \frac{203}{855} n_{3\pm 3}^0, \\
 \bar{n}_{4\pm 4} &= n_{4\pm 4}^0 + \frac{14}{285} n_{3\pm 1}^0 + \frac{14}{95} n_{3\pm 2}^0 + \\
 &\quad + \frac{434}{855} n_{3\pm 3}^0.
 \end{aligned}
 \tag{A.17}$$

При одновременном воздействии двух лазерных полей на переходах $F_g = 3 \leftrightarrow F_e = 3$ и $F_f = 4 \leftrightarrow F_e = 4$, не имеющих общих уровней, система уравнений (3) включает подуровни $F_e = 3, 4 M > 0$. Асимптотические заселенности «темных» подуров-

ней $F_g = 3 M = 0$ и $F_f = 4 M = 0$ зависят от начальных заселенностей следующим образом:

$$\begin{aligned}
 \bar{n}_{40} &= n_{40}^0 + \frac{23705}{56658} n_{31}^0 + \frac{140261}{283290} n_{32}^0 + \\
 &\quad + \frac{47993}{94430} n_{33}^0 + \frac{616079}{698782} n_{41}^0 + \frac{418219}{698782} n_{42}^0 + \\
 &\quad + \frac{369209}{698782} n_{43}^0 + \frac{179112}{349391} n_{44}^0, \\
 \bar{n}_{30} &= n_{30}^0 + \frac{89611}{56658} n_{31}^0 + \frac{426319}{283290} n_{32}^0 + \\
 &\quad + \frac{140867}{94430} n_{33}^0 + \frac{781485}{698782} n_{41}^0 + \frac{979345}{698782} n_{42}^0 + \\
 &\quad + \frac{1028355}{698782} n_{43}^0 + \frac{519670}{349391} n_{44}^0.
 \end{aligned}
 \tag{A.18}$$

Лазерно-индуцированные переходы на линии D_1
($J_e = 1/2$)

Для накачки $F_f = 4 \leftrightarrow F_e = 3$ асимптотические заселенности имеют вид

$$\begin{aligned}
 \bar{n}_{30} &= n_{30}^0 + \frac{485}{3619} n_{40}^0 + \frac{1552}{3619} n_{4\pm 1}^0 + \\
 &\quad + \frac{656}{18095} n_{4\pm 2}^0 + \frac{16}{18095} n_{4\pm 3}^0, \\
 \bar{n}_{3\pm 1} &= n_{3\pm 1}^0 + \frac{2686}{10857} n_{40}^0 + \frac{2081}{10857} n_{4\pm 1}^0 + \\
 &\quad + \frac{8528}{54285} n_{4\pm 2}^0 + \frac{208}{54285} n_{4\pm 3}^0, \\
 \bar{n}_{3\pm 2} &= n_{3\pm 2}^0 + \frac{890}{10857} n_{40}^0 + \frac{2848}{10857} n_{4\pm 1}^0 + \\
 &\quad + \frac{9673}{54285} n_{4\pm 2}^0 + \frac{4208}{54285} n_{4\pm 3}^0, \\
 \bar{n}_{3\pm 3} &= n_{3\pm 3}^0 + \frac{130}{3619} n_{40}^0 + \frac{416}{3619} n_{4\pm 1}^0 + \\
 &\quad + \frac{4056}{10857} n_{4\pm 2}^0 + \frac{4071}{10857} n_{4\pm 3}^0, \\
 \bar{n}_{4\pm 4} &= n_{4\pm 4}^0 + \frac{35}{517} n_{40}^0 + \frac{112}{517} n_{4\pm 1}^0 + \\
 &\quad + \frac{1092}{2585} n_{4\pm 2}^0 + \frac{1792}{2585} n_{4\pm 3}^0.
 \end{aligned}
 \tag{A.19}$$

