

# ОБ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ ФАНО ПРИ ВОЗБУЖДЕНИИ КОГЕРЕНТНЫХ ФОНОНОВ: СВЯЗЬ МЕЖДУ ПАРАМЕТРОМ АСИММЕТРИИ И НