

ГЕНЕРАЦИЯ ТЕРАГЕРЦЕВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ ОТРАЖЕНИИ ФЕМТОСЕКУНДНЫХ ЛАЗЕРНЫХ ИМПУЛЬСОВ ОТ ПОВЕРХНОСТИ МЕТАЛЛА

В. А. Миронов^{a,b}, И. В. Оладышкин^{a,b}, Е. В. Суворов^a, Д. А. Фадеев^{a**}*

*^a Институт прикладной физики Российской академии наук
603950, Нижний Новгород, Россия*

*^b Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского
603950, Нижний Новгород, Россия*

Поступила в редакцию 18 июля 2013 г.

Теоретически исследованы особенности терагерцевого излучения, генерируемого при наклонном падении фемтосекундного лазерного импульса на металлическую поверхность. Предложен механизм генерации черенковского типа, связанный с возбуждением низкочастотных поверхностных токов p -поляризованным оптическим полем. На основе гидродинамической модели электронного газа аналитически и с помощью численного моделирования определены нелинейные приповерхностные токи и получены соответствующие электродинамические характеристики низкочастотного излучения. Проведен анализ особенностей черенковской генерации терагерцевого излучения и предложены способы повышения эффективности.

DOI: 10.7868/S004445101408001X

1. ВВЕДЕНИЕ

Экспериментальные и теоретические исследования преобразования спектра интенсивного лазерного излучения при отражении от металлической поверхности проводятся давно и касаются, в основном, генерации второй гармоники падающего поля [1, 2]. В приложении к генерации терагерцевого излучения (ТИ) выполнено совсем небольшое число работ [3–8]. Высокая (по сравнению с ионизованными газовыми средами) плотность электронов в металле позволяет ожидать более высокую эффективность генерации ТИ [3, 4, 6, 7], чем при оптическом пробое газов в поле лазерного излучения (см., например, [9] и цитированную там литературу). Однако эффективность остается меньше соответствующих значений в схемах с дополнительным использованием внешнего электростатического поля или второй гармоники [9, 10]. Тем не менее, детальное исследование генерации ТИ таким способом представляет интерес как на пути продвижения в более высокочастотную часть терагерцевого диапазона, так и для изучения

структуры поверхности металлов в совокупности с другими электродинамическими методами (генерацией поверхностных волн, гармоник поля). Изучение процессов, происходящих на поверхности металла в поле мощных лазерных импульсов, важно и для решения различных прикладных задач [11] (ускорение частиц, инерционный термоядерный синтез, глубокое проникновение излучения в среду и др.).

Возбуждение низкочастотных полей пондеромоторной силой при нормальном падении мощного лазерного импульса на плотную плазму исследовано в условиях нормального и аномального скинирования оптического излучения в работе [8]. Экспериментальные данные по генерации ТИ с поверхности металлов [4–7], отвечающие ситуации плотной и холодной плазмы, показывают, что данный процесс эффективен в поле p -поляризованного оптического излучения и характеризуется немонотонной зависимостью от угла падения лазерного импульса. S -поляризованное оптическое излучение слабо возбуждает электронную плотность вблизи поверхности металла и практически не возбуждает терагерцевых волн.

В настоящей работе анализируется механизм генерации ТИ, состоящий в возбуждении системы нелинейных токов в металле под действием наклон-

*E-mail: oladyshkin@gmail.com

**E-mail: fadey.d.a.@gmail.com

но падающего оптического импульса в условиях «нормального» скинирования лазерного излучения. Подробно рассмотрено коллективное низкочастотное движение электронного газа вблизи поверхности металла при отражении от него p -поляризованного лазерного импульса (здесь и далее низкочастотными называются процессы, имеющие временной масштаб порядка огибающей лазерного импульса).

В поле оптического излучения источником ТИ является область перекрытия падающего и отраженного импульсов. В ней возбуждается нелинейный ток, который распространяется со скоростью, большей скорости света, и генерирует черенковское ТИ. Характерный временной масштаб нелинейного тока и генерируемого излучения равен длительности лазерного импульса. В разд. 2 найдено выражение для нелинейного поверхностного тока в модели свободных электронов (модель Друде). В разд. 3, 4 представлено аналитическое решение электродинамической задачи о низкочастотном излучении найденного поверхностного тока в металле, получено выражение для энергии терагерцевого импульса как функции угла падения лазерного импульса. В разд. 5, 6 проведено более полное исследование структуры низкочастотных полей и токов в металле на основе гидродинамической модели среды, описана полная система усредненных сил, действующих со стороны оптического поля на электронный газ. Основной целью такого исследования является поиск наиболее эффективных нелинейных механизмов возбуждения терагерцевых полей вблизи поверхности металла при отражении оптического импульса.

Изложение аналитических результатов будет сопровождаться данными численного моделирования, включающего в себя решение системы уравнений Максвелла и уравнений гидродинамики полуограниченного электронного газа с конечной температурой, на который падает оптический импульс.

2. НЕЛИНЕЙНЫЙ ПОВЕРХНОСТНЫЙ ТОК

Механизм возбуждения нелинейного поверхностного тока при отражении лазерного излучения от металла в рамках модели свободных электронов состоит в следующем. В поле ТМ-волны на поверхности металла индуцируется поверхностный заряд σ , определяемый нормальной к границе компонентой поля E_{\perp} :

$$\sigma = \frac{E_{\perp}}{4\pi}. \quad (2.1)$$

Действие продольной составляющей поля \mathbf{E}_{τ} приводит к смещению этого заряда вдоль поверхно-

сти со скоростью \mathbf{v}_{τ} . Интегрируя уравнение движения

$$\frac{d\mathbf{v}_{\tau}}{dt} = -\frac{e}{m} \mathbf{E}_{\tau} \exp(i\omega_0 t), \quad (2.2)$$

получаем

$$\mathbf{v}_{\tau} = i \frac{e\mathbf{E}_{\tau}}{m\omega_0} \exp(i\omega_0 t), \quad (2.3)$$

где ω_0 — частота лазерного излучения. Усреднив выражение для поверхностного тока $\mathbf{j}_{surf} = \sigma \mathbf{v}_{\tau}$ по периоду оптического поля $T = 2\pi/\omega_0$, найдем для низкочастотной составляющей тока

$$\mathbf{j}_{surf} = \text{Re} \frac{E_{\perp}^*}{8\pi} \frac{ie\mathbf{E}_{\tau}}{m\omega_0}. \quad (2.4)$$

При получении (2.4) мы воспользовались соотношениями (2.1) и (2.3); суммарные поля падающей и отраженной волн составляют

$$\begin{aligned} E_{\perp} &= (1 + R)E_0 \cos \alpha, \\ E_{\tau} &= (1 - R)E_0 \sin \alpha, \end{aligned} \quad (2.5)$$

где E_0 — амплитуда падающей волны, угол падения отсчитывается от поверхности металла. Для металла в оптическом диапазоне частот ($\nu \ll \omega_0 \ll \omega_p$, ω_p — плазменная частота электронного газа в металле, ν — эффективная частота столкновений) коэффициент отражения R удобно представить в следующем виде:

$$R = \frac{\varepsilon \sin \alpha - \sqrt{\varepsilon}}{\varepsilon \sin \alpha + \sqrt{\varepsilon}}, \quad (2.6)$$

где $\varepsilon \approx -\omega_p^2/\omega_0^2$. Принимая во внимание (2.5), (2.6), находим окончательное выражение для поверхностного тока (2.4):

$$j_{surf} = |E_0|^2 \frac{e\omega_p}{2\pi m\omega_0^2} \frac{\sin^2 \alpha \cos \alpha}{\frac{\omega_p^2}{\omega_0^2} \sin^2 \alpha + 1}. \quad (2.7)$$

В поле падающего на поверхность металла лазерного импульса величина $|E_0|$ является функцией от «бегущей» координаты $(t - z \cos \alpha/c)$, где t — время, z — координата вдоль поверхности (см. рис. 1, более подробно — см. работу [12]). Это приводит к формированию источника электромагнитного излучения, который движется по поверхности со сверхсветовой скоростью. Однако полученным выражением (2.7) нельзя воспользоваться непосредственно для определения поверхностного тока в случае черенковского излучения. Поскольку источник расположен на границе раздела сред и создает поля как в вакууме, так и внутри металла, для нахождения излучения необходимо решить соответствующую электродинамическую задачу. В некоторой модельной постановке это будет сделано в следующем разделе.

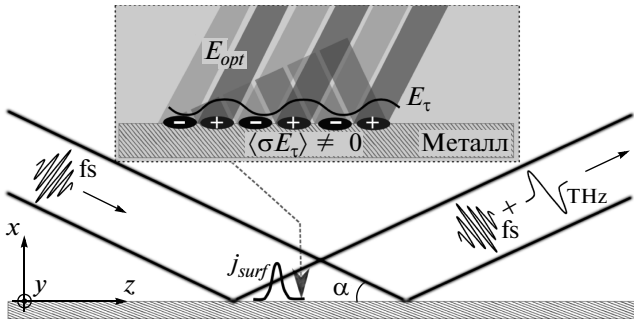


Рис. 1. Общая схема процесса генерации терагерцевого излучения при отражении лазерного импульса от поверхности металла. Область взаимодействия оптического излучения с металлом более подробно изображена на вставке

3. НИЗКОЧАСТОТНЫЕ ПОЛЯ ВБЛИЗИ ГРАНИЦЫ МЕТАЛЛ–ВАКУУМ

Аналитическое исследование структуры поля вблизи границы раздела двух сред (вакуум–металл) можно провести для достаточно широкого лазерного пучка. В известных нам экспериментах оптический импульс вблизи поверхности металла имеет диаметр порядка 1 мм и длительность 50-100 фс, т. е. ширина пучка на два порядка превосходит длину импульса. Поэтому можно считать, что сторонний поверхностный ток (2.7), возникающий в процессе отражения импульса, является функцией бегущей координаты $\xi = t - z \cos \alpha / c$ и зависит от z адиабатически медленно. В этом случае возбуждаемые поля являются функциями ξ и x , где ось x направлена перпендикулярно поверхности металла, полупространство $x < 0$ занимает металл. Далее рассмотрим отдельно консервативный случай, когда характерная частота ω тока $j_{surf}(t)$ заметно превышает частоту соударений электронов в металле ν , и диссипативный случай, когда $\nu \gg \omega$.

3.1. Консервативный скин-слой

Для описания электромагнитных полей в плотной плазме удобно воспользоваться волновым уравнением для тангенциальной компоненты электрического поля E_z . Переходя к «бегущей» системе координат, получаем следующие уравнения для полей в вакууме и в металле в условиях $\nu \ll \omega$:

$$\frac{\sin^2 \alpha}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} E_z - \frac{\partial^2}{\partial x^2} E_z + \frac{\omega_p^2}{c^2} E_z = 0, \quad x \leq 0, \quad (3.1)$$

$$\frac{\sin^2 \alpha}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} E_z - \frac{\partial^2}{\partial x^2} E_z = 0, \quad x > 0. \quad (3.2)$$

На границе раздела сред ($x = 0$) тангенциальная компонента электрического поля остается непрерывной, а магнитное поле испытывает скачок, связанный с наличием поверхностного тока. Запишем граничные условия, обозначая индексом «1» нижнее полупространство (плазма), а индексом «2» — верхнее (вакуум):

$$E_{z1} = E_{z2}, \quad (3.3)$$

$$H_{y2} - H_{y1} = \frac{4\pi}{c} j_{surf}, \quad (3.4)$$

где j_{surf} определяется выражением (2.7). Уравнения (3.1), (3.2) могут быть решены аналитически в фурье-представлении, однако для упрощения выкладок используем тот факт, что в условиях задачи продольный масштаб поверхностного тока $l_{\parallel} = c\tau / \cos \alpha$ (τ — длительность лазерного импульса) значительно больше глубины скин-слоя в металле. Пренебрежем первым слагаемым в уравнении (3.1), которое в данном приближении описывает «нормальное» скинирование электромагнитного поля в металле:

$$E_z(\xi, x) = E_z(\xi) \exp\left(-\frac{\omega_p}{c} x\right). \quad (3.5)$$

Используя уравнения Максвелла, перепишем граничное условие (3.4) в том же предположении:

$$\left(\frac{\partial E_z}{\partial x}\right)_2 - \left(\frac{\partial E_z}{\partial x}\right)_1 = -\frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial j_{surf}}{\partial \xi}. \quad (3.6)$$

Решение в нижнем полупространстве (3.5) и граничное условие (3.6), с учетом непрерывности E_z и неравенства $\omega_{THz} \ll \omega_p$, дают значение тангенциальной компоненты поля вблизи поверхности:

$$E_z = \frac{4\pi}{c\omega_p} \frac{\partial j_{surf}}{\partial \xi}. \quad (3.7)$$

Кроме тангенциальной компоненты E_z электрическое поле имеет также нормальную составляющую E_x , порождаемую квазистатическим поверхностным зарядом (который определяется уравнением непрерывности). Мы не будем останавливаться на вычислении компоненты E_x , так как она определяет лишь картину ближних полей, не влияя на излучение в дальней зоне. По известному электрическому полю над поверхностью металла (3.7) нетрудно найти магнитное поле, используя уравнения Максвелла:

$$H_y = \frac{E_z}{\sin \alpha}. \quad (3.8)$$

Наконец, поток энергии низкочастотного излучения с единицы поверхности металла (т.е. нормальная компонента вектора Пойнтинга) составляет

$$S_x = \frac{c}{4\pi} E_z H_y = \frac{4\pi}{c\omega_p^2 \sin \alpha} \left(\frac{\partial j_{surf}}{\partial \xi} \right)^2. \quad (3.9)$$

Приведенные выражения позволяют судить о том, как наличие металла в нижнем полупространстве влияет на излучение заданного поверхностного тока. В отсутствие металла решение для тангенциального магнитного поля H_y вблизи поверхности имело бы вид

$$H_y^0 = \frac{2\pi}{c} j_{surf}, \quad (3.10)$$

а для электрического поля —

$$E_z^0 = \frac{2\pi}{c} j_{surf} \sin \alpha. \quad (3.11)$$

Отсюда видно, что наличие проводящей среды в полупространстве $x < 0$ изменяет вакуумное решение (3.10), (3.11), добавляя некоторый вес каждой фурье-компоненте электромагнитного поля:

$$E_z(\omega) = \frac{2i}{\sin \alpha} \frac{\omega_0}{\omega_p} E_z^0(\omega), \quad (3.12)$$

где $E_z(\omega)$ — спектр низкочастотного сигнала. Таким образом, мощность излучения тока на поверхности металла зависит от его временной производной. Поскольку поверхностный ток j_{surf} определяется огибающей лазерного поля, происходит, по существу, детектирование электромагнитного импульса при взаимодействии с поверхностью металла. При этом длительность терагерцевого импульса мало отличается от длительности лазерного (см. (2.7) и (3.7)).

3.2. Диссипативный скин-слой

Перейдем к краткому рассмотрению электромагнитных полей поверхностного тока в металле в случае «полностью» диссипативного скин-слоя, используя для диэлектрической проницаемости металла плазменную формулу с частотой столкновений $\nu \gg \omega_0$:

$$\varepsilon \approx -i \frac{4\pi\delta}{\omega_0}, \quad (3.13)$$

где $\delta = \omega_p^2 / 4\pi\nu$ — проводимость металла.

Решение задачи о нахождении ближних полей полностью аналогично приведенному в разд. 3.1. Разница состоит в том, что вместо волнового уравнения (3.1) для тангенциального электрического поля в металле на низких частотах следует использовать

уравнение диффузии, в котором коэффициент диффузии определяется проводимостью среды σ . Решение для комплексной амплитуды электрического поля $E_z(\omega)$ имеет вид

$$E_z(\omega) = \sqrt{4\pi i \frac{\omega_0}{\delta}} \frac{j_{surf}(\omega)}{c}. \quad (3.14)$$

Таким образом, спектральные компоненты поля в присутствии проводящего материала в нижнем полупространстве также приобретают вес по сравнению с вакуумным решением (3.10):

$$E_z(\omega) = \sqrt{i \frac{\omega_0}{\pi\delta}} \frac{1}{\sin \alpha} E_z^0(\omega). \quad (3.15)$$

Здесь не удастся найти столь же простого выражения для плотности потока энергии, как в консервативном случае (3.9). Однако можно вычислить полную энергию низкочастотного импульса, излучаемого при отражении лазерного пучка гауссовой формы. В следующем разделе мы проведем соответствующие вычисления как в консервативном, так и в диссипативном случаях. Кроме того, для первой (консервативной) ситуации будут найдены диаграмма направленности излучения и форма импульса в дальней зоне.

4. ИЗЛУЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНОГО ТОКА

Реальный лазерный импульс обладает конечным радиальным размером: поэтому импульс нелинейного тока пробегает по ограниченному пятну на поверхности металла, на которое попадает лазерное излучение. Чтобы поля вблизи поверхности по-прежнему описывались формулами (3.7)–(3.9), необходимо адиабатически медленное изменение импульса тока при распространении вдоль границы раздела. Кроме того, характерный масштаб пятна по оси y должен быть много больше продольного масштаба импульса тока, т.е. области перекрытия падающего и отраженного импульсов. Все это будет справедливо в случае, когда поперечный размер лазерного импульса намного превосходит продольный. Данное условие реализуется во всех известных нам экспериментах по генерации ТИ с поверхности металла [4–7]: длительность 50 фс соответствует длине импульса 15 мкм, в то время как диаметр пятна составляет от 1 мм до 5 мм.

4.1. Энергия излучения

Пусть падающий оптический импульс имеет гауссову форму по радиальной координате и по време-

ни, тогда его интенсивность на поверхности металла имеет вид

$$|E_0(z, y, t)|^2 = E_0^2 \exp\left(-\frac{y^2}{a^2} - \frac{z^2}{a_z^2} - \frac{(z-vt)^2}{L^2}\right), \quad (4.1)$$

где a — поперечный размер лазерного пучка, L — длина лазерного импульса, малая по сравнению с a , $a_z = a/\sin\alpha$ — продольный размер освещенного пятна на поверхности, $v = c/\cos\alpha$ — фазовая скорость оптического поля по оси z . В соответствии с результатом, полученным в разд. 2, по металлу будет течь поверхностный ток, направленный по оси z :

$$j_{surf}(x, y, t) = j_0 \exp\left(-\frac{y^2}{a^2} - \frac{z^2}{a_z^2} - \frac{(z-vt)^2}{L^2}\right), \quad (4.2)$$

где максимальное значение тока j_0 определяется выражением (2.7), его значение будет определено ниже.

Сначала рассмотрим «полностью» консервативный скин-слой. Считая, что поперечный размер a намного превосходит длину импульса L , и интегрируя выражение (3.9) для потока энергии с единичной площади поверхности, можно найти полную энергию излучения в низкочастотном импульсе:

$$W = \sqrt{2\pi^5} \frac{a^2 j_0^2}{\omega_p^2 L \sin^2 \alpha \cos \alpha}. \quad (4.3)$$

При выводе формулы (4.3) учитывалось, что при наличии металла излучение распространяется только в верхнее полупространство. Принимая во внимание выражение для тока (2.7), получаем выражение для полной энергии низкочастотного импульса через характеристики исходного оптического импульса:

$$W = \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{e^2}{m^2} \frac{a^2}{\omega_0^4 L} |E_0|^4 \frac{\sin^2 \alpha \cos \alpha}{\left(\frac{\omega_p^2}{\omega_0^2} \sin^2 \alpha + 1\right)^2}. \quad (4.4)$$

Вид зависимости излученной энергии от угла падения оптического импульса α при $\omega_p/\omega_0 = 10$ приведен на рис. 2. Подобную угловую зависимость мы получали раньше, в работе [7], из более простых качественных соображений. Выражение (4.4) достигает максимума, когда выполняется условие $\sin \alpha = \omega_0/\omega_p$, при этом энергия равна

$$W_{max} = \frac{1}{8} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{e^2}{m^2} \frac{a^2}{\omega_0^2 \omega_p^2 L} |E_0|^4. \quad (4.5)$$

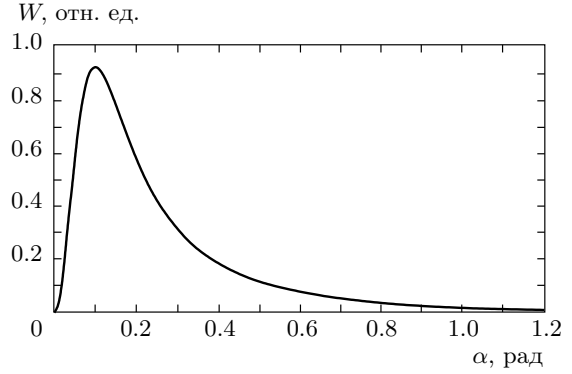


Рис. 2. Теоретическая зависимость полной энергии терагерцевого излучения от угла падения оптического импульса, отсчитываемого от поверхности металла

В случае «полностью» диссипативного скин-слоя полная энергия импульса может быть найдена интегрированием спектральной интенсивности низкочастотного излучения по всем частотам, а также по площади излучающего пятна:

$$W = \frac{2\pi}{\delta c \sin \alpha} \iint dz dy \int |j_{surf}(\omega)|^2 \omega d\omega = \frac{\pi}{2} \frac{a^2 j_0^2}{\delta c \sin^2 \alpha}. \quad (4.6)$$

В исходных обозначениях формула (4.6) записывается как

$$W = \frac{e^2}{2cm^2} \frac{\nu a^2}{\omega_0^4} \frac{\sin^2 \gamma \cos^2 \gamma}{\left(\frac{\omega_p^2}{\omega_0^2} \sin^2 \gamma + 1\right)^2} |E_0|^4. \quad (4.7)$$

Видно, что зависимость энергии низкочастотного импульса от угла падения лазерного излучения одинакова для диссипативного и консервативного скин-слоев. Найдем соотношение энергий излучения в случаях консервативного и диссипативного скин-слоев для лазерного импульса длительности $T = L/v$:

$$W_{cons} = \frac{1}{vT} \sqrt{\frac{\pi}{2}} W_{diss}, \quad (4.8)$$

где энергия W_{diss} не зависит от длительности импульса. Анализируя формулу (4.8), можно сделать вывод, что при увеличении длительности лазерного импульса и сохранении его интенсивности энергия низкочастотного излучения сначала уменьшается как $1/T$, пока его характерная частота больше частоты столкновений, а затем принимает постоянное значение W_{diss} (когда частота столкновений су-

щественно превосходит обратную длительность лазерного импульса).

Кроме того, из формул (4.5) и (4.6) следует, что эффективность генерации низкочастотного излучения в оптимальном режиме обратно пропорциональна концентрации плазмы ($\sim \omega_p^{-2}$) или в диссипативном случае — обратно пропорциональна проводимости металла. Указанная зависимость была получена в работе [8] для случая нормального падения оптического импульса на плотную горячую плазму при учете только пондеромоторного воздействия оптического поля на электронный газ. Данный вывод означает, что более перспективными материалами для генерации терагерцевого излучения могут стать полуметаллы. Для них характерна концентрация свободных электронов на 2–5 порядков меньше, чем в нормальных металлах, и на 2–3 порядка меньшая эффективная масса носителя заряда. В результате плазменная частота полуметаллов оказывается значительно меньшей, чем у обычных металлов [13, 14], поэтому можно ожидать заметного увеличения энергии генерируемых терагерцевых импульсов.

4.2. Диаграмма направленности и форма импульса в дальней зоне

Перейдем к исследованию излучения низкочастотного поверхностного тока в дальней зоне, т. е. на расстоянии $R \gg ka^2$ от места отражения лазерного пучка, где k — характерная величина волнового вектора излучаемого сигнала. Введем сферическую систему координат, где угол θ отсчитывается от поверхности металла, φ — от положительного направления оси x , а расстояние R — от нулевой точки прежней системы координат. Для нахождения полей воспользуемся методом запаздывающих потенциалов. Векторный потенциал в калибровке Кулона, создаваемый некоторым объемным током $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t)$ в момент времени t , вычисляется следующим образом:

$$\mathbf{A}(R, \theta, \varphi, t) = \frac{1}{c} \int_V \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}, t - R/c)}{R} d^3r. \quad (4.9)$$

Однако воспользоваться данным выражением непосредственно довольно сложно, поскольку для этого нужно знать структуру объемных токов внутри металла. Поэтому сначала рассмотрим задачу излучения заданного тока, сосредоточенного в тонком слое в вакууме. Полученный результат будет использован в качестве опорного в задаче об излучении полной системы токов в присутствии металлической плазмы. Удобно применить спектральный подход,

дающий простое выражение для фактора ослабления, связанного с объемными токами, которые текут в металле. Из разд. 3.1 (для бесстолкновительного скин-слоя) нам известна связь фурье-компонент электромагнитного поля, создаваемого только поверхностным током, и поля в самосогласованной задаче излучения тока на поверхности металла:

$$E_z(\omega) = \frac{2i}{\sin \alpha} \frac{\omega_0}{\omega_p} E_z^0(\omega),$$

или для полей $E_z(t)$:

$$E_z(t) = \frac{2}{\omega_p \sin \alpha} \frac{\partial}{\partial t} E_z^0(t). \quad (4.10)$$

Таким образом, найдя только поля излучения в опорной задаче, мы сможем с помощью дифференцирования результата вычислить поля излучения всей системы токов в металле.

В дальней зоне для вектор-потенциала (4.9) поверхностного тока (4.2) найдем

$$A_z^0(R, \theta, \varphi, t) = \frac{\pi j_0}{cR} \frac{La_z a}{L_{eff}} \exp\left(-\frac{v^2 t^2}{L_{eff}^2}\right), \quad (4.11)$$

где введены следующие обозначения:

$$L_{eff}^2 = L^2 + \beta^2 a_z^2 + \gamma^2 a^2, \quad \gamma = \frac{\cos \theta \sin \varphi}{\cos \alpha},$$

$$\beta = 1 - \frac{\cos \theta \cos \varphi}{\cos \alpha}, \quad t = t - \frac{R}{c}.$$

Из формулы (4.11) получим электрическое поле во вспомогательной «вакуумной» задаче (здесь приведено выражение для проекции на направление поляризации; в дальней зоне электрическое поле равно по модулю магнитному):

$$E^0(R, \theta, \varphi, t) = \frac{2\pi j_0}{R \cos^2 \alpha} \frac{La_z a \sqrt{1 - \cos^2 \theta \cos^2 \varphi}}{L_{eff}^3} \times t \exp\left(-\frac{v^2 t^2}{L_{eff}^2}\right). \quad (4.12)$$

Далее, используя соотношение (4.10), вычислим поле в самосогласованной задаче:

$$E(R, \theta, \varphi, t) = \frac{4\pi j_0}{\omega_p R} \frac{La_z a \sqrt{1 - \cos^2 \theta \cos^2 \varphi}}{L_{eff}^3 \sin \alpha \cos^2 \alpha} \times \left(1 - \frac{2v^2 t^2}{L_{eff}^2}\right) \exp\left(-\frac{v^2 t^2}{L_{eff}^2}\right). \quad (4.13)$$

Форма низкочастотного импульса в зоне Фраунгофера, определяемая формулой (4.13), приведена на

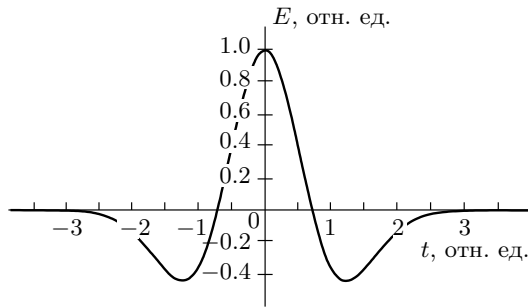


Рис. 3. Временная форма низкочастотного импульса в дальней зоне (см. формулу (4.13))

рис. 3. Видно, что эффективный продольный размер терагерцевого импульса L_{eff} сильно зависит от направления распространения. В направлении точного черенковского синхронизма она равна длине огибающей исходного лазерного импульса, но уже при небольшой отстройке по углу распространения начинает резко возрастать.

Теперь мы можем определить также и диаграмму направленности излучения поверхностного тока. Проинтегрировав по времени вектор Пойнтинга, получим поток энергии на единицу площади на расстоянии R :

$$W(R, \theta, \varphi) = \sqrt{\frac{9\pi^3}{2}} \frac{j_0^2}{\omega_p^2 R^2} \times \frac{(La_z a)^2 (1 - \cos^2 \theta \cos^2 \varphi)}{L_{eff}^5 \sin^2 \alpha \cos^3 \alpha}. \quad (4.14)$$

Наконец, полная энергия низкочастотного импульса находится путем интегрирования диаграммы направленности (4.14) по сфере $R = \text{const}$. Благодаря тому, что поперечный размер лазерного импульса a (а также размер пятна a_z) во много раз превосходит его длину L , диаграмма направленности имеет резкий максимум в направлении $\theta = \alpha$, $\varphi = 0$: при отклонении от данного направления эффективная длина импульса L_{eff} быстро возрастает, а поток энергии уменьшается пропорционально L_{eff}^5 . Эти свойства диаграммы направленности обусловлены черенковским характером излучения, которое создается «волной» приповерхностных токов, движущейся со сверхсветовой скоростью. Интегрирование (4.14) для малых отклонений θ от α и φ от нуля дает полученное ранее по известным полям вблизи поверхности выражение для полной энергии низкочастотного излучения (4.3).

Если скин-слой в металле нельзя считать полностью консервативным, получить диаграмму направ-

ленности и форму импульса в дальней зоне не удастся. В этом случае нельзя воспользоваться связью (4.10) между простой опорной задачей об излучении поверхностного тока в вакууме и задачей о возбуждении полей самосогласованной системой токов в металле и на границе. Однако можно утверждать, что форма импульса и диаграмма направленности будут подобны приведенным выше, так как спектр терагерцевого сигнала изменится незначительно.

5. НЕЛИНЕЙНЫЕ ТОКИ В ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СРЕДЫ

Рассмотрим процесс формирования нелинейного тока при гидродинамическом описании электронного газа в металле. При формулировке исходных уравнений будем следовать в основном работе [1], посвященной генерации нелинейного тока в металле на второй гармонике. Особенности рассматриваемого нами случая возбуждения низкочастотного тока связаны с усредненным по периоду поля воздействием лазерного излучения на электронный газ. Оно ведет к возникновению квазипотенциальных полей в среде в результате непрерывного перераспределения электронов в движущемся неоднородном поле волны. Результатом рассмотрения эффектов такого рода, определяемых «температурой» и давлением электронного газа, является более реальное описание структуры приповерхностной области плазмы. Эти обстоятельства становятся особенно важными при численном моделировании взаимодействия лазерного излучения с поверхностью металла. В текущем разделе при аналитическом исследовании структуры низкочастотных токов, возбуждаемых в неоднородной среде полем ТМ-волны, реализуется метод последовательных приближений в самосогласованной системе уравнений гидродинамики электронного газа и уравнений Максвелла.

5.1. Исходные уравнения

Процесс возбуждения низкочастотных нелинейных токов рассмотрим на основе уравнений гидродинамики электронной жидкости в электромагнитном поле в переменных концентрация n и электрический ток \mathbf{j} (где $\mathbf{j} = nev$, \mathbf{v} — скорость электронной жидкости):

$$e \frac{\partial n}{\partial t} = -\text{div} \mathbf{j}, \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} + \left\{ (\mathbf{j} \nabla) \cdot \mathbf{v} - e \mathbf{v} \frac{\partial n}{\partial t} + \frac{e}{m} \left(en \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{j} \times \mathbf{H}] \right) \right\} + \nu \mathbf{j} + T e \nabla n = 0, \quad (5.2)$$

где \mathbf{E} и \mathbf{H} — электрическое и магнитное поля, ν — частота столкновений электронов (малая по сравнению с оптической частотой). Возникновение низкочастотного тока в поле лазерного излучения описывается в (5.2) нелинейными слагаемыми, заключенными в фигурные скобки. Последнее слагаемое в левой части (5.2) $T \nabla n$ введено для феноменологического учета давления электронного газа в металле. В приложении к металлам эффективную температуру T газа свободных электронов можно оценить на основе энергии Ферми (подробнее см. [1]).

Специфика рассматриваемой задачи состоит в том, что анализ системы уравнений (5.1), (5.2) надо проводить для неоднородной среды. Как и выше, будем предполагать, что плазма занимает полупространство $x < 0$:

$$n(x) = \begin{cases} n_0, & x < 0, \\ 0, & x > 0. \end{cases} \quad (5.3)$$

Граничные условия для скорости запишем в виде

$$V_x|_{x=0} = 0, \quad (5.4)$$

что при кинетическом рассмотрении задачи соответствовало бы упругому отражению электронов от границы плазма–вакуум.

Положим, что под действием оптического поля в среде в первом приближении возникают движения электронов лишь на оптической частоте: возмущение плотности n_1 , скорости электронного газа \mathbf{v}_1 и электронного тока $n_0 e \mathbf{v}_1$; уравнения для них мы приведем ниже. Тогда из уравнения (5.2) во втором порядке теории возмущений найдем следующее уравнение для низкочастотного тока:

$$\frac{\partial \mathbf{j}_2}{\partial t} + \nu \mathbf{j}_2 - \frac{e^2}{m} n_0 \mathbf{E}_2 = -(\mathbf{j}_1 \nabla) \mathbf{v}_1 + \frac{e}{mc} [\mathbf{j}_1 \times \mathbf{H}] + e \mathbf{v}_1 \frac{\partial n_1}{\partial t} + \frac{e}{m} en_1 \mathbf{E} - \frac{Te}{m} \nabla n_2. \quad (5.5)$$

Здесь черта сверху означает усреднение по оптическому периоду, \mathbf{E} и \mathbf{H} — соответственно электрическое и магнитное поля оптического импульса, $\mathbf{E}_2 = -\nabla \varphi + \mathbf{E}_T$ — низкочастотное поле (сумма полей разделения зарядов и низкочастотного излучения). Возмущение низкочастотной плотности n_2 связано с током \mathbf{j}_2 соотношением непрерывности, а с полем разделения зарядов $\nabla \varphi$ — уравнением Пуассона:

$$e \frac{\partial n_2}{\partial t} = -\text{div} \mathbf{j}_2, \quad (5.6)$$

$$\Delta \varphi = -4\pi en_2. \quad (5.7)$$

Слагаемые с чертой в формуле (5.5) являются источниками низкочастотного тока, возникающими в результате усредненного воздействия оптического импульса на электронный газ. В уравнении (5.5) введен член $\nu \mathbf{j}_2$, отвечающий феноменологическому описанию потерь в металле. Видно, что гидродинамическое описание среды, в отличие от модели Друде, выявляет целый набор низкочастотных источников. Их детальный сравнительный анализ будет проведен в разд. 5.3. Сначала получим соотношения для высокочастотных возмущений среды, необходимые в дальнейшем при усреднении (5.5).

5.2. Высокочастотные движения

Для определения поляризации среды, наведенной оптическим импульсом, воспользуемся следующими линеаризованными материальными уравнениями в однородной плазме с концентрацией электронов n_0 ($e < 0$):

$$\frac{\partial \tilde{v}_z}{\partial t} = \frac{e}{m} \tilde{E}_z, \quad (5.8)$$

$$\frac{\partial \tilde{v}_x}{\partial t} = \frac{e}{m} \tilde{E}_x - \frac{\partial n_{\sim}}{\partial x}, \quad (5.9)$$

$$\frac{\partial \tilde{E}_x}{\partial t} = 4\pi en_{\sim}, \quad (5.10)$$

$$\frac{\partial n_2}{\partial t} = -n_0 \text{div} \mathbf{v}, \quad (5.11)$$

где x — координата точки по нормали к поверхности металла, z — координата точки вдоль поверхности в плоскости падения; \tilde{E}_x , \tilde{v}_x , \tilde{E}_z , \tilde{v}_z — компоненты электрического поля и скорости осцилляций электрона \mathbf{v} , n_{\sim} — возмущение плотности плазмы в поле падающего излучения.

Дифференцируя уравнение непрерывности (5.11) по t и делая несложные преобразования с использованием соотношений (5.8)–(5.10), находим уравнение, описывающее динамику возмущенной концентрации электронов:

$$\frac{\partial^2 n_{\sim}}{\partial t^2} + \omega_p^2 n_{\sim} - v_T^2 \frac{\partial^2 n_{\sim}}{\partial x^2} = 0, \quad (5.12)$$

где $\omega_p^2 = 4\pi e^2 n_0 / m$ — плазменная частота, $v_T^2 = T/m$ — «тепловая» скорость электронов. При получении формулы (5.12) мы предположили, что

$$\frac{\partial \tilde{E}_x}{\partial x} \gg \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial z}, \quad (5.13)$$

это неравенство хорошо выполняется, как будет ясно в дальнейшем, для лазерного излучения с длиной волны, много большей «дебаевского» радиуса

$d = v_T/\omega_p$. Поскольку частота оптического излучения ω_0 много меньше плазменной частоты ω_p , первым слагаемым в (5.12) можно пренебречь. В результате приходим к уравнению

$$d^2 \frac{\partial^2 n_{\sim}}{\partial x^2} - n_{\sim} = 0, \quad (5.14)$$

решение которого показывает, что возмущение плотности плазмы, наведенное оптическим импульсом, сосредоточено вблизи границы металла на характерном масштабе порядка дебаевского радиуса d . Экранирование поперечного оптического поля в плазме описывается аналогично и имеет тот же характерный масштаб.

Сравнение с результатами исследований на основе кинетического описания показывает, что уравнение (5.14) определяет структуру плазмы вблизи границы металла с достаточной точностью — до слагаемых порядка ω_0/ω_p [15]. Для дальнейшего описания важно заметить, что благодаря дебаевскому экранированию в рассматриваемой области поперечные к границе осцилляции электронов ослаблены в ω_p^2/ω^2 раз (скорость оценена из формул (5.11) и (5.14)), поэтому для $x \geq -d$ будем считать

$$\tilde{v}_x = 0, \quad (5.15)$$

$$\tilde{E}_x = \frac{T}{en_0} \frac{\partial n_{\sim}}{\partial x}. \quad (5.16)$$

Вне дебаевского радиуса ($x < -d$) пространственную дисперсию можно не учитывать. Для амплитуды осцилляций, как и в случае свободного электрона, приходим к выражению

$$\tilde{v}_x = \frac{e}{im\omega} \tilde{E}_x.$$

Связь между компонентами полей E_x и E_z на границе раздела металл–вакуум несложно получить из выражения (2.5), описывающего суперпозицию падающей и отраженной волн. Если коэффициент отражения (2.6) близок по модулю к единице, то

$$\frac{\tilde{E}_x}{\tilde{E}_z} = i \frac{\omega_p}{\omega_0} \cos \alpha, \quad (5.17)$$

откуда следует, что для углов падения α , не слишком близких к нормальному, на границе выполняется неравенство $\tilde{E}_x \gg \tilde{E}_z$. Вне области дебаевского экранирования объемный заряд отсутствует, поэтому соотношение между компонентами поля можно определить из уравнения

$$\operatorname{div} \mathbf{E}_{\sim} = 0. \quad (5.18)$$

В этой области ($x < -d$), используя уравнения Максвелла, нетрудно получить хорошо известное уравнение

$$\frac{\partial^2 \tilde{\mathbf{E}}}{\partial x^2} - \frac{\omega_p^2}{c^2} \tilde{\mathbf{E}} = 0, \quad (5.19)$$

решение которого описывает экранирование поля на глубине скин-слоя $\lambda_c = c/\omega_p$. Таким образом, поперечное к поверхности оптическое поле E_x экспоненциально убывает от границы металла на глубине, равной радиусу Дебая, а продольное — на глубине скин-слоя. Поперечное поле при $x < -d$ мало по сравнению с продольным и может быть найдено из формулы (5.18).

5.3. Низкочастотные источники тока

Проведенное выше исследование структуры полей и возмущения параметров среды под действием оптического поля дает все необходимые сведения для анализа низкочастотного нелинейного тока во втором порядке теории возмущений. Рассмотрим последовательно продольную (вдоль оси z) и поперечную к границе (вдоль оси x) компоненты низкочастотного источника в поле ТМ-волны. Проецируя усредненные по оптическому периоду слагаемые из (5.5) на ось z , получаем усредненную силу, действующую на электронный газ вдоль границы:

$$F_z = - \overline{\left(j_x \frac{\partial}{\partial x} \right) \tilde{v}_z} - \overline{\left(j_z \frac{\partial}{\partial z} \right) \tilde{v}_z} + \frac{e}{mc} \overline{j_x H} + e \tilde{v}_z \frac{\partial \tilde{n}}{\partial t} + \frac{e}{m} \overline{e \tilde{n} \tilde{E}_z}. \quad (5.20)$$

В приповерхностной области ($x \geq -d$), как мы обсуждали выше, поперечную к границе скорость электронов \tilde{v}_x можно считать равной нулю. Вне области дебаевского экранирования поверхностного заряда ($x < -d$) дивергенция электрического поля равна нулю. Сгруппируем слагаемые в (5.20), используя равенство нулю дивергенции электрического поля и уравнение движения (5.8):

$$F_z = \frac{\partial}{\partial t} \overline{\tilde{n} \tilde{v}_z} - \frac{en_0}{4} \frac{\partial}{\partial z} |\tilde{v}_z|^2. \quad (5.21)$$

Данные источники низкочастотного тока имеют понятный физический смысл. Первый определяется продольной составляющей оптического поля, которая действует на заряд, индуцированный вблизи поверхности металла поперечным полем (см. (5.10)). Именно это слагаемое (проинтегрированное в поперечном направлении) обсуждалось при выводе поверхностного тока в модели Друде в разд. 2. Второй связан с действием усредненной пондеромоторной силы (для случая $\tilde{v}_x \ll \tilde{v}_z$).

Проецируя источник нелинейного тока — усредненные внешние силы в (5.5) — на ось x , получаем низкочастотную силу, действующую на электроны в перпендикулярном к границе направлении:

$$F_x = -\overline{\left(j_x \frac{\partial}{\partial x}\right)} \tilde{v}_x - \overline{\left(j_z \frac{\partial}{\partial z}\right)} \tilde{v}_x - \frac{e}{mc} \overline{j_z \tilde{H}} + e \tilde{v}_x \overline{\frac{\partial \tilde{n}}{\partial t}} + \frac{e}{m} \overline{\tilde{n} \tilde{E}_x}. \quad (5.22)$$

Слагаемые, содержащие \tilde{v}_x , могут быть исключены, поскольку $\tilde{v}_x \ll \tilde{v}_z$. Остаются два слагаемых, третье и пятое.

Преобразуем сначала третье слагаемое. Из уравнений Максвелла для оптического поля найдем

$$H = \frac{c}{i\omega} \left(\frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{E}_x}{\partial z} \right).$$

С учетом уравнения движения (5.8) получим

$$-\frac{e}{mc} \overline{j_z \tilde{H}} = en_0 \tilde{v}_z \overline{\frac{\partial \tilde{v}_z}{\partial x}} - \frac{e^2 n_0}{m\omega} \tilde{v}_z \overline{\frac{\partial \tilde{E}_x}{\partial z}}. \quad (5.23)$$

Последнее слагаемое в выражении (5.23) при усреднении обращается в нуль, поскольку компоненты поля E_x и E_z сдвинуты по фазе на $\pi/2$ (см. (5.17)). В результате в правой части (5.23) остается только первый член:

$$-\frac{e}{mc} \overline{j_z \tilde{H}} = -\frac{en_0}{4} \overline{\frac{\partial |\tilde{v}_z|^2}{\partial x}}, \quad (5.24)$$

который связан с действием ponderomotorной силы.

Последнее слагаемое в выражении для поперечной усредненной силы (5.22) имеет несколько иную природу. Оно характерно лишь для неоднородной среды, поскольку определяется действием поперечной компоненты поля на индуцированный этим полем заряд вблизи поверхности металла. Используя уравнение (5.10), находим

$$\frac{e^2}{m} \overline{\tilde{n} \tilde{E}_x} = \frac{e}{16\pi m} \overline{\frac{\partial |E_x|^2}{\partial x}}, \quad (5.25)$$

что соответствует одной из компонент максвелловского тензора натяжений и может быть интерпретировано как давление света на полуограниченный электронный газ. Таким образом, наряду с поверхностным источником низкочастотного тока, излучение которого мы исследовали в разд. 3, 4 (соответствует первому слагаемому в (5.21)), гидродинамическое описание среды выявляет еще три низкочастотных источника — продольную и поперечную ponderomotorные силы и давление света (второе слагае-

мое (5.21), а также (5.24) и (5.25)). «Новые» усредненные силы имеют градиентную структуру, т. е. зависят от пространственного распределения интенсивности лазерного излучения, и поэтому не могут быть описаны в модели одной частицы. Несмотря на то, что эти силы имеют градиентную структуру, их нельзя получить феноменологически из хорошо известного тензора натяжений электромагнитного поля в диспергирующей среде. Из вывода видно, что приведенные выражения могут быть получены только при учете пространственной дисперсии плазмы наряду с временной. В рассматриваемых условиях характерный масштаб «градиентных» источников больше или равен дебаевскому радиусу, поэтому его вклад ослабляется поляризацией плазмы. Ниже мы перейдем к исследованию низкочастотных возмущений плотности электронного газа, токов и электромагнитных полей, которые вызваны действием источников тока (5.21), (5.24) и (5.25).

6. ИЗЛУЧЕНИЕ НИЗКОЧАСТОТНЫХ «ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ» ИСТОЧНИКОВ

В этом разделе будут рассмотрены задачи о возбуждении низкочастотных полей источниками, найденными в разд. 5. В качестве уравнения движения среды будет использоваться уравнение (5.5), представляющее собой усредненное уравнение Эйлера (5.2), в котором известна внешняя вынуждающая сила (из первого порядка теории возмущений). Сама по себе «градиентная» структура найденных усредненных сил дает качественное представление о движении электронного газа вблизи поверхности металла. Силы такого рода приводят к вытеснению электронов из области сильного поля и к возникновению амбиполярного электрического поля разделения зарядов. Поскольку эти силы нестационарны, процесс изменения поляризации плазмы идет непрерывно и приводит к установлению мгновенного больцмановского распределения плотности электронного газа в самосогласованном поле. Время установления больцмановского распределения в плазме равно по порядку величины периоду плазменных колебаний, что значительно меньше длительности оптического импульса. В этих условиях для нахождения излучения градиентных источников (5.21), (5.24) и (5.25) необходимо учесть их слабую нестационарность, по причине которой поля оказываются не полностью потенциальными.

Наконец, задача возбуждения терагерцевых по-

лей является линейной, поэтому излучение каждого из трех источников тока может быть найдено независимо. Сначала рассмотрим подробно низкочастотные электромагнитные поля источника (5.25) (давление света), а затем по аналогии проанализируем воздействие пондеромоторной силы.

6.1. «Давление света»

1. Пусть низкочастотный ток возбуждается некоторым поперечным источником $S_x(x, t - z/v)$, бегущим со скоростью $v > c$. Такой вид принимают источники (5.24) и (5.25), когда апертура лазерного импульса много больше его длины. Тогда уравнение движения электронов (5.5) записывается следующим образом:

$$\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} = \frac{e^2}{m} n_0 \mathbf{E} - \frac{Te}{m} \nabla n + \mathbf{x}_0 S_x \left(x, t - \frac{z}{v} \right), \quad (6.1)$$

где \mathbf{E} — полное низкочастотное поле, индекс «2» опущен; как и в разд. 2, все величины зависят от бегущей переменной $t - z/v$. Из формулы (6.1) с использованием уравнений Максвелла получаем для тока внутри металла:

$$\text{rot } \mathbf{j} = -\frac{e^2}{mc} n_0 \mathbf{H} - \mathbf{y}_0 \frac{S_x}{v}. \quad (6.2)$$

При этом магнитное поле определяется уравнением

$$\Delta \mathbf{H} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} - \frac{4\pi}{c} \text{rot } \mathbf{j}. \quad (6.3)$$

Таким образом, для магнитного поля, возбуждаемого внутри металла источником S_x , справедливо следующее уравнение:

$$\Delta H_y = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 H_y}{\partial t^2} + \frac{\omega_p^2}{c^2} H_y + \frac{4\pi \cos \alpha}{c^2} S_x. \quad (6.4)$$

Чтобы учесть «бегущую» структуру токов и полей, перейдем к новым переменным $z = z, \xi = t - z \cos \alpha / c$, в которых явная зависимость от z пропадает:

$$\sin^2 \alpha \frac{\partial^2 H_y}{\partial \xi^2} = -\omega_p^2 H_y + c^2 \frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} - 4\pi \cos \alpha S_x. \quad (6.5)$$

Аналогично можно получить уравнение для компоненты электрического поля E_x внутри металла. Для этого необходимо продифференцировать по времени уравнение Максвелла для $\text{rot } \mathbf{H}$ и воспользоваться уравнением движения электронов в виде (6.1):

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 E_x}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2 H_y}{\partial \xi^2} \cos \alpha &= \\ &= -\omega_p^2 E_x + 4\pi e \frac{T}{m} \frac{\partial n}{\partial x} + 4\pi S_x. \end{aligned} \quad (6.6)$$

Дальнейшее аналитическое исследование структуры полей вблизи поверхности металла проведем с помощью теории возмущений по малому параметру. Сначала в квазистационарной задаче (на временах $t \gg \omega_p$) будут найдены квазистатические ближние поля источника S_x , не выходящие за пределы металла (равные нулю на границе и, следовательно, не дающие вклад в излучение). Для нахождения этих структур положим $\partial/\partial \xi = 0$. Как было отмечено выше, данные электромагнитные поля имеют потенциальную структуру и соответствуют больцмановскому распределению электронного газа в силовом поле. Затем будут получены поля излучения, пропорциональные $\partial S_x / \partial \xi$ и тем самым являющиеся малой добавкой к ближним полям источника.

2. Поскольку частота терагерцевого излучения много меньше плазменной частоты в металле, уравнения (6.5) и (6.6) можно преобразовать к виду

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} - \frac{\omega_p^2}{c^2} H_y = -\frac{4\pi \cos \alpha}{c^2} S_x, \quad (6.7)$$

$$-\omega_p^2 E_x + 4\pi e \frac{T}{m} \frac{\partial n}{\partial x} = 4\pi S_x. \quad (6.8)$$

В этом же «квазиодномерном» приближении уравнение Максвелла дает соотношение

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = 4\pi n e, \quad (6.9)$$

где по условию сохранения числа частиц интегральное возмущение концентрации равно нулю. Отсюда находим граничное условие для поперечного электрического поля:

$$\int_{x=-\infty}^0 \frac{\partial E_x}{\partial x} dx = 0, \quad E_x|_{x=0} = 0. \quad (6.10)$$

Уравнение Максвелла для $\text{rot } \mathbf{H}$ с учетом отсутствия тока через границу металла позволяет получить граничное условие и для H_y :

$$H_y|_{x=0} = \frac{E_x}{\cos \alpha} \Big|_{x=0} = 0. \quad (6.11)$$

Таким образом, в нулевом приближении $\partial/\partial \xi = 0$ поля на границе металла равны нулю.

Перейдем теперь непосредственно к рассмотрению «давления света» на электронный газ: в качестве S_x запишем поперечный источник (5.25) и определим структуру поперечного электрического поля. Подставляя (6.9) и (5.25) в (6.8), получаем обыкновенное дифференциальное уравнение для E_x :

$$E_x - d^2 \frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} = -\frac{e|E_{x0}|^2}{4m\omega_p^2 d} \exp \frac{2x}{d}, \quad (6.12)$$

где $|E_{x0}|$ — амплитуда поперечного оптического поля на границе металла. Нетрудно найти решение (6.12), дающее нулевое поле на границе металл–вакуум, в виде суммы двух экспонент:

$$E_x = \frac{e|E_{x0}|^2}{12m\omega_p^2 d} \left(\exp \frac{2x}{d} - \exp \frac{x}{d} \right). \quad (6.13)$$

Видно, что поперечное электрическое поле сосредоточено в основном вблизи поверхности металла на расстоянии порядка радиуса Дебая.

Уравнение (6.7) для магнитного поля с источником (5.29) принимает вид

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} - \frac{\omega_p^2}{c^2} H_y = -\frac{e|E_{x0}|^2}{4mc^2 d} \cos \alpha \exp \frac{2x}{d}. \quad (6.14)$$

Здесь масштабы вынужденного и однородного решений различаются во много раз (в отличие от (6.12)). Точное решение с учетом граничного условия (6.11) снова является суммой двух экспонент с различными масштабами (радиус Дебая и глубина скин-слоя):

$$H_y = -\frac{1}{4c^2/v_T^2 - 1} \frac{e|E_{x0}|^2}{4m\omega_p^2 d} \times \cos \alpha \left(\exp \frac{2x}{d} - \exp \left(\frac{\omega_p}{c} x \right) \right). \quad (6.15)$$

Отметим, что магнитное поле рассматриваемого источника резко изменяется в приповерхностной области — на глубине, равной радиусу Дебая. Для пояснения этого вывода обратимся к профилю поперечного электрического поля (6.13), который при однократном дифференцировании дает профиль возмущения электронной плотности (см. уравнение Пуассона (5.7)). Видно, что концентрация плазмы вблизи границы, как и E_x , имеет поперечный пространственный масштаб порядка дебаевского радиуса. Значит, приповерхностные токи, возбуждающие магнитное поле, также изменяются с характерным масштабом d , а ниже (при $x < -d$) магнитное поле экранируется обычным образом уже на глубине скин-слоя, в результате чего и формируется профиль (6.15).

