

ФОТОРОЖДЕНИЕ НЕЙТРИНО НА ЭЛЕКТРОНЕ В ПЛОТНОЙ ЗАМАГНИЧЕННОЙ СРЕДЕ

Н. В. Михеев^{*}, *Д. А. Румянцев*^{**}, *М. В. Чистяков*^{***}

*Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова
150000, Ярославль, Россия*

Поступила в редакцию 9 апреля 2013 г.
после переработки 26 марта 2014 г.

Рассмотрено влияние сильно замагниченной холодной плазмы на комптоноподобный процесс фоторождения нейтрино на электроны $\gamma e \rightarrow e\nu\bar{\nu}$ и вычислен его вклад в нейтринную светимость с учетом дисперсионных свойств фотона в среде. Предложен метод вычисления светимости рассматриваемого процесса через ширину комптоновского поглощения фотона. На основе изложенной методики показано, что нейтринная светимость за счет реакции $\gamma e \rightarrow e\nu\bar{\nu}$ существенно модифицируется по сравнению с имеющимися в литературе результатами.

DOI: 10.7868/S0044451014080070

1. ВВЕДЕНИЕ

Проблема корректного описания воздействия внешней активной среды (сильного магнитного поля и/или плотной плазмы) на квантовые процессы является в настоящее время актуальной, поскольку воздействие среды на такие процессы обусловлено чувствительностью заряженных фермионов (в первую очередь электронов как частиц с наибольшим удельным зарядом) к влиянию поля, а также тем фактом, что сильно замагниченная плазма существенно меняет дисперсионные свойства фотонов, а значит, и кинематику процессов.

Условия сильно замагниченной плазмы могут реализовываться в недрах магнитаров — изолированных нейтронных звезд с магнитными полями, значительно превышающими критическое значение $B_e = m^2/e \approx 4.41 \cdot 10^{13}$ Гс¹). Недавние наблюдения [1–5] позволяют, в частности, отождествить некоторые астрофизические объекты (SGR и AXP) с магнитарами.

С другой стороны, все известные теоретические модели внутреннего строения нейтронных звезд дают такие значения параметров среды (плотности и температуры), при которых замагниченная плазма является прозрачной для нейтрино. В этом случае определяющую роль в нейтринном охлаждении будут играть реакции, в которых пара нейтрино–антинейтрино находится в конечном состоянии. В частности, в недавних работах [6–8] рассматривался процесс фоторождения нейтрино (так называемый фотонейтринный процесс), $\gamma e \rightarrow e\nu\bar{\nu}$. Были получены выражения для нейтринной излучательной способности (neutrino emissivity), т. е. энергии, уносимой нейтрино из единицы объема звезды за единицу времени как в случае нерелятивистской, так и в случае релятивистской плазмы. Однако в этих работах не была учтена анизотропия в дисперсии фотонов, которая может изменить соответствующие выражения. Кроме того, в выражениях для нейтринной светимости за счет комптоноподобного процесса $\gamma e \rightarrow e\nu\bar{\nu}$ в областях нерелятивистской и релятивистской плазмы содержится ряд неточностей [7].

В настоящей работе мы подробно исследуем комптоноподобный процесс фоторождения нейтрино, $\gamma e \rightarrow e\nu\bar{\nu}$, и светимость, обусловленную им, с аккуратным учетом дисперсионных свойств фотонов как в случае нерелятивистской, так и в случае релятивистской плазмы.

^{*}Е-mail: mikheev@uniyar.ac.ru

^{**}Е-mail: rda@uniyar.ac.ru

^{***}Е-mail: mch@uniyar.ac.ru

¹ Используется естественная система единиц $c = \hbar = k = 1$, m — масса электрона. Везде в работе $e > 0$ — элементарный заряд.

2. ДИСПЕРСИОННЫЕ СВОЙСТВА ФОТОНОВ В ЗАМАГНИЧЕННОЙ ПЛАЗМЕ

Распространение электромагнитного излучения в любой активной среде удобно описывать в терминах нормальных (собственных) мод. В свою очередь, поляризационные и дисперсионные свойства нормальных мод связаны с соответственно собственными векторами и собственными значениями поляризационного оператора $\mathcal{P}_{\alpha\beta}$. При этом удобно разложить тензор $\mathcal{P}_{\alpha\beta}$ по базису из 4-векторов [9], построенных из тензора электромагнитного поля, приведенного к безразмерному виду, и 4-вектора импульса фотона q_α ²⁾:

$$\begin{aligned} b_\mu^{(1)} &= (\varphi q)_\mu, & b_\mu^{(2)} &= (\tilde{\varphi} q)_\mu, \\ b_\mu^{(3)} &= q^2(\Lambda q)_\mu - q_\mu q_\perp^2, & b_\mu^{(4)} &= q_\mu, \end{aligned} \quad (1)$$

являющихся собственными векторами поляризационного оператора в постоянном однородном магнитном поле. При этом

$$\begin{aligned} (b^{(1)} b^{*(1)}) &= -q_\perp^2, & (b^{(2)} b^{*(2)}) &= -q_\parallel^2, \\ (b^{(3)} b^{*(3)}) &= -q^2 q_\parallel^2 q_\perp^2, & (b^{(4)} b^{*(4)}) &= q^2. \end{aligned}$$

Здесь и далее 4-векторы с индексами « \perp » и « \parallel » относятся соответственно к подпространствам Евклида $\{1, 2\}$ и Минковского $\{0, 3\}$. Причем, когда магнитное поле \mathbf{B} направлено вдоль оси z , соответствующие скалярные произведения определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} (ab)_\perp &= (a\Lambda b) = a_\alpha \Lambda_{\alpha\beta} b_\beta, \\ (ab)_\parallel &= (a\tilde{\Lambda} b) = a_\alpha \tilde{\Lambda}_{\alpha\beta} b_\beta, \end{aligned}$$

где введены матрицы $\Lambda_{\alpha\beta} = (\varphi\varphi)_{\alpha\beta}$, $\tilde{\Lambda}_{\alpha\beta} = (\tilde{\varphi}\tilde{\varphi})_{\alpha\beta}$, связанные соотношением

$$\tilde{\Lambda}_{\alpha\beta} - \Lambda_{\alpha\beta} = g_{\alpha\beta} = \text{diag}(1, -1, -1, -1),$$

$\varphi_{\alpha\beta} = F_{\alpha\beta}/B$ — приведенный к безразмерному виду тензор внешнего магнитного поля, $\tilde{\varphi}_{\alpha\beta} = \varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu}\varphi_{\mu\nu}/2$ — дуальный тензор поля.

Следует подчеркнуть, что в отличие от магнитного поля, для электрического поля значение $\mathcal{E}_e = B_e$ является предельным, так как генерация в макроскопической области пространства электрического

поля порядка критического приведет к интенсивному рождению электрон-позитронных пар из вакуума. С другой стороны, в конфигурации, где электрическое поле направлено перпендикулярно магнитному, электрическое поле \mathcal{E} может превышать критическое значение B_e , оставаясь при этом меньше B . Но в этом случае с помощью преобразования Лоренца всегда можно перейти в систему отсчета, где есть только магнитное поле. Это утверждение можно обобщить и на случай, когда плазма, имеющая температуру T и химический потенциал μ , движется как целое вдоль магнитного поля. Для этого достаточно функцию распределения электронов записать в явном лоренц-инвариантном виде, введя 4-вектор скорости среды, u_α :

$$\begin{aligned} f(\mu) &= \frac{1}{1 + \exp [((pu)_\parallel - \mu)/T]}, \\ (pu)_\parallel &= Eu_0 - p_z u_z, \quad E = \sqrt{p_z^2 + m^2}. \end{aligned} \quad (2)$$

При этом условии, что в такой системе отсутствует электрическое поле, может быть записано в релятивистски-ковариантном виде: $(u\Lambda)_\mu = 0$. Следовательно, в случае, когда плазма движется как целое вдоль магнитного поля, можно рассмотреть ситуацию только чистого магнитного поля.

С учетом этого замечания в случае сильно замагниченной плазмы, когда магнитное поле является наибольшим параметром задачи, $eB \gg m^2, \mu^2, T^2$, используя результаты работ [10–13], для $\mathcal{P}_{\alpha\beta}$ можно получить следующее разложение по обратным степеням магнитного поля:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\alpha\beta} &= \sum_\lambda \varkappa^{(\lambda)} \frac{r_\alpha^{(\lambda)} (r_\beta^{(\lambda)})^*}{(r^{(\lambda)})^2} \approx -\frac{2\alpha}{\pi} eBD \frac{(\tilde{\varphi}q)_\alpha (\tilde{\varphi}q)_\beta}{q_\parallel^2} + \\ &+ \frac{\alpha}{3\pi} (\varphi q)_\alpha (\varphi q)_\beta + \\ &+ \frac{i\alpha}{\pi} \mathcal{A} [\varphi_{\alpha\beta} (qu) + (q\varphi)_\alpha u_\beta - (q\varphi)_\beta u_\alpha] + \\ &+ \frac{\alpha}{3\pi} \mathcal{V} (q^2 g_{\alpha\beta} - q_\alpha q_\beta) + O\left(\frac{1}{eB}\right), \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$\mathcal{D} = 2q_\parallel^2 m^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_z}{E} \frac{f(\mu) + f(-\mu)}{4(pq)_\parallel^2 - q_\parallel^4} - H\left(\frac{q_\parallel^2}{4m^2}\right), \quad (4)$$

$$H(z) = \frac{1}{\sqrt{z(1-z)}} \arctg \sqrt{\frac{z}{1-z}} - 1, \quad 0 \leq z \leq 1, \quad (5)$$

²⁾ В дальнейшем при переходе от четырехмерных обозначений к трехмерным, мы полагаем $q^\alpha = (\omega, \mathbf{k})$, так что $q_\parallel^2 = \omega^2 - k_z^2, q_\perp^2 = k_x^2 + k_y^2$.

