

# ДВУМЕРНЫЙ ФАЗОВЫЙ ПЕРЕХОД В СИЛЬНОНЕИДЕАЛЬНОЙ ПЫЛЕВОЙ ПЛАЗМЕ

*O. F. Петров<sup>a,b\*</sup>, M. M. Васильев<sup>a,b</sup>, Йе Тун<sup>b</sup>, К. Б. Стациенко<sup>a</sup>,  
O. C. Ваулина<sup>a,b</sup>, Е. В. Васильева<sup>a</sup>, В. Е. Фортов<sup>a,b</sup>*

<sup>a</sup> ФГБУН Объединенный институт высоких температур Российской академии наук  
125412, Москва, Россия

<sup>b</sup> Московский физико-технический институт  
141700, Долгопрудный, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 17 июля 2014 г.

Представлены результаты экспериментального наблюдения плавления плазменно-пылевого монослоя (двумерный фазовый переход) в газовом разряде низкого давления. Проведены измерения и выполнен анализ парных и ориентационных корреляционных функций, а также числа топологических дефектов в монослое. Характер изменения ориентационных корреляционных функций подтверждает существование фазового перехода твердое тело – гексатическая фаза – жидкость, что полностью согласуется с теорией Березинского – Костерлица – Таулесса.

**DOI:** 10.7868/S0044451015020169

Плавление двумерных систем представляет интерес как с теоретической, так и с практической точки зрения в первую очередь из-за его качественного отличия от фазового перехода твердое тело – жидкость в трехмерных системах [1–3]. В настоящее время существуют две основные теоретические модели, используемые для описания плавления двумерных систем. Согласно одной из них, так называемой теории Березинского – Костерлица – Таулесса (в англоязычной литературе – теории Berezinskii–Kosterlitz–Thouless или Kosterlitz–Thouless–Halperin–Nelson–Young (KTHNY)), основанной на рассмотрении поведения топологических дефектов (дисклинаций и дислокаций), переход двумерной системы из кристаллического состояния в жидкое носит двухстадийный характер с образованием промежуточной, так называемой гексатической фазы [4–9]. В кристалле ориентационная и трансляционная симметрии имеют дальний порядок. При переходе в гексатическую фазу трансляционный дальний порядок нарушается, но при этом сохраняется ориентационная жесткость. В жидкостной фазе как трансляционный порядок, так и ориентационный порядок носят короткодействующий характер.

Другая известная теория (в англоязычной литературе — теория grain-boundary-induced melting (GBI)) описывает плавление двумерных систем как фазовый переход от кристалла к жидкости без формирования какой-либо промежуточной фазы [10, 11].

Доказательства в пользу теории Березинского – Костерлица – Таулесса в системах с различными потенциалами межчастичного взаимодействия были представлены в серии экспериментальных и численных работ [12–18], в том числе для электронов на поверхности жидкого гелия [13], в коллоидных растворах с полимерными частицами [14, 15], для магнитных пузырьков в тонких пленках [16–18]. Отдельные попытки обнаружить гексатическую фазу были также сделаны и в экспериментах с пылевой плазмой [19–24].

Пылевая плазма, представляющая собой систему нейтральных атомов, электронов, ионов и заряженных частиц микронных размеров, является удобным объектом для изучения фазовых переходов в неидеальных системах, так как, благодаря своим относительно большим размерам (1–10 мкм), пылевые частицы могут наблюдаться при помощи видеокамеры, что существенно упрощает использование прямых диагностических методов для анализа плазменно-пылевых структур [25–27]. Пылевая плазма по-

---

\*E-mail: ofpetrov@ihed.ras.ru

всеместно распространена в природе: в космосе, атмосфере планет и т. д., также она часто возникает в ряде технологических процессов, например, при производстве полупроводников. Принято считать, что пылевые частицы в плазме взаимодействуют между собой через экранированный кулоновский или дебаевский потенциал (называемый также потенциалом Юкавы). Этот вид потенциала также часто используется для описания межчастичного взаимодействия в медицине, физике полимеров и др. Большинство экспериментальных исследований пылевой плазмы выполнены в слабо ионизованной плазме газовых разрядов, где диссиляция энергии частиц вследствие их столкновений с нейтральными частицами может существенно повлиять на физические свойства системы. Неэмитирующие пылевые частицы, инжектированные в плазму газового разряда, приобретают значительный отрицательный электрический заряд ( $Z_d \sim 10^3\text{--}10^5e$ ), вследствие чего могут формироваться трехмерные или квазидвумерные (монослои) упорядоченные плазменно-пылевые образования, подобные жидкостным или кристаллическим структурам. Для плазмы высокочастотного (ВЧ) разряда возможно формирование пылевых структур, состоящих из одного и более (до нескольких десятков) слоев [25–27].

Численные расчеты, выполненные для кулоновских систем и систем Юкавы, показывают, что физические свойства таких систем имеют две характерные точки фазовых переходов [19, 28–34]. Первая из них относится к фазовому переходу жидкость – гексатическая фаза и наблюдается, когда эффективный параметр неидеальности системы

$$\Gamma^* = \frac{1.5(eZ)^2(1 + \kappa + \kappa^2/2)\exp(-\kappa)}{T_d r_p} \approx 98;$$

вторая точка (при  $\Gamma^* \approx 154$ ) соответствует переходу от гексатической фазы к идеальному кристаллу, где коэффициент диффузии частиц стремится к нулю [19, 28, 29]. Здесь  $\kappa \equiv r_p/\lambda$  — параметр экранирования,  $\lambda$  — длина экранирования,  $r_p$  — межчастичное расстояние,  $T_d$  — кинетическая температура частиц. Отличие величины  $\Gamma^*$  от указанных точек фазовых переходов в работах других авторов составляют не более 5 % [30–34].

В настоящее время сравнение теоретических предсказаний с лабораторными экспериментами в пылевой плазме не выявило достоверного согласия со сценарием плавления, предложенного в упомянутых выше теориях [19–24]. Тем не менее, авторы работ [22, 24] склоняются в пользу GBI-теории, как наиболее подходящей для описания плавления

двумерных плазменно-пылевых структур, формирующихся в плазме ВЧ-разряда низкого давления.

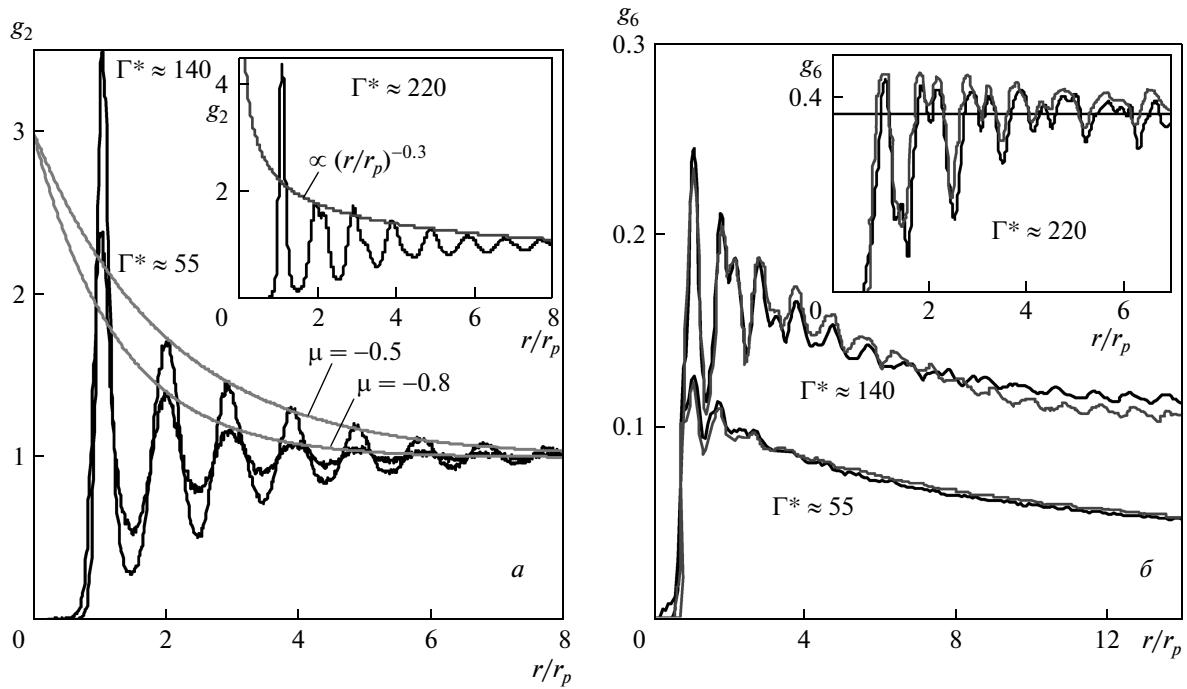
В настоящей работе представлены новые результаты экспериментального изучения трансляционного и ориентационного порядка и топологических дефектов, полученные при плавлении пылевого монослоя в слабоионизированной плазме ВЧ-разряда низкого давления.

