

ИЗЛУЧЕНИЕ ТУННЕЛЬНОГО ЭЛЕКТРОНА НА ВТОРИЧНОМ ЦЕНТРЕ РЕКОМБИНАЦИИ

П. А. Головинский^{a,b}, А. А. Дробышев^a*

^a Воронежский государственный архитектурно-строительный университет
394006, Воронеж, Россия

^b Московский физико-технический институт (государственный университет)
141700, Долгопрудный, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 4 декабря 2013 г.

Рассмотрено излучение, возникающее при фоторекомбинации электрона, образующегося при туннельной ионизации, на близко расположенном центре. В рамках модели активного электрона получено аналитическое решение одномерной и трехмерной задачи. Исследована зависимость излучения от расстояния между центром ионизации и центром рекомбинации, а также от направления электрического поля. Определены оптимальные параметры для получения рекомбинационного излучения.

DOI: 10.7868/S0044451014060032

1. ВВЕДЕНИЕ

При теоретическом и экспериментальном изучении взаимодействия лазерного излучения с атомами, молекулами и твердыми телами значительное внимание концентрируется на динамике электронов и генерации гармоник, возникающих под действием фемто- и аттосекундных лазерных импульсов [1–3]. Результаты большинства проведенных к настоящему времени экспериментов по генерации высоких гармоник оптического излучения лазера согласуются с моделью перерасеяния электрона, предложенной Коркумом [4, 5], в рамках которой излучение вызывается активным электроном, начинающим движение в поле лазерной волны в результате ионизации. Возможность такого процесса связана с возвращением электрона, обладающего большой энергией, к родительскому атому, где происходит рекомбинация. Наблюдаемость данного процесса в низкочастотном пределе резко снижается, поскольку расплывание волнового пакета за время возврата электрона становится слишком велико для эффективного взаимодействия с родительским центром [6].

В то же время, нелинейная ионизация атомов и молекул с последующим ускорением электронов в монохроматическом низкочастотном лазерном поле

высокой интенсивности может приводить к рекомбинации электронов на других близко расположенных центрах захвата с излучением фотонов. Генерация излучения при воздействии лазерного излучения на протяженные структуры выявила линейную зависимость характерных частот излучения от напряженности поля [7]. Это разительно отличается от случая квадратичной зависимости от напряженности лазерного поля для предельной частоты генерации гармоник на единичных атомах [8]. Исследование влияния дополнительных центров рекомбинации [9, 10] на генерацию гармоник показало увеличение максимальной частоты гармоник при уменьшении частоты лазерного поля, а также при увеличении расстояния между центрами. Непосредственно процесс излучения туннельного электрона в постоянном электрическом поле с переходом в связанное состояние наблюдается в квантовых каскадных лазерах, где также установлен линейный сдвиг частоты излучения от напряженности [11].

В настоящей работе рассматривается излучение электрона при туннельной ионизации квантовой системы постоянным или низкочастотным лазерным полем $F(t)$ с последующей рекомбинацией на дополнительном центре. В сильных световых полях туннельный низкочастотный предел для нелинейной ионизации из состояния с энергией E_i определяется малой величиной параметра Келдыша $\gamma = \omega \sqrt{2|E_i|} / F_0 \ll 1$ (ω — характерная частота по-

*E-mail: golovinski@bk.ru

ля) [12]. В этом пределе процесс ионизации носит квазистатический характер, и в основном ионизация происходит вблизи амплитудного значения напряженности F_0 поля лазерного излучения [13]. Успешность данной модели подтверждается применением формулы Аммосова–Делоне–Крайнова [14] к описанию экспериментальных результатов по нелинейной ионизации атомов.

Будем рассматривать излучение электрона как результат трехступенчатого процесса [15, 16]: туннельной ионизации, ускорения во внешнем поле и фоторекомбинации с переходом электрона в связанное состояние на втором центре. Если амплитуда колебаний электрона в лазерном поле F_0/ω^2 намного превышает расстояние между центрами x_1 , то поле в таком процессе можно считать квазистатическим. Приведенный ниже квантовомеханический расчет дает подробную количественную картину явления.