$$H(z) = -\frac{1}{2\sqrt{z(z-1)}} \ln \frac{\sqrt{z} + \sqrt{z-1}}{\sqrt{z} - \sqrt{z-1}} - 1 + \frac{i\pi}{2\sqrt{z(z-1)}}, \quad z > 1, \quad (6)$$

$$A = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_z}{E} (pu)_{\parallel} [f(\mu) - f(-\mu)], \quad (7)$$

$$\mathcal{V} = \ln \frac{B}{B_e} - 1.792 + \frac{3}{2} \int_0^1 dx (1-x^2) \times \ln \left[1 - \frac{q^2}{4m^2} (1-x^2) \right]. \quad (8)$$

Далее будем рассматривать только систему покоя плазмы, так что $(pu)_{\parallel} = E$. При этом в разложении собственных векторов $r_{\alpha}^{(\lambda)}$ по обратным степеням поля для получения самосогласованного результата оказывается необходимым учесть следующий порядок малости. В результате получим:

$$r_{\alpha}^{(1,3)} = \left[\mp \sqrt{q_{\perp}^4 + (6A\omega)^2 \frac{q^2}{q_{\parallel}^2} - q_{\perp}^2} \right] b_{\alpha}^{(1)} - i \frac{6A\omega}{q_{\parallel}^2} b_{\alpha}^{(3)} + i \frac{Ak_z q_{\perp}^2}{2eBDq_{\parallel}^2} \left[\pm \sqrt{q_{\perp}^4 + (6A\omega)^2 \frac{q^2}{q_{\parallel}^2} + q_{\perp}^2} \right] b_{\alpha}^{(2)} + O\left(\frac{1}{(eB)^2}\right), \quad (9)$$

$$r_{\alpha}^{(2)} = b_{\alpha}^{(2)} - i \frac{Ak_z}{2eBD} b_{\alpha}^{(1)} + O\left(\frac{1}{(eB)^2}\right). \quad (10)$$

Соответствующие собственные значения в приближениях $O(1/(eB)^2)$ для $\varkappa^{(1,3)}$ и $O(1/eB)$ для $\varkappa^{(2)}$ имеют вид

$$\varkappa^{(1,3)} = \frac{\alpha}{3\pi} q^2 \mathcal{V} + \frac{\alpha}{6\pi} \left[\mp \sqrt{q_{\perp}^4 + (6A\omega)^2 \frac{q^2}{q_{\parallel}^2} - q_{\perp}^2} \right] \times \left\{ 1 \mp \frac{3(Ak_z)^2 q_{\perp}^2}{2eBDq_{\parallel}^2} \left[q_{\perp}^4 + (6A\omega)^2 \frac{q^2}{q_{\parallel}^2} \right]^{-1/2} \right\} + O\left(\frac{1}{(eB)^2}\right), \quad (11)$$

$$\varkappa^{(2)} = \frac{\alpha}{3\pi} q^2 \mathcal{V} + \frac{2\alpha}{\pi} eBD + O\left(\frac{1}{eB}\right). \quad (12)$$

Как видно из полученного результата, даже в приближении сильно замагниченной плазмы определение дисперсионных свойств фотонов для всех трех

поляризаций представляет достаточно сложную задачу. Однако, как показывает анализ (см., например, [6, 14]), в случае $eB \gg m^2$, когда электроны занимают основной уровень Ландау, только фотоны с поляризацией, соответствующей вектору $r_{\alpha}^{(2)} \approx b_{\alpha}^{(2)}$, будут определять лидирующие по внешнему полю вклады в амплитуду процесса $\gamma e \rightarrow e\nu\bar{\nu}$.

В приближении холодной плазмы, $\omega, T \ll \mu - m$, интеграл в выражении (4) вычисляется и формула (12) принимает вид ³⁾

$$\varkappa^{(2)} \approx \frac{\omega_p^2 q_{\parallel}^2}{\omega^2 - v_F^2 k_z^2}, \quad v_F = \sqrt{1 - \frac{m^2}{\mu^2}}. \quad (13)$$

Следует отметить, что в замагниченной плазме, в отличие от случая чистого магнитного поля, у фотона с вектором поляризации $r_{\alpha}^{(2)}$ появляется эффективная масса, так как $\varkappa^{(2)} \approx \omega_p^2$ при $\mathbf{k} = 0$. С другой стороны, $\varkappa^{(1,3)} = 0$ при $\mathbf{k} = 0$, т.е. фотоны мод 1 и 3 остаются безмассовыми.

В этом случае решение уравнения дисперсии

$$q^2 - \varkappa^{(2)} = 0 \quad (14)$$

для фотона моды 2, распространяющегося под ненулевым углом θ по отношению к магнитному полю, можно найти аналитически, как функцию $\omega = \omega(\mathbf{k})$, представимую в виде

$$\omega = \left\{ \frac{1}{2} [k^2(1 + v_F^2 \cos^2 \theta) + \omega_p^2] + \frac{1}{2} \times \sqrt{[k^2(1 - v_F^2 \cos^2 \theta) + \omega_p^2]^2 - 4\omega_p^2(1 - v_F^2)k^2 \cos^2 \theta} \right\}^{1/2}, \quad (15)$$

где $\omega_p^2 = (2\alpha eB/\pi)v_F$ — плазменная частота.