Экспериментальный стенд для изучения пылевой плазмы представлял собой газоразрядную камеру, откачиваемую до давления 0.01 Па, которая затем наполнялась аргоном до давлений 4–7 Па [27]. Мощность ВЧ-разряда в экспериментах составляла 4–12 Вт. Для формирования плазменно-пылевых структур в разряд инжектировались полистироловые пылевые частицы диаметром 10.16 мкм и плотностью 1.05 г/см<sup>3</sup>. В таких условиях частицы приобретали значительный отрицательный электрический заряд и, при достижении баланса электрической силы и силы тяжести, формировали пылевую структуру (моносвой) в приэлектродной области ВЧ-разряда с числом частиц не менее 2500–3000. Для визуализации (подсветки) структуры и одновременно для кинетического разогрева монослоя (увеличения кинетической температуры частиц) применялся аргоновый лазер, плоскопараллельный пучок излучения которого имел в перетяжке толщину около 250 мкм (лазерный «нож»). Мощность лазерного излучения варьировалась от 18 до 300 мВт.

Движение пылевых частиц регистрировалось при помощи высокоскоростной ПЗС-видеокамеры с частотой видеосъемки, варьируемой в пределах 50–200 кадров/с. Полученные видеоизображения обрабатывались при помощи специально разработанных компьютерных программ, в результате чего были определены координаты частиц, их траектории и скорости движения [27]. Полученные распределения скоростей пылевых частиц в пределах экспериментальной погрешности соответствуют распределению Максвелла, что также согласуется с работами [21, 25, 28, 35, 36]. Таким образом, для пылевой компоненты плазмы соблюдается локальное равновесие.

Для невозмущенных областей пылевого монослоя также были измерены средние межчастичные расстояния  $r_p$ , кинетическая температура частиц  $T_d$ , получены функции  $D(t) = \langle \Delta r^2 \rangle / 4t$  (здесь  $\langle \Delta r^2 \rangle$  — среднеквадратичное смещение пылевых частиц), а также парные  $g(r)$  и ориентационные  $g_6(r)$  корреляционные функции.

С помощью метода, основанного на анализе процессов массопереноса на малых временах наблюде-



**Рис. 1.** Парные и ориентационные корреляционные функции при различных параметрах неидеальности  $\Gamma^*$  для кристаллической ( $\Gamma^* = 220$ ), гексатической ( $\Gamma^* = 140$ ) и жидкостной фазы ( $\Gamma^* = 55$ ). Серые кривые: *a*) аппроксимации пиков парных корреляционных функций  $g_2(r/r_p)$ , *б*) результаты численного моделирования функций  $g_6(r/r_p)$  с параметрами, близкими к экспериментальным

ния [28], были определены основные параметры пылевой компоненты, такие как эффективный параметр неидеальности  $\Gamma^*$  и параметр масштабирования  $\xi = \omega^*/\nu_{fr}$ . Здесь