2. МОДЕЛЬ АКТИВНОГО ЭЛЕКТРОНА

Рассмотрим задачу о рекомбинации электрона, туннелирующего в постоянном электрическом поле с напряженностью F , на основе метода функции распространения [17]. На рис. 1 показана схема процесса, в котором свободный электрон образуется в результате туннельной ионизации, а затем после ускорения между центрами рекомбинирует на втором центре притяжения с излучением фотона.

Полный гамильтониан системы,

$$H_t = H + W, \tag{1}$$

представляет собой сумму гамильтониана H электрона с учетом действия сильного лазерного поля, описываемого классически, и возмущения [18]

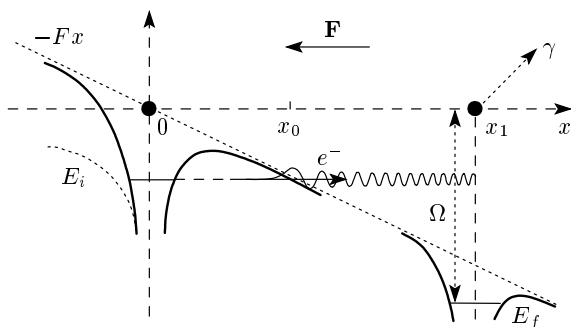


Рис. 1. Схема процесса фоторекомбинации туннельного электрона

$$W = - \left(\frac{2\pi}{V\Omega} \right)^{1/2} e^{-i\mathbf{Q}\cdot\mathbf{r}} (\mathbf{e}_\alpha \cdot \hat{\mathbf{p}}) e^{i\Omega t}, \tag{2}$$

отвечающего за спонтанное излучение фотона с частотой Ω , поляризацией \mathbf{e}_α и волновым вектором \mathbf{Q} в объеме квантования V . Мы придерживаемся атомной системы единиц, в которой $e = m = \hbar = 1$. При рассмотрении процессов в твердом теле массу свободного электрона следует заменить на эффективную массу [19]. Если ограничиться дипольным приближением $\exp(-i\mathbf{Q}\cdot\mathbf{r}) \approx 1$ и перейти от оператора импульса к оператору в приближении длины $\hat{\mathbf{p}} \rightarrow -i\Omega\mathbf{r}$, то

$$W(\mathbf{r}, t) = w(\mathbf{r})e^{i\Omega t}, \quad w(\mathbf{r}) = i \left(\frac{2\pi\Omega}{V} \right)^{1/2} (\mathbf{e}_\alpha \cdot \mathbf{r}). \tag{3}$$

Решение уравнения Шредингера с указанным гамильтонианом можно выразить через точную функцию Грина G электрона [17] в виде

$$\psi(\mathbf{r}, t) = i \int d^3r_1 G(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}_1, t_1) \psi_i(\mathbf{r}_1, t_1), \quad t > t_1, \tag{4}$$

где $\psi_i(\mathbf{r}_1, t_1)$ — волновая функция электрона в начальном состоянии. В первом порядке теории возмущений по оператору спонтанного излучения W уравнение для функции Грина может быть записано как

$$G(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}_1, t_1) = G_0(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}_1, t_1) + \int d^3r_2 dt_2 \times \\ \times G_0(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}_2, t_2) W(\mathbf{r}_2, t_2) G_0(\mathbf{r}_2, t_2; \mathbf{r}_1, t_1), \tag{5}$$

где функция Грина $G_0(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}_1, t_1)$ учитывает влияние внешнего поля на движение электрона.

С учетом (4) и (5) амплитуда вероятности перехода в конечное связанное состояние $\psi_f(\mathbf{r}, t)$ записывается как

$$S_{if} = \int d^3r_2 dt_2 \varphi_f^*(\mathbf{r}_2) \exp \left\{ i \left(\tilde{E}_f + \Omega \right) t_2 \right\} \times \\ \times w(\mathbf{r}_2) \psi_c(\mathbf{r}, t). \tag{6}$$

Здесь

$$\psi_c(\mathbf{r}, t) = \int d^3r_1 G_0(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}_1, t_1) \psi_i(\mathbf{r}_1, t_1) \tag{7}$$

— волновая функция активного электрона,

$$\psi_f(\mathbf{r}, t) = \varphi_f(\mathbf{r}) \exp \left(i \tilde{E}_f t \right) \tag{8}$$

— волновая функция конечного состояния, а $\tilde{E}_f = E_f - x_1 F$ — энергия в конечном состоянии, где учитывается ее переопределение за счет понижения

потенциала электрического поля и связанное с этим ускорение электрона в промежутке между центрами (рис. 1).

Наиболее продуктивный аналитический подход, описывающий генерацию гармоник в рамках модели изолированного δ -потенциала, развит в работах [20–22]. В такой модели волновую функцию активного электрона в рассматриваемой задаче можно записать в виде

$$\psi_c(\mathbf{r}, t) = \varphi_{E_i}(\mathbf{r}) \exp(-iE_i t),$$

поскольку полная энергия электрона в однородном электрическом поле сохраняется.

В рамках теории квазистационарных состояний [18] следует положить

$$\psi_c(\mathbf{r}, t) = \int_0^\infty C(E) \varphi_E(\mathbf{r}) e^{-iEt} dE, \quad (9)$$

где

$$|C(E)|^2 = \frac{1}{\pi} \frac{\Gamma/2}{(E - E_i)^2 + (\Gamma/2)^2}, \quad (10)$$

а Γ — ширина квазистационарного уровня.

Используя разложение (9), для амплитуды вероятности перехода в конечное связанное состояние получим

$$S_{if} = \int_0^\infty C(E) \int_0^t dt_2 \exp\{i(E_f - x_1 F + \Omega - E)t_2\} \times \\ \times \int d^3r \varphi_f^*(\mathbf{r}) w(\mathbf{r}) \varphi_E(\mathbf{r}) dE. \quad (11)$$

Наблюдаемые вероятности переходов в единицу времени на отдельных частотах Ω определяются квадратом амплитуды перехода:

$$\frac{|S_{fi}|^2}{t} = 2\pi |C(E)|^2 |\langle \varphi_f(\mathbf{r}) | w(\mathbf{r}) | \varphi_E(\mathbf{r}) \rangle|^2. \quad (12)$$

В формуле (11) фиксируется связь между частотой излучения Ω и энергией состояния непрерывного спектра E при переходе в конечное связанное состояние с энергией E_f : $\Omega = x_1 F + E - E_f$. При $F \rightarrow 0$ и $E_f = E_i$ частота $\Omega \rightarrow 0$ и процесс сводится к туннелированию из начального состояния в конечное состояние без излучения фотона. Вероятность перехода в единицу времени находится умножением (11) на число возможных конечных состояний испущенного фотона в малом интервале dN_f . В данном случае это число состояний в объеме V при определенной поляризации фотона и импульсе в телесном

угле do с абсолютной величиной, лежащей в интервале $(p, p + dp)$, дается выражением

$$dN_f = \frac{V p^2 dp do}{c^2 (2\pi)^3}, \quad (13)$$

а плотность числа состояний [18] на единичный интервал частоты Ω равна

$$d\rho(\Omega) = \frac{dN_f}{d\Omega} = \frac{V \Omega^2 do}{(2\pi c)^3}. \quad (14)$$

С учетом этого выражения плотность вероятности испускания фотона с частотой Ω и произвольной поляризацией \mathbf{e}_α в единицу времени в телесном угле do составляет

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{\Omega^3}{2\pi c^3} |C(E)|^2 |\mathbf{D}_\Omega|^2 \sin^2 \theta do, \quad (15)$$

а матричный элемент радиус-вектора электрона

$$\mathbf{D}_\Omega = \langle \varphi_f(\mathbf{r}) | \mathbf{r} | \varphi_E(\mathbf{r}) \rangle. \quad (16)$$

Величина θ представляет собой угол между направлением \mathbf{D}_Ω и вектором распространения света \mathbf{Q} . Интегрирование по телесному углу дает

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{4\Omega^3}{3c^3} |C(E)|^2 |\mathbf{D}_\Omega|^2. \quad (17)$$

Тогда плотность распределения интенсивности излучения по частоте [23] имеет вид

$$\frac{dI_\Omega}{d\Omega} = \frac{4\Omega^4}{3c^3} |C(E)|^2 |\mathbf{D}_\Omega|^2. \quad (18)$$

Если нас интересует только полная интенсивность линии без учета формы, то множитель $|C(E)|^2$ нужно заменить на интеграл от него по энергии, равный единице.

