

ОПТИЧЕСКОЕ ПОЛЯРИЗАЦИОННОЕ ЭХО: ПРОЯВЛЕНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДАМИ КВАНТОВОЙ ТОМОГРАФИИ СОСТОЯНИЙ И ПРОЦЕССОВ

Ю. И. Богданов^{a,b,c}, Б. И. Бантыш^{a,b}, А. А. Калинин^d,

С. П. Кулик^{e*}, Е. В. Морева^f, В. А. Шершулин^{b,g}

^a Физико-технологический институт Российской академии наук
117218, Москва, Россия

^b Национальный исследовательский университет «МИЭТ»
124498, Москва, Зеленоград, Россия

^c Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
115409, Москва, Россия

^d Казанский физико-технический институт им. Е. К. Завойского Российской академии наук
420029, Казань, Россия

^e Физический факультет, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
119991, Москва, Россия

^f Международный лазерный центр, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
119991, Москва, Россия

^g Институт общей физики им. А. М. Прохорова Российской академии наук
119991, Москва, Россия

Поступила в редакцию 30 ноября 2013 г.

Продемонстрирован эффект поляризационного эха, который проявляется в тождественности составного поляризационного преобразования, независимо от спектрального состава входного поляризационного состояния. В процессе эволюции чистое входное состояние переходит в полностью смешанное, а затем возвращается в исходное. Этапы такой эволюции полностью аналогичны соответствующим этапам «классического» эффекта спинового эха. С помощью процедуры томографии квантового процесса проведена проверка адекватности выполняемых преобразований для условно приготовленных однофотонных поляризационных состояний.

DOI: 10.7868/S0044451014060019

1. ВВЕДЕНИЕ

Поляризационная степень свободы фотона — это один из фундаментальных и в то же время простых ресурсов для реализаций квантового бита (кубита). Так, однокубитовые преобразования могут быть легко выполнены посредством фазовых пластинок, изготовленных из материалов, обладающих двулучепреломлением. Наглядная визуализация таких со-

стояний и преобразований осуществляется при помощи сферы Блоха — Пуанкаре.

Модель поляризационного кубита основана на пренебрежении другими степенями свободы электромагнитного поля и, в частности, спектральными. В этой модели предполагается, что поляризационные преобразования происходят в одной моде и не зависят от частоты излучения. Однако в реальности это не так: если выделение одной пространственной моды не составляет труда, то наличие спектрального состава поля заставляет учитывать дисперсию двулучепреломления кристаллов, из

*E-mail: sergei.kulik@gmail.com

которых изготавливают оптические фазовые пластины-преобразователи поляризации. Зависимость главных показателей преломления от частоты света является прямым аналогом дисперсии ларморовских частот в ядерном магнитном резонансе. В этой связи, как было отмечено Запасским и Козловым [1], при распространении света в анизотропной среде с дисперсией должен проявляться эффект поляризационного эха. Этот эффект является близким аналогом хорошо известного эффекта спинового эха в ядерном магнитном резонансе [2] — явления обращения дефазировки спинов, возникающей из-за дисперсии ларморовских частот¹⁾. Действительно, уравнения эволюции вектора Стокса световой волны формально совпадают с уравнениями Блоха; эволюция поляризационного состояния (ПС) в анизотропной среде формально происходит так же, как и динамика спина во внешнем магнитном поле²⁾. Соответственно, при распространении поляризованного немонахроматического света через фазовую пластинку достаточной толщины его поляризационные базисные состояния для разных спектральных компонент испытывают разную относительную задержку. В результате, поляризационное преобразование, осуществляемое посредством такой фазовой пластины, эффективно приводит к превращению исходно поляризованного света в поляризационную смесь с отличной от единицы степенью поляризации. На следующем этапе эволюции необходимо инвертировать фазы частотных компонент ПС. Это эквивалентно воздействию второго π -импульса в эффекте спинового эха. Если затем подвергнуть

¹⁾ Заметим, что термин «поляризационное эхо» исторически закреплен за явлением эха в полидоменных пьезоэлектриках [3, 4] и связан с обратимостью фазовой релаксации в системе локализованных центров (доменов), обладающих электрическим дипольным моментом. Фактически этот эффект обусловлен неоднородностью локального электрического поля в сегнетоэлектриках и не имеет прямого отношения к обсуждаемому в данной работе явлению тождественного поляризационного преобразования немонахроматического излучения в последовательности двулучепреломляющих кристаллов. Однако, следуя принятой в работе [1] терминологии, мы оставляем за ним название «оптическое поляризационное эхо», поскольку из контекста ясно, какая физическая модель лежит в основе его описания.

²⁾ В работе [1] отмечалось «В этой аналогии линейное и циркулярное двупреломление соответствует двум компонентам магнитного поля, поляризация света однозначно соотносится с ориентацией спина во внешнем магнитном поле, пространственная координата является аналогом времени, координата входа световой волны в среду соответствует моменту включения магнитного поля, а нормальные волны (нормальные состояния поляризации) являются аналогами собственных состояний спина в магнитном поле».

ПС аналогичному преобразованию с помощью точно такой же толстой фазовой пластины, то различие между фазовыми задержками, связанное с дисперсией, полностью компенсируется и свет вновь окажется полностью поляризованным. Таким образом, установка, включающая в себя две толстые фазовые пластины и инверторы фазы, должна обеспечивать поляризационное преобразование, близкое к тождественному, независимо от спектрального состава входного излучения.

Аналогичный эффект будет наблюдаться и для поляризационных кубитов, с учетом их спектральных степеней свободы. Такие эксперименты представляют интерес в квантовой коммуникации — особенно при передаче кубитов через одномодовые волокна, поляризационные преобразования в которых существенно зависят от длины волны.

По-видимому, первая экспериментальная реализация эффекта оптического поляризационного эха описана в работах [5, 6]. Исследовался эффект декогеренции ПС, вызванный дисперсией материала с учетом спектрального состава излучения (ширина спектра на полувысоте около 15 нм с центральной длиной волны 800 нм). В этих экспериментах использовался кольцевой резонатор, который служил для дискретного накопления эффекта деполяризации за каждый проход, и импульсный режим генерации ПС. При помещении компенсирующих элементов в определенные положения оптического тракта (резонатора) происходит так называемый эффект «Bang-Bang»-компенсации, в результате ПС сохраняется независимо от спектрального состава излучения. Динамический «Bang-Bang»-эффект обсуждался также в работах [7–9]. Отметим также возможность использования этого эффекта для компенсации межмодовой дисперсии в оптическом волокне [10].

В настоящей работе приводится экспериментальная реализация эффекта оптического поляризационного эха в однопроходной схеме, которая полностью аналогична применяемой в технике спинового эха. В качестве входных состояний использовались ПС широкополосных однофотонных состояний, приготовленных в процессе спонтанного параметрического рассеяния света. Для анализа получившихся ПС использован подход томографии квантового процесса, развитый в работе [11] и кратко представленный в разд. 2.

2. ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ КВАНТОВЫЕ ОПЕРАЦИИ

Идеальный квантовый логический элемент (вентиль) обеспечивает унитарное преобразование квантового состояния (матрицы плотности):

$$\rho_{out} = U \rho_{in} U^\dagger. \quad (1)$$

Реальная эволюция состояния, однако, никогда не бывает идеально унитарной. В более реалистических моделях необходимо учитывать неизбежное взаимодействие квантовой системы с окружением (квантовые шумы). В рамках теории открытых квантовых систем эволюция состояния задается операторной суммой $\mathbf{E}(\rho) = \sum_k E_k \rho E_k^\dagger$ [12, 13], поэтому связь между входным и выходным состояниями определяется формулой

$$\rho_{out} = \sum_k E_k \rho_{in} E_k^\dagger, \quad (2)$$

где E_k — элементы преобразования (так называемые операторы Крауса).

В гильбертовом пространстве размерности s операторы E_k могут быть представлены матрицами размерности $s \times s$. В случае унитарного преобразования в операторной сумме имеется всего одно слагаемое, задаваемое оператором U .

Заметим, что операторы преобразования E_k удовлетворяют следующему естественному условию нормировки (сохранение следа):

$$\sum_k E_k^\dagger E_k = I. \quad (3)$$

Здесь I — единичная матрица размерности $s \times s$.

На основе элементов преобразования может быть легко построена так называемая χ -матрица, играющая ключевую роль в томографии квантовых процессов [14, 15]. Возьмем матрицу E_1 размерности $s \times s$ и вытянем ее в столбец e_1 длиной s^2 (при вытягивании второй столбец поместим под первым и т. д.). Полученный столбец e_1 будет первым столбцом некоторой матрицы e . Аналогичным образом матрица E_2 задаст второй столбец матрицы e и т. д.

На основе полученной матрицы e определим теперь матрицу χ размерности $s^2 \times s^2$ по формуле

$$\chi = e e^\dagger. \quad (4)$$

Важно, что матрицу χ можно интерпретировать как некоторую матрицу плотности в гильбертовом пространстве размерности s^2 (с условием нормировки $\text{Tr}(\chi) = s$). Тем самым, любое квантовое преобразование сводится к некоторому состоянию в гильбертовом пространстве большей размерности — так называемый изоморфизм Чоя–Ямилковского [14].

В соответствии с изоморфизмом Чоя–Ямилковского, при расчете вероятностей различных возможных результатов измерений на выходе χ -матрица играет роль, полностью аналогичную матрице плотности. Действительно, пусть на вход подается некоторое чистое состояние, задаваемое вектором состояния $|c_{in}\rangle$ и соответствующей матрицей плотности $\rho_{in} = |c_{in}\rangle\langle c_{in}|$. Заметим, что матрица плотности ρ_{in} одновременно является оператором проектирования, поскольку $\rho_{in}^2 = \rho_{in}$. В результате квантового преобразования на выходе возникает некоторое состояние ρ_{out} . Пусть при измерении выходного состояния рассматривается проекция на некоторый вектор $|c_m\rangle$ (соответствующий измерению проектор есть $\Pi = |c_m\rangle\langle c_m|$). Тогда, в соответствии с классическим правилом Борна, вероятность рассматриваемого результата измерения равна

$$P = \text{tr}(\rho_{out} \Pi). \quad (5)$$

Рассмотрим теперь проекционное измерение на некоторое эффективное состояние, задаваемое тензорным произведением комплексно сопряженного входного состояния и состояния, которое отвечает за измерение на выходе:

$$|\tilde{c}_m\rangle = |c_{in}^*\rangle \otimes |c_m\rangle. \quad (6)$$

Соответствующий этому измерению проектор есть $\tilde{\Pi} = |\tilde{c}_m\rangle\langle \tilde{c}_m|$. Рассматривая χ -матрицу как некоторую матрицу плотности, введем вероятность для эффективного измерения:

$$\tilde{P} = \text{tr}(\chi \tilde{\Pi}). \quad (7)$$

Прямым расчетом можно показать, что обе рассматриваемые вероятности совпадают ($\tilde{P} = P$). Таким образом, с вероятностной точки зрения квантовый процесс полностью описывается введенной χ -матрицей, которая эквивалентна заданию набора элементов преобразования E_k . Представленный результат является ключевым для нашего последующего рассмотрения томографии квантовых операций.

В качестве примера приведем расчет χ -матрицы фазовой пластины. Действие фазовой пластинки на базисные состояния, отвечающие поляризациям $|V\rangle$ и $|H\rangle$, есть³⁾

$$|V\rangle \rightarrow (\cos \delta - i \sin \delta \cos(2\alpha)) |V\rangle - i \sin \delta \sin(2\alpha) |H\rangle,$$

³⁾ В Приложении обсуждаются поляризационные преобразования, принятые в классической поляризационной оптике, и некоторые терминологические разногласия с квантовомеханическим подходом к преобразованиям кубитов.

$$|H\rangle \rightarrow -i \sin \delta \sin(2\alpha)|V\rangle + (\cos \delta + i \sin \delta \cos(2\alpha))|H\rangle.$$

Здесь α — угол между вертикалью (осью z) и быстрой оптической осью (fast axis), $\delta = \pi \Delta n h / \lambda$ — оптическая толщина пластинки, λ — длина волны излучения, h — геометрическая толщина пластинки, $\Delta n = |n_e - n_o|$ — модуль разности показателей преломления. Мы предполагаем, что свет распространяется вдоль оси y в положительном направлении, а сама пластинка и ее оптическая ось лежат в плоскости xz . При этом, если смотреть против оси y , то поворот быстрой оси на угол α от z к x происходит в положительном направлении (против часовой стрелки).

Пусть базисные векторы записаны в виде столбцов:

$$|V\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |H\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Тогда представленные формулы будут задавать в матричном виде следующее унитарное преобразование, отвечающее вращению на сфере Пуанкаре–Блоха:

$$G(\delta, \alpha) = \exp(-i\delta \{n_x \sigma_x + n_y \sigma_y + n_z \sigma_z\}) = \begin{pmatrix} \cos \delta - i n_z \sin \delta & -i(n_x - i n_y) \sin \delta \\ -i(n_x + i n_y) \sin \delta & \cos \delta + i n_z \sin \delta \end{pmatrix}, \quad (8)$$

где $n_z = \cos(2\alpha)$, $n_x = \sin(2\alpha)$, $n_y = 0$; $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ — матрицы Паули в стандартном представлении.

Для кварцевых пластин, которые использовались в экспериментах, показатели преломления рассчитывались по эмпирическим формулам, представленным в работе [16].

Сопоставим унитарной матрице (8) вектор состояния $|\psi\rangle$ (для чего вытянем матрицу 2×2 в столбец длиной 4 и отнормируем). Тогда получим:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \cos \delta - i n_z \sin \delta \\ -i(n_x + i n_y) \sin \delta \\ -i(n_x - i n_y) \sin \delta \\ \cos \delta + i n_z \sin \delta \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Указанный вектор определяется единственным параметром δ . Разным длинам волн λ_j отвечают различные оптические толщины δ_j и углы поворота $\theta_j = 2\delta_j$ на сфере Пуанкаре–Блоха и, соответственно, разные векторы состояния $|\psi_j\rangle$ (ось вращения $\mathbf{n} = \{n_x, n_y, n_z\}$ при этом одна и та же).

