

О ВОЗМОЖНОСТИ СНИЖЕНИЯ ПОРОГА НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО РАСПАДА НЕОБЫКНОВЕННОЙ ВОЛНЫ НА ДВЕ ВЕРХНЕГИБРИДНЫЕ В НЕОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМЕ

А. Ю. Попов^{*}, *Е. З. Гусаков*^{**}

*Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе Российской академии наук
194021, Санкт-Петербург, Россия*

Поступила в редакцию 2 июня 2014 г.

Анализируется параметрическая распадная неустойчивость электронной циклотронной волны необыкновенной поляризации, в результате развития которой возбуждаются два верхнегибридных плазмона на частотах, близких к половине частоты волны накачки. Показано, что порог возбуждения неустойчивости двухплазмонного распада может существенно снижаться в условия экспериментов по электронному циклотронному нагреву в тороидальных магнитных ловушках, где профиль плотности плазмы зачастую оказывается немонотонным, что приводит к локализации верхнегибридных волн.

DOI: 10.7868/S0044451015010150

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время электронный циклотронный (ЭЦ) нагрев плазмы широко применяется в экспериментах на стеллараторах и в токамаках как эффективный метод локального дополнительного нагрева электронной компоненты плазмы. Он также планируется для использования в токамаке-реакторе ITER как для нагрева плазмы, так и для контроля и подавления неоклассической тиринг-моды. Отметим, что эффективность этого метода базируется на использовании надежных и эффективных генераторов — гиротронов, которые позволяют возбуждать пучки ЭЦ-волн с мощностью от 100 кВт до 1 МВт в каждом.

Согласно представлениям стандартной теории [1, 2], мощность нагрева, даже если гиротроны объединены в группу, оказывается существенно ниже, чем пороги типичных параметрических неустойчивостей, которые могут сопровождать распространение волн электронного циклотронного диапазона частот. Это обусловлено большими конвективными потерями энергии возбуждаемых дочерних волн из области параметрического распада. Заметим, что возбуждение параметрических неустойчивостей вол-

ны накачки при дополнительном СВЧ-нагреве все же возможно, как было показано в экспериментах, где для нагрева электронов в различной постановке использовалась линейная трансформация необыкновенных волн в окрестности верхнего гибридного резонанса [3–6]. При этом дочерняя электронная бернштейновская волна возбуждается необыкновенной волной в окрестности этого резонанса, где уменьшается ее групповая скорость и возрастает амплитуда, что, в свою очередь, приводит к снижению порога возбуждения параметрической неустойчивости [7] и появлению возможности превзойти его в эксперименте.

До последнего времени считалось, что традиционный метод ЭЦ-нагрева плазмы является вполне рутинным, а распространение и поглощение необыкновенной (X) волны на второй циклотронной гармонике и обыкновенной (O) волны на фундаментальной гармонике предсказуемы в деталях и описываются в рамках линейной теории распространения волн. Вместе с тем в последнее время было получено много экспериментальных данных, свидетельствующих о наличии аномальных явлений, которые сопровождают распространение ЭЦ-волны. К ним относятся, во-первых, наблюдение нагрева и генерации быстрых ионов в условиях экспериментов по ЭЦ-нагреву, когда энергообмен между электронами и ионной компонентой пренебрежимо мал [8, 9]; во-вторых, эффект аномального отражения, обна-

^{*}E-mail: a.popov@mail.ioffe.ru

^{**}E-mail: evgeniy.gusakov@mail.ioffe.ru

руженный в экспериментах по ЭЦ-нагреву плазмы на второй гармонике необыкновенной волны мощностью 200–600 кВт в пучке [10, 11], который может быть интерпретирован как ее отражательная параметрическая неустойчивость.

Для объяснения этих аномальных явлений было предложено несколько теоретических моделей [12–20], развивающих стандартные теоретические представления [1, 2]. Краеугольным элементом этих моделей являлись учет немонотонности профиля плотности плазмы, наблюдаемый во всех перечисленных выше экспериментах, и полоидальной неоднородности магнитного поля в тороидальной ловушке. Причиной формирования немонотонного профиля плазмы могут служить различные физические механизмы. К ним относятся аномальный конвективный вынос плазмы в результате так называемого эффекта аномального выноса электронов (electron-rush-out effect) [8] при мощном ЭЦ-нагреве и особенности удержания плазмы в локализованной турбулентной структуре (такой как филамент, блок, дрейфовый вихрь [9]) или в магнитном острове [10, 11]. Ранее было показано, что в этом случае возможно возбуждение двумерно-запертых [13, 14, 16, 18] и даже трехмерно-запертых [15, 19] дочерних ионных и/или электронных бернштейновских волн, что приводит к значительному снижению их энергетических потерь из области параметрического взаимодействия и возможности возбуждения низкороговой параметрической неустойчивости ЭЦ-волны.

Хотя объяснение аномального отражения необыкновенной ЭЦ-волны в экспериментах на токамаке Textor как процесс ее параметрического распада на рассеянную назад необыкновенную волну и двумерно-запертую ионную бернштейновскую волну [13] выглядит естественно, оно не является единственным. Появление рассеянной назад необыкновенной волны может быть следствием вторичного нелинейного процесса, который сопровождает первичный параметрический распад волны накачки, имеющий другую природу [20]. Указание на присутствие такого первичного параметрического процесса может быть найдено в работе [21], где показано, что наиболее интенсивное аномальное отражение от магнитного острова имеет место тогда, когда частота верхнего гибридного резонанса в нем слегка превосходит половину частоты волны накачки. В этих условиях возможен распад необыкновенной ЭЦ-волны на два верхнегибридных плазмона, частота которых порядка половины частоты накачки.

В настоящей работе рассмотрено возбуждение

конвективной параметрической распадной неустойчивости ЭЦ-волны необыкновенной поляризации, сопровождающейся генерацией двух верхнегибридных плазмонов. Проанализирован порог возбуждения данной неустойчивости при монотонном и немонотонном профиле плотности плазмы.

2. ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Рассмотрим наиболее простую, но адекватную эксперименту по ЭЦ-нагреву в тороидальной ловушке модель двухплазмонного распада: будем считать, что пучок волн необыкновенной поляризации распространяется перпендикулярно магнитному полю $\mathbf{H} \parallel \mathbf{e}_z$ в экваториальной плоскости в направлении градиента плотности плазмы (вдоль оси x). Частота волн накачки ω_0 для условий экспериментов по ЭЦ-нагреву плазмы на второй гармонике необыкновенной волны удовлетворяет условию

$$\omega_{pe}^2(x) < \omega_{ce}^2(x) \ll \omega_0^2,$$

где $\omega_{pe}(x)$ — электронная плазменная частота, $\omega_{ce}(x)$ — электронная циклотронная частота, что позволяет нам пренебречь зависимостью радиальной компоненты волнового вектора необыкновенной волны от координаты x :

$$k_0 = \frac{\omega_0}{c} \sqrt{\frac{\varepsilon(\omega_0)^2 - g(\omega_0)^2}{\varepsilon(\omega_0)}} \approx \frac{\omega_0}{c} = \text{const},$$

где $\varepsilon(\omega_0) \approx 1$ и $g(\omega_0) \ll 1$ — компоненты «холодного» тензора диэлектрической проницаемости плазмы, явный вид которых приведен ниже. В этом случае пучок ЭЦ-волн необыкновенной поляризации, распространяющихся от антенны внутрь плазмы поперек магнитного поля в экваториальной плоскости, может быть представлен в виде

$$\mathbf{E} = \mathbf{e}_y \frac{a(y, z)}{2} \exp(ik_0 x - i\omega_0 t) + \text{c.c.}, \quad (1)$$

где вектор поляризации направлен преимущественно вдоль оси y ,

$$a(y, z) = \sqrt{\frac{8\pi}{c} \frac{P_0}{\pi w^2}} a_0(y, z) \quad (2)$$

— амплитуда поля, $a_0(y, z)$ — поперечное распределение мощности в пучке, P_0 — мощность пучка, w — его радиус.

Система дифференциальных уравнений, которые описывают распад мощной необыкновенной вол-

ны (1) на две дочерние потенциальные верхнегибридные волны,

$$\begin{aligned}\varphi_1(\mathbf{r}, t) &= \phi_1(\mathbf{r}) \exp(-i\Omega_1 t), \\ \varphi_2(\mathbf{r}, t) &= \phi_2(\mathbf{r}) \exp(i\Omega_2 t), \\ \Omega_2 &= \omega_0 - \Omega_1,\end{aligned}\quad (3)$$

может быть представлена в виде

$$\begin{aligned}\hat{D}(x, \Omega_1)\phi_1(\mathbf{r}) &= 4\pi\rho_1(\Omega_1, \mathbf{r}), \\ \hat{D}(x, \Omega_2)\phi_2(\mathbf{r}) &= 4\pi\rho_2(\Omega_2, \mathbf{r}),\end{aligned}\quad (4)$$

где введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned}\hat{D}(x, \Omega_j) &= l_T^2 \hat{q}_\perp^4 + \varepsilon \hat{q}_\perp^2 - \frac{\Omega_j^2}{c^2} (\varepsilon^2 - g^2) + \eta \hat{q}_z^2, \\ \hat{q}_\perp^2 &= - \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right), \quad \hat{q}_z^2 = - \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \\ l_T^2 &= \frac{3}{2} \frac{v_{te}^2}{4\omega_{ce}^2 - \Omega_j^2}, \quad \varepsilon = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\Omega_j^2 - \omega_{ce}^2}, \\ g &= \frac{|\omega_{ce}|}{\Omega_j} \frac{\omega_{pe}^2}{\Omega_j^2 - \omega_{ce}^2}, \quad \eta = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\Omega_j^2}, \quad j = 1, 2.\end{aligned}$$

В случае квазипоперечного, преимущественно радиального, распространения дочерних верхнегибридных волн, $q_{x1,2} \gg q_{y1,2}$, нелинейные плотности электрического заряда $\rho_{1,2}(\Omega_{1,2}\mathbf{r})$ в правых частях уравнений (4), описывающие нелинейное возбуждение верхнегибридных плазмонов быстрой необыкновенной волной, могут быть рассчитаны в гидродинамическом приближении и представлены в виде

$$\begin{aligned}\rho_1(\Omega_1) &= \frac{1}{4\pi} \frac{cE_y}{H} \times \\ &\times \frac{\omega_{pe}^2 |\omega_{ce}|^2 \Omega_1}{(\omega_0^2 - \omega_{ce}^2)(\Omega_1^2 - \omega_{ce}^2)(\Omega_2^2 - \omega_{ce}^2)} \times \\ &\times q_{x1} q_{x2} k_0 \left(1 + \frac{\omega_0 \Omega_2}{\Omega_1^2} \right) \phi_2, \\ \rho_2(\Omega_2) &= \frac{1}{4\pi} \frac{cE_y^*}{H} \times \\ &\times \frac{\omega_{pe}^2 |\omega_{ce}|^2 \Omega_2}{(\omega_0^2 - \omega_{ce}^2)(\Omega_1^2 - \omega_{ce}^2)(\Omega_2^2 - \omega_{ce}^2)} \times \\ &\times q_{x1} q_{x2} k_0 \left(1 + \frac{\omega_0 \Omega_1}{\Omega_2^2} \right) \phi_1.\end{aligned}\quad (5)$$

В следующем разделе приведен анализ системы уравнений (4) для случая монотонного профиля плотности плазмы и дана оценка порога возбуждения параметрической неустойчивости ЭЦ-волны необыкновенной поляризации.

3. КОНВЕКТИВНАЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ НЕОБЫКНОВЕННОЙ ВОЛНЫ ПРИ МОНОТОННОМ ПРОФИЛЕ ПЛОТНОСТИ ПЛАЗМЫ

Впервые задача о параметрической распадной неустойчивости электромагнитной волны в неоднородной плазме была независимо рассмотрена Пилия и Розенблютом [22–24] более 40 лет назад. Следуя методу, развитому в этих работах, мы рассмотрим параметрический распад необыкновенной волны в окрестности магнитной поверхности, на которой верхнегибридная частота $\omega_{uh} = (\omega_{pe}^2 + \omega_{ce}^2)^{1/2}$ примерно равна половине частоты волны накачки, $\omega_0/2$. В результате параметрического распада ЭЦ-волны возбуждаются два верхнегибридных плазмона, распространяющихся преимущественно вдоль направления неоднородности плазмы, т. е. $q_z \ll q_\perp \approx q_x$. Для упрощения анализа, но без потери общности будем считать, что частоты дочерних волн равны $\Omega_2 = \Omega_1 = \omega_0/2 = \Omega$. Используя метод, основанный на нахождении огибающей квазиклассического решения волнового уравнения, на первом шаге мы пренебрежем в выражениях (4) нелинейной накачкой ($\rho_1, \rho_2 = 0$) и будем искать решение однородных уравнений $\hat{D}\phi_{1,2} = 0$, описывающих невзаимодействующие верхнегибридные волны, с помощью ВКБ-приближения:

$$\begin{aligned}\phi_1 &= \frac{\exp(-i\Omega t + iq_y y)}{2} \times \\ &\times \left[b_1^+ \exp \left(i \int^x q_x^+(\xi) d\xi \right) / \sqrt{\left. \frac{\partial D}{\partial q_x} \right|_{q_x^+}} + \right. \\ &\left. + b_1^- \exp \left(i \int^x q_x^-(\xi) d\xi \right) / \sqrt{\left. \frac{\partial D}{\partial q_x} \right|_{q_x^-}} \right], \\ \phi_2 &= \frac{\exp(i\Omega t + iq_y y)}{2} \times \\ &\times \left[b_2^+ \exp \left(-i \int^x q_x^+(\xi) d\xi \right) / \sqrt{\left. \frac{\partial D}{\partial q_x} \right|_{q_x^+}} + \right. \\ &\left. + b_2^- \exp \left(-i \int^x q_x^-(\xi) d\xi \right) / \sqrt{\left. \frac{\partial D}{\partial q_x} \right|_{q_x^-}} \right],\end{aligned}\quad (6)$$

где

$$\begin{aligned}D &= l_T^2 (q_x^2 + q_y^2)^4 + \varepsilon(x, \Omega) (q_x^2 + q_y^2) - \\ &- \frac{\Omega^2}{c^2} [\varepsilon(x, \Omega)^2 - g(x, \Omega)^2] = 0\end{aligned}\quad (7)$$

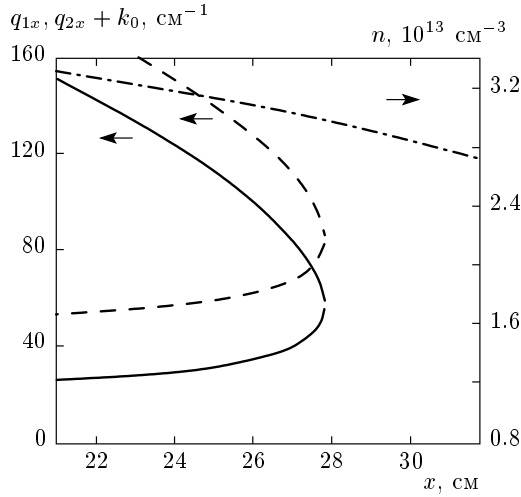


Рис. 1. Дисперсионные кривые (8) q_{1x} (сплошная линия), $q_{2x} + k_0$ (штриховая линия) и профиль плотности (штрихпунктирная линия). В точке пересечения сплошной и штриховой линий выполнены распадные условия; $T_e = 500$ эВ, $x_{ECR} = -28$ см, $\omega_0/2\pi = 140$ ГГц, $q_y = 0$, $\Omega_1 = \Omega_2 = \omega_0/2$

— локальное дисперсионное соотношение для верхнегибридной волны при $q_z = 0$,

$$q_x^\pm(x) = \frac{1}{l_T} \times \sqrt{-\frac{\varepsilon}{2} \pm \sqrt{\frac{\varepsilon^2}{4} + \frac{\Omega^2}{4c^2}(\varepsilon^2 - g^2)l_T^2 - q_y^2 l_T^2}} \gg q_y \quad (8)$$

— радиальные компоненты волнового вектора, а медленно меняющиеся амплитуды, пропорциональные $1/\sqrt{\partial D/\partial q_x|_{q_x^\pm}}$, обеспечивают сохранение потока энергии в направлении неоднородности.

На рис. 1 представлены дисперсионные кривые (8) для $q_y = 0$ и профиль плотности плазмы, типичный для условий токамака Textor ($T_e = 500$ эВ, $\Omega = 70$ ГГц, $R_0 = 175$ см). В точке x_* , где дисперсионные кривые q_{1x} и $q_{2x} + k_0$ пересекаются, выполнено распадное резонансное условие

$$\Delta(x_*) \equiv q_x^-(x_*) + k_0 - q_x^+(x_*) = 0.$$

В неоднородной плазме параметрическое взаимодействие волн возможно в узком слое вокруг этой точки, ширину которого можно оценить как $l_r = 1/\sqrt{\partial \Delta/\partial x|_{x_*}}$.