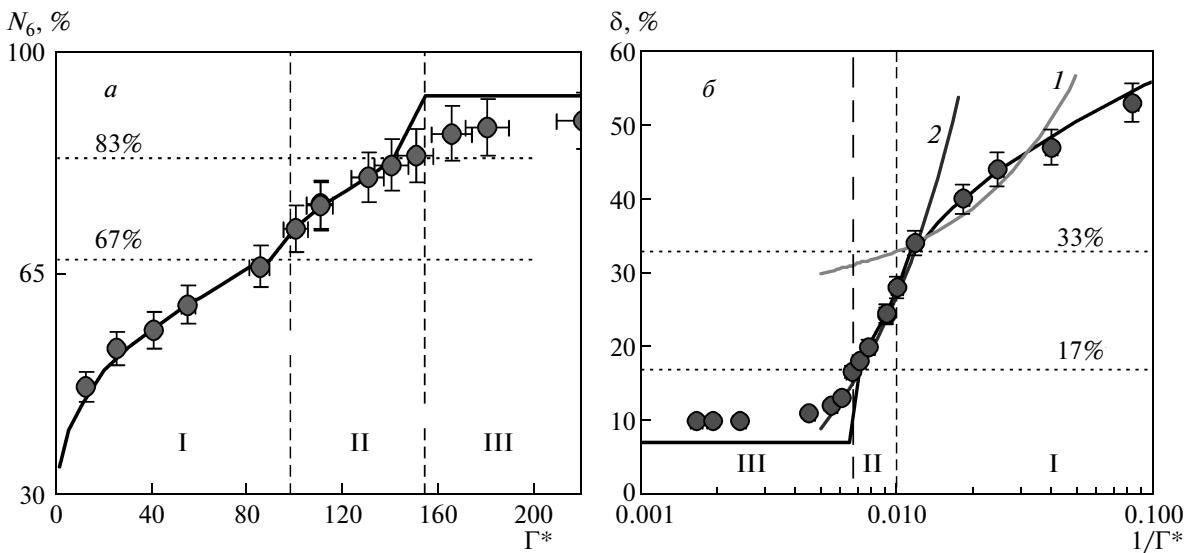
$$\omega^* = \left\{ 2(eZ)^2 \left( 1 + \kappa + \frac{\kappa^2}{2} \right) \frac{\exp(-\kappa)}{r_p^3 \pi M} \right\}^{1/2},$$

$M$  — масса пылевой частицы, а  $\nu_{fr}$  — коэффициент трения частиц при их столкновениях с нейтральными атомами буферного газа. При описанных выше параметрах эксперимента величина  $\Gamma^*$  изменялась в пределах от 10 до 600, заряд частиц  $Z_d = 15000 \pm 500$ , среднее межчастичное расстояние  $r_p \approx 670$  мкм, характерная частота  $\omega^* \approx 14.5 \pm 1$  и коэффициент трения  $\nu_{fr} \approx 4 \text{ с}^{-1}$ .

Для количественного и качественного описания фазового состояния системы, как правило, применяется анализ парных  $g(r)$  и ориентационных  $g_6(r)$  корреляционных функций, наряду с анализом динамики различных топологических дефектов [1–3, 11]. Напомним, что парная корреляционная функция  $g(r)$  определяет вероятность нахождения некоторой частицы на расстоянии  $r$  от заданной и является мерой трансляционного порядка в системе взаимодействий [29].

При  $\Gamma^* < 1$  в системе преобладают антипараллельные конфигурации, а при  $\Gamma^* > 1$  — параллельные. Для идеальной гексагональной структуры функция  $g_6(r) \equiv 1$ , в то время как для других фазовых состояний системы (например, жидкости) она убывает с увеличением расстояния. В свою очередь, топологическим дефектом называют любое нарушение трансляционной симметрии изначально идеальной кристаллической решетки, при этом число дефектов зависит от фазового состояния системы.