В частности, в случае нерелятивистской плазмы, $v_F \ll 1$, получаем

$$\omega \approx \left\{ \frac{1}{2} [k^2 + \omega_p^2] + \frac{1}{2} \sqrt{[k^2 + \omega_p^2]^2 - 4\omega_p^2 k^2 \cos^2 \theta} \right\}^{1/2}. \quad (16)$$

В случае релятивистской плазмы, $v_F \sim 1$, имеем

$$\omega \approx \sqrt{k^2 + \omega_p^2}. \quad (17)$$

В заключение этого раздела отметим, что в случае холодной плазмы перенормировка волновой

³⁾ Первым слагаемым в (12) можно пренебречь, поскольку оно не влияет на закон дисперсии в первом порядке по константе α .

функции фотона становится несущественной, поскольку основной вклад в физически наблюдаемые характеристики (например, светимость) дает область энергий фотонов $\omega \ll m$.

3. НЕЙТРИННАЯ СВИТИМОСТЬ

Как отмечалось во Введении, нашей основной целью является получение выражения для нейтринной излучательной способности, обусловленной фоторождением нейтрино на электроны. В свою очередь излучательная способность нейтрино в предположении, что мы пренебрегаем обратным влиянием потерь энергии и импульса на состояние плазмы, может быть определена как нулевая компонента 4-вектора энергии-импульса, передаваемого в этом процессе от нейтрино единице объема внешней среды за единицу времени, и представлена в следующем виде [15, 16]:

$$Q = \frac{1}{V} \int \prod_i d\Gamma_i f_i \prod_f d\Gamma_f (1 \pm f_f) q'_0 \frac{|S_{if}|^2}{\tau}, \quad (18)$$

где $d\Gamma_i$ ($d\Gamma_f$) — число состояний начальных (конечных) частиц; f_i (f_f) — соответствующие функции распределения, знак «+» («-») отвечает конечным бозонам (фермионам); q'_0 — энергия нейтринной пары; V — объем плазмы, τ — время взаимодействия.

При вычислении S -матричного элемента процесса $\gamma e \rightarrow e\nu\bar{\nu}$ будем рассматривать случай относительно малых передач импульса по сравнению с массой W -бозона, $|q'^2| \ll m_W^2$. В этом случае слабое взаимодействие нейтрино с плазменными электронами можно описывать в локальном пределе эффективным лагранжианом вида

$$\mathcal{L} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{e}\gamma_\alpha (C_V + C_A\gamma_5)e] j_\alpha, \quad (19)$$

где $C_V = \pm 1/2 + 2\sin^2\theta_W$, $C_A = \pm 1/2$. Здесь верхний знак соответствует электронному нейтрино ($\nu = \nu_e$), когда в реакции происходит обмен W - и Z -бозонами. Нижний знак соответствует μ - и τ -нейтрино, когда присутствует лишь обмен Z -бозонами; $j_\alpha = \bar{\nu}\gamma_\alpha(1 + \gamma_5)\nu$ — ток левых нейтрино.

Исходя из лагранжиана (19) S -матричный элемент процесса $\gamma e \rightarrow e\nu\bar{\nu}$ можно представить в виде

$$S_{\gamma e \rightarrow e\nu\bar{\nu}} = \frac{i(2\pi)^3 \delta^3(p_1 + q - p_2 - p' - p'')}{\sqrt{2\omega V \cdot 2E_1 L_y L_z \cdot 2E_2 L_y L_z \cdot 2E' V \cdot 2E'' V}} \times \mathcal{M}_{\gamma e \rightarrow e\nu\bar{\nu}}, \quad (20)$$

где

$$\mathcal{M}_{\gamma e \rightarrow e\nu\bar{\nu}} = 2\sqrt{2}G_F m_e [C_V(q'\tilde{\varphi}j) - C_A(q'\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}j)] \times \frac{\sqrt{q_{\parallel}^2(|Q_{\parallel}^2| + 4m^2)}}{(qq')_{\parallel}^2 - \varkappa^2(q\tilde{\varphi}q')^2} \quad (21)$$

— инвариантная амплитуда в низшем неисчезающем приближении теории возмущений по α [6]. Здесь E' , E'' — энергии нейтрино и антинейтрино, $p_1^\mu = (E_1, \mathbf{p}_1)$ — 4-импульс начального электрона, $p_2^\mu = (E_2, \mathbf{p}_2)$ — 4-импульс конечного электрона, $E_{1,2} = \sqrt{p_{1,2z}^2 + m^2}$, $q^\mu = (\omega, \mathbf{k})$ — 4-импульс начального фотона, $q'^\mu = (p' + p'')^\mu$ — суммарный 4-импульс пары нейтрино-антинейтрино, $\varkappa = \sqrt{1 - 4m^2/Q_{\parallel}^2}$, $Q^\mu = (q - q')^\mu$, $V = L_x L_y L_z$ — нормировочный объем.

Следует отметить, что вклад плазмы в амплитуду процесса $\gamma e \rightarrow e\nu\bar{\nu}$ оказывается более высокопорядка малости по константе электромагнитного взаимодействия α . Действительно, учет плазменного вклада в амплитуду приводит к дополнительным диаграммам рассеяния вперед на частицах среды и, следовательно, к дополнительной паре вершин порядка не ниже α .

Подставляя (20) в (18), получим

$$Q_{\gamma e \rightarrow e\nu\bar{\nu}} = \frac{(2\pi)^3}{L_x} \times \int |\mathcal{M}_{\gamma e \rightarrow e\nu\bar{\nu}}|^2 \delta^{0,2,3}(q + p_1 - p_2 - p' - p'') \times \frac{d^3k}{(2\pi)^3 2\omega} \frac{1}{\exp(\omega/T) - 1} \frac{dp_{1y} dp_{1z}}{(2\pi)^2 2E_1} \frac{dp_{2y} dp_{2z}}{(2\pi)^2 2E_2} \times \frac{Q_0 q'_0}{1 - \exp(-Q_0/T)} \delta(E_1 - \mu) \times \frac{d^3p'}{(2\pi)^3 2E'} \frac{d^3p''}{(2\pi)^3 2E''}. \quad (22)$$

При выводе формулы (22) мы учли следующее:

1) под интегралом в формуле (18) статистические факторы начального и конечного электронов в случае почти вырожденной плазмы, $T \ll \mu - m$, представляют собой функции, близкие к ступенчатым;

2) статистические факторы начального и конечного электронов перекрываются при условии, когда разность энергий конечного и начального электронов положительна, т. е. $Q_0 = E_2 - E_1 > 0$;

3) из закона сохранения энергии следует, что разность энергий Q_0 оказывается порядка температуры; действительно, для процесса $e\gamma \rightarrow e\nu\bar{\nu}$ величина

$Q_0 = E_2 - E_1 = \omega - E' - E'' \lesssim \omega$, где ω — энергия начального фотона, масштаб которой имеет порядок температуры T ;

4) при сделанных предположениях область перекрытия статистических факторов оказывается очень узкой, порядка $Q_0 \ll \mu - m$, а площадь их перекрытия s легко вычисляется и равна

$$s = \int_m^\infty \frac{dE_1}{\exp[(E_1 - \mu)/T] + 1} \times \frac{1}{\exp[-(E_2 - \mu)/T] + 1} \approx \frac{Q_0}{1 - \exp(-Q_0/T)}$$

в пренебрежении экспоненциальными поправками порядка $T \exp[-(\mu - m)/T]$.

Поэтому, предполагая дальнейшее интегрирование по импульсу (энергии) начального электрона, произведение статистических факторов можно с хорошей точностью аппроксимировать δ -функцией [7, 17]:

$$\frac{1}{\exp[(E_1 - \mu)/T] + 1} \frac{1}{\exp[-(E_2 - \mu)/T] + 1} \approx \frac{Q_0}{1 - \exp(-Q_0/T)} \delta(E_1 - \mu). \quad (23)$$

При вычислении светимости, обусловленной фотонейтринным процессом, оказывается возможным применить полезный методический прием факторизации амплитуды фоторождения нейтрино, $\mathcal{M}_{\gamma e \rightarrow e \nu \bar{\nu}}$, амплитудой комптоновского рассеяния фотона моды 2, $\mathcal{M}_{2 \rightarrow 2}$, следующим образом (см. [18]):

$$\mathcal{M}_{\gamma e \rightarrow e \nu \bar{\nu}} = \frac{G_F}{e\sqrt{2}q_{\parallel}^{\prime 2}} [C_V(q' \tilde{\varphi} j) - C_A(q' \tilde{\varphi} \tilde{\varphi} j)] \mathcal{M}_{2 \rightarrow 2}, \quad (24)$$

$$\mathcal{M}_{2 \rightarrow 2} = 16\pi\alpha m \frac{\sqrt{q_{\parallel}^2 q_{\parallel}^{\prime 2}} \sqrt{(-Q_{\parallel}^2)} \varkappa}{(q \tilde{\Lambda} q')^2 - \varkappa^2 (q \tilde{\varphi} q')^2}. \quad (25)$$

Теперь нейтринную светимость можно представить в виде

$$Q_{\gamma e \rightarrow e \nu \bar{\nu}} = \frac{G_F^2}{4\pi\alpha} \int \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3 2E'} \frac{d^3 p''}{(2\pi)^3 2E''} \frac{q_0^{\prime 2}}{q_{\parallel}^{\prime 2}} \times |C_V(q' \tilde{\varphi} j) - C_A(q' \tilde{\varphi} \tilde{\varphi} j)|^2 \Gamma^{cr}(q'). \quad (26)$$