На следующем шаге анализа мы примем в расчет нелинейную связь волн. Подставим решение (6) в правую часть системы (4) и учтем поправки к дисперсионной функции каждой из дочерних волн,

описывающие конвективные потери из области взаимодействия. Принимая во внимание, что амплитуды $b_{1,2}^\pm$ в уравнениях (6) из-за трехволнового взаимодействия перестают быть константами, мы сведем систему (4) к знакомой системе связанных уравнений для амплитуд взаимодействующих дочерних волн [22–24], которые описывают параметрическую распадную неустойчивость в неоднородной плазме:

$$\begin{aligned} i|v_g^+| \frac{\partial}{\partial x} \tilde{b}_1 &= \gamma_{12} \tilde{b}_2 \exp \left[i \frac{(x - x_*)^2}{2l_r^2} \right], \\ i|v_g^-| \frac{\partial}{\partial x} \tilde{b}_2 &= \gamma_{21} \tilde{b}_1 \exp \left[-i \frac{(x - x_*)^2}{2l_r^2} \right], \end{aligned} \quad (9)$$

где

$$v_g^\pm = \frac{\partial D/\partial q_x|_{q_x^\pm, x_*}}{\partial D/\partial \Omega|_{q_x^\pm, x_*}}$$

— групповая скорость,

$$\gamma_{12} \approx \gamma_{21}^* \approx \frac{1}{4} \frac{\omega_0^2}{\omega_{pe}^2} \frac{a}{H} \frac{q_x^+ q_x^-}{\sqrt{\partial D/\partial \Omega|_{q_x^+, x_*}} \sqrt{\partial D/\partial \Omega|_{q_x^-, x_*}}} \Big|_{x_*}$$

— инкремент параметрической неустойчивости в однородной плазме (пропорционален амплитуде волны накачки) и

$$\tilde{b}_1 = b_1^+ / \sqrt{\partial D/\partial q_x|_{q_x^+, x_*}}, \quad \tilde{b}_2 = b_2^- / \sqrt{\partial D/\partial q_x|_{q_x^-, x_*}}.$$

В системе уравнений (9) мы учли только доминирующие конвективные потери дочерних верхнегибридных волн вдоль направления неоднородности и пренебрегли потерями в направлениях y и z , что позволило свести задачу к системе связанных обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.

Решение системы уравнений (9), описывающей конвективное усиление дочерних верхнегибридных волн, может быть представлено [24] в виде суперпозиции функций параболического цилиндра. Порог параметрической неустойчивости, при превышении которого амплитуда дочерних волн начинает нарастать экспоненциально, дается в этом случае критерием Пилия–Розенблюта [22, 23]:

$$\pi \frac{|\gamma_{12}(P_0^{th})|^2 l_r^2}{|v_g^+||v_g^-|} = 1. \quad (10)$$

Для параметров эксперимента, соответствующих приведенным в подписи к рис. 1, этот критерий дает пороговое значение мощности пучка накачки $P_0^{th} \approx 8$ МВт, что существенно превосходит мощность ЭЦ-нагрева на токамаке Textor и позволяет сделать вывод об отсутствии влияния нелинейных параметрических процессов на распространение ЭЦ-волн при монотонном профиле плотности

плазмы, как и предсказывалось в работах [1, 2]. Тем не менее, как было показано в работах [12–19], порог параметрического распада необыкновенной волны существенно уменьшается в случае, когда хотя бы одна из дочерних волн заперта в направлении наибольших потерь энергии из области распада. В условиях локального максимума плотности, который был зафиксирован с помощью диагностики томсоновского рассеяния в О-точке магнитного острова на токамаке Textor [25], возможно радиальное запираение обеих дочерних верхнегибридных волн в окрестности верхнего гибридного резонанса [20]. Радиальная локализация обоих плазмонов приводит к полному подавлению их энергетических потерь из области распада в направлении неоднородности плазмы и влечет за собой снижение порога параметрической неустойчивости. В следующей главе мы проанализируем параметрическое возбуждение радиально запертых верхнегибридных плазмонов и найдем порог соответствующей конвективной параметрической неустойчивости.

4. КОНВЕКТИВНАЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ НЕОБЫКНОВЕННОЙ ВОЛНЫ ПРИ НЕМОНОТОННОМ ПРОФИЛЕ ПЛОТНОСТИ ПЛАЗМЫ

Локализация верхнегибридной волны в радиальном направлении возможна, если выполнено условие

$$\omega_{uh}(x_{min}) < \omega_0/2 < \omega_{uh}(x_{max}),$$

где x_{min} и x_{max} — координаты локальных минимума и максимума профиля частоты верхнегибридной волны

$$\omega_{uh}(x) = \sqrt{\omega_{ce}^2(x) + \omega_{pe}^2(x)}.$$

Считаем, что приведенное выше неравенство выполнено. На первом шаге анализа мы будем искать ВКБ-решения однородных уравнений (4) в окрестности точки x_{max} , пренебрегая при этом потерями энергии вдоль магнитного поля ($q_z = 0$) и нелинейной накачкой ($\rho_1, \rho_2 = 0$).

В рамках данного подхода в нулевом приближении мы описываем две невзаимодействующие верхнегибридные волны, каждая из которых локализована в радиальном направлении x и распространяется в противоположную сторону относительно другой в направлении оси y с $q_z = 0$. В силу радиальной локализации потери дочерних волн из области параметрического распада имеют место только в направлениях y и z . Поиск решения невозмущенного волново-

го уравнения с $q_z = 0$ позволяет описать случай, когда конвективные потери дочерних волн в направлении магнитного поля минимальны. Эффект потерь энергии дочерними верхнегибридными волнами из области взаимодействия, наряду с их нелинейной накачкой ($\rho_1, \rho_2 \neq 0$), мы учтем в следующем приближении как поправку к дисперсионной функции каждой из них. Решая уравнение (7) для верхнегибридных волн, получим их радиальные компоненты q_{jx}^{\pm} (8), которые одновременно удовлетворяют условиям Бора–Зоммерфельда:

$$\begin{aligned} & \int_{x_{1l}^*}^{x_{1r}^*} q_{1x}^+(\Omega_1^{m,n}, q_y^{m,n}, \xi) d\xi + \\ & + \int_{x_{1r}^*}^{x_{1l}^*} q_{1x}^-(\Omega_1^{m,n}, q_y^{m,n}, \xi) d\xi = 2\pi \left(m + \frac{1}{2} \right), \\ & \int_{x_{2l}^*}^{x_{2r}^*} q_{2x}^+(\omega_0 - \Omega_1^{m,n}, q_y^{m,n}, \xi) d\xi + \\ & + \int_{x_{2r}^*}^{x_{2l}^*} q_{2x}^-(\omega_0 - \Omega_1^{m,n}, q_y^{m,n}, \xi) d\xi = 2\pi \left(n + \frac{1}{2} \right). \end{aligned} \quad (11)$$