При равных начальных заселенностях из (A.10) и (A.19) следует

$$n_{4\pm 4} = 0.15, \quad n_{3M} = 0.1.
 \tag{A.20}$$

Для перехода $F_f = 4 \leftrightarrow F_e = 4$ асимптотические заселенности имеют вид

$$\begin{aligned} \bar{n}_{30} &= n_{30}^0 + \frac{9400}{21199} n_{41}^0 + \frac{1980}{21199} n_{42}^0 + \\ &\quad + \frac{360}{21199} n_{43}^0 + \frac{45}{21199} n_{44}^0, \\ \bar{n}_{3\pm 1} &= n_{3\pm 1}^0 + \frac{8535}{21199} n_{4\pm 1}^0 + \frac{9240}{21199} n_{4\pm 2}^0 + \\ &\quad + \frac{1680}{21199} n_{4\pm 3}^0 + \frac{210}{21199} n_{4\pm 4}^0, \\ \bar{n}_{3\pm 2} &= n_{3\pm 2}^0 + \frac{2976}{21199} n_{4\pm 1}^0 + \frac{8475}{21199} n_{4\pm 2}^0 + \\ &\quad + \frac{13104}{21199} n_{4\pm 3}^0 + \frac{1638}{21199} n_{4\pm 4}^0, \\ \bar{n}_{3\pm 3} &= n_{3\pm 3}^0 + \frac{288}{21199} n_{4\pm 1}^0 + \frac{1504}{21199} n_{4\pm 2}^0 + \\ &\quad + \frac{6055}{21199} n_{4\pm 3}^0 + \frac{19306}{21199} n_{4\pm 4}^0, \\ \bar{n}_{40} &= n_{40}^0 + \frac{9400}{21199} n_{41}^0 + \frac{1980}{21199} n_{42}^0 + \\ &\quad + \frac{360}{21199} n_{43}^0 + \frac{45}{21199} n_{44}^0. \end{aligned} \tag{A.21}$$

При равных начальных заселенностях

$$\begin{aligned} \bar{n}_{30} = \bar{n}_{40} &= \frac{4123}{42398} \approx 0.0972, \\ \bar{n}_{3\pm 1} &= \frac{2554}{21199} \approx 0.1205, \\ \bar{n}_{3\pm 2} &= \frac{2962}{21199} \approx 0.1397, \\ \bar{n}_{3\pm 3} &= \frac{3022}{21199} \approx 0.1426. \end{aligned} \tag{A.22}$$

Здесь равенство заселенностей подуровней с $M = 0$ определяется совпадением коэффициентов ветвления при распаде подуровней $F_e = 4$ $M = \pm 1$ (см. таблицу).

По аналогичной причине при одновременной накачке на переходах $F_g = 3 \leftrightarrow F_e = 3$ и $F_f = 4 \leftrightarrow F_e = 4$ получаем

$$\bar{n}_{30} = \bar{n}_{40} = \frac{1}{2}. \tag{A.23}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. Kleinpoppen, *Adv. Atom. Mol. Phys.* **15**, 423 (1979).
2. N. Andersen and K. Bartschat, *Polarization, Alignment, and Orientation in Atomic Collisions*, Springer, New York (2001).
3. В. С. Легохов, В. И. Чеботаев, *Нелинейная лазерная спектроскопия сверхвысокого разрешения*, Наука, Москва (1990).
4. Л. Мандель, Э. Вольф, *Оптическая когерентность и квантовая оптика*, Физматлит, Москва (2000).
5. Ф. Риле, *Стандарты частоты. Принципы и приложения*, Физматлит, Москва (2009).
6. Ю. С. Домнин, В. Н. Барышев, А. И. Бойко и др., *Измерительная техника* № 10, 13 (2012).
7. R. Wynands and S. Weyers, *Metrologia* **42**, S64 (2005).
8. J. Guena, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control.* **59**, 391 (2012).
9. F. Levi, C. Calosso, D. Calonico et al., *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control.* **57**, 600 (2010).
10. R. Li, K. Gibble, and K. Szymaniec, *Metrologia* **48**, 283 (2011).
11. A. Bauch, *Metrologia* **42**, S43 (2005).
12. T. E. Parker, *Metrologia* **47**, 1 (2010).
13. E. de Clercq, M. de Labacherrie, G. Avila et al., *J. Phys. (Paris)* **45**, 239 (1984).
14. G. Avila, V. Giordano, V. Candelier et al., *Phys. Rev. A* **36**, 3719 (1987).
15. G. Theobald, N. Dimarcq, V. Giordano, and P. Cerez, *Opt. Comm.* **71**, 256 (1989).
16. Yu. S. Domnin, G. A. Elkin, A. V. Novoselov et al., *Proc. 21th Europ. Freq. and Time Forum, Freq. Control Symp. and Europ. Navig. Conf.*, Geneva (2007), p. 22.
17. K. Szymaniec, S. N. Lea, K. Liu, and P. B. Whiblerly, *Joint UFFC, EFTF and PFH Symposium, Book of Abstracts*, Prague (2013), p. 395.
18. A. V. Taichenachev, V. I. Yudin, V. L. Velichansky, A. S. Zibrov, and S. A. Zibrov, *Phys. Rev. A* **73**, 013812 (2006).
19. S. A. Zibrov, A. V. Taichenachev, V. I. Yudin, V. L. Velichansky, and A. S. Zibrov, *Opt. Lett.* **31**, 2060 (2006).
20. С. Г. Раутиан, Г. И. Смирнов, А. М. Шалагин, *Нелинейные резонансы в спектрах атомов и молекул*, Наука, Москва (1979).
21. Ю. А. Ильинский, Л. В. Келдыш, *Взаимодействие электромагнитного излучения с веществом*, Изд-во МГУ, Москва (1989).
22. S. Chang and V. Minogin, *Phys. Rep.* **365**, 65 (2002).

23. К. Блум, *Теория матрицы плотности и ее приложения*, Мир, Москва (1983).
24. Д. А. Варшалович, А. Н. Москалев, В. К. Херсонский, *Квантовая теория углового момента*, Наука, Ленинград (1975).
25. В. Гао, *Phys. Rev. A* **48**, 2443 (1993).
26. В. С. Смирнов, А. М. Тумайкин, В. И. Юдин, *ЖЭТФ* **96**, 1613 (1989).
27. А. В. Тайченачев, А. М. Тумайкин, В. И. Юдин, Г. Ниенхаус, *ЖЭТФ* **108**, 415 (1993).
28. J. K. Link, *J. Opt. Soc. Amer.* **56**, 1195 (1966).
29. С. Cohen-Tannoudji, in *Frontiers in Laser Spectroscopy*, ed. by R. Balian, S. Haroche, and S. Liberman, North Holland, Amsterdam (1975).
30. F. Favre, D. Le Guen, and J. C. Simon, *IEEE J. Quant. Electr.* **18**, 1712 (1982).
31. J. R. Morris and B. W. Shore, *Phys. Rev. A* **27**, 906 (1983).
32. G. Nienhuis, *Opt. Comm.* **59**, 353 (1986).
33. О. Н. Прудников, А. В. Тайченачев, А. М. Тумайкин и др., *ЖЭТФ* **126**, 1303 (2004).
34. Л. Аллен, Дж. Эберли, *Оптический резонанс и двухуровневые атомы*, Мир, Москва (1978).
35. Yu. Ovchinnikov and G. Marra, *Metrologia* **48**, 87 (2011).
36. S. Peil, S. Crane, T. Swanson, and C. R. Ekstrom, *Proc. Int. Freq. Control Symp. and Exposition*, IEEE (2006), p. 304.
37. S. Peil, S. Crane, T. Swanson, and C. R. Ekstrom, *Proc. Frequency Control and the European Frequency and Time Forum (FCS), Joint Conf. IEEE International* (2011), p. 58.