Рассматриваемые состояния образуют некогерентную смесь с весами $P_j = P(\lambda_j)\Delta\lambda$, где $P(\lambda)$ — спектральная плотность в единицах длин волн,

$\Delta\lambda$ — шаг дискретизации. Для обеспечения высокой точности моделирования следует заменить непрерывный интервал длин волн достаточно большим числом дискретных точек-узлов. В настоящей работе выбиралось порядка 800 точек при численном моделировании и 7 узлов при реализации экспериментальной процедуры.

Нетрудно видеть, что вектор $|\psi\rangle$ фактически задан в двумерном подпространстве

$$|\psi\rangle = c_1|\varphi_1\rangle + c_2|\varphi_2\rangle \quad (10)$$

с базисными векторами и амплитудами вероятности равными соответственно

$$|\varphi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (11)$$

$$|\varphi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} n_z \\ n_x + i n_y \\ n_x - i n_y \\ -n_z \end{pmatrix},$$

$$c_1 = \cos \delta, \quad c_2 = -i \sin \delta. \quad (12)$$

Тогда матрица плотности, отвечающая ПС на фиксированной длине волны, имеет вид

$$\rho = |\psi\rangle\langle\psi| = c_1 c_1^* |\varphi_1\rangle\langle\varphi_1| + c_2 c_2^* |\varphi_2\rangle\langle\varphi_2| + c_1 c_2^* |\varphi_1\rangle\langle\varphi_2| + c_2 c_1^* |\varphi_2\rangle\langle\varphi_1|, \quad (13)$$

а матрица плотности смеси, отвечающая χ -матрице, —

$$\rho_\chi = \sum_j |\psi_j\rangle\langle\psi_j| P_j. \quad (14)$$

При этом для χ -матрицы получаем выражение

$$\chi = 2\rho_\chi.$$

Приведенный вывод объясняет, почему χ -матрица пластинки имеет ранг $r = 2$, хотя в общем случае он равен $r = 4$.

Пусть $x = \lambda - \lambda_0$ и $P(x)$ — спектральная плотность с центром на длине волны λ_0 . Тогда с учетом (13) и (14) запишем матрицу плотности Чоя–Ямилковского для спектральной смеси в виде

$$\rho_\chi = |\psi\rangle\langle\psi| = \rho_{11}|\varphi_1\rangle\langle\varphi_1| + \rho_{22}|\varphi_2\rangle\langle\varphi_2| + \rho_{12}|\varphi_1\rangle\langle\varphi_2| + \rho_{21}|\varphi_2\rangle\langle\varphi_1|. \quad (15)$$

Здесь

$$\rho_{11} = \langle \cos^2(\delta(x)) \rangle = \int P(x) \cos^2(\delta(x)) dx,$$

$$\rho_{22} = \langle \sin^2(\delta(x)) \rangle = \int P(x) \sin^2(\delta(x)) dx,$$

$$\begin{aligned} \rho_{12} &= i \langle \cos(\delta(x)) \sin(\delta(x)) \rangle = \\ &= \frac{i}{2} \int P(x) \sin(2\delta(x)) dx = \rho_{21}^*. \end{aligned}$$

Разложим функцию $\delta(x)$ в ряд Тейлора в окрестности $\lambda = \lambda_0(x = 0)$. Тогда с точностью до членов первого порядка малости имеем

$$\delta(x) = a + bx,$$

где

$$a = \delta(\lambda_0), \quad b = \left(\frac{\partial \delta(\lambda)}{\partial \lambda} \right)_{\lambda=\lambda_0}.$$

Если ширина спектра достаточно мала, то такое линейное приближение обеспечивает высокую точность. В этом приближении для элементов матрицы плотности можно записать:

$$\rho_{11} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} (I_c \cos(2a) - I_s \sin(2a)),$$

$$\rho_{22} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} (I_c \cos(2a) - I_s \sin(2a)),$$

$$\rho_{12} = \frac{i}{2} (I_c \sin(2a) + I_s \cos(2a)),$$

где

$$I_c = \int P(x) \cos(2bx) dx, \quad I_s = \int P(x) \sin(2bx) dx.$$

С учетом представленных формул нетрудно получить простое выражение для степени чистоты состояния Чоя – Ямилковского:

$$P = \text{Tr}(\rho_\chi^2) = \frac{1 + I_c^2 + I_s^2}{2}. \quad (16)$$

Заметим, что для симметричных распределений $I_s = 0$.

Используемый подход позволяет вычислить результат поляризационных преобразований для заданной спектральной плотности, в частности, для практически важных распределений, показанных в табл. 1⁴⁾.

⁴⁾ Представленный в разд. 2 подход хорошо согласуется с результатами численных расчетов, однако этот материал выходит за рамки настоящей работы.

3. ЭФФЕКТ ПОЛЯРИЗАЦИОННОГО ЭХА НА ПРИМЕРЕ ЭВОЛЮЦИИ СОСТОЯНИЯ $|V\rangle$

Поляризационные преобразования (кубитов) описываются группой SU2. В соответствии с соглашениями, принятыми в разд. 2, матрицы, описывающие фазовые пластинки, имеют вид

$$G(\delta_k, \alpha) = \begin{pmatrix} t_k^* & r_k^* \\ -r_k & t_k \end{pmatrix}. \quad (17)$$

Вид преобразования зависит от комплексных коэффициентов

$$r_k(\delta_k, \alpha) = i \sin \delta_k \sin(2\alpha),$$

$$t_k(\delta_k, \alpha) = \cos \delta_k + i \sin \delta_k \cos(2\alpha).$$

Обозначения δ и α введены в разд. 2, а индекс k отвечает за номер спектральной компоненты⁵⁾.

Далее заметим, что действие последовательности фазовых пластин, изготовленных из одного материала, редуцируется к следующим преобразованиям:

$$G(\delta_1, \alpha)G(\delta_2, \alpha)G\left(\delta_1, \alpha + \frac{\pi}{2}\right) = G(\delta_2, \alpha), \quad (18)$$

$$\begin{aligned} G(\delta, \alpha)G\left(\delta, \alpha + \frac{\pi}{2}\right) &= G\left(\delta, \alpha + \frac{\pi}{2}\right) \times \\ &\times G(\delta, \alpha) \equiv I. \end{aligned} \quad (19)$$

Последнее равенство имеет место независимо от оптической толщины пластинок δ , а следовательно, и длины волны. Соотношения (18) и (19) удобно использовать при доказательстве утверждения о формальной эквивалентности эффектов спинового и поляризационного эха. В качестве простейшего примера рассмотрим эволюцию линейно поляризованного состояния

$$|\Psi_{in}\rangle = |V\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

которое подвергается последовательности преобразований: четвертьволновая пластинка ($\delta_1 = \pi/4, \alpha = 45^\circ$) – произвольная пластинка ($\delta_2(\lambda), \alpha = 45^\circ$) – полуволновая пластинка ($\delta_3 = \pi/2, \alpha = -45^\circ$) – произвольная пластинка ($\delta_2(\lambda), \alpha = -45^\circ$) – четвертьволновая пластинка ($\delta_1 = \pi/4, \alpha = 45^\circ$). Для наглядности предположим, что четвертьволновая и полуволновая пластинки одинаково преобразуют все спектральные компоненты

⁵⁾ В разд. 2 рассматривался общий случай, когда этот индекс принимает непрерывный ряд значений, однако здесь мы ограничиваемся дискретным спектром (см. ниже).

Таблица 1

Распределение Гаусса	$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right)$	$I_c = \exp(-2(\sigma b)^2)$
Распределение sinc ²	$P(x) = \frac{\eta}{\pi} \left(\frac{\sin(\eta x)}{\eta x}\right)^2,$ $\eta > 0$	$I_c = \begin{cases} \frac{\eta - b }{\eta}, & b < \eta \\ 0, & b > \eta \end{cases}$
Треугольное распределение	$P(x) = \begin{cases} \frac{2}{\Delta} \left(1 - \frac{2 x }{\Delta}\right), & -\frac{\Delta}{2} \leq x \leq \frac{\Delta}{2} \\ 0, & x < -\frac{\Delta}{2}, \quad x > \frac{\Delta}{2} \end{cases}$	$I_c = \left(\frac{\sin(\Delta b/2)}{\Delta b/2}\right)^2$
Равномерное распределение	$P(x) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta}, & -\frac{\Delta}{2} \leq x \leq \frac{\Delta}{2} \\ 0, & x < -\frac{\Delta}{2}, \quad x > \frac{\Delta}{2} \end{cases}$	$I_c = \frac{\sin(\Delta b)}{\Delta b}$

(т. е. являются пластинками нулевого порядка). В итоге это состояние унитарно трансформируется в состояние

$$|\Psi_{out}\rangle = G\left(\frac{\pi}{4}, 45^\circ\right) G(\delta_2(\lambda_k), -45^\circ) \times G\left(\frac{\pi}{2}, -45^\circ\right) G(\delta_2(\lambda_k), 45^\circ) G\left(\frac{\pi}{4}, 45^\circ\right) |\Psi_{in}\rangle. \quad (20)$$

Здесь индексы «1», «2», «3» нумеруют соответствующие пластинки и учтена зависимость поляризационного преобразования от длины волны у матрицы, описывающей произвольную пластинку.

С учетом (18) и (19) преобразование (20) приводится к следующему виду:

$$G_1\left(\frac{\pi}{4}, 45^\circ\right) G_2(\delta_2, -45^\circ, \lambda_k) \times \left\{ G\left(\frac{\pi}{4}, -45^\circ\right) G\left(\frac{\pi}{4}, -45^\circ\right) \right\} G(\delta_2, 45^\circ, \lambda_k) \times G\left(\frac{\pi}{4}, 45^\circ\right) = G(\delta_2, 45^\circ, \lambda_k) \times G(\delta_2, -45^\circ, \lambda_k) \equiv I, \quad (21)$$

т. е. является единичным. Несмотря на наличие диспергирующих элементов, выходное ПС идентично входному. При этом преобразование, выполняемое пластинкой с номером 2, играет роль свободной эволюции в технике обычного фотонного (спинового) эха из-за учета спектральной зависимости $\delta_2(\lambda_k)$.

Примечательно, что эффект оптического поляризационного эха проявляется даже в отсутствие требования, накладываемого на толщину пластинок, — $\lambda/4, \lambda/2$ — они могут быть пластинами любого порядка.

Действительно, нетрудно убедиться, что даже при учете зависимости $\delta_{1,3}(\lambda_k)$ конечное ПС совпадает с начальным:

$$|\Psi_{out}\rangle = G(\delta_1(\lambda_k), 45^\circ) G(\delta_2(\lambda_k), -45^\circ) \times G(\delta_3(\lambda_k), -45^\circ) G(\delta_2(\lambda_k), 45^\circ) G(\delta_1(\lambda_k), 45^\circ) \times \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \exp(i\pi) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (22)$$

4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Для демонстрации эффекта оптического поляризационного эха и количественного анализа получающихся ПС был использован процесс спонтанного параметрического рассеяния (СПР) света. Этот процесс широко применяется в квантовой оптике и квантовой коммуникации, в частности, для условного приготовления однофотонных состояний, когда один из фотонов пары приготавливается в заданном (поляризационном) состоянии, а второй используется в качестве триггерного. Для генерации бифотонов применялся кристалл бета-борат бария (ВВО) длиной 2 мм, ориентированный под коллинеарный частотно-вырожденный синхронизм типа I. Излучением накачки служило излучение непрерывного He–Cd-лазера на длине волны 325 нм, мощностью 12 мВт. Исходная ширина спектра СПР на полувисоте составляет примерно 50 нм. Излучение накачки фокусируется на кристалле ВВО кварцевой линзой L1 с фокусным расстоянием 150 мм (рис. 1). Ультрафиолетовое зеркало (UVM) и широкополос-

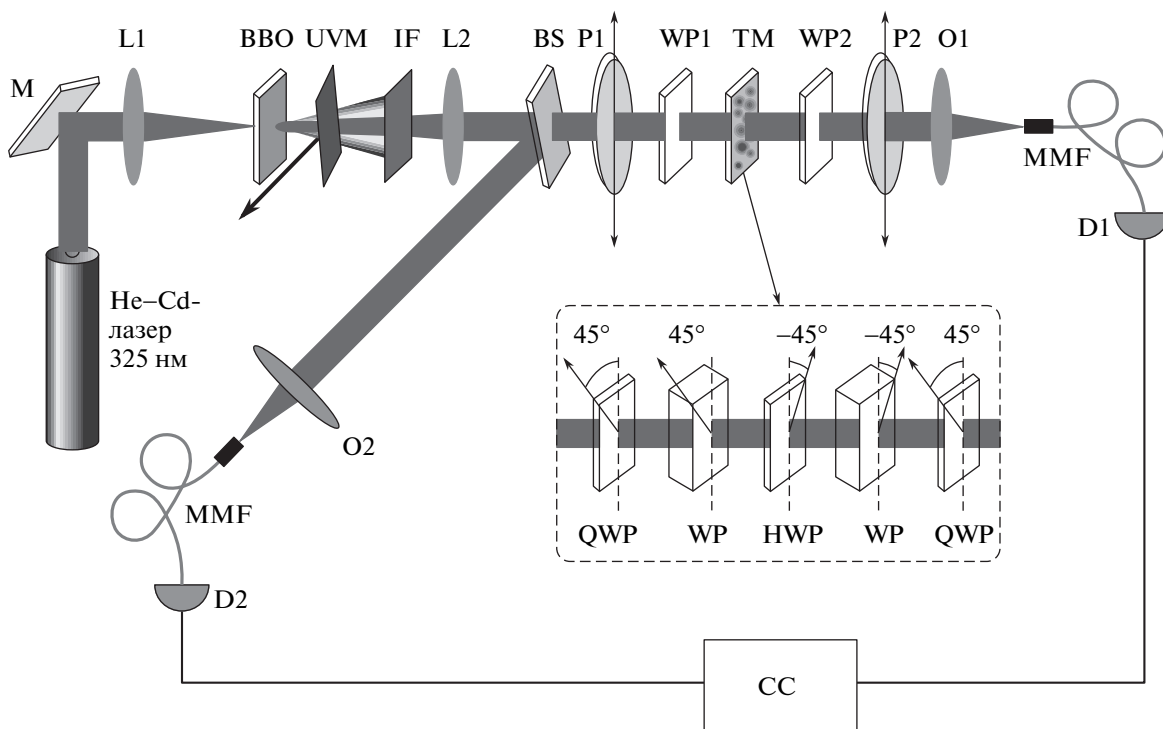


Рис. 1. Экспериментальная установка для наблюдения «эффекта эхо» в поляризационных преобразованиях кубитов. Модуль единичного преобразования (ТМ) для упрощения выделен, а его состав показан на вставке (см. подробности в тексте)

ный интерференционный фильтр (IF) с шириной пропускания 40 нм служат соответственно для отсекающего излучения накачки и паразитной люминесценции. Форма спектра бифотонов, поляризационные состояния и преобразования которых составляют предмет настоящей работы, целиком определяются полосой пропускания фильтра IF. Излучение СПР собирается линзой L2 с фокусным расстоянием 145 мм, в фокальной плоскости которой находится кристалл ВВО, попадает затем на 50 %-й поляризационно-нечувствительный светоделитель (BS) и далее с помощью 4-кратных микроскопных объективов (O1, O2) фокусируется в многомодовые оптоволоконные (MMF). Оптоволоконные соединены с детекторами D1, D2 (Perkin Elmer), работающими в режиме счета фотонов, импульсы которых подаются на схему совпадений (CC). В так называемом «прямом» канале схемы Хэнбери Брауна–Твисса проводится преобразование квантовых состояний; «отраженный» же канал является «триггерным» — он служит для условного выделения фотона в прямом канале. Регистрация фотонов в прямом канале происходит посредством схемы совпадений — при условии

отсчета в триггерном канале ⁶⁾. Поляризатор (P1) выделяет вертикальную поляризацию $|V\rangle$, а фазовая пластинка (WP1) толщиной 19.5 мкм служит для задания набора начальных ПС. Модуль единичного преобразования (ТМ) состоит из полуволновой (HWP), двух четвертьволновых (QWP) фазовых пластинок нулевого порядка для центральной длины волны 650 нм, а также двух одинаковых фазовых пластинок (WP) толщиной $h = 5046$ мкм. Ориентация оптических осей всех элементов в этом модуле указаны на рис. 1. Измерительная часть установки состоит из фазовой пластинки WP2 толщиной 19.5 мкм и анализатора (поляризатор, пропускающий вертикальную поляризацию $|V\rangle$).

При анализе свойств поляризационных состояний и преобразований удобно использовать их геометрическую интерпретацию [17], при которой чистое ПС изображается точкой на сфере Пуанкаре, а эволюция — посредством траекторий. В дальнейшем

⁶⁾ События (50%), отвечающие прохождению или отражению обоих фотонов пары, не учитываются, поскольку используются стандартные однофотонные детекторы, не разрешающие число фотонов.

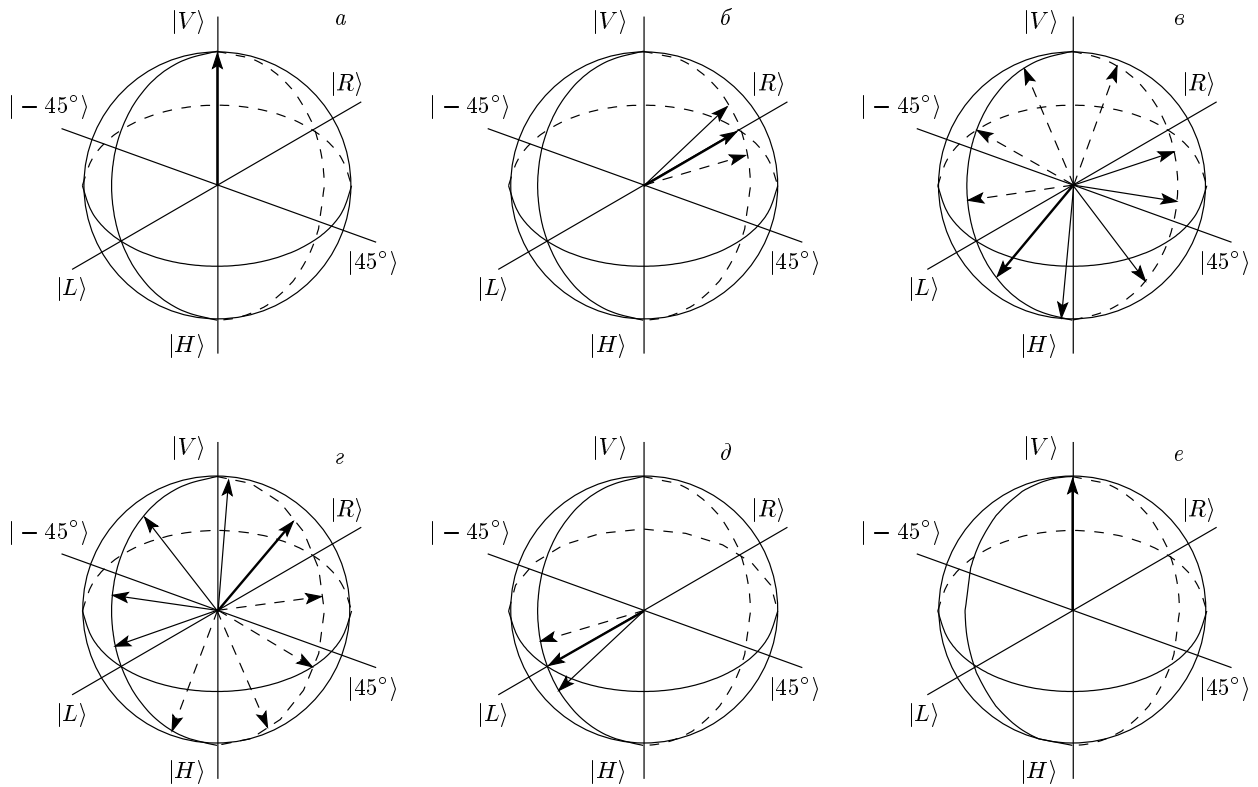


Рис. 2. Эволюция состояния $|V\rangle$ на сфере Пуанкаре, поясняющая эффект поляризационного эха. Спектральная компонента с центральной длиной волны 650 нм показана жирными черными стрелками; тонкими сплошными стрелками изображены спектральные компоненты ПС с отстройкой в сторону увеличения длины волны от центральной, тонкими пунктирными стрелками — векторы ПС для спектральных компонент, отстроенных в сторону уменьшения длины волны

при упоминании о визуализации ПС будем иметь ввиду состояние «условно приготовленного фотона», т. е. одного из фотонов пары при условии регистрации второго фотона детектором D2.