3. ИЗЛУЧЕНИЕ КВАНТОВЫХ ЯМ

До сих пор рассмотрение не было ограничено размерностью рассматриваемой задачи, а уравнения (15)–(18) носят общий характер. Задача о распространении электрона от локального источника в однородном электрическом поле подробно исследовалась в связи с теорией атомного фотомикроскопа [24–26], а теоретические результаты убедительно подтверждены экспериментально [27, 28].

Для одномерной задачи, соответствующей излучению при переходе между открытыми квантовыми ямами [29], рассмотрим туннелирование из состояния, связанного короткодействующим потенциа-

лом. В одномерном случае волновая функция распадающегося состояния удовлетворяет стационарному уравнению Шредингера

$$\left(E_i + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + Fx \right) \varphi(x) = -\kappa \delta(x) \varphi(x), \quad (19)$$

где $E_i = -\kappa^2/2$ — энергия начального связанного состояния, которая в постоянном поле является сохраняющейся величиной. Функция Грина $G(x, x_1, E_i)$, соответствующая уравнению (19) с заменой правой части на $\delta(x - x_1)$, имеет вид [30]

$$G(x, x_1, E_i) = -\frac{2\pi}{a} \text{Ci}(-ax_+ + b) \text{Ai}(-ax_- + b), \quad (20)$$

где

$$a = (2F)^{1/3}, \quad b = -\frac{2E_i}{a^2}, \quad x_{\pm} = \frac{1}{2} (x + x_1 \pm |x - x_1|),$$

$\text{Ai}(x)$ и $\text{Vi}(x)$ — функции Эйри [31], а $\text{Ci}(x) = \text{Vi}(x) + i \text{Ai}(x)$. Отметим, что функция $\text{Ci}(x)$ ведет себя при $x \rightarrow \infty$ как уходящая волна. Функция распадающегося состояния в континууме $\psi_c(x, t)$, выраженная через функцию Грина, имеет вид

$$\psi_c(x, t) = \kappa \frac{2\pi}{a} \text{Ci}(-ax + b) \text{Ai}(b) \varphi_i(0) \times \exp(-iE_i t). \quad (21)$$

Физический смысл полученного выражения состоит в том, что амплитуда вышедшей из-под барьера волны определяется значением функции $\text{Ai}(b)$, а дальнейшее распространение описывается бегущей волной $\text{Ci}(-ax + b)$, имеющей нарастающую по мере удаления от источника частоту пространственных осцилляций.

С учетом этого дипольный матричный элемент

$$D_{\Omega} = \kappa \frac{2\pi}{a} \text{Ai}(b) \varphi_i(0) \langle \varphi_f(x) | x | \text{Ci}(-ax + b) \rangle. \quad (22)$$

Поскольку $E_i < 0$, для слабого поля $b = = \kappa^2 / (2F)^{2/3} \gg 1$ и

$$\text{Ai}(b) \approx (4\pi\kappa)^{-1/2} (2F)^{1/6} \exp\left(-\frac{\kappa^3}{3F}\right).$$

Нормированная волновая функция начального связанного состояния в одномерном δ -потенциале [32]

$$\varphi_i(x) = \sqrt{\kappa} \exp(-\kappa|x|). \quad (23)$$

Конечное состояние выберем в виде волновой функции основного состояния линейного осциллятора [33]:

$$\begin{aligned} \varphi_f(x) &= \varphi_0(x - x_1), \\ \varphi_0(x) &= \left(\frac{\omega_0}{\pi}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{\omega_0 x^2}{2}\right), \end{aligned} \quad (24)$$

где x_1 — координата центра рекомбинации электрона, а поляризуемость такого состояния $\alpha = 1/\omega_0^2$. Это приближение непосредственно пригодно для ям с параболическим потенциалом. В более сложных потенциалах волновые функции основного конечного состояния могут отличаться от (24), но также имеют один максимум. В этом случае формулу (24) следует рассматривать как приближенное выражение, описывающее поведение волновой функции в максимуме, а вычисление дальнейших интегралов проводится методом, аналогичным методу перевала.