Две пары координат, (x_{1l}^*, x_{1r}^*) и (x_{2l}^*, x_{2r}^*) , в уравнениях (11) являются решениями уравнений

$$v_g^{(+)}(\Omega_1^{m,n}, x_{1l,r}^*) = 0, \quad v_g^{(-)}(\omega_0 - \Omega_1^{m,n}, x_{2l,r}^*) = 0,$$

где $v_{gj}^{(\pm)} = v_{gj}(q_{jx}^{\pm})$, $j = 1, 2$ — радиальная компонента групповой скорости соответствующей верхнегибридной волны.

Решая систему (11), получаем собственные значения параметров $\Omega_1^{m,n}$ и $q_y^{m,n}$.

На рис. 2 изображены дисперсионные кривые, соответствующие этим волнам для условий токамака Textor ($T_e = 500$ эВ, $\omega_0 = 140$ ГГц, $R_0 = 175$ см, $2\omega_{ce}(x_{ECR}) = \omega_0$, $x_{ECR} = -28$ см, $x_{max} = 28$ см, $y = 0$, $q_y^{7,7}(0) = 0.6$ см⁻¹, $m = 7$, $n = 7$), вместе с радиальным профилем плотности плазмы, измеренным в эксперименте [25]. Отметим, что профиль плотности плазмы в магнитном острове, как правило, имеет локальный максимум не только в радиальном, но и в полоидальном направлении, иными словами является двумерно-неоднородным [25, 26]. Полоидальная неоднородность плотности значительно более слабая, нежели радиальная. Однако она приводит к эволюции собственных значений $\Omega_1^{m,n}$ и $q_y^{m,n}$, удовлетворяющих системе уравнений (11), при смещении в полоидальном направлении относительно О-точки

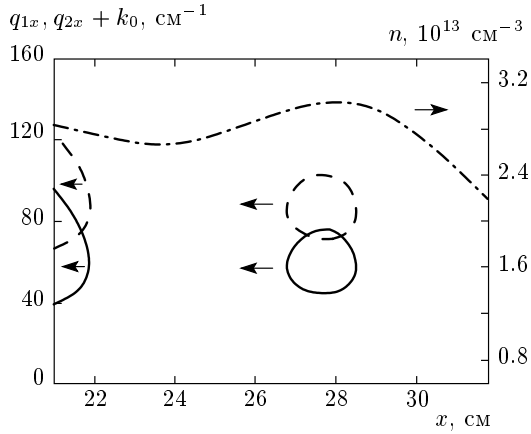


Рис. 2. Дисперсионные кривые (8) q_{1x} (сплошная линия), $q_{2x} + k_0$ (штриховая линия) и профиль плотности (штрихпунктирная линия) с локальным максимумом, отвечающим О-точке магнитного острова (2,1). В точке пересечения сплошной и штриховой линий выполнены распадные условия; $T_e = 500$ эВ, $x_{ECR} = -28$ см, $\omega_0/2\pi = 140$ ГГц, $m = n = 7$, $q_y^{7,7} = 0.6$ см $^{-1}$, $\Omega_1^{m,n} = \Omega_2^{m,n} = \omega_0/2$

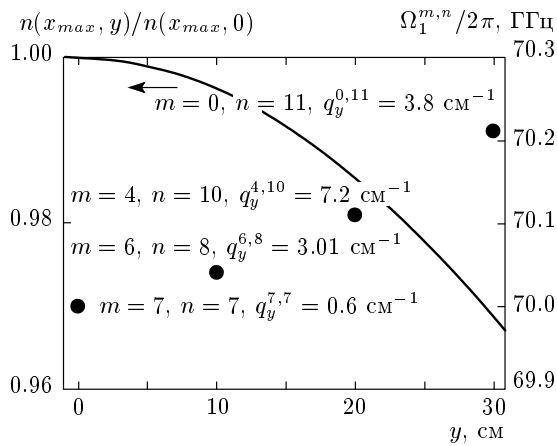


Рис. 3. Полоидальная зависимость плотности плазмы в магнитном острове (сплошная линия) и зависимость собственного значения частоты $\Omega_1^{m,n} = \Omega_1^{m,n}(y)$ от полоидальной координаты y в магнитном острове (точки)

магнитного острова, что показано на рис. 3 вместе с полоидальной зависимостью плотности плазмы в магнитном острове. Поскольку характерный масштаб $q_y^{m,n}$ полоидальной неоднородности значительно превосходит размер пучка ЭЦ-волн ($w = 1$ см для условий токамака Textor), мы можем представить

потенциалы верхнегибридных плазмонов в виде

$$\begin{aligned} \phi_1 &= C_1 \exp(iq_y^{m,n}y - i\Omega_1^{m,n}t) \times \\ &\quad \times [\psi_1^+(x, m, n) + \psi_1^-(x, m, n)], \\ \phi_2 &= C_2 \exp(iq_y^{m,n}y + i(\omega_0 - \Omega_1^{m,n})t) \times \\ &\quad \times [\psi_2^+(x, m, n) + \psi_2^-(x, m, n)]^*, \end{aligned} \quad (12)$$

где $\omega_0 - \Omega_1^{m,n} > 0$, $\Omega_1^{m,n} > 0$,

$$\psi_j^\pm(x, m, n) = \frac{\exp\left(i \int_{x_{j1}^*}^x q_{jx}^\pm(\xi, m, n) d\xi\right)}{\sqrt{|v_{gj}^\pm(x)|}}, \quad (13)$$

$v_{gj}^\pm = v_g^\pm(m, \Omega_j^{m,n}, q_y^{m,n}, x)$, $q_{jx}^\pm = q_{jx}^\pm(m, \Omega_j^{m,n}, q_y^{m,n}, x)$, $j = 1, 2$, собственные значения $\Omega_1^{m,n}$ и $q_y^{m,n}$ берутся в фиксированной точке $y = 0$, соответствующей центру пучка, и амплитуды не взаимодействующих волн в данном приближении постоянны, $C_{1,2} = \text{const}$.

Итак, найденные решения (12) описывают не взаимодействующие верхнегибридные волны, которые локализованы в окрестности максимума профиля $\omega_{UH}(x)$ и поверхности верхнего гибридного резонанса в радиальном направлении и распространяются в противоположных направлениях вдоль оси y с $q_z = 0$.

На следующем шаге процедуры описания параметрической неустойчивости необыкновенной волны мы учтем нелинейное взаимодействие дочерних верхнегибридных волн (т. е. примем во внимание тот факт, что $\rho_1, \rho_2 \neq 0$) и эффект потери ими энергии из области параметрического распада. В итоге амплитуды $C_{1,2}(y, z)$ взаимодействующих дочерних верхнегибридных волн перестаем считать постоянными, а полагаем функциями координат, медленно меняющимися из-за нелинейного взаимодействия. Подставим решения (12) в систему (4), умножим первое и второе уравнения соответственно на ϕ_1^* и ϕ_2^* и выполним интегрирование по радиальной координате x , что в итоге приводит к системе уравнений

$$\begin{aligned} \left(iU_1 \frac{\partial}{\partial y} + \Lambda_{y1} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \Lambda_{z1} \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) C_1(y, z) &= \\ &= \nu_{12}(y, z) C_2(y, z), \\ \left(iU_2 \frac{\partial}{\partial y} + \Lambda_{y2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \Lambda_{z2} \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) C_2(y, z) &= \\ &= \nu_{21}(y, z) C_1(y, z), \end{aligned} \quad (14)$$

где

$$U_1 = \frac{\langle \partial D_1 / \partial q_y \rangle}{\langle \partial D_1 / \partial \Omega_1 \rangle} \Big|_{q_{1x}^+}, \quad U_2 = \frac{\langle \partial D_2 / \partial q_y \rangle}{\langle \partial D_2 / \partial \Omega_2 \rangle} \Big|_{q_{2x}^-}$$

— усредненные по области локализации плазмонов в радиальном направлении их групповые скорости, описывающие конвективные потери в полоидальном направлении,

$$\Lambda_{y,z1} = \frac{\langle \partial^2 D_1 / (2 \partial q_{y,z}^2) \rangle}{\langle \partial D_1 / \partial \Omega_1 \rangle} \Big|_{q_{1x}^+},$$

$$\Lambda_{y,z2} = \frac{\langle \partial^2 D_2 / (2 \partial q_{y,z}^2) \rangle}{\langle \partial D_2 / \partial \Omega_2 \rangle} \Big|_{q_{2x}^-}$$

— усредненные коэффициенты, описывающие потери соответствующих плазмонов в направлениях y и z . Процедура усреднения определена следующим образом:

$$\langle f(q_{jx}) \rangle = \int_{x_{ji}^*}^{x_{jr}^*} \frac{dx}{T_{bj}} \left(\frac{f(q_{jx})|_{q_{jx}^+(x)}}{|v_{gj}^+|} + \frac{f(q_{jx})|_{q_{jx}^-(x)}}{|v_{gj}^-|} \right),$$

$$j = 1, 2,$$

а $\nu_{12}(y, z)$, $\nu_{21}(y, z)$ — так называемые интегралы перекрытия, определяющие эффективность параметрической связи верхнегибридных плазмонов:

$$\begin{aligned} \nu_{12} \left\langle \frac{\partial D_1}{\partial \Omega_1} \right\rangle \Big|_{x_{max}} &= \\ &= \nu_{21}^* \left\langle \frac{\partial D_2}{\partial \Omega_2} \right\rangle \Big|_{x_{max}} = \frac{\sqrt{2\pi}}{4} \frac{\omega_0^2}{\omega_{pe}^2(x_{max})} \frac{a(y, z)}{H} \times \\ &\times \left[\frac{l_{r1} q_{1x}^+(x_{B1}) q_{2x}^-(x_{B1})}{\sqrt{v_{g1}^+(x_{B1}) T_{b1}} \sqrt{v_{g2}^-(x_{B1}) T_{b2}}} \exp\left(i \frac{\pi}{4}\right) + \right. \\ &\left. + \frac{l_{r2} q_{1x}^+(x_{B2}) q_{2x}^-(x_{B2})}{\sqrt{v_{g1}^+(x_{B2}) T_{b1}} \sqrt{v_{g2}^-(x_{B2}) T_{b2}}} \exp\left(-i \frac{\pi}{4}\right) \right]. \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь $x_{d1,2}$ — координаты двух точек, в которых выполнены распадные резонансные условия (см. рис. 2)

$$k_0 - q_{1x}^+(x_{d1,2}) + q_{2x}^-(x_{d1,2}) = 0,$$

$$l_{r1,2} = \left| \frac{\partial(k_0 - q_{1x}^+ + q_{2x}^-)}{\partial x} \right|_{x=x_{d1,2}}^{-1/2}$$

— размер слоя, в котором параметрический распад волны накачки возможен, и

$$T_{b1,2} = \int_{x_{1,2l}^*}^{x_{1,2r}^*} dx \left(\frac{1}{|v_{g1,2}^+(x)|} + \frac{1}{|v_{g1,2}^-(x)|} \right)$$

— время колебаний верхнегибридной волны, запертой в радиальном направлении.

Поскольку ширина области локализации дочерних плазмонов много меньше масштаба радиальной неоднородности параметров плазмы, их параметры в обеих областях параметрического распада близки:

$$q_{1,2x}^\pm(x_{d1}) \approx q_{1,2x}^\pm(x_{d2}) = q_{1,2x}^\pm,$$

$$|v_{g1,2}^\pm(x_{d1})| \approx |v_{g1,2}^\pm(x_{d2})| = |v_{g1,2}^\pm|, \quad l_{r1} \approx l_{r2} = l_r.$$

Для типичных условий экспериментов на токамаке Тохтог и для всех собственных полоидальных волновых чисел $q_y^{m,n}$ (см. рис. 3), обеспечивающих вместе с собственной частотой $\Omega_1^{m,n}$ существование собственных мод (m, n) , потери энергии $\Lambda_{z1,2}/w^2$ вдоль магнитного поля превалируют над потерями энергии $U_{1,2}/w$ и $\Lambda_{y1,2}/w^2$ в полоидальном направлении. В этом случае мы можем свести систему уравнений (14) к виду

$$\begin{aligned} \Lambda_{z1} \frac{\partial^2}{\partial z^2} C_1(y, z) &= \gamma_0(y, z) \sqrt{\frac{\langle \partial D_2 / \partial \Omega_2 \rangle}{\langle \partial D_1 / \partial \Omega_1 \rangle}} \times \\ &\times \frac{\sqrt{T_{r1} T_{r2}}}{\sqrt{T_{b1} T_{b2}}} C_2(y, z), \\ \Lambda_{z2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} C_2(y, z) &= \gamma_0^*(y, z) \sqrt{\frac{\langle \partial D_1 / \partial \Omega_1 \rangle}{\langle \partial D_2 / \partial \Omega_2 \rangle}} \times \\ &\times \frac{\sqrt{T_{r1} T_{r2}}}{\sqrt{T_{b1} T_{b2}}} C_1(y, z), \end{aligned} \quad (16)$$

где зависимость амплитуд от второй (полоидальной) координаты можно считать параметрической и

$$\begin{aligned} \gamma_0(y, z) &= \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{\omega_0^2}{\omega_{pe}^2(x_{max})} \times \\ &\times \frac{q_{1x}^+ q_{2x}^-}{\sqrt{\left\langle \frac{\partial D_1}{\partial \Omega_1} \right\rangle \left\langle \frac{\partial D_2}{\partial \Omega_2} \right\rangle}} \frac{a(y, z)}{H}, \end{aligned} \quad (17)$$

$T_{r1,2} = l_r / |v_{g1,2}^\pm|$ — время прохода дочерней верхнегибридной волны через область параметрического распада. Считая пучок волны накачки широким по сравнению с длиной изменения амплитуды плазмона вдоль по внешнему магнитному полю, мы ищем зависимость амплитуд в ВКБ-форме:

$$C_{1,2}(z) \propto \exp \left(\int_{-\infty}^z k_z(z') dz' \right).$$

В результате получим оценку для логарифма коэффициента пространственного усиления дочерних

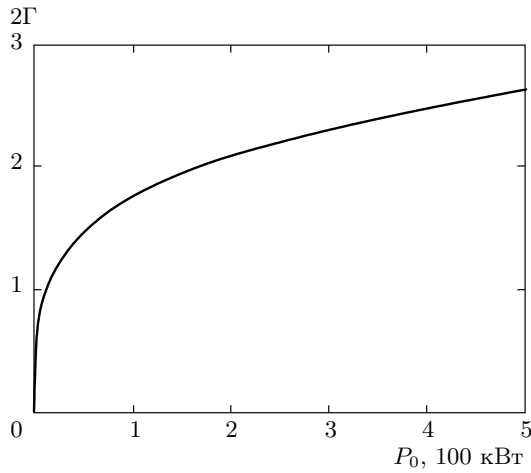


Рис. 4. Зависимость коэффициента усиления от мощности пучка для условий, соответствующих рис. 2; $P_0^{th} = 11$ кВт, $y = 0$ см, $\Omega_1^{m,n} = \Omega_2^{m,n} = \omega_0/2$, $q_y^{7,7} = 0.6$ см⁻¹

волн при их проходе через пучок волн накачки вдоль магнитного поля:

$$2\Gamma = 2 \int_{-\infty}^{\infty} k_z(z') dz' = 2 \left(\tau_{z1} \tau_{z2} \gamma_0^2(P_0, 0, 0) \frac{T_{r1} T_{r2}}{T_{b1} T_{b2}} \right)^{1/4}, \quad (18)$$

где $\tau_{z1,2} = \pi \omega^2 / \Lambda_{z1,2}$ — характерное время потерь энергии вдоль магнитного поля. Исходя из выражения (18), порог параметрической неустойчивости можем определить из условия

$$\tau_{z1} \tau_{z2} \gamma_0^2(P_0^{th}, 0, 0) = \frac{1}{16} \frac{T_{b1} T_{b2}}{T_{r1} T_{r2}}. \quad (19)$$

На рис. 4 изображен коэффициент усиления (18) в зависимости от мощности пучка накачки. Как показывает расчет, порог параметрической неустойчивости $P_0^{th} = 11$ кВт для условий рис. 2 и радиальных мод $m = n = 7$ дочерних верхнегибридных плазмов значительно ниже типичной мощности пучка в эксперименте $P_0 = 200\text{--}600$ кВт. В то же время логарифм коэффициента усиления при мощности нагрева $P_0 = 500$ кВт достигает значения около 3.

Отметим, что для условий токамака Textor возможен иной сценарий низкороговой неустойчивости необыкновенной волны [12–15], при реализации которого возбуждается локализованная ионная циклотронная волна и генерируется необыкновенная волна, распространяющаяся в обратном направлении. Однако недавняя публикация [21], в которой приведены экспериментальные данные, свидетель-

ствующие, что аномальные эффекты наиболее интенсивны в разрядах, где частота верхнего гибридного резонанса слегка превосходит половину частоты волны накачки, позволяет считать проанализированный в данной работе сценарий приоритетным.

