

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ РАВНОВЕСИЯ ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОГО ДИЭЛЕКТРИКА И ОБРАЗОВАНИЕ РЕГУЛЯРНЫХ ЯЧЕИСТЫХ СТРУКТУР В ПОЛЕ КОРОННОГО РАЗРЯДА

В. А. Саранин, В. В. Майер, Е. И. Варакина*

*Глазовский государственный педагогический институт им. В. Г. Короленко
427621, Глазов, Удмуртия, Россия*

Поступила в редакцию 25 января 2014 г.

Экспериментально установлено, что равновесие плоской поверхности трансформаторного масла, расположенного под коронирующим электродом (иглой), становится неустойчивым при достижении на игле критического напряжения, возрастающего с увеличением толщины слоя масла. При напряжении на игле, превышающем критическое, на поверхности масла образуются регулярные статические ячейки, характерный размер которых уменьшается с ростом напряжения. Сделаны теоретические оценки параметров эксперимента, которые оказались близкими к измеренным на опыте. Сравнение параметров возникновения неустойчивости равновесия поверхности масла в поле коронного разряда и параметров неустойчивости равновесия заряженной поверхности жидкого гелия в однородном электрическом поле [7] продемонстрировало подобие эффектов.

DOI: 10.7868/S0044451014080161

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследование электрогидродинамической неустойчивости заряженной поверхности проводящей или диэлектрической жидкости актуально в связи с многочисленными научными, техническими и технологическими приложениями этого явления (см., например, работы [1–3] и указанную там литературу).

В работе [4] было показано, что коронный разряд у поверхности жидкости может приводить к ряду интересных электрогидродинамических явлений, в том числе к образованию волн, струй и каверн. В цитируемой работе коронирующий электрод размещался достаточно близко к поверхности жидкости (на расстоянии приблизительно 1.5 см). Это приводило к тому, что электрическое поле у поверхности жидкости было существенно неоднородным, также существенным было механическое давление, создаваемое ионным ветром. В экспериментах, результаты которых представлены ниже, коронирующий электрод располагался достаточно далеко от поверхности трансформаторного масла (на расстоянии

примерно 5 см) перпендикулярно ей. При этом поверхность масла заряжалась практически однородно и внутри жидкости создавалось почти однородное поле. Последнее обстоятельство позволило наблюдать явление неустойчивости равновесия поверхности масла и надкритические регулярные статические ячейки структуры. Как показали специальные эксперименты, в данном случае механическим давлением ионного ветра можно пренебречь и считать единственной причиной появления неустойчивости и регулярных структур наличие заряда на поверхности жидкости и электрического поля внутри нее. Такого типа неустойчивость равновесия поверхности жидкого металла впервые описал Тонкс [5], математически строгая теория, основанная на развитии неустойчивости гравитационно-капиллярных волн в электрическом поле, была развита Френкелем [6]. В дальнейшем неустойчивости такого типа для поверхностей различных жидкостей исследовались экспериментально и теоретически во многих работах (см. обзоры и библиографию, например, в [1–3]). Однако, как представляется, наиболее близкими к настоящей работе как по феноменологии, так и по теории возникновения неустойчивости являются работы по неустойчивости равновесия плоской поверхности жидкого гелия в электрическом поле. Со-

*E-mail: val-sar@yandex.ru, saranin@ggpi.org

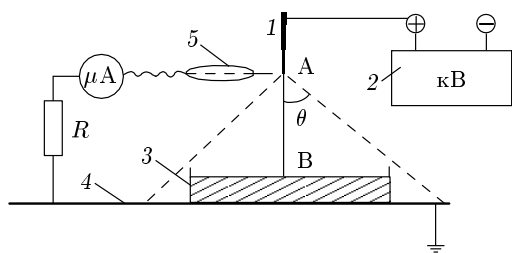


Рис. 1. Схема экспериментальной установки

ответствующие эксперименты описаны в работе [7], теория дана в работах [8, 9]. При этом поверхность жидкого гелия заряжалась электронами от специального катода и располагалась между пластинами плоского конденсатора. Следует отметить, что во всех известных нам экспериментальных исследованиях неустойчивости равновесия поверхности жидкости в электрическом поле она, как правило, располагалась между плоскими электродами.

2. ЭКСПЕРИМЕНТ

На рис. 1 изображена схема экспериментальной установки: 1 — коронирующий электрод (игла), 2 — высоковольтный источник напряжения, 3 — кювета в виде кольца из эбонита внутренним диаметром 5 см, в которую наливалось масло, расположенная на металлической заземленной пластине 4. Для измерения напряжения использовался микроамперметр с пределом измерения 100 мкА и добавочным сопротивлением 250 МОм. Одна из клемм микроамперметра соединялась с подвижным щупом 5, металлическая игла которого могла перемещаться по линии АВ. Штриховыми линиями показаны примерные границы конуса дрейфа ионов в короне.

В экспериментах измерялись напряжения на игле и на поверхности масла относительно земли. На рис. 2 показана зависимость критического (в смысле потери устойчивости равновесия плоской поверхности масла) напряжения на поверхности масла от напряжения на игле. Видно, что поверхность жидкости не заряжена и имеет нулевой потенциал вплоть до напряжения на игле примерно 4 кВ. Цифрой 1 отмечен отрезок, соответствующий теоретическому значению напряжения возникновения короны, полученному ниже и равному 3.1 кВ. Все сказанное относится как к отрицательной короне, так и к положительной.

Подача масла в кювету дозировалась, и измерялся его объем. Зная внутренний диаметр кюветы

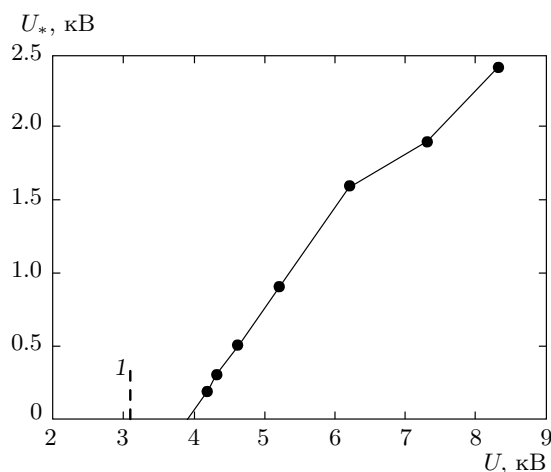


Рис. 2. Зависимость критического напряжения U_* на поверхности масла от напряжения U на игле при различных толщинах слоя масла

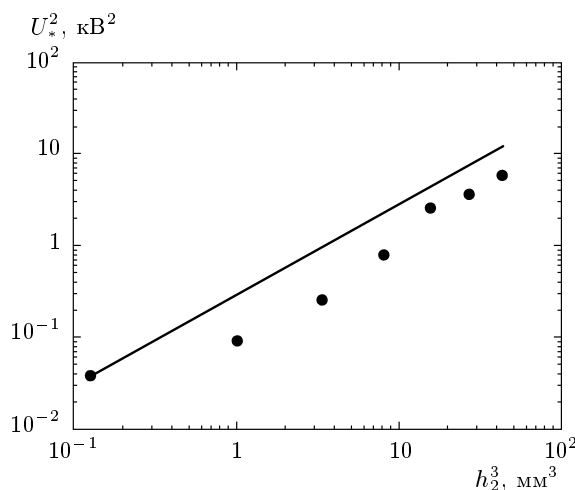


Рис. 3. Зависимость квадрата критического напряжения в слое масла от куба толщины слоя. Прямая — расчет по формуле (1)

5.0 см, можно было рассчитать толщину масла h_2 . После зажигания короны поверхность масла заряжалась и при достаточно большом заряде (напряжении на игле) теряла устойчивость плоского равновесия: на ней появлялись впадины и выпуклости. При этом, если заменить масло на проводящую жидкость, например воду, то в результате стекания заряда с поверхности жидкости никаких деформаций поверхности воды при указанных параметрах не наблюдается. Это говорит о том, что механическое давление ионного ветра в данной серии экспериментов пренебрежимо мало.

Зависимость критического напряжения на поверхности масла от толщины слоя масла в логарифмическом масштабе (в удобной для дальнейшего анализа форме) показана на рис. 3. Темные кружки — результаты эксперимента. Прямая линия соответствует теоретической зависимости (она следует из соотношения (9)):

$$U_*^2 = 0.29h_2^3. \quad (1)$$

Здесь толщина слоя масла h_2 должна измеряться в миллиметрах, напряжение — в киловольтах. Видно, что зависимость (1) близка к экспериментальным точкам.

3. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ

Сделаем теоретические оценки параметров короны.

Для расчета напряженности поля зажигания короны в коаксиальных цилиндрах около внутреннего цилиндрического провода радиуса r часто используется полумпирическая формула Пика (см., например, [10]):

$$E_k = 31\delta \left(1 + \frac{0.308}{\sqrt{r\delta}} \right) \text{ кВ/см}, \quad (2)$$

где δ — отношение плотности воздуха к его плотности при нормальных условиях (здесь радиус r должен измеряться в сантиметрах). В нашем случае можно принять $\delta = 1$, а радиусу провода поставить в соответствие радиус закругления иглы. По измерениям радиус закругления иглы составил $r \approx 0.005$ см. Тогда расчет по формуле Пика дает оценку $E_k \approx 166$ кВ/см. Напряженность поля в промежутке игла–плоскость может быть вычислена по формуле [10]

$$E_x = \frac{2U}{(2x+r)\ln(1+2d/r)}, \quad (3)$$

где U — напряжение на игле, d — расстояние от иглы до поверхности жидкости (в опытах $d = 5$ см), x — расстояние от острия иглы до некоторой точки на линии АВ острие иглы–поверхность, $0 \leq x \leq d$. Тем самым вблизи острия иглы имеем $x = 0$ и

$$E_x \approx \frac{2U}{r \ln(2d/r)}. \quad (4)$$

Выражая отсюда напряжение и подставляя $E_x = E_k \approx 166$ кВ/см, $d = 5$ см, получим для напряжения зажигания короны оценку $U \approx 3.1$ кВ.

Приведем теоретические оценки параметров явления кризиса устойчивости равновесия поверхности жидкости и надкритических явлений.

Для этого сделаем следующие упрощающие анализ предположения. Поверхность масла будем считать эквипотенциальной, бесконечно протяженной в горизонтальном направлении, совпадающей с плоскостью $z = 0$. Невозмущенное электрическое поле сверху вблизи поверхности и в масле будем считать однородным.

Если малые возмущения плоской поверхности жидкости записать в форме

$$z \sim \exp(i\omega t - ik_x - ik_y),$$

то хорошо известная и изложенная во многих работах линейная теория устойчивости бесконечной плоской границы раздела жидкостей в перпендикулярном однородном электрическом поле приводит к следующему дисперсионному соотношению для гравитационно-капиллярных волн (см., например, [2, 3, 11]):

$$\omega^2 = \frac{gk(\gamma_2 - \gamma_1) + \alpha k^3 - \varepsilon_0 k^2 \{ \varepsilon E^2 \text{cth}(kh) \}}{\{ \gamma \text{cth}(kh) \}}, \quad (5)$$

$$k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}.$$

Здесь фигурные скобки означают $\{X\} = X_1 + X_2$, где соответствующие величины берутся на поверхности, индекс «1» относится к верхней среде, «2» — к нижней, $\gamma_{1,2}$ — плотности сред, α — коэффициент поверхностного натяжения. При $\gamma_1 = 0$, $E_2 = 0$, $h_{1,2} \rightarrow \infty$, $\varepsilon_1 = 1$ соотношение (5) фактически переходит в соотношение, полученное Френкелем [6].

Далее сделаем еще следующие упрощения. Пренебрежем плотностью верхней среды (воздуха) по сравнению с плотностью нижней (масла), т.е. положим $\gamma_1 = 0$. Напряженность поля в воздухе вблизи поверхности жидкости создается иглой и зарядом на поверхности жидкости, и нам она не известна (так как не известен заряд поверхности). Поэтому для дальнейших оценок примем $h_1 = h_2$, $E_1 = E_2$. Введем единицу измерения волнового числа, равную $k_m = \sqrt{g\gamma_2/\alpha}$, соответственно единица измерения длины — обратная величина. Тогда равенство (5) можно записать в виде

$$\omega^2 = gk_m \text{th}(kh_2) (k + k^3 - N^2 k^2 \text{cth}(kh_2)), \quad (6)$$

$$N^2 = \frac{\varepsilon_0(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)E_2^2}{\sqrt{\alpha g \gamma_2}}.$$

Отметим, что почти в таком виде дисперсионное соотношение получено в работе [9]. При этом в [9]

$N^2 = (E_1^2 + E_2^2)/4\pi\sqrt{\alpha g \gamma_2}$ (автор использовал систему единиц СГС и для воздуха и гелия полагал $\varepsilon = 1$).

При $\omega^2 > 0$ имеем затухающие возмущения поверхности в виде гравитационно-капиллярных волн, при $\omega^2 < 0$ возмущения монотонно возрастают со временем — имеет место неустойчивость равновесия плоской поверхности. Критическое значение параметра N^2 находится из условия $\omega = 0$ и равно

$$N_*^2 = \left(\frac{1}{k} + k\right) \text{th}(kh_2). \quad (7)$$

В относительно толстых слоях жидкости наиболее опасными (в смысле возникновения неустойчивости) являются возмущения с волновым числом $k_m \approx 1$, тогда как в тонких слоях наиболее опасны длинноволновые возмущения с $k_m = 0$. Нетрудно показать (см., например, [2, 3]), что переход к наиболее опасным длинноволновым возмущениям реализуется при $h_{2*} = \sqrt{3}$. Приняв для масла $\alpha = 30$ мН/м, получим размерное значение $h_{2*} \approx 3.2$ мм. При $h_2 < h_{2*}$ имеем

$$N_{*m}^2 = h_2. \quad (8)$$

(Здесь h_2 в единицах k_m^{-1} .) В размерном виде получим соотношение

$$E_{2min} = \sqrt{h_2} \sqrt{\frac{g\gamma_2}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)\varepsilon_0}} = E_*. \quad (9)$$

По данным различных источников для трансформаторного масла можно принять $\gamma_2 = 0.88 \cdot 10^3$ кг/м³, $\varepsilon_2 = 2.3$. Если h_2 измерять в миллиметрах, а напряжение поля — в киловольтах, то из формулы (9) можно получить для критического напряжения на поверхности соотношение (1).

В безразмерных переменных N^2 и h_2 (в единицах k_m^{-1}) можно сравнить экспериментальные и теоретические результаты, полученные в настоящей работе и в работах [7–9]. При этом единица длины для жидкого гелия равна $k_m^{-1} = 0.5$ мм [7]. На рис. 4 приведено такое сравнение для относительно малых толщин слоя жидкости. Теоретическая прямая соответствует зависимости (8), крестами обозначены экспериментальные результаты работы [7], темные кружки — результаты настоящего исследования. Можно отметить удовлетворительное соответствие всех результатов.

Заметим, однако, что неустойчивость равновесия поверхности жидкого гелия возникала жестко [7], тогда как в случае масла она возникала мягко и гистерезисных явлений не наблюдалось. Также и дальнейшее поведение (после потери устойчивости) жид-

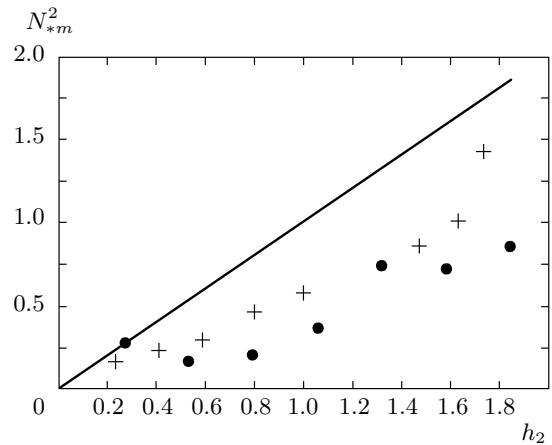


Рис. 4. Сводка экспериментальных и теоретических результатов настоящей работы (кружки) и работ по неустойчивости равновесия поверхности жидкого гелия в электрическом поле [7–9] (кресты). Прямая линия соответствует формуле (8)

кого гелия и масла существенно различается. Немалую, возможно решающую, роль начинает играть вязкость жидкости. В невязком жидком гелии на поверхности зарождались и тонули заряженные пузырьки — баблоны [7], в результате она разряжалась, а на поверхности масла образуются регулярные статические ячеистые структуры. На рис. 5 приведены фотографии поверхности масла при разных надкритических напряжениях на игле. Изображен вид сверху. Горизонтальные цилиндры — это части держателя иглы. Толщина слоя масла 2 мм. Хорошо видна статическая ячеистая структура поверхности при 8 кВ и 9 кВ. С увеличением напряжения характерный размер ячеек уменьшается, а их число увеличивается.

В рамках линейной теории устойчивости, которая здесь используется, считается, что к формированию ячеек приводят наиболее быстро растущие возмущения в надкритическом режиме. На рис. 6 показаны графики зависимости квадрата инкремента роста возмущений $\mu^2 = -\omega^2$ (в единицах gk_m) от длины волны возмущений при надкритичностях $n_1 = N/N_* = 1.2$ и $n_2 = N/N_* = 1.4$ (соответственно кривые 1 и 2), построенные по формуле (6) для случая $h_2 = 2$ мм. Видно, что каждая из них имеет максимум, который с ростом надкритичности смещается влево.

На рис. 7 сплошной линией показана теоретическая зависимость длины волны максимально быстро растущих возмущений от параметра надкритичности n . Черные квадраты и штриховая линия — экс-

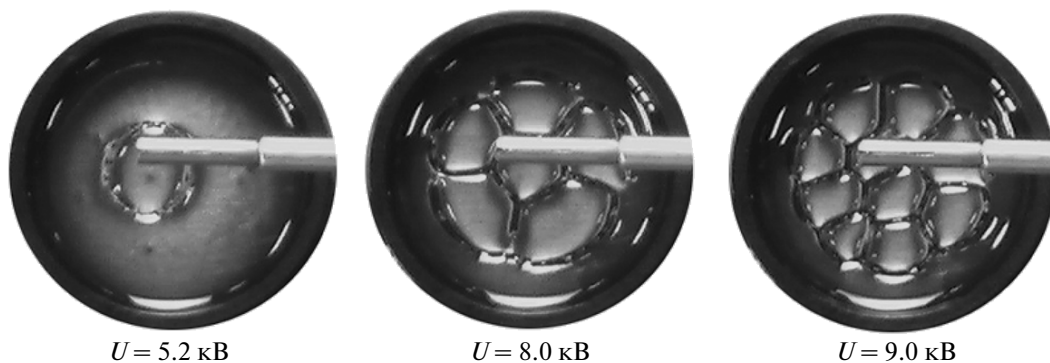


Рис. 5. Регулярные статические ячейчатые структуры на поверхности трансформаторного масла при различных напряжениях на игле. Внутренний диаметр кюветы 5.0 см

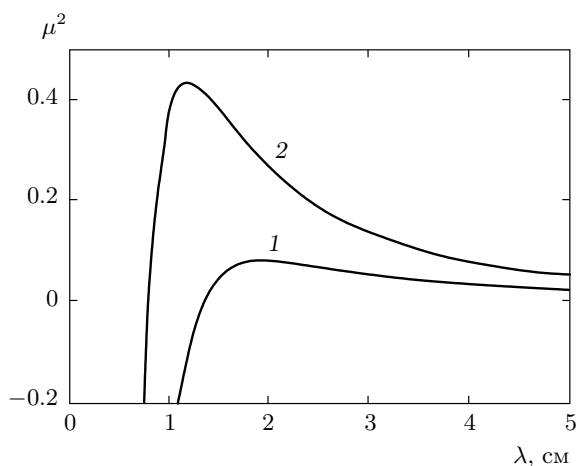


Рис. 6. Зависимости квадрата инкремента роста возмущений от их длины волны. Толщина слоя масла 2 мм

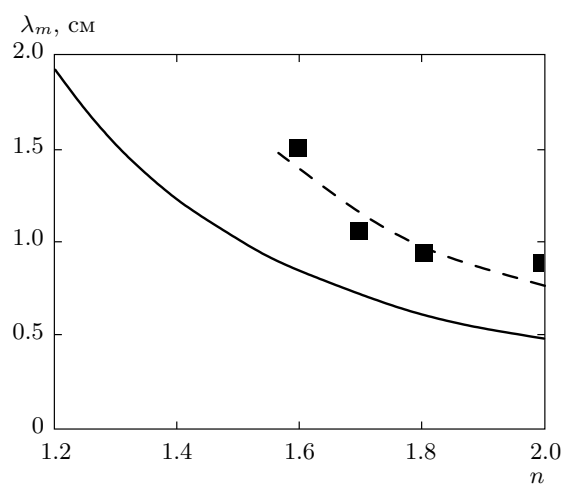


Рис. 7. Теоретическая зависимость длины волны наиболее быстро растущих возмущений (сплошная кривая) и экспериментальная зависимость расстояния между центрами ячеек (штриховая кривая) от параметра надкритичности. Толщина слоя масла 2 мм

периментальная зависимость расстояния между центрами соседних ячеек на поверхности жидкости (которое можно считать длиной волны выросших возмущений) от параметра надкритичности. Для экспериментальных точек надкритичность вычислялась по формуле $n = U/U_{*i}$, где U , U_{*i} — текущее и критическое напряжения на игле (это возможно в силу пропорциональности $U \propto N$ и $U_{*i} \propto U_*$), а в качестве длины волны использовалось расстояние между центрами соседних ячеек. Толщина слоя жидкости $h_2 = 2$ мм, $U_* = 5.2$ кВ. Видно, что теоретические и экспериментальные результаты находятся в качественном согласии.

Сделаем еще одно важное замечание. Известно (см., например, [12]), что угол полураствора конуса области дрейфа ионов от коронирующего острия

(угол θ на рис. 1) ограничен и не превышает 60° – 65° . На рис. 8 показаны ячейки на поверхности масла в кювете внутренним диаметром 8.9 см. Напряжение на игле слева направо 15 кВ и 17 кВ. Видно, что диаметр области, в которую попадает количество зарядов, достаточное для возбуждения неустойчивости, меньше диаметра кюветы и составляет примерно 6.8 см. Так как расстояние от поверхности масла до иглы 5 см, то угол полураствора конуса дрейфа зарядов в данном случае имеет значение не менее 34° .

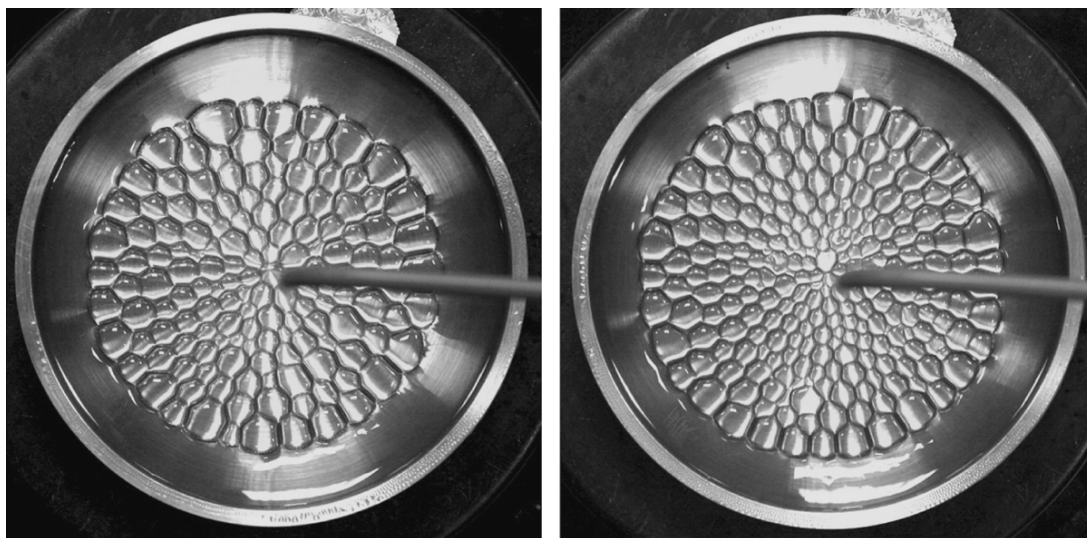


Рис. 8. Ячейки на поверхности масла в кювете внутренним диаметром 8.9 см. Напряжение на игле 15 кВ (слева) и 17 кВ (справа)

4. ВЫВОДЫ

Коронный разряд, развивающийся с острия иглы над поверхностью трансформаторного масла, заряжает ее. Масло находится в цилиндрической кювете, металлическое дно кюветы заземлено. В результате в масле создается электрическое поле, давление которого, достигая критической величины, приводит к развитию неустойчивости равновесия плоской поверхности масла — на поверхности появляются впадины и выпуклости. С дальнейшим увеличением напряжения на игле (т. е. и напряженности поля в масле) на поверхности образуются регулярные статические структуры (ячейки), число которых возрастает с ростом напряжения на игле. Экспериментально найдены критические напряжения в смысле возникновения неустойчивости при разных толщинах слоя масла.

На основе линейной теории устойчивости равновесия плоской поверхности жидкости в электрическом поле найдены критические значения напряженности и напряжения на поверхности масла. Сравнение теоретических оценок критических значений напряжения при разных толщинах масла с соответствующими экспериментальными данными демонстрирует их удовлетворительное согласие. В безразмерных переменных проведено сравнение зависимости квадрата критической напряженности поля от толщины слоя жидкости в случаях масла и жидкого гелия [7], которое также демонстрирует удовлетво-

рительное согласие. Это говорит о том, что развитие неустойчивости равновесия заряженной поверхности жидкого гелия в электрическом поле и развитие неустойчивости равновесия поверхности трансформаторного масла в поле коронного разряда являются подобными эффектами.

После потери устойчивости динамика слоя масла отличается от динамики жидкого гелия. В жидком гелии на поверхности зарождались заряженные пузырьки, а на поверхности масла образуются регулярные ячейчатые структуры, размеры которых уменьшаются с ростом напряжения на коронирующем электроде. Теоретический расчет качественно подтверждает этот факт.

Поскольку угол конуса дрейфа зарядов от коронирующего острия ограничен сверху, в кювете относительно большого диаметра ячейки занимают лишь часть поверхности масла.

ЛИТЕРАТУРА

1. Д. Ф. Белоножко, С. О. Ширяева, А. И. Григорьев, *Нелинейные волны на заряженной поверхности жидкости*, ЯрГУ, Ярославль (2006).
2. А. И. Жакин, УФН **183**, 153 (2013).
3. В. А. Саранин, *Устойчивость равновесия, зарядка, конвекция и взаимодействие жидких масс в электрических полях*, НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Москва–Ижевск (2009).

4. А. Ф. Александров, В. Л. Бычков, Д. В. Бычков, А. А. Волков, В. А. Костюков, С. А. Черников, Вестник МГУ, сер. 3, Физика. Астрономия **4**, 67 (2011).
5. L. Tonks, Phys. Rev. **48**, 562 (1935).
6. Я. И. Френкель, ЖЭТФ **6**, 347 (1936).
7. А. П. Володин, М. С. Хайкин, В. С. Эдельман, Письма в ЖЭТФ **26**, 707 (1977).
8. Л. П. Горьков, Д. М. Черникова, Письма в ЖЭТФ **18**, 119 (1973).
9. Д. М. Черникова, ФНТ **2**, 1374 (1976).
10. Ю. П. Райзер, *Физика газового разряда*, Наука, Москва (1987).
11. В. П. Воронин, Вестник МГУ, сер. 3, Физика. Астрономия **6**, 655 (1973).
12. Г. Ш. Болтачев, Н. М. Зубарев, ЖТФ **82**, 28 (2012).