Начальное состояние $|V\rangle$, показанное жирной черной стрелкой на сфере Пуанкаре (рис. 2а), подвергается действию четвертьволновой пластины (QWP), ориентированной под углом 45° ; состояние системы преобразуется из состояния $|V\rangle$ в $|R\rangle = (|V\rangle + i|H\rangle) / \sqrt{2}$ (рис. 2б). Аналогом такого преобразования является воздействие первого возбуждающего $\pi/2$ -импульса на резонансную среду в технике спинового эха. Неопределенность (показана двумя тонкими стрелками) в направлении изображающего вектора после этого преобразования связана с частичной дефазировкой из-за дисперсии и конечной толщины используемой пластинки: несмотря на то, что используются пластинки QWP нулевого порядка, ширина спектра излучения превышает их рабочий спектральный диапазон. Это приво-

дит к тому, что пластинки по-разному преобразуют каждую спектральную компоненту СПР — векторы, изображающие ПС, прецессируют с разными угловыми скоростями. Далее толстая фазовая пластинка (WP1) толщиной 5046 мкм, ориентированная под углом 45° , преобразует получившееся квазичистое состояние в полностью смешанное. Фактически, действие этой пластины сводится к тому, что ПС, отвечающие разным спектральным компонентам, разбегаются по окружности слегка повернутой относительно экватора сферы Пуанкаре — чем толще пластинка, тем больше разброс изображающих векторов на сфере. Компонента с центральной длиной волны 650 нм показана жирной черной стрелкой; тонкими сплошными стрелками изображены спектральные компоненты ПС с отстройкой в сторону увеличения длины волны от центральной, тонкими пунктирными стрелками — векторы ПС для спектральных компонент, отстроенных в сторону уменьшения длины волны. Для до-

статочной толстой пластине ПС становится полностью смешанным (рис. 2*в*). Полуволновая пластинка (HWP), ориентированная под углом -45° , осуществляет поворот на 180° изображающих векторов с одновременным обращением их прецессии. Этот этап эволюции ПС соответствует воздействию второго возбуждающего импульса (π -импульса) на систему атомных излучателей (рис. 2*г*) в технике эха. Вторая толстая (WP2) фазовая пластинка, имеющая такую же толщину, что и WP1, и ориентированная под углом -45° , осуществляет преобразование полностью смешанного состояния в «квазичистое» $|L\rangle = (|V\rangle - i|H\rangle)/\sqrt{2}$ (рис. 2*д*). Затем вторая четвертьволновая пластинка (QWP), ориентированная под углом 45° , переводит ПС в исходное чистое состояние $|V\rangle$ (рис. 2*е*) — аналог формирования эхо-импульса, что соответствует полной фазировке атомных излучателей. Единственным отличием представленной на рис. 2 эволюции ПС от эффекта спинового эха является тот факт, что разбегание «веера» происходит в квазимеридианальной плоскости, а не в экваториальной⁷⁾.

Заметим, что кажущаяся неидеальность поляризационных преобразований, вызванная конечной толщиной пластин QWP1 и QWP2, а также дисперсией материала, из которых они изготовлены, в конечном счете полностью компенсируется и не приводит к потере чистоты конечного состояния. Формально этот вывод сразу следует из формул (21), (22) — единичное преобразование

$$G^{(\lambda/4)}(\omega_k)G^{(d)}(\omega_k)G^{(\lambda/2)}(\omega_k)G^{(d)}(\omega_k)G^{(\lambda/4)}(\omega_k) \propto I$$

выполняется для всех спектральных компонент.

5. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

В качестве меры близости между квантовыми состояниями ρ и ρ_0 будем использовать величину F (fidelity), которая характеризует вероятность совпадения рассматриваемых состояний и задается следующей известной формулой:

$$F(\rho, \rho_0) = \left(\text{Tr} \sqrt{\rho_0^{1/2} \rho \rho_0^{1/2}} \right)^2. \quad (23)$$

⁷⁾ Это различие формально можно устранить, введя дополнительные поляризационные преобразования после, соответственно, этапов, показанных на рис. 2*б* и 2*д*. Такие преобразования экспериментально были реализованы в данной работе, однако соответствующие результаты здесь не представлены, поскольку они ничего не добавляют к сути работы, а лишь затрудняют ее понимание.

Эффект поляризационного эха наблюдается, если обеспечивается определенная последовательность преобразований широкополосного излучения, когда исходное и конечное состояния совпадают независимо от длины волны. В этом случае итоговое преобразование является тождественным. Матрица плотности состояния Чоя–Ямилковского для тождественного преобразования имеет вид

$$\rho_{id} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0 & 0.5 \end{pmatrix}.$$

В общем случае совокупность преобразований, реализованных в эксперименте, не сводится к тождественному преобразованию. В этом случае ожидаемый результат определяется теоретической матрицей плотности состояния Чоя–Ямилковского ρ_{th} , которая вычислялась согласно алгоритму, изложенному в разд. 2.

Согласно (23), результаты экспериментов могут быть описаны посредством следующих двух мер близости между различными состояниями Чоя–Ямилковского. Первая мера $F(\rho_{th}, \rho_{exp})$ характеризует степень соответствия между экспериментом и теоретической моделью. При этом экспериментальная матрица плотности состояния Чоя–Ямилковского ρ_{exp} измерялась согласно процедуре томографии квантового процесса, описанной ниже. Вторая мера $F(\rho_{id}, \rho_{exp})$ характеризует степень близости достигнутого в эксперименте преобразования к тождественному преобразованию, которое отвечает случаю идеального эха. Эта мера характеризует степень проявления эффекта эха для изучаемой совокупности поляризационных преобразований.

Было выполнено три серии экспериментов. В каждой серии осуществлялась томография квантового процесса и восстанавливалась соответствующая χ -матрица. Процедура томографии квантового процесса сводится к следующему.

1. Поляроид P1, выделяющий вертикальную поляризацию $|V\rangle$, и фазовая пластинка толщиной $h_1 = 19.5$ мкм служат для задания набора начальных ПС. Этот набор, согласно протоколу В4 [11, 18] состоит из четырех состояний $|\Psi_{in}\rangle_{1,2,3,4}$, каждое из которых готовится из исходного состояния $|V\rangle$ путем поворота фазовой пластинки толщиной $h_1 = 19.5$ мкм на углы $\alpha_1 = 0, +15^\circ, +30^\circ, +45^\circ$.

2. Данный набор ПС подвергается преобразованию, матрицу которого требуется восстановить:

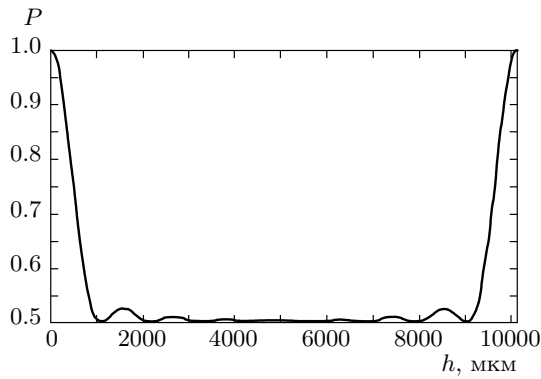


Рис. 3. Зависимость чистоты состояния от суммарной толщины фазированной и дефазированной пластинок

$$|\Psi_{out}\rangle_{1,2,3,4} = G(\delta_1(\lambda_k), 45^\circ) G(\delta_2(\lambda_k), -45^\circ) \times \\ \times G(\delta_3(\lambda_k), -45^\circ) G(\delta_2(\lambda_k), 45^\circ) \times \\ \times G(\delta_1(\lambda_k), 45^\circ) |\Psi_{in}\rangle_{1,2,3,4}.$$

Измерительная часть установки включает в себя фазовую пластинку толщиной $h_1 = 19.5$ мкм, анализатор (поляризатор, пропускающий вертикальную поляризацию) и однофотонный детектор на основе лавинного фотодиода с оптоволоконным входом.

3. Набор ПС $|\Psi_{out}\rangle_{1,2,3,4}$ измеряется в собственном базисе, когда состояния $|\Psi_{out}\rangle_{1,2,3,4}$ проецируются на $|\Psi_{in}\rangle_{1,2,3,4}$. Таким образом, для данного набора ПС измеряется 16 проекций.

4. При известных входных и выходных состояниях проводится реконструкция χ -матрицы квантового процесса (подробнее см. [11]).

В первой серии экспериментов непосредственно наблюдался эффект поляризационного эха и осуществлялась проверка единичного преобразования. Действие фазовой пластины толщиной $h_2 = 5046$ мкм, задающей разбег совокупности чистых состояний по сфере Пуанкаре, компенсировалось фазовой пластиной такой же толщины $h_3 = h_2 = 5046$ мкм. При этом на выходе должно было наблюдаться квантовое состояние, идентичное входному — эффект поляризационного эха. В нашем случае оказалось, что $F(\rho_{id}; \rho_{exp}) = 0.9954$. Близость этой величины к единице говорит о том, что в рассматриваемом эксперименте явление поляризационного эха было реализовано с высокой точностью⁸⁾. Адекватность модели проверялась также путем пря-

мого численного моделирования процесса. На рис. 3 проиллюстрировано явление поляризационного эха в условиях проведенного эксперимента. По горизонтали отложен параметр h — суммарная толщина дефазированной и фазированной пластин. Вначале толщина дефазированной пластины увеличивается от 0 до 5046 мкм, при этом фазированная пластинка отсутствует; чистота состояния Чоя–Ямилковского уменьшается от 1 до 0.5 (происходит деполяризация состояния). Затем толщина дефазированной пластины фиксируется на уровне 5046 мкм, а толщина фазированной пластинки увеличивается от 0 до 5046 мкм; при этом чистота состояния Чоя–Ямилковского увеличивается от 0.5 до 1 (поляризация восстанавливается).

Параметры соответствуют эксперименту: пластинка из кварца, длина волны 0.650 мкм, ширина спектра 40 нм, спектральная плотность отвечает равномерному распределению, которое наиболее близко описывает экспериментальную реализацию.

Во второй серии экспериментов менялась толщина h_2 дефазированной пластины. Целью являлась демонстрация того, что единичное преобразование возникает только в случае точного совпадения толщин, когда $h_2 = h_3$. При этом в схему преобразования вместо пластинки толщиной 5046 мкм вводились кварцевые пластинки известной толщины. Результаты приведены в табл. 2. Во втором и третьем столбцах показаны, соответственно, значения $F(\rho_{th}, \rho_{exp})$ и $F(\rho_{id}, \rho_{exp})$. В четвертом столбце приведены значения энтропии S состояния Чоя–Ямилковского:

$$S = - \sum_n \lambda_n \log_2(\lambda_n), \quad (24)$$

где λ_n — собственные значения матрицы плотности Чоя–Ямилковского.

Для любого унитарного и, в частности, тождественного преобразования энтропия S состояния Чоя–Ямилковского равна нулю. Ненулевые значения энтропии характеризуют степень шумового влияния спектра излучения на поляризационное преобразование.

Значение величины чистоты состояния Чоя–Ямилковского P , определяемой формулой (16), в зависимости от толщины дефазированной фазовой пластины h_2 приведено в последнем столбце табл. 2. Видно, что единичное преобразование с высокой точностью выполняется, только если $h_2 = h_3$ (третья строка табл. 2).

В третьей серии экспериментов было соблюдено условие $h_2 = h_3 = 5046$ мкм, а отклонение преобразования квантовых состояний от единично-

⁸⁾ В работах [11, 19] было предложено использовать такую информацию для выяснения источников так называемых инструментальных ошибок и их устранения.

Таблица 2

№	h_2 , мкм	$F(\rho_{th}; \rho_{exp})$	$F(\rho_{id}; \rho_{exp})$	S	P
1	0	0.9919	0.4746	0.9972	0.5010
2	214	0.9919	0.4811	0.9964	0.5005
3	5046	0.9954	0.9954	0	1
4	5046+214	0.9962	0.9694	0.2004	0.9524
5	5046+1024	0.9761	0.4869	0.9969	0.5228

Таблица 3

№	α_1	$F(\rho_{th}; \rho_{exp})$	$F(\rho_{id}; \rho_{exp})$	P
1	45°	0.9954	0.9954	1
2	55°	0.9941	0.9491	0.9525
3	65°	0.9956	0.7973	0.8027
4	75°	0.9952	0.6196	0.6272

го задавалось с помощью изменения ориентации одной из двух пластин. Здесь изменялся угол ориентации первой пластины WP1, задающей процесс дефазировки, а угол компенсирующей фазовой пластины WP2 оставался неизменным и составлял -45° . Процедура томографии квантового процесса проводилась для четырех ориентаций пластины WP1: $\alpha_2 = +45^\circ, +55^\circ, +65^\circ, +75^\circ$. Результаты приведены в табл. 3. Нетрудно заметить, что единичное преобразование реализуется с высокой точностью для ориентации $+45^\circ$ (первая строка табл. 3). При увеличении отклонения угла ориентации от 45° степень проявления эффекта эха уменьшается, что проявляется в уменьшении меры совпадения состояний $F(\rho_{id}; \rho_{exp})$ и степени чистоты P .

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе продемонстрирован эффект поляризационного эха, который проявляется в тождественности специфического составного поляризационного преобразования, независимо от спектрального состава входного поляризационного состояния. В процессе эволюции чистое входное состояние переходит в полностью смешанное, а затем возвращается в исходное. Этапы такой эволюции полностью аналогичны соответствующим этапам «классического»

эффекта спинового эха. С помощью процедуры томографии квантового процесса проведена проверка адекватности выполняемых преобразований для условно приготовленных однофотонных поляризационных состояний.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 11-02-455-а, 13-02-01170-а, 13-07-00711-а, 14-02-00749), Программы Президиума РАН в области фундаментальных исследований, а также гранта ERA.Net «Nanoquint».

ПРИЛОЖЕНИЕ

Кратко рассмотрим связь используемых в работе обозначений с обозначениями при традиционном классическом подходе к поляризационным преобразованиям, основанном на визуализации ПС с помощью сферы Пуанкаре и изложенном, например, в монографиях [17, 20].