Изучение пространственной асимптотики парных  $g(r)$  и ориентационных  $g_6(r)$  корреляционных функций также используется для анализа фазового состояния системы. Асимптотика парных функций в двумерных неидеальных системах была детально изучена в работе [16]. В этой работе было показано, что пространственное убывание пиков ( $g^s$ ) парной корреляционной функции в идеальном кристалле описывается степенной функцией  $g^s \propto (r/r_p)^{-\eta}$  при  $\eta < 1/3$ , в гексатической фазе и жидкости — экспоненциальной зависимостью  $g^s \propto \exp(-\mu r/r_p)$  со-



**Рис. 2.** Зависимости числа частиц  $N_6$  (в % отношении) с шестью ближайшими соседями от параметра неидеальности  $\Gamma^*$  (а) и числа дефектов  $\delta$  [%] =  $100 - N_6$  от  $1/\Gamma^*$  (б) (показаны кружками). Сплошные линии соответствуют результатам численного моделирования. Серые кривые на рис. б — линейные аппроксимации температурной зависимости числа дефектов в различных фазовых состояниях: 1 —  $f(\Gamma^*) \approx 27 + 600/\Gamma^*$ , 2 —  $f(\Gamma^*) \approx -9 + 3600/\Gamma^*$ . Вертикальными штриховыми линиями обозначены области фазовых переходов  $\Gamma^* \approx 100$  и  $\Gamma^* \approx 150$ , найденные в работе [19]; I — жидкость, II — гексатическая фаза, III — кристалл

ответственно при  $\mu = \mu_h \equiv \text{const}$  и  $\mu > \mu_h$ . Для ориентационной корреляционной функции характерна степенная асимптотика в гексатической фазе и экспоненциальная — в жидкостной.

Стоит отметить, что в различных работах математические выражения для функции  $g_6(r)$  несколько различаются, а значит, различаются и методы расчета этой функции. В нашей работе  $g_6(r)$  вычислялась из следующего выражения [11, 12]:

$$g_6(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = \frac{\langle \psi_6^*(\mathbf{r}) \psi_6(\mathbf{r}') \rangle}{\langle \rho(\mathbf{r}) \rho(\mathbf{r}') \rangle}.$$

Здесь  $\rho(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^N \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)$ , а

$$\psi_6(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^N \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \psi_{6,i}$$

— локальная плотность параметра ориентационного порядка

$$\psi_{6,i} = \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} \exp(6i\theta_{ij}),$$

где суммирование по  $j$  проводится по всем ближайшим соседям  $N_i$  для  $i$ -й частицы, а угол  $\theta_{ij}$  образован отрезком, соединяющим  $i$ -ю и  $j$ -ю частицы, и

фиксированной осью. При таком определении функции  $g_6(r)$  величина функции для идеальной гексагональной кристаллической решетки всегда будет тождественно равна единице независимо от шага разбиения  $\Delta r$ , выбранного для расчетов.

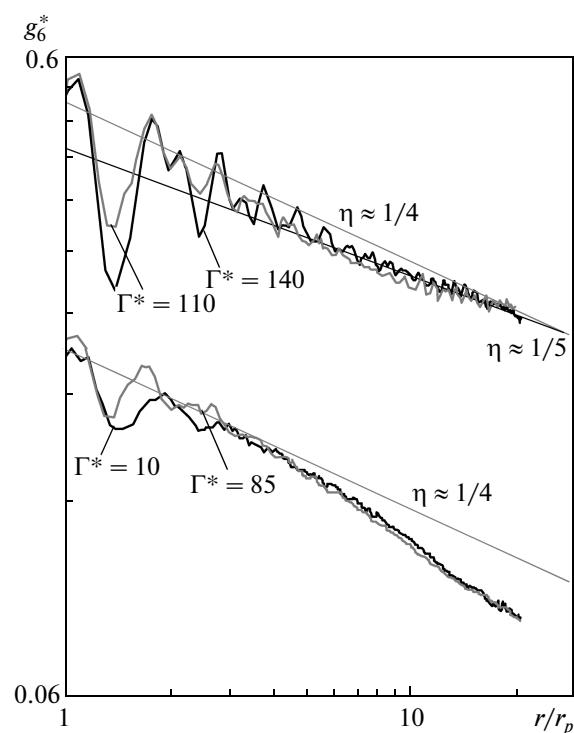
На рис. 1 приведены парные корреляционные функции  $g(r)$  и ориентационные корреляционные функции  $g_6(r)$ , полученные экспериментально при трех различных значениях параметра неидеальности  $\Gamma^*$  вблизи фазовых переходов. Также на рис. 1б представлены результаты численных расчетов функций  $g_6(r)$  при различных параметрах неидеальности  $\Gamma^* = 220, 140, 55$ , что соответствует, как будет показано ниже, кристаллической ( $\Gamma^* = 220$ ), гексатической ( $\Gamma^* = 140$ ) и жидкостной фазам ( $\Gamma^* = 55$ ). Расчеты были выполнены методом молекулярной динамики Ланжевена [25, 26] для однородной двумерной системы Юкава с параметром экранирования  $\kappa \equiv r_p/\lambda = 1, 2, 3, 4$  при различных значениях эффективных параметров: параметра неидеальности  $\Gamma^*$  и параметра масштабирования  $\xi = \omega^*/\nu_{fr}$ . Величина  $\xi$  варьировалась от 1 до 4, что соответствует экспериментальным условиям в плазме газовых разрядов, величина  $\Gamma^*$  менялась в диапазоне значений от 5 до 200.