Полученные решения (6.13) и (6.15) адиабатически медленно в рамках построенного первого приближения зависят от координаты ξ из-за зависимости от ξ скорости осцилляций в оптическом поле $|v_0|^2$. Возникающие в результате этого возмущения полей на границе будут найдены ниже.

3. Остановимся сначала на уравнениях (6.1)–(6.4), описывающих магнитное поле и токи в металле. Уравнение (6.2) и последующие справедливы только внутри металла ($x < 0$), так как

при взятии ротора от (6.1) на границе необходимо учитывать скачкообразную зависимость $n_0(x)$:

$$\frac{\partial \operatorname{rot} \mathbf{j}}{\partial t} = -\frac{e^2}{mc} n_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} + \frac{e^2}{m} \frac{\partial n_0}{\partial x} E_z \mathbf{y}_0 - \frac{Te}{m} \frac{\partial n}{\partial z} \delta(x) \mathbf{y}_0 - \frac{\partial S_x}{\partial z} \mathbf{y}_0. \quad (6.16)$$

Перейдем к бегущим переменным и сгруппируем члены в (6.16):

$$\frac{\partial \operatorname{rot} \mathbf{j}}{\partial \xi} = -\frac{e^2}{mc} n_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \xi} + \left[\frac{e^2}{m} n_0 E_z + \frac{Te}{mv} \frac{\partial n}{\partial \xi} \right] \delta(x) \mathbf{y}_0 + \frac{1}{v} \frac{\partial S_x}{\partial \xi} \mathbf{y}_0. \quad (6.17)$$

Видно, что выражение (6.17) содержит слагаемое, пропорциональное дельта-функции, которое и учитывает скачок электронной плотности на границе металл–вакуум (см., например, аналогичный вывод в работе [16] и цитированную там литературу). Таким образом, уравнение для магнитного поля, справедливое в обеих средах, получается из (6.7) добавлением соответствующего граничного слагаемого:

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} - \frac{\omega_p^2}{c^2} H_y = \frac{4\pi \cos \alpha}{c^2} S_x + \frac{4\pi}{c} \times \left[\frac{e^2}{m} n_0 \int_{-\infty}^{\xi} E_z(x, t') dt' + \frac{Te}{mc} n \cos \alpha \right] \delta(x). \quad (6.18)$$

В данное уравнение входит поле E_z , отвечающее за излучение, которое было равно нулю в нулевом приближении. Проинтегрируем (6.18) по x в малой области вблизи границы, учитывая непрерывность и конечность тангенциального магнитного поля:

$$\left(\frac{\partial H_y}{\partial x} \right)_{x>0} - \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} \right)_{x<0} = \frac{4\pi}{c} \times \left[\frac{e^2}{m} n_0 \int_{-\infty}^{\xi} E_z(x, t') dt' + \frac{Te}{mc} n \cos \alpha \right]_{x=0}. \quad (6.19)$$

Отсюда нетрудно выразить продольную проекцию электрического поля E_z при $x = 0$, проведя дифференцирование по времени и используя, как и в (3.5), малость терагерцевой частоты относительно плазменной частоты в металле:

$$E_z(\xi) = -\frac{c}{\omega_p^2} \left(\frac{\partial^2 H_y}{\partial \xi \partial x} \right)_{x<0} - \frac{4\pi}{\omega_p^2} \frac{Te}{mc} \frac{\partial n}{\partial \xi} \cos \alpha. \quad (6.20)$$

Из (6.20) следует, что (как и предполагалось) поле излучения E_z мало (по сравнению с потенциальными ближними полями) и пропорционально временной производной от найденного квазистатического магнитного поля и возмущения концентрации.

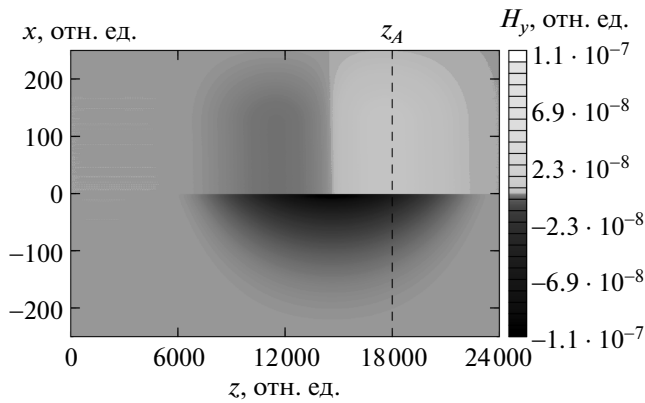


Рис. 4. Пространственное распределение продольного низкочастотного магнитного поля при отражении оптического импульса (численное моделирование). Размер области по z соответствует длине оптического импульса, по x — глубине скин-слоя. Скачок на границе металл–вакуум происходит на масштабе дебаевского радиуса, который много меньше глубины скин-слоя. «Температура» (энергия Ферми) $T_e = 0.001mc^2$

Поэтому найдем E_z в соответствии с теорией возмущений, подставляя в формулу (6.20) полученное выше магнитное поле H_y и концентрацию n (выражается через E_x , см. (6.9)):

$$E_z(\xi) = \left(\frac{3}{2 + v_T/c} - 1 \right) \frac{\partial |E_{x0}|^2}{\partial \xi} \frac{e \cos \alpha}{12mc\omega_p^2}. \quad (6.21)$$

Чтобы добиться более точного совпадения с результатами численного моделирования, здесь был сохранен малый параметр v_T/c (порядка 0.003 в большинстве металлов).

В расчетах плазменная частота превосходила оптическую в 10 раз, лазерный импульс состоял из 10 полных осцилляций поля. На рис. 4 приведены данные численного моделирования излучения основного (как будет видно в дальнейшем) источника — первого слагаемого в (5.21). Видно, что магнитное поле терпит скачок на границе металла и уменьшается в глубине на масштабе скин-слоя. Зависимость магнитного поля вблизи поверхности от продольной координаты повторяет форму временной производной от поверхностного тока (т. е. от огибающей лазерного импульса).

При численном моделировании минимальное значение энергии Ферми электронного газа определялось требованием разрешения дебаевского масштаба на некоторой сетке и составляло $10^{-3}mc^2$; в реальных металлах энергия Ферми на 1–2 порядка ниже.

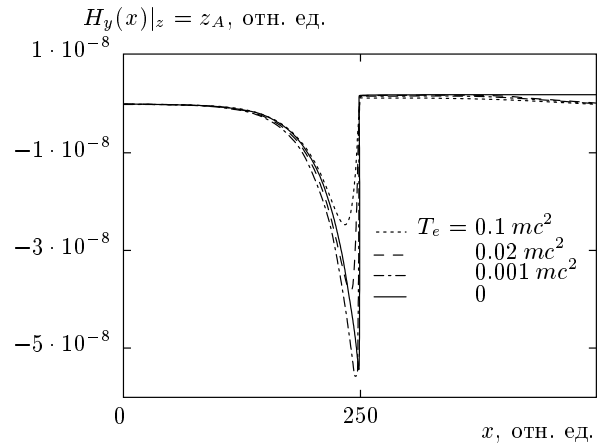


Рис. 5. Поперечный профиль магнитного поля тока (2.7) (зависимость от координаты x) — сечение рис. 4 в некоторой фиксированной точке z_A . Различные пунктирные кривые соответствуют результатам численного моделирования при указанных значениях температуры, сплошная кривая построена по аналитической формуле. Слева (внутри металла) поле уменьшается до нуля, справа от границы остается поле излучения, слабо зависящее от температуры

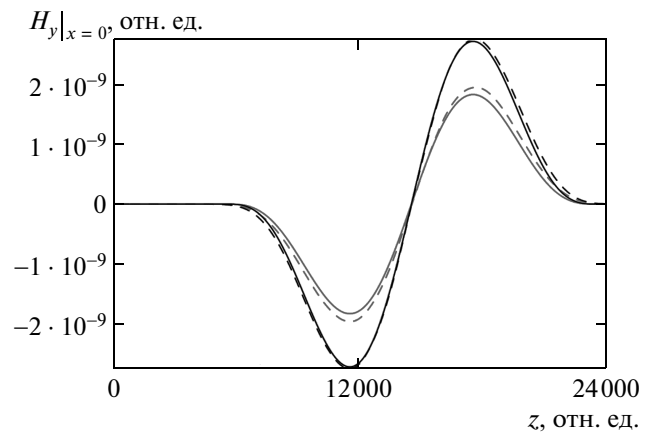


Рис. 6. Временная форма поля H_y низкочастотного импульса, созданного поверхностным током (2.7) (серые кривые) и полной системой низкочастотных источников вблизи поверхности металла (темные кривые). Сплошные кривые — теория ($T_e = 0$), штриховые — численное моделирование с конечной температурой $T_e = 0.001mc^2$

Моделирование задачи при значениях энергии Ферми в диапазоне $(0.1-0.001)mc^2$ показало, что при ее снижении численное решение монотонно приближается к аналитическому, соответствующему нулевому

значению энергии Ферми (см. рис. 5, 6). Таким образом, при реальных значениях энергии Ферми порядка $10^{-5}mc^2$ численное решение должно быть практически неотличимым от аналитического. Подробное описание методов численного решения задачи приведено в Приложении. На рис. 5 представлены поперечные профили магнитного поля в фиксированной точке z_A при различных значениях энергии Ферми. Изменение поля на границе становится менее резким по мере увеличения «температуры» (и, следовательно, радиуса Дебая). Однако выходящее наружу излучение (на рис. 5 — справа от границы) слабо зависит от «температуры».

Теперь, когда известно продольное электрическое поле на границе, магнитное поле легко определить из формулы (3.8) на основе соотношений между полями в вакууме. Далее можно вычислить вектор Пойнтинга и полную энергию излучения, как это сделано в разд. 4. Не повторяя данные выкладки, перейдем к анализу полей излучения, которые возбуждаются пондеромоторной силой, действующей на электроны при отражении лазерного импульса от металла.

6.2. Пондеромоторная сила

Выберем в качестве низкочастотного источника полную пондеромоторную силу лазерного импульса: две ее проекции выражаются формулой (5.24) и вторым слагаемым в формуле (5.21). Тогда в векторной форме имеем источник

$$\mathbf{S} = -\frac{en_0}{4} \nabla |\tilde{v}_z|^2, \quad (6.22)$$

который при подстановке в уравнение движения (6.1) дает

$$\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} = \frac{e^2}{m} n_0 \mathbf{E} - \frac{Te}{m} \nabla n - \frac{en_0}{4} \nabla |\tilde{v}_z|^2. \quad (6.23)$$

Чтобы избежать повторения выкладок разд. 6.1, заметим, что в однородной среде источник (6.22) не может излучать, поскольку он потенциален и его ротор равен нулю. Поэтому внутри металла уравнения (6.5) и (6.6), с учетом большой длительности импульса по сравнению с плазменным периодом колебаний, будут описывать экранирование магнитного и электрического полей на глубине соответственно скин-слоя и радиуса Дебая:

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} - \frac{\omega_p^2}{c^2} H_y = 0, \quad (6.24)$$

$$E_x - d^2 \frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} = 0. \quad (6.25)$$

Однако, благодаря скачку концентрации плазмы в рассматриваемой задаче, источник (6.22) не является потенциальным. Так же как в пункте 3 разд. 6.1, возвратимся к исходному уравнению движения электронов (6.23) и вычислим его ротор в случае неоднородной среды, учтя скачкообразную зависимость $n_0(x)$:

$$\frac{\partial \text{rot } \mathbf{j}}{\partial t} = -\frac{e^2}{mc} n_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} + \frac{e^2}{m} \frac{\partial n_0}{\partial x} E_z \mathbf{y}_0 + \frac{e}{4} [\nabla n_0, \nabla |\tilde{v}_z|^2]. \quad (6.26)$$

В бегущих переменных выражение (6.26) принимает вид

$$\frac{\partial \text{rot } \mathbf{j}}{\partial \xi} = -\frac{e^2}{mc} n_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \xi} + \left\{ \frac{e^2}{m} E_z + \frac{e}{4v} \frac{\partial |\tilde{v}_z|^2}{\partial \xi} \right\} n_0 \delta(x) \mathbf{y}_0. \quad (6.27)$$

Здесь, в отличие от аналогичного уравнения (6.18), источник (6.22) в явном виде присутствует в граничном слагаемом, пропорциональном δ -функции, что является следствием его непотенциальности на границе металл–вакуум. Уравнение для магнитного поля, справедливое в обеих средах, выглядит теперь следующим образом:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{\partial H_y}{\partial \xi} - \frac{\omega_p^2}{c^2} \frac{\partial H_y}{\partial \xi} = \frac{\omega_p^2}{ec^2} \left[ce E_z + \frac{\cos \alpha}{4} \frac{\partial m |\tilde{v}_z|^2}{\partial \xi} \right] \delta(x). \quad (6.28)$$

Временной масштаб огибающей лазерного импульса гораздо больше периода плазменных колебаний, поэтому левой частью уравнения можно пренебречь: она имеет второй порядок малости по производной $\partial/\partial \xi$, так как само поле излучения H_y пропорционально этой производной. Интегрируя (6.28) по x , определяем поле излучения на границе:

$$E_z = -\frac{\cos \alpha}{4ce} \frac{\partial m |\tilde{v}_z|^2}{\partial \xi}. \quad (6.29)$$

Полученное выражение принципиально не отличается от найденных выше формул (3.7) и (6.21), описывающих поля излучения усредненного продольного поверхностного тока и силы поперечного «давления света» на электронный газ (в частности, все они содержат практически одинаковую зависимость низкочастотного поля от угла падения оптического импульса). Поэтому достаточно легко провести сравнение эффективности всех найденных источников террагерцевого излучения друг с другом.

6.3. Относительная эффективность низкочастотных источников

Сравним поля излучения усредненных источников (6.21) и (6.29), которые добавились в гидродинамическом описании, с полем продольного поверхностного тока (2.7), найденного в рамках модели одной частицы в разд. 3. Как было сказано выше, источник этого продольного тока в гидродинамическом описании — первое слагаемое в (5.21). Мы не приводим здесь вывод ближних полей и полей излучения этого источника в гидродинамической модели, поскольку изложение повторяло бы разд. 6.1, не меняя конечный ответ для поля (3.7).

Суммируя результаты раздела, приведем к одинаковому виду низкочастотные поля излучения всех источников, обозначая индексом «*surf*» продольную компоненту электрического поля поверхностного тока (2.7), индексом «*pond*» — пондеромоторной силы (6.29) и индексом «*pr*» — давления света (6.21):

$$E^{surf} = \frac{2e}{mc\omega_0^2} \frac{\sin^2 \alpha \cos \alpha}{\frac{\omega_p^2}{\omega_0^2} \sin^2 \alpha + 1} \frac{\partial}{\partial \xi} |E_0|^2, \quad (6.30)$$

$$E^{pond} = \frac{e}{mc\omega_0^2} \frac{\sin^2 \alpha \cos \alpha}{\frac{\omega_p^2}{\omega_0^2} \sin^2 \alpha + 1} \frac{\partial}{\partial \xi} |E_0|^2, \quad (6.31)$$

$$E^{pr} = \frac{e}{6mc\omega_0^2} \frac{\sin^2 \alpha \cos^3 \alpha}{\frac{\omega_p^2}{\omega_0^2} \sin^2 \alpha + 1} \frac{\partial}{\partial \xi} |E_0|^2. \quad (6.32)$$

Формулы (6.30)–(6.32) показывают, что нелинейный поверхностный ток (2.7), найденный в рамках модели одной частицы, оказывается основным низкочастотным источником:

$$E^{pond} = \frac{1}{2} E^{surf}, \quad E^{pr} = \frac{\cos^2 \alpha}{12} E^{surf}. \quad (6.33)$$

При скользких углах падения рассмотренные источники дают одинаковый, с точностью до численного коэффициента, вклад в общее излучение. Более того, поля складываются с одинаковым знаком и в суперпозиции увеличивают поле продольного источника E^{surf} примерно в 1.5 раза. На рис. 6 приведены временные формы магнитного поля, создаваемого поверхностным током, а также всеми источниками в сумме. Небольшое различие между результатами численного моделирования и аналитических расчетов возникает из-за конечной температуры электронного газа. На рис. 5 видно, что с уменьшением температуры наблюдается лучшее совпадение результатов.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложен механизм черенковской генерации терагерцевого излучения при взаимодействии лазерного импульса с металлами и развита соответствующая теория (для интенсивностей, меньших пробойной для атмосферного воздуха вблизи металла). Проведено аналитическое исследование формирования низкочастотного нелинейного тока в области перекрытия падающего и отраженного лазерных импульсов на границе раздела металл–вакуум. Найдена структура электромагнитного поля вблизи поверхности и в «дальней» зоне, определена энергия терагерцевого импульса. В рамках рассмотренной модели взаимодействия металла с оптическим полем характерная длительность низкочастотного сигнала равна длительности огибающей лазерного импульса.

Используемая в настоящей работе модель взаимодействия лазерного поля с поверхностью металла сходна с моделью, применяемой в работах [8, 16]. Аналогичный подход применялся и в статьях [1] при исследовании генерации второй гармоники. Нами рассмотрен случай падения оптического импульса под произвольным углом и найдена полная система низкочастотных сил, действующих со стороны лазерного поля на электроны в металле. Показано, что гидродинамическая модель среды приводит к более сложной, по сравнению с одночастичной моделью, структуре низкочастотных токов. Сравнение показывает, что модель одной частицы позволяет описать основную часть ТИ, возникающую при взаимодействии лазерного излучения с поверхностью металла (см. формулы (6.30)–(6.33)).

Аналитическое и численное решения системы уравнений гидродинамики электронного газа позволили более детально исследовать как структуру низкочастотных полей и токов в металле, так и энергетические характеристики терагерцевого излучения. В результате удалось качественно интерпретировать особенности генерации ТИ при отражении фемтосекундного лазерного импульса от металла:

- 1) эффективной генерации ТИ следует ожидать только для *p*-поляризованного лазерного излучения;
- 2) ТИ поляризовано в плоскости падения оптического излучения;
- 3) зависимость эффективности генерации ТИ от угла падения лазерного импульса имеет немонотонный характер с ярко выраженным максимумом, определяемым сортом металла (см. теоретические кривые для металлов с разной плазменной частотой на рис. 7);

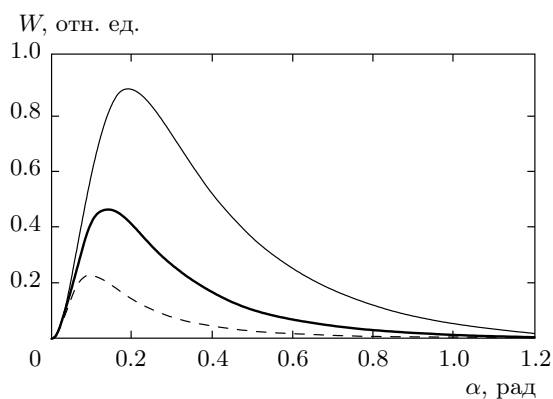


Рис. 7. Зависимость полной энергии терагерцевого излучения от угла падения (см. формулу (4.4)) оптического импульса для металлов с разной концентрацией электронов проводимости. Сдвиг максимума кривой вправо соответствует уменьшению плазменной частоты. Изображенные графики соответствуют плазменной частоте в металле, в 5, 7 и 10 раз большей частоты падающего лазерного излучения: $\omega_p = 5\omega$ (пунктирная кривая), 7ω (сплошная), 10ω (штриховая)

4) диаграмма направленности ТИ имеет максимум в направлении, совпадающем с направлением отраженного оптического излучения.

Теоретическая зависимость энергии ТИ от угла падения оптического излучения (4.4) хорошо описывает известные нам экспериментальные данные [4–7]. Монотонный график зависимости $W(\alpha)$, полученный экспериментально в работе [5] чешского коллектива, не охватывает наиболее интересный диапазон малых скользящих углов, в котором наблюдается максимальная эффективность генерации (см. [7]). Феноменологическое выражение для мощности ТИ, которое приводится в [5] для интерпретации результатов измерений, записано по полной аналогии с формулой для интенсивности генерации на второй гармонике из работы [3]. Подбор свободных параметров позволяет авторам статьи добиться хорошего соответствия теоретического графика и монотонной экспериментальной кривой, однако механизм генерации ТИ остается невыясненным. Наша модель, в свою очередь, указывает на конкретный механизм низкочастотного отклика и не содержит свободных параметров. Диаграмма направленности ТИ косвенно подтверждает черенковский характер генерации, лежащий в основе развитой теории.

Полученные теоретические результаты открывают новые возможности непосредственного использо-

вания ТИ, возникающего при отражении лазерного импульса от границы раздела сред, для исследования структуры поверхности и поверхностных возбуждений. Это расширяет возможности нелинейной оптической спектроскопии поверхности, основанной главным образом на исследовании генерации второй гармоники падающего излучения.

Необходимо отметить выводы теоретической модели, свидетельствующие о заметном увеличении эффективности генерации ТИ при переходе к полуметаллам (см. соотношения (4.5), (4.8)), т.е. к материалам с меньшей плазменной частотой и проводимостью (висмут и др. [13, 14]). По всей видимости, необходимо проведение более детального теоретического и экспериментального исследования генерации волн терагерцевого диапазона в процессе отражения фемтосекундных лазерных импульсов от поверхности полуметаллов с учетом их специфических особенностей.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 12-02-31764 мол_а, 12-02-01292-а) и стипендии Президента РФ молодым ученым и аспирантам. Также авторы (Д. Ф., И. О.) благодарят за поддержку Фонд «Династия».

ПРИЛОЖЕНИЕ

Численное моделирование задачи генерации низкочастотных токов и низкочастотного излучения на границе раздела металл–вакуум

Численное моделирование электродинамической задачи о генерации низкочастотного излучения (с временными масштабами огибающей падающего оптического импульса) проводилось конечно-разностным методом. В двумерном пространстве (x, z) решалась начальная задача с заданным источником. Падающий лазерный импульс моделировался при расчетах с помощью источника, заданного на некоторой прямой (см. П. 3); моделирование проводилось до установления картины полей. Была использована прямая численная схема с заданием полей на смещенных узлах (см. П. 1). Используемый подход накладывает ограничения, связывающие пространственные $(\Delta x, \Delta z, \Delta x \ll \Delta z)$ и временной (Δt) шаги, в результате чего сложность вычисления квадратично возрастает с уменьшением поперечного к поверхности пространственного шага. При численном моделировании использовалась резкая граница двух сред с условием $j_{\perp} = 0$ (см. П. 2).

П.1. Особенности расчета полей в объеме металла

Для расчета эволюции электродинамических полей была адаптирована конечно-разностная схема для уравнений Максвелла в вакууме на сетке Уее [17]. Численная схема разработана с учетом специфики ТМ-волн. Для описания эволюции полей тока и плотности электронов в металле был модифицирован метод, использованный в работе [18], который также включает в себя сетки со смещенными узлами. В полученной схеме компонента магнитного поля и компоненты токового поля вычисляются в моменты времени $i\Delta t$, а компоненты электрического поля и поля концентрации — в моменты $(i + 1/2)\Delta t$.

В нашей математической модели использовалось несколько более сложное, чем в работе [18], уравнение для электронного тока:

$$\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} + (\mathbf{j} \cdot \nabla) \cdot \mathbf{v} + \mathbf{v} \cdot \text{div} \mathbf{j} = n\mathbf{E} + \mathbf{j} \times \mathbf{B} + T\nabla n.$$

Численная схема для расчета эволюции тока была модифицирована. Для нахождения основного слагаемого $n\mathbf{E}$ применялась интерполяция значений плотности в точках сетки, на которых заданы компоненты поля тока, при этом аппроксимация по времени имела второй порядок точности. На временном шаге $t \rightarrow t + \Delta t$ малые нелинейные слагаемые $(\mathbf{j} \cdot \nabla) \cdot \mathbf{v}$, $\mathbf{v} \cdot \text{div} \mathbf{j}$, $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$ рассчитывались по схеме Эйлера по значениям в моменты времени t , при этом значения в узлах смещенной сетки вычислялись простейшей интерполяцией по соседним узлам.

Применяемая схема формально не может претендовать на второй порядок аппроксимации по времени dt . Однако она продемонстрировала устойчивость при интенсивностях полей, наводящих существенные изменения концентрации в металле ($\delta n/n \sim 0.1$). Корректность проверялась измельчением шага сетки (и, как следствие, временного шага).

П.2. Специфика расчета полей на границе металл–вакуум

В рассматриваемой задаче компоненты электрического и магнитного полей непрерывны (так как поверхностные токи и заряды распределены в слое дебаевского экранирования) и никаких граничных условий для решения уравнений Максвелла не требуется. Граничные условия для поперечного к границе тока и скорости, заложенные в математическую модель, выглядят следующим образом:

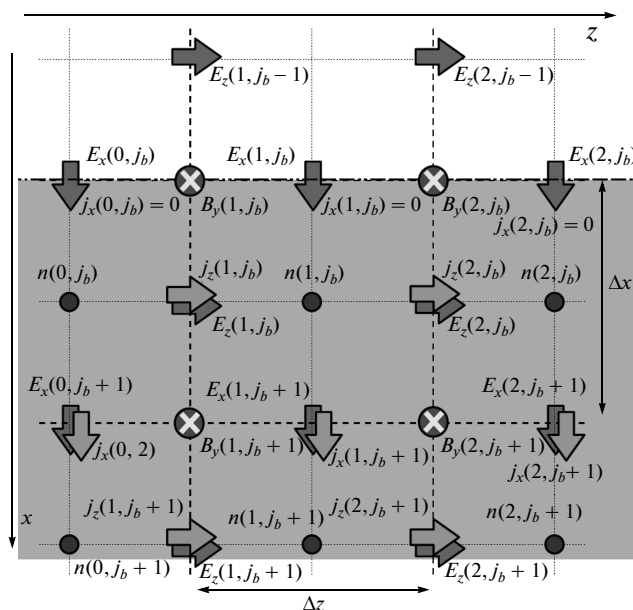


Рис. 8. Выбор положения границы плазма–вакуум на заданной сетке

$j_x(x = 0) = 0, v_x(x = 0) = 0$. Данные условия необходимы для расчета эволюции поля плотности электронов и тока. На каждом эволюционном шаге полагается $j_x(x_b) = 0$, где $x_b = (j_b - 1/2)\Delta x$ — координата границы (см. рис. 8). Таким образом, все необходимые значения для расчета компонент полей тока и концентрации определены.

П.3. Некоторые дополнительные замечания

Для вычисления полей, сгенерированных в результате нелинейных процессов второго порядка, проводились два расчета для амплитуд падающего поля, различающихся в k раз. Далее результат, полученный в расчете с меньшей амплитудой падающего лазерного импульса A_0/k , умножался на k и вычитался из второго результата. Поля, полученные в результате такого вычитания, далее умножались на $k^2/(k^2 - k)$, что соответствует полям, сгенерированным в нелинейном процессе с амплитудой падающего поля A_0 .

Уменьшение размеров расчетной области достигалось за счет применения метода «бегущего окна»: после нескольких эволюционных шагов все поля без промежуточных интерполяций сдвигались на некоторое количество узлов сетки вдоль оси z . Далее вычислялось смещение координаты z и расчет продолжался обычным образом в покоящейся системе. При таком подходе картина полей может смещать-

ся («дергаться») относительно сетки. Чтобы этого избежать, выбирались такие углы падения лазерного излучения (скорости источника лазерного поля), при которых по прошествии определенного числа эволюционных шагов смещение координаты z было кратным продольному шагу сетки Δz .

Для минимизации эффектов отражения электромагнитных волн от «верхней» границы ($x = 0$) расчетной области применялись идеально согласованные слои (PML, Perfectly Matched Layers) [19]. На «нижней» границе ($x = x_{max}$) задавалось условие идеального отражения, что вполне оправдано, так как в области, занятой плазмой, излучение не распространяется (поля экспоненциально убывают). До «правой» границы $z = z_{max}$ излучение не распространяется в силу специфики задачи и рассматриваемых физических процессов. От «левой» границы ($z = 0$) излучение также не распространяется внутрь «бегущего окна».

Продольная компонента падающего лазерного поля задавалась в некотором сечении x_{src} на дополнительном эволюционном шаге:

$$E_z \left(x_{src}, z_i, t + \frac{\Delta t}{2} \right) = E_z \left(x_{src}, z_i, t - \frac{\Delta t}{2} \right) + A_0 \exp \left(-\frac{(z_i \cos \alpha - t)^2}{T_0^2} \right) \sin(\omega_{opt}(z_i \cos \alpha - t)) \Delta t,$$

где ω_{opt} — частота оптического поля, α — угол падения, отсчитанный от поверхности, T_0 — длительность лазерного импульса, A_0 — амплитудный коэффициент.

Положение источника излучения выбиралось на границе слоя PML. Предложенный источник излучает черенковским образом в оба полупространства ($x_{src} > 0$, $x_{src} < 0$). Такой метод задания падающего лазерного импульса позволяет избежать отражений от области, занятой источником, при этом все поля в полупространстве $x_{src} < 0$ не имеют физического смысла в контексте решаемой задачи, а искомое решение находится в области $x_{src} > 0$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Поверхностные поляритоны. Сборник статей*, под ред. В. М. Аграновича, Д. Д. Миллса, Наука, Москва (1985).
2. В. И. Строганов, *Нелинейная металлооптика*, Изд. Наука, Сиб. отд., Новосибирск (1977).
3. W. Hubner, K. H. Bennemann, and K. Bohmer, *Phys. Rev. B* **50**, 17597 (1994).
4. F. Kadlec, P. Kuzel, and J.-L. Coutaz, *Opt. Lett.* **29**, 2674 (2004).
5. F. Kadlec, P. Kuzel, and J.-L. Coutaz, *Opt. Lett.* **30**, 1402 (2005).
6. D. J. Hilton, R. D. Averitt, C. A. Meserole, G. L. Fisher, D. J. Funk, J. D. Thompson, and A. J. Taylor, *Opt. Lett.* **29**, 1805 (2004).
7. E. V. Suvorov, R. A. Akhmedzhanov, D. A. Fadeev, I. E. Piyakov, V. A. Mironov, and B. V. Shishkin, *Opt. Lett.* **37**, 2520 (2012).
8. С. А. Урюпин, А. А. Фролов, *ЖЭТФ* **141**, 1006 (2012).
9. В. Л. Братман, А. Г. Литвак, Е. В. Суворов, *УФН* **181**, 867 (2011).
10. E. V. Suvorov, R. A. Akhmedzhanov, D. A. Fadeev, I. E. Piyakov, V. A. Mironov, and B. V. Shishkin, *J. Infrared Millimeter and Terahertz Waves* **32**, 1243 (2011).
11. Y. T. Li, X. H. Yuan, M. H. Xu et al., *Phys. Rev. Lett.* **96**, 165003 (2006).
12. В. Л. Гинзбург, *Теоретическая физика и астрофизика*, Наука, Москва (1987).
13. В. С. Эдельман, *УФН* **123**, 257 (1977).
14. Л. А. Фальковский, *УФН* **94**, 3 (1968).
15. А. Ф. Александров, Л. С. Богданкевич, А. А. Рухадхе, *Основы электродинамики плазмы*, Высшая школа, Москва (1988).
16. Л. М. Горбунов, А. А. Фролов, *ЖЭТФ* **129**, 1018 (2006).
17. К. Yee, *IEEE Trans. Antennas Propagation* **14**, 302 (1966).
18. N. K. Voulgarakis and J.-W. Chu, *J. Chem. Phys.* **130**, 134111 (2009).
19. D. S. Katz, E. T. Thiele, and A. Taflove, *IEEE Microwave Guided Wave Lett.* **4**, 268 (1994).