В указанных изданиях авторы определяют плоскую волну, распространяющуюся в положительном направлении оси z как

$$\exp(i(\omega t - kz)) \quad (\text{A.1})$$

(см. с. 19 в [17] и с. 218 в [20]). При этом выбирается (условно) «неправильный» знак при мнимой единице. «Правильному» выбору отвечает волна, распространяющаяся в положительном направлении:

$$\exp(i(kz - \omega t)). \quad (\text{A.2})$$

В рассматриваемом нами подходе считается, что волна распространяется в положительном направлении оси y , поэтому имеет вид $\exp(i(ky - \omega t))$. Этот выбор оправдан, поскольку порождает уравнение Шредингера в общепринятом виде:

$$i \frac{\partial \psi}{\partial t} = H \psi, \quad \hbar = 1. \quad (\text{A.3})$$

Такая форма уравнения Шредингера жестко связана с выбором временного множителя в стационарном решении в виде $\exp(-i\omega t)$. Гипотетически можно взять временной множитель в виде $\exp(i\omega t)$, но тогда пришлось бы поставить минус перед мнимой единицей в уравнении Шредингера. Это фактически происходит в подходе, основанном на формализме матриц Джонса в классической поляризованной оптике. В стандартной квантовой механике и квантовой информатике унитарное вращение на сфере Блоха есть

$$G(\mathbf{n}, \theta) = \exp\left(-i\frac{\theta}{2}\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}\right), \quad (\text{A.4})$$

где \mathbf{n} — направление оси вращения, а θ — угол вращения на сфере Пуанкаре–Блоха, причем $\theta = 2\delta$ в обозначениях данной работы. Здесь $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ — матрицы Паули в стандартном представлении.

Таким образом, в настоящей работе мы придерживаемся следующих обозначений и правил:

$$|V\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |H\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

причем состояние $|V\rangle$ отображается в северный полюс на сфере (точка с координатами $(0,0,1)$), а состояние $|H\rangle$ есть южный полюс (точка с координатами $(0,0,-1)$); волна распространяется в положительном направлении вдоль оси y и имеет вид $\exp(i(ky - \omega t))$.

Унитарное преобразование, обеспечиваемое пластинкой, есть

$$G(\mathbf{n}, \theta) = \exp\left(-i\frac{\theta}{2}\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}\right),$$

где

$$\theta = 2\delta, \quad \delta = \frac{\pi\Delta n h}{\lambda}, \quad \Delta n = |n_e - n_o|.$$

Ось вращения \mathbf{n} лежит в плоскости (z, x) . Если быстрая оптическая ось повернута на угол α от вертикальной оси z в сторону горизонтальной оси x , то $n_z = \cos(2\alpha)$, $n_x = \sin(2\alpha)$, $n_y = 0$. Наконец, $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ — матрицы Паули в стандартном представлении.

В классической поляризованной оптике

$$|H\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |V\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

оба базисных состояния лежат на экваторе, причем состояние $|H\rangle$ есть точка с координатами $(1,0,0)$, а

состояние $|V\rangle$ — точка с координатами $(-1, 0, 0)$; волна распространяется в положительном направлении вдоль оси z и имеет вид $\exp(i(\omega t - kz))$, что отвечает «неправильному» выбору знака перед мнимой единицей. Унитарное преобразование, обеспечиваемое пластинкой, имеет вид

$$G(\mathbf{n}, \theta) = \exp\left(i\frac{\theta}{2}\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{n}\right),$$

где

$$\theta = 2\delta, \quad \delta = \frac{\pi\Delta n h}{\lambda}, \quad \Delta n = |n_e - n_o|.$$

Однако теперь $\boldsymbol{\tau} = (\tau_1, \tau_2, \tau_3)$ — матрицы Паули в нестандартном представлении, которое отличается от стандартного перестановкой индексов: $\tau_1 = \sigma_3$, $\tau_2 = \sigma_1$, $\tau_3 = \sigma_2$. Ось вращения \mathbf{n} лежит в плоскости (x, y) . Если быстрая оптическая ось повернута на угол χ от горизонтальной оси x в сторону вертикальной оси y , то $n_x = \cos(2\chi)$, $n_y = \sin(2\chi)$, $n_z = 0$.

В известном смысле, если говорить не в терминах (x, y, z) , а в терминах «вертикаль–горизонталь», то направление \mathbf{n} в обоих подходах выбирается одинаково, поскольку

$$\chi + \alpha = \frac{\pi}{2}.$$

Заметим, что наш выбор полностью соответствует соглашениям и обозначениям, общепринятым в квантовой механике.

Таким образом, можно сделать вывод, что подход, принятый в квантовой физике, полностью согласуется с подходом, принятым в классической поляризованной оптике, однако необходимо учитывать как различие в задании временного множителя при описании плоской волны, так и различия в представлениях матриц Паули.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. С. Запасский, Г. Г. Козлов, УФН **169**, 909 (1999).
2. А. Абрагам, *Ядерный магнетизм*, Изд-во иностр. лит., Москва (1963).
3. У. Х. Копвиллем, Б. И. Смоляков, Р. З. Шарипов, Письма в ЖЭТФ **13**, 558 (1971).
4. У. Х. Копвиллем, С. В. Пранц, М. А. Савченко, *Поляризованное эхо*, Наука, Москва (1985).
5. S. Damodarapur, M. Lucamarini, G. Di Giuseppe, D. Vitali, and P. Tombesi, Phys. Rev. Lett. **193**, 040502 (2009).

6. M. Lucamarini, G. Di Giuseppe, S. Damodarakurup, D. Vitali, and P. Tombesi, *Phys. Rev. A* **83**, 032320 (2011).
7. L. Viola and S. Lloyd, *Phys. Rev. A* **58**, 2733 (1998).
8. D. Vitaly, P. Tombesi, *Phys. Rev. A*, **59**, 4178 (1999).
9. A. G. Kofman and G. Kurizki, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 130406 (2004); E. Frayal, M. J. Sellars, and J. J. Longdell, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 030506 (2005).
10. S. Massar and S. Popescu, *New J. Phys.* **9**, 158 (2007).
11. Yu. I. Bogdanov, A. A. Kalinkin, S. P. Kulik, E. V. Moreva, and V. A. Shershulin, *New J. Phys.* **15**, 035012 (2013).
12. А. С. Холево, *Квантовые системы, каналы, информация*, МЦНМО, Москва (2010).
13. A. S. Holevo and V. Giovannetti, *Rep. Progr. Phys.* **75**, 046001 (2012).
14. М. Нильсен, И. Чанг, *Квантовые вычисления и квантовая информация*, Мир, Москва (2006).
15. I. L. Chuang and M. A. Nielsen, *J. Mod. Opt.* **44**, 2455 (1997).
16. G. Ghosh, *Opt. Comm.* **163**, 95 (1999).
17. У. Шерклифф, *Поляризованный свет*, Мир, Москва (1965).
18. Ю. И. Богданов, А. К. Гавриченко, К. С. Кравцов и др., *ЖЭТФ* **140**, 224 (2011).
19. Yu. I. Bogdanov, G. Brida, I. D. Bukeev et al., *Phys. Rev. A* **84**, 042108 (2011).
20. А. Джеррард, Дж. М. Бёрч, *Введение в матричную оптику*, Мир, Москва (1978).