Подставляя (24) в уравнение (22), будем иметь

$$D_{\Omega} = C \int_{-\infty}^{\infty} \text{Ci}(-ax + b) x \times \exp\left(-\frac{\omega_0(x - x_1)^2}{2}\right) dx, \quad (25)$$

где

$$C = \frac{2\pi\kappa}{a(\omega_0/\pi)^{1/2} \sqrt{\kappa} \text{Ai}(b)}.$$

Формула (25) позволяет рассчитать фоторекомбинацию электрона. Интегралы в (25) могут быть вычислены асимптотически при больших значениях аргумента функции Эйри. Сдвиг энергии уровня в одномерном случае в пределе слабого поля $F \ll \kappa^3$ имеет вид $\Delta E_i = -\alpha F^2/2$, где поляризуемость $\alpha = 5/4\kappa^4$ [32], а ширина уровня $\Gamma = = \kappa^2 \exp(-2\kappa^3/3F)$. При больших напряженностях поля сдвиг энергии уровня и его ширина могут быть рассчитаны путем решения определяющего трансцендентного уравнения, содержащего функции Эйри и их производные [34].

Резкая зависимость вероятности ионизации от напряженности поля приводит к тому, что ионизация в переменном низкочастотном лазерном поле происходит практически в окрестности его максимума. Вкладом от остальных моментов времени можно пренебречь, т. е. положить $F(t) \approx F_0(1 - \beta t^2)$. При нахождении энергии рекомбинационного излучения, испущенного вблизи максимума напряженности лазерного поля, нужно пиковое значение интенсивности умножить на эффективную длительность излучения

$$\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{4\kappa^3}{3F_0} \beta t^2\right) dt = \sqrt{\frac{3\pi F_0}{4\kappa^3 \beta}}. \quad (26)$$

Для гармонической зависимости $\cos(\omega t) \approx 1 - (\omega t)^2$ и $\beta = \omega^2/2$. Мы имеем в виду случай относительно слабых лазерных полей, когда полная ионизация

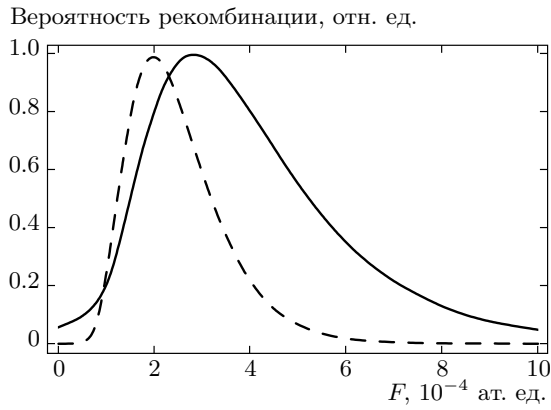


Рис. 2. Зависимости вероятности рекомбинации на квантовой яме от напряженности электрического поля: расстояние между центрами 25 ат. ед. (сплошная линия), 55 ат. ед. (штриховая линия)

происходит за много периодов поля, т. е. $\Gamma \ll 1/\tau$. Это означает, что уширение, описываемое формулой (26), слабо проявится экспериментально. Основной вклад в ширину спектра электронов внесет распределение напряженности лазерного поля вблизи максимума.

На рис. 2 показана вероятность рекомбинации как функция напряженности электрического поля для энергии связи $|E_i| = |E_f| = 1$ эВ. Видно, что с увеличением напряженности поля вероятность рекомбинации достигает максимальной величины, а затем уменьшается в соответствии с качественной картиной процесса ускорения электрона при его движении между центрами. Положение максимума зависит от потенциала ионизации центра рекомбинации при заданном расстоянии между центрами.