Здесь

$$\Gamma^{cr}(q') = \frac{(2\pi)^3}{2q_0' L_x} \times \int |\mathcal{M}_{2 \rightarrow 2}|^2 \delta^{0,2,3}(q + p_1 - p_2 - p' - p'') \times \frac{d^3 k}{(2\pi)^3 2\omega} \frac{1}{\exp(\omega/T) - 1} \frac{dp_{1y} dp_{1z}}{(2\pi)^2 2E_1} \frac{dp_{2y} dp_{2z}}{(2\pi)^2 2E_2} \times \frac{Q_0}{1 - \exp(-Q_0/T)} \delta(E_1 - \mu) \quad (27)$$

— полная ширина рождения фотона с 4-импульсом q'^{μ} в комптоновском процессе $\gamma e \rightarrow \gamma e$. Она связана с соответствующей шириной комптоновского поглощения фотона, Γ^{abs} , соотношением [19]

$$\Gamma^{cr}(q) = \exp\left(-\frac{q_0}{T}\right) \Gamma^{abs}(q). \quad (28)$$

Последняя может быть получена из результатов работы [18] и представлена в следующем виде:

$$\Gamma^{abs}(q) = \frac{eB}{8(2\pi)^4 q_0 p_F} \int \frac{d^3 q'}{E_2 q_0'} |\mathcal{M}_{2 \rightarrow 2}|^2 \times \frac{Q_0}{1 - \exp(-Q_0/T)} \frac{\delta(q_0 + \mu - E_2 - q_0')}{1 - \exp(-q_0'/T)}. \quad (29)$$

В предельных случаях нерелятивистской и релятивистской плазмы выражение для Γ^{abs} упрощается, а именно:

а) в нерелятивистской плазме

$$\Gamma^{abs}(q) \approx \frac{4\alpha^2 e B T}{3\pi p_F m} \frac{q_{\parallel}^2}{q_0^2} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{5q_0^2}\right) \times \frac{\Theta(q_0 - \omega_p)}{1 - \exp(-q_0/T)}, \quad \mu - m \ll m, \quad (30)$$

где $\Theta(x)$ — функция Хевисайда, $p_F = v_F \mu = \sqrt{\mu^2 - m^2}$;

б) в релятивистской плазме

$$\Gamma^{abs}(q) \approx \frac{\alpha^2 T^2}{2\pi} \frac{B}{B_e} \left(\frac{m}{\mu}\right)^6 \frac{q_{\parallel}^4}{q_0} \times \left\{ \frac{1}{q_+^4} \int_{-\infty}^{(q_{\parallel}^2 - \omega_p^2)/2Tq_+} \frac{dx}{1 - \exp(-x)} \times \frac{1}{1 - \exp(x - q_0/T)} \left(1 - \frac{2Tx}{q_-}\right) + (q_+ \leftrightarrow q_-) \right\}, \quad q_{\pm} = q_0 \pm q_z, \quad \mu \gg m. \quad (31)$$

При дальнейшем интегрировании (26) по импульсам нейтрино нужно учесть, что в процессе $\gamma e \rightarrow \nu \bar{\nu}$ не сохраняется компонента импульса вдоль оси x . Поэтому для упрощения дальнейших вычислений удобно ввести в (26) еще один интеграл по 4-импульсу нейтринной пары q'^μ , содержащий необходимую $\delta^{(4)}$ -функцию:

$$1 = \int d^4 q' \delta^{(4)}(q' - p' - p''). \quad (32)$$

После этого можно проинтегрировать (26) по импульсам нейтрино с учетом известного соотношения [20]

$$\int \frac{d^3 p'}{E'} \frac{d^3 p''}{E''} \delta^{(4)}(q' - p' - p'') j_\alpha j_\beta^* = \frac{16\pi}{3} (q'_\alpha q'_\beta - q'^2 g_{\alpha\beta}) \Theta(q'^2), \quad (33)$$

где $j_\alpha = \bar{\nu} \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \nu$ — нейтринный ток. Далее интегрируя (26) по поперечным импульсам поглощающегося фотона, $d^2 q_\perp$, представим нейтринную светимость в виде двукратного интеграла:

$$Q_{\gamma e \rightarrow \nu \bar{\nu}} = \frac{G_F^2}{12(2\pi)^5 \alpha} \left[\overline{C_V^2} + \overline{C_A^2} \right] \times \int_0^\infty dq_0 q_0^2 \exp(-q_0/T) \int_{-q_0}^{q_0} dq_z q_\parallel^4 \Gamma^{abs}(q_\parallel), \quad (34)$$

где константы $\overline{C_V^2} = 0.93$ и $\overline{C_A^2} = 0.75$ — результат суммирования по всем каналам рождения нейтрино типов ν_e, ν_μ, ν_τ .

Полученное выражение для светимости фотонейтринного процесса можно значительно упростить в двух предельных случаях.

а) В случае нерелятивистской плазмы, $\mu \approx m$, при произвольном соотношении между плазменной частотой и температурой имеем

$$Q_{\gamma e \rightarrow \nu \bar{\nu}} \approx Q_s F\left(\frac{\omega_p}{T}\right), \quad (35)$$

где

$$Q_s = \frac{8\pi^2 \alpha G_F^2 e B T^9}{4725 m p_F} \left[\overline{C_V^2} + \overline{C_A^2} \right] \approx 1.3 \cdot 10^6 B_{15}^2 \rho_6^{-1} T_8^9 \frac{\text{эрг}}{\text{см}^3 \cdot \text{с}} \quad (36)$$

— светимость в пределе $\omega_p \ll T$ [8]. В формуле (36) использованы обозначения $B_{15} = B/(10^{15} \text{ Гс})$, $\rho_6 = \rho/(10^6 \text{ г/см}^3)$, $T_8 = T/(10^8 \text{ К})$.

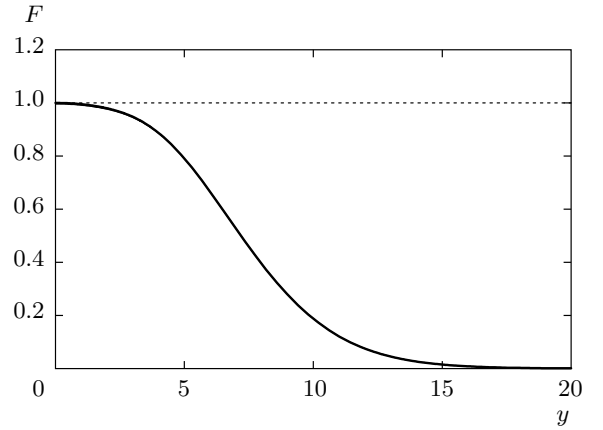


Рис. 1. Фактор $F(y)$, рассчитанный по формуле (37). Точками обозначена асимптотика $F(0) = 1$

Фактор $F(\omega_p/T)$, зависящий от отношения плазменной частоты к температуре, может быть представлен в виде однократного интеграла:

$$F(y) = \frac{15}{8\pi^8} \int_y^\infty \frac{dx x^5}{\exp(x) - 1} \left(x^2 - \frac{y^2}{5} \right). \quad (37)$$

В свою очередь интеграл (37) может быть приближен следующей аппроксимационной формулой:

$$F(y) \approx \frac{3 \exp(-y)}{4\pi^8} (2y^7 + 15y^6 + 95y^5 + 495y^4 + 2040y^3 + 6240y^2 + 12600y + 12600). \quad (38)$$

График функции $F(y)$ представлен на рис. 1. Отметим, что численный анализ интеграла (37) в сравнении с аппроксимацией (38) дает расхождение, не превышающее 0.5 %.

б) В случае релятивистской плазмы, $\mu \gg m$, при произвольном соотношении между плазменной частотой и температурой получим

$$Q_{\gamma e \rightarrow \nu \bar{\nu}} \approx Q_b R\left(\frac{\omega_p}{2T}\right), \quad (39)$$

где

$$Q_b = \frac{G_F^2 \alpha (\overline{C_V^2} + \overline{C_A^2})}{576(2\pi)^{11/2}} \frac{B}{B_e} \left(\frac{m}{\mu}\right)^6 \omega_p^{15/2} T^{3/2} \times \exp(-\omega_p/T) \approx 10^{11} B_{16}^{43/4} \rho_9^{-6} T_9^{3/2} \exp\left(-6B_{16}^{1/2} T_9^{-1}\right) \frac{\text{эрг}}{\text{см}^3 \cdot \text{с}} \quad (40)$$

— светимость в пределе $\omega_p \gg T$ [7]. Здесь $B_{16} = B/(10^{16} \text{ Гс})$, $\rho_9 = \rho/(10^9 \text{ г/см}^3)$, $T_9 = T/(10^9 \text{ К})$.

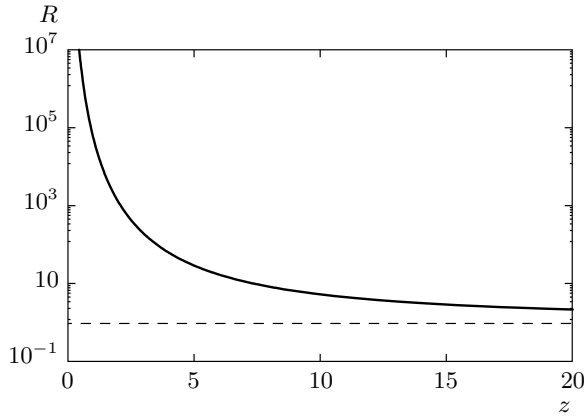


Рис. 2. Результаты расчета фактора $R(z)$. Сплошной линией показан результат расчета по формуле (41). Штриховая линия обозначает асимптотику $R(\infty) = 1$

Фактор $R(z)$ представим в виде двукратного интеграла:

$$R(z) = \frac{3z^{3/2}}{5\sqrt{\pi}} \exp(2z) \int_0^{\infty} dv v^6 \exp(-zv) \times \\ \times \int_0^1 \frac{dt t^4 [1 - (v - vt)^{-2}]}{1 - \exp\{-z[v(1-t) + (v - vt)^{-1}]\}} \times \\ \times \frac{vt - (v - vt)^{-1}}{1 - \exp\{-z[vt - (v - vt)^{-1}]\}} [vt - 5(v - vt)^{-1}], \quad (41)$$