Для моделирования протяженного однородного слоя использовались периодические граничные условия для двух направлений ( $x$  и  $y$ ). Число независимых частиц  $N_p$  в центральной расчетной ячейке менялось от 256 до 4096. В зависимости от числа частиц потенциал обрезался на расстоянии  $r_{cut}$  от 5 до 25 средних межчастичных расстояний  $r_p$ . Основные расчеты проводились при  $N_p = 1024$ ,  $r_{cut} = 12r_p$ , так как дальнейшее увеличение числа частиц в ячейке заметно не влияло на вид функции  $g_6(r)$  и число дефектов  $\delta [\%] = 100 - N_6$  при указанных параметрах расчета.

На рис. 2 показаны зависимость числа частиц  $N_6$  с шестью ближайшими соседями (в процентном отношении от общего числа частиц) от параметра неидеальности  $\Gamma^*$  и зависимость числа дефектов  $\delta [\%] = 100 - N_6$  от  $1/\Gamma^*$ , где вертикальные пунктирные линии указывают на фазовые переходы при значениях  $\Gamma^* \approx 100$  и  $\Gamma^* \approx 150$ , полученных в работе [19]. На рис. 3 в двойном логарифмическом масштабе представлены нормированные функции  $g_6^* = 100g_6(r/r_p)/N_6$  для жидкостной и гексатической фаз при различных значениях параметра  $\Gamma^* = 10, 85, 110, 140$ .

Результаты анализа полученных экспериментально корреляционных функций показывают, что в пределах точности полученных данных для монослоя при  $\Gamma^* = 220$  пространственное убывание пиков ( $g^s$ ) парной корреляционной функции соответствует степенной зависимости  $g^s \propto (r/r_p)^{-0.3}$ , тогда как ориентационная функция с увеличением расстояния  $r$  не убывает (см. рис. 1), что соответствует кристаллической структуре и подтверждается наблюдениями.

При кинетическом разогреве монослоя (при более высоких кинетических температурах частиц, соответствующих  $\Gamma^* = 140$ ) наблюдается экспоненциальный характер убывания пиков парной функции:  $\{g^s - 1\} \propto \exp(-0.5r/r_p)$ , при этом ориентационный порядок убывает как степенная функция пропорционально  $(r/r_p)^{-\eta}$  при  $\eta = 1/5$  (рис. 1б и рис. 3). Прямые линии на графике рис. 3 в двойном логарифмическом масштабе, соответствующие степенной зависимости  $r^{-1/4}$ , являются пределом для квазидальнего порядка в теории Березинского–Костерлица–Таулесса. Такое поведение характерно для гексатической фазы. И, наконец, при дальнейшем увеличении температуры частиц ( $\Gamma^* = 85$ ) пространственное убывание пиков  $\{g^s - 1\}$  парной корреляционной функции соответствует жидкостной фазе (рис. 1а). Что касается ориентационной функции, то в соответствии с КТННУ-теорией асимптотика



**Рис. 3.** Значения ориентационных корреляционных функций  $g_6^* = 100g_6(r/r_p)/N_6$ , нормированные на число частиц  $N_6$  (в % отношении) с шестью ближайшими соседями для различных значений параметра неидеальности  $\Gamma^* = 10, 85, 140$ . Прямыми линиями показаны аппроксимации экспериментальных данных функцией, пропорциональной  $(r/r_p)^{-\eta}$ , при  $\eta = 1/5$  и при  $\eta = 1/4$  (предел для теории Березинского–Костерлица–Таулесса)

затухания функции  $g_6(r)$  в жидкости должна соответствовать экспоненте на больших расстояниях  $r/r_p \gg 1$  [34, 37]. Из рис. 3 видно, что кривые при  $\Gamma^* = 10$ – $85$  (жидкостная фаза), имеют асимптотику, отличающуюся от теоретических предсказаний для гексатической фазы ( $\eta < 1/4$ ).

Таким образом, мы считаем, что фаза, соответствующая значениям  $\Gamma^*$  в интервале от 100 до 140 является гексатической, причем при переходе системы в изотропную жидкостную фазу (в точке  $\Gamma^* \approx 100$ ) наблюдается экспоненциальное убывание как парной функции  $g(r)$ , так и функции  $g_6(r)$ . Это означает, что сценарий плавления, предложенный теорией Березинского–Костерлица–Таулесса, хорошо согласуется с представленными измерениями.

Еще одно подтверждение существования гексатической фазы было получено при анализе формы нормированных ориентационных корреляцион-

ных функций (см. рис. 3). Ранее было найдено [29], что форма ориентационных корреляционных функций различна в жидкостной и гексатической фазах, но сохраняется в пределах упомянутых фаз, при этом значения функций  $g_6(r)$  полностью определяются числом  $N_6$  появляющихся дефектов. Форма парных корреляционных функций не выявила такого поведения. Как видно из рис. 3, при  $\Gamma^* = 110\text{--}140$  и  $\Gamma^* = 10\text{--}85$  форма ориентационных корреляционных функций сохраняется, тогда как при изменении  $\Gamma^*$  от 85 до 110 происходит резкое изменение формы (другая затухающая асимптотика в сравнении с пределом при  $\eta = 1/4$ ) и абсолютных значений нормированных корреляционных функций, что указывает на переход из одной фазы (гексатической при  $\Gamma^* = 110\text{--}140$ ) в другую (изотропную жидкость при  $\Gamma^* = 10\text{--}85$ ).

Таким образом, анализ статических и динамических свойств двумерных систем пылевых частиц в плазме с дебаевским потенциалом взаимодействия приводит к заключению о двухстадийном характере процесса плавления, что полностью согласуется с теорией Березинского–Костерлица–Таулесса и результатами численного моделирования. Это первое, насколько нам известно, прямое свидетельство существования фазовых переходов между кристаллом и гексатической фазой и между гексатической фазой и жидкостью в физически реализованной экспериментальной квазидвумерной плазменно-пылевой системе.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 14-12-01440).

## ЛИТЕРАТУРА

1. И. Ф. Люксотов, А. Г. Наумовец, В. Л. Покровский, *Двумерные кристаллы*, Наук. думка, Киев (1988).
2. D. R. Nelson, *Defects and Geometry in Condensed Matter Physics*, Cambridge Univ. Press, Cambridge (2002).
3. 40 Years of Berezinskii–Kosterlitz–Thouless Theory, ed. by J. V. Jose, World Sci. (2013).
4. В. Л. Березинский, **59**, 907 (1970).
5. В. Л. Березинский, ЖЭТФ **61**, 1144 (1971).
6. J. M. Kosterlitz and D. J. Thouless, J. Phys. C: Sol. St. Phys. **6**, 1181 (1973).
7. J. M. Kosterlitz, J. Phys. C: Sol. St. Phys. **7**, 1046 (1974).
8. D. R. Nelson and B. I. Halperin, Phys. Rev. B **19**, 2457 (1979).
9. A. P. Young, Phys. Rev. B **19**, 1855 (1979).
10. S. T. Chui, Phys. Rev. B **28**, 178 (1983).
11. K. J. Strandburg, Rev. Mod. Phys. **60**, 161 (1988); *Bond-Orientational Order in Condensed Matter Systems*, ed. by K. J. Strandburg, Springer, New York (1992).
12. A. Jaster, Phys. Rev. E **59**, 2594 (1999).
13. D. C. Glattli, E. Y. Andrei, and F. I. B. Williams, Phys. Rev. Lett. **60**, 420 (1988).
14. C. A. Murray and R. A. Wenk, Phys. Rev. Lett. **62**, 1643 (1989).
15. A. H. Marcus and S. A. Rice, Phys. Rev. Lett. **77**, 2577 (1996).
16. R. Seshadri and R. Westervelt, Phys. Rev. Lett. **66**, 2774 (1991).
17. K. Zahn and G. Maret, Phys. Rev. Lett. **85**, 3656 (2000).
18. R. E. Kusner, J. A. Mann, J. Kerins, and A. J. Dahm, Phys. Rev. Lett. **73**, 3113 (1994).
19. O. S. Vaulina, I. E. Drangevski, X. G. Adamovich, O. F. Petrov, and V. E. Fortov, Phys. Rev. Lett. **97**, 195001 (2006).
20. R. A. Quinn, C. Cui, J. Goree, J. B. Pieper, H. Thomas, and G. E. Morfill, Phys. Rev. E **53**, 2049 (1996).
21. A. Melzer, A. Homann, and A. Piel, Phys. Rev. E **53**, 2757 (1996).
22. C. A. Knapik, D. Samsonov, S. Zhdanov, U. Konopka, and G. E. Morfill, Phys. Rev. Lett. **98**, 015004 (2007).
23. T. E. Sheridan, Phys. Plasmas **15**, 103702 (2008).
24. V. Nosenko, S. K. Zhdanov, A. V. Ivlev, C. A. Knapik, and G. E. Morfill, Phys. Rev. Lett. **103**, 015001 (2009).
25. О. С. Ваулина, О. Ф. Петров, В. Е. Фортов и др., *Пылевая плазма (эксперимент и теория)*, Физматлит, Москва (2009).
26. Комплексная и пылевая плазма: из лаборатории в космос, под ред. В. Фортова, Г. Морфилла, Физматлит, Москва (2012).
27. V. E. Fortov, O. F. Petrov, O. S. Vaulina, and R. A. Timirkhanov, Phys. Rev. Lett. **109**, 055002 (2012).

- 28.** O. S. Vaulina, X. G. Adamovich, O. F. Petrov, and V. E. Fortov, Phys. Rev. E **77**, 066404 (2008).
- 29.** E. В. Васильева, О. С. Ваулина, ЖЭТФ **144**, 195 (2013).
- 30.** B. K. Clark, M. Casula, and D. M. Ceperley, Phys. Rev. Lett. **103**, 055701 (2009).
- 31.** S. Muto and H. Aoki, Phys. Rev. B **59**, 14911 (1999).
- 32.** P. Hartmann, G. J. Kalman, and Z. Donko, J. Phys. A: Math. Gen. **39**, 4485 (2006).
- 33.** X. H. Zheng and J. C. Earnshaw, Europhys. Lett. **41**, 635 (1998).
- 34.** A. Derzsi, A. Zs. Kovacs, Z. Donko, and P. Hartmann, Phys. Plasmas **21**, 023706 (2014).
- 35.** О. С. Ваулина, К. Г. Адамович, О. Ф. Петров, В. Е. Фортов, ЖЭТФ **134**, 367 (2008).
- 36.** A. Ivlev, G. Morfill, H. Lowen, and C. P. Royall, *Complex Plasmas and Colloidal Dispersions: Particle-Resolved Studies of Classical Liquids and Solids*, World Sci., Singapore (2012).
- 37.** K. Strandburg, Rev. Mod. Phys. **60**, 161 (1988).