Центр спектрального распределения интенсивности излучения на квантовой яме при ионизации полем с фиксированной напряженностью зависит от расстояния между центрами. Уширение линии незначительно, и излучение сосредоточено в области максимума, определяемого условием $\Omega = x_1 F + E_i - E_f$. С увеличением расстояния между центрами спектр смещается в коротковолновую область, что обусловлено ускорением электрона в электрическом поле. Таким образом, измерение спектра рекомбинационного излучения позволяет судить о потенциалах ионизации и рекомбинации или о расстоянии между соседними центрами при известных потенциалах.

Фактически источником электрических полей большой напряженности является низкочастотное монохроматическое излучение CO_2 -лазера $F(t) =$

$= F_0 \cos(\omega t)$. Поэтому в спектре рекомбинационного излучения должен появиться вклад от частот, соответствующих значениям напряженности поля, меньшим его амплитудного значения F_0 . Такой спектр рекомбинационного излучения имеет характерный асимметричный профиль.

4. ИЗЛУЧЕНИЕ КВАНТОВЫХ ТОЧЕК

В трехмерной задаче при наличии двух близко расположенных притягивающих центральных потенциалов фоторекомбинация туннельного электрона также может происходить более эффективно, чем на исходном одиночном родительском центре. Рассматриваемый процесс отличается как от когерентного излучения, свойственного генерации гармоник на родительском центре в переменном поле, так и от излучения фотонов, возникающих непосредственно при отрыве электрона постоянным электрическим полем с экспоненциально малой вероятностью [35].

Для трехмерной задачи короткодействующий δ -потенциал имеет вид [34]

$$V(r) = -V\delta(\mathbf{r})\frac{\partial}{\partial r}r. \tag{27}$$

Уравнение для волновой функции электрона в трехмерной задаче при наличии постоянного электрического поля записывается как

$$\left(E_i + \frac{1}{2}\nabla^2 + Fx\right)\varphi(\mathbf{r}) = \frac{2\pi}{\kappa}\delta(\mathbf{r})\left(\frac{\partial}{\partial r}r\varphi(\mathbf{r})\right). \tag{28}$$

Для $F = 0$ в таком потенциале имеется одно связанное состояние [36]:

$$\varphi_0(r) = \sqrt{\frac{\kappa}{2\pi}}\frac{\exp(-\kappa r)}{r}. \tag{29}$$

Соответствующее интегральное уравнение для волновой функции распадающегося состояния имеет вид

$$\varphi(\mathbf{r}) = \frac{2\pi}{\kappa} \times \int d^3r_1 G_F(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1)\delta(\mathbf{r}_1)\left(\frac{\partial}{\partial r_1}r_1\varphi(\mathbf{r}_1)\right). \tag{30}$$

В трехмерной δ -яме [34] в пределе слабого поля поляризуемость уровня $\alpha = 1/4\kappa^4$, а ширина $\Gamma = = 2^{-3/2}F \exp(-2\kappa^3/3F)/\kappa$.

Подставляя невозмущенную волновую функцию (29) в правую часть уравнения (30), для матричного элемента радиус-вектора получим

$$\mathbf{D}_\Omega = -\sqrt{\kappa 2\pi}(\varphi_f(\mathbf{r})|\mathbf{r}|G_{E_i}(\mathbf{r}, 0)), \tag{31}$$

где

$$G_{E_i}(\mathbf{r}, 0) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint \exp(ip_y y + ip_z z) \times \\ \times G_{E_i - p^2/2}(x, 0) dp_y dp_z. \quad (32)$$

Конечное состояние выберем в виде волновой функции основного состояния трехмерного линейного осциллятора [33]:

$$\varphi_f(\mathbf{r}) = \varphi_f(x)\varphi_f(y)\varphi_f(z) = \\ = \varphi_0(x - x_1)\varphi_0(y - y_1)\varphi_0(z - z_1), \quad (33)$$

где x_1, y_1, z_1 — координаты трехмерного центра рекомбинации электрона. Если направление оси x совпадает с направлением движения свободного электрона и ось x проходит через центр ионизации, а плоскость xy — через центр рекомбинации, то $z_1 = 0$. С учетом этого, после подстановки функции (32) в уравнение (31) получим для отдельных компонент выражения

$$D_{x\Omega} = -\sqrt{\kappa 2\pi} \int \langle \varphi_f(x) | x | G_{E_i - p^2/2}(x, 0) \rangle \times \\ \times \exp(ip_y y_1) \varphi_0(p_y) \varphi_0(p_z) dp_y dp_z, \\ D_{y\Omega} = i\sqrt{\kappa 2\pi} \int \langle \varphi_f(x) | G_{E_i - p^2/2}(x, 0) \rangle \times \\ \times \frac{\partial}{\partial p_y} (\exp(ip_y y_1) \varphi_0(p_y)) \varphi_0(p_z) dp_y dp_z, \quad (34) \\ D_{z\Omega} = i\sqrt{\kappa 2\pi} \int \langle \varphi_f(x) | G_{E_i - p^2/2}(x, 0) \rangle \times \\ \times \exp(ip_y y_1) \varphi_0(p_y) \frac{\partial \varphi_0(p_z)}{\partial p_z} dp_y dp_z,$$

где $\varphi_0(p_y)$ — фурье-образ компоненты волновой функции $\varphi_0(y)$, не смещенной относительно оси линейной поляризации. Эти формулы позволяют проводить расчет для трехмерной задачи. Данная задача имеет ряд общих черт с задачей об электронной фоторекомбинации в сильном световом поле [37]. В то же время, при движении в переменном поле электрон не имеет определенной энергии, а в периодическом поле у него есть квазиэнергетические гармоники и соответствующее распределение по энергиям.

Расчет зависимости вероятности рекомбинации от расстояния y_1 от центра рекомбинации до оси x , задаваемой центром ионизации и направлением поля, показывает, что при смещении центра рекомбинации перпендикулярно направлению поля происходит быстрое уменьшение интенсивности излучения. Распределение электронного тока в поперечном направлении $j_x \sim \exp(-\kappa \rho^2/2x)$, $\rho = \sqrt{y^2 + z^2}$, и оно определяет характерное расстояние $y_1 \approx \sqrt{2x/\kappa}$, на котором рекомбинация прекращается.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренное в работе явление фоторекомбинации электрона, образующегося в результате туннельного эффекта в постоянном электрическом поле, при наличии близко расположенного второго центра притяжения обладает рядом свойств, позволяющих идентифицировать его на фоне других радиационных процессов. Частота излучения такого электрона пропорциональна напряженности электрического поля и расстоянию между центром ионизации и центром рекомбинации. Эта зависимость носит вполне классический характер и связана с ускорением электрона в промежутке между его выходом из-под барьера и испусканием фотона. Отличие от классической картины при малых расстояниях между центрами возникает в результате расплывания волновой функции электрона, покидающего связанное состояние при выходе из-под барьера. При экспериментальном исследовании фоторекомбинации, следующей за туннельной ионизацией, целесообразно наблюдать за изменением рекомбинационного излучения в зависимости от напряженности поля и направления его поляризации.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 13-07-00270) и ГЗ Министерства образования и науки РФ № 2014.19-2881.

ЛИТЕРАТУРА

1. I. J. Sola, E. Mevel, L. Elouga et al., *Nature Phys.* **2**, 319 (2006).
2. P. B. Corkum and F. Krausz, *Nature Phys.* **3**, 381 (2007).
3. Е. А. Волкова, А. М. Попов, О. В. Тихонова, *Письма в ЖЭТФ* **94**, 559 (2011).
4. P. B. Corkum, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 1994 (1993).
5. K. C. Kulander, J. Cooper, and K. J. Schafer, *Phys. Rev. A* **51**, 561 (1995).
6. P. A. Golovinski, *Laser Phys.* **3**, 280 (1993).
7. S. Ghimire, A. D. DiChiara, E. Sistrunk, P. Agostini et al., *Nature Phys.* **7**, 138 (2011).
8. Th. Brabec and F. Krausz, *Rev. Mod. Phys.* **72**, 545 (2000).
9. R. Kopold and W. Becker, *Laser Phys.* **9**, 398 (1999).

10. Y. Wang, Zh. Sun, X. Zhang et al., *Chinese Opt. Lett.* **4**, 49 (2006).
11. M. Beck, D. Hofstetter, Th. Aellen et al., *Science*. **295**, 301 (2002).
12. А. И. Базь, Я. Б. Зельдович, А. М. Переломов, *Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике*, Наука, Москва (1971).
13. Н. Б. Делоне, В. П. Крайнов, *Нелинейная ионизация атомов лазерным излучением*, Физматлит, Москва (2001).
14. М. В. Аммосов, Н. Б. Делоне, В. П. Крайнов, *ЖЭТФ* **91**, 2008 (1986).
15. S. L. Chin and P. A. Golovinski, *J. Phys. B: Atom. Mol. Opt. Phys.* **28**, 55 (1995).
16. M. Yu. Kuchiev and V. N. Ostrovsky, *Phys. Rev. A* **60**, 3111 (1999).
17. Дж. Д. Бьеркен, С. Д. Дрелл, *Релятивистская квантовая теория*, т. 1, ИО НФМИ, Новокузнецк (2000) [J. D. Bjorken and S. D. Drell, *Relativistic Quantum Theory*, Vol. 1, MCH, New York (1964)].
18. А. С. Давыдов, *Квантовая механика*, БВХ-Петербург, Санкт-Петербург (2011).
19. H. Haug and S. W. Koch, *Quantum Theory of the Optical and Electronic Properties of Semiconductors*, World Sci., Singapore (2004).
20. W. Becker, S. Long, and J. K. McIver, *Phys. Rev. A* **50**, 1540 (1994).
21. M. V. Frolov, N. L. Manakov, T. S. Sarantseva et al., *J. Phys. B: Atom. Mol. Opt. Phys.* **42**, 035601 (2009).
22. M. V. Frolov, N. L. Manakov, and A. F. Starace, *Phys. Rev. A* **78**, 063418 (2008).
23. М. М. Бредов, В. В. Румянцев, И. Н. Топтыгин, *Классическая электродинамика*, Наука, Москва (1985).
24. Ю. Н. Демков, В. Д. Кондратович, В. Н. Островский, *Письма в ЖЭТФ* **34**, 425 (1981).
25. П. А. Головинский, *Опт. и спектр.* **84**, 723 (1998).
26. П. А. Головинский, *ЖЭТФ* **112**, 1 (1997).
27. C. Blondel, C. Delsart, and F. Dulieu, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 3755 (1996).
28. C. Blondel, C. Delsart, F. Dulieu, and C. Valli, *Eur. Phys. J.* **5**, 207 (1999).
29. *Научные основы нанотехнологий и новые приборы*, под ред. Р. Келсалла, А. Хамли, М. Геогегана, Интеллект, Долгопрудный (2011) [*Nanoscale Science and Technology*, R. W. Kelsall, I. W. Hamley, and M. Geoghegan, J. Wiley & Sons (2005)].
30. B. Gottlieb, M. Kleber, and J. Krause, *Z. Phys. A* **339**, 201 (1991).
31. *Справочник по специальным функциям*, под ред. М. Абрамовица, И. Стиган, Наука, Москва (1979) [M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*, National Bureau of Standards, Washington (1972)].
32. В. М. Галицкий, Б. М. Карнаков, В. И. Коган, *Задачи по квантовой механике*, Наука, Москва (1992).
33. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика*, Физматлит, Москва (2008).
34. Ю. Н. Демков, В. Н. Островский, *Метод потенциалов нулевого радиуса в атомной физике*, ЛГУ, Ленинград (1975).
35. P. A. Golovinski and E. M. Mikhailov, *Phys. Scripta* **63**, 141 (2001).
36. Ю. Н. Демков, Г. Ф. Друкарев, *ЖЭТФ* **47**, 918 (1964).
37. А. Н. Желтухин, Н. Л. Манаков, А. В. Флегель, М. В. Фролов, *Письма в ЖЭТФ* **94**, 641 (2011).