который хорошо описывается следующей аппроксимационной формулой:

$$R(z) \approx 1 + \frac{0.7627}{z^{1/2}} + \frac{66.875}{z^{3/2}} + \frac{271.654}{z^{5/2}} + \frac{2509.36}{z^{7/2}} + \\ + \frac{6754.62}{z^{9/2}} + \frac{16612.9}{z^{11/2}} + \frac{19843.8}{z^{13/2}} + \frac{10188.5}{z^{15/2}}. \quad (42)$$

График функции $R(z)$ представлен на рис. 2. Отметим, что численный анализ интеграла (41) в сравнении с аппроксимацией (42) дает расхождение, не превышающее 0.8%. Следовательно, для приложений можно пользоваться аппроксимацией (42) для произвольной величины ω_p/T .

Из рис. 2 и аппроксимационной формулы (42) видно, что для параметров поля и плазмы, характерных для нейтронных звезд, $B \approx 50B_e$, $T \approx 10^8$ К [15], фактор $R(12) \approx 4$ и асимптотика $R(\infty) \approx 1$ не выполняется. Кроме того, из формулы (39) следует, что количественная оценка, приведенная в работе [6], является сильно завышенной. С другой стороны, аналогичная оценка, выполненная в работе [7],

является, наоборот, заниженной на несколько порядков.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подведем некоторые итоги. Рассмотрено влияние сильно замагниченной холодной плазмы на процесс фоторождения нейтринной пары, $\gamma e \rightarrow e\nu\bar{\nu}$. Исследовано возможное изменение дисперсионных свойств фотонов при таких условиях. Показано, что учет анизотропии в дисперсии фотона в пределе нерелятивистской плазмы приводит к модификации нейтринной светимости за счет процесса $\gamma e \rightarrow e\nu\bar{\nu}$ по сравнению с полученным ранее результатом. Предложен способ вычисления светимости фотонейтринного процесса через ширину поглощения фотона в процессе комптоновского рассеяния и получена аппроксимационная формула в пределе релятивистской плазмы. Показано, что в этом пределе имеющиеся в литературе оценки для вклада фотонейтринного процесса не являются удовлетворительными.

Авторы выражают благодарность А. В. Кузнецову, А. А. Гвоздеву и И. С. Огневу за полезные обсуждения и ценные замечания.

Работа выполнена в рамках государственного задания вузу (проект № 2.7508.2013), при частичной финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 11-02-00394-а, 14-02-00233-а), работа Д. А. Р. также поддержана проектом № 92 в рамках базовой части государственного задания на НИР ЯрГУ.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. М. Малофеев и др., *Астрон. ж.* **82**, 273 (2005).
2. С. Kouveliotou et al., *Nature* **393**, 235 (1998).
3. С. Kouveliotou et al., *Astrophys. J.* **510**, L115 (1999).
4. F. P. Gavriil, V. M. Kaspi, and P. M. Woods, *Nature* **419**, 142 (2002).
5. A. I. Ibrahim, S. Safi-Harb, J. H. Swank, W. Parke, and S. Zane, *Astrophys. J.* **574**, L51 (2002).
6. Д. А. Румянцев, М. В. Чистяков, *ЖЭТФ* **134**, 627 (2008).
7. А. В. Борисов, Б. К. Керимов, П. Е. Сизин, *ЯФ* **75**, 1379 (2012).
8. В. В. Скобелев, *ЖЭТФ* **117**, 1059 (2000).
9. И. А. Баталин, А. Е. Шабад, *ЖЭТФ* **60**, 894 (1971).

10. H. Pérez Rojas and A. E. Shabad, *Ann. Phys. (N.Y.)* **121**, 432 (1979).
11. H. Pérez Rojas and A. E. Shabad, *Ann. Phys. (N.Y.)* **138**, 1 (1982).
12. У. Перес Рокас, *ЖЭТФ* **76**, 3 (1979) [*Sov. Phys. JETP* **49**, 1 (1979)].
13. А. Е. Шабад, *Труды ФИАН* **192**, 5 (1988).
14. A. V. Kuznetsov and N. V. Mikheev, *Electroweak Processes in External Electromagnetic Fields*, Springer-Verlag, New York (2003), p. 1.
15. D. G. Yakovlev, A. D. Kaminker, O. Y. Gnedin, and P. Haensel, *Phys. Rep.* **354**, 1 (2001).
16. А. А. Гвоздев, И. С. Огнев, *ЖЭТФ* **121**, 1219 (2002).
17. N. V. Mikheev and E. N. Narynskaya, *Mod. Phys. Lett. A* **15**, 1551 (2000).
18. D. A. Romyantsev and M. V. Chistyakov, *Int. J. Mod. Phys. A* **24**, 3995 (2009).
19. H. A. Weldon, *Phys. Rev. D* **28**, 2007 (1983).
20. Л. Б. Окунь, *Лептоны и кварки*, Наука, Москва (1990), с. 1.