Итак, нами показано, что имеет место существенная перекачка энергии СВЧ-волны двум радиально-запертым плазмонам, амплитуда которых растет при прохождении ими через пучок накачки вдоль магнитного поля. При таком усилении даже слабая обратная связь, приводящая к возвращению части энергии, вынесенной из области распада, будет приводить к возбуждению абсолютной неустойчивости, нарастающей экспоненциально во времени.

В случае конвективного выноса энергии дочерних волн из одномерно-неоднородного пучка накачки такая абсолютная неустойчивость была впервые обнаружена Кроллом [27] при анализе вынужденного рассеяния Мандельштама–Бриллюэна в фокусе лазера и затем детально изучена Горбуновым [28]. Было показано, что при определенном размере пучка накачки потери дочерних волн не компенсируют их нарастания в области сильного поля. В этом случае неустойчивость может начать носить абсолютный характер, когда нарастающие волны как бы пленяются в области сильного поля накачки.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе мы проанализировали параметрический распад ЭЦ-волны необыкновенной поляризации на два верхнегибридных плазмона. Показано, что в случае монотонного профиля плотности плазмы возбуждение этой неустойчивости возможно при мощности нагрева не менее десяти мегаватт, что согласуется с предсказаниями стандартной теории [1, 2] и делает неустойчивость неопасной для экспериментов по СВЧ-нагреву плазмы. Напротив, при немонотонном профиле плотности плазмы, часто наблюдаемом при ЭЦ-нагреве на различных установках, имеет место радиальная локализация дочерних верхнегибридных волн, что приводит к полному подавлению их энергетических потерь из области параметрического распада вдоль направления неоднородности плазмы и, как следствие, к значительному (на три порядка) снижению порога конвективной неустойчивости. Предложенная модель развивает стандартную теорию [1, 2] на случай немонотонного профиля плазмы и может помочь в объяснении эффекта аномального отражения ЭЦ-волны необыкновенной поляризации, наблюдавшегося в токамаке Textor [10, 11, 21].

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 14-02-90009-Bel, 13-02-00683), NWO-RFBR Centre of Excellence on Fusion Physics and Technology (grant No. 047.018.002) и Программы Президиума РАН № 12.

ЛИТЕРАТУРА

1. M. Porkolab and B. I. Cohen, Nucl. Fusion **28**, 239 (1988).
2. A. G. Litvak, A. M. Sergeev, E. V. Suvorov et al., Phys. Fluids B **5**, 4347 (1993).
3. F. S. McDermott, G. Bekefi, K. E. Hackett et al., Phys. Fluids **25**, 1488 (1982).
4. D. G. Bulyginsky, V. V. Dyachenko, M. A. Irzak et al., Plasma Phys. Rep. **2**, 138 (1986).
5. H. P. Laqua, V. Erckmann, H. J. Hartfuß et al., Phys. Rev. Lett. **78**, 3467 (1997).
6. V. Shevchenko, G. Cunningham, A. Gurchenko et al., Fusion Sci. and Technol. **52**, 202 (2007).
7. E. Z. Gusakov and A. V. Surkov, Plasma Phys. Control. Fusion **49**, 631 (2007).
8. D. Rapisarda, B. Zurro, V. Tribaldos et al., Plasma Phys. Control. Fusion **49**, 309 (2007).
9. A. N. Karpushov, B. P. Duval, T. P. Goodman et al., in *Proc. 33rd EPS Conf. on Plasma Phys.* (2006), Vol. 30I, P-1.152.
10. J. W. Oosterbeek, A. Burger, E. Westerhof et al., Rev. Sci. Instrum. **79**, 093503 (2008).
11. E. Westerhof, S. Nielsen, J. W. Oosterbeek et al., Phys. Rev. Lett. **103**, 125001 (2009).
12. E. Z. Gusakov, A. Ю. Попов, Письма в ЖЭТФ **91**, 724 (2010).
13. E. Z. Gusakov and A. Ю. Popov, Phys. Rev. Lett. **105**, 115003 (2010).
14. E. Z. Gusakov and A. Ю. Popov, Nucl. Fusion **51**, 073028 (2011).
15. E. Z. Gusakov, A. Ю. Попов, Письма в ЖЭТФ **94**, 301 (2011).
16. E. Gusakov and A. Popov, Europhys. Lett. **99**, 15001 (2012).
17. А. Ю. Попов, Е. З. Гусаков, А. Н. Савельев, Письма в ЖЭТФ **96**, 178 (2012).
18. E. Z. Gusakov, A. Ю. Popov, and A. N. Saveliev, Europhys. J. Web Conf. **32**, 01002 (2012).
19. E. Z. Gusakov, A. Ю. Popov, and A. N. Saveliev, Plasma Phys. Control. Fusion **56**, 015010 (2014).
20. E. Z. Gusakov and A. Ю. Popov, Europhys. J. Web Conf. **32**, 01007 (2012).
21. S. K. Nielsen, M. Salewski, E. Westerhof et al., Plasma Phys. Control. Fusion **55**, 115003 (2013).
22. A. D. Piliya, in *Proc. 10th Conf. Phenomena in Ionized Gases*, Oxford (1971), p. 320.
23. M. N. Rosenbluth, Phys. Rev. Lett. **29**, 564 (1972).
24. А. Д. Пилия, ЖЭТФ **64**, 1237 (1973).
25. М. Ю. Кантор, Plasma Phys. Control. Fusion **51**, 055002 (2009).
26. М. Ю. Кантор, G. Bertschinger, P. Bohm et al., in *Proc. the 36th EPS and Plasma. Phys.*, Sofia (2009), ECA **33D**, P-1.184.
27. N. M. Kroll, J. Appl. Phys. **36**, 34 (1965).
28. Л. М. Горбунов, ЖЭТФ **67**, 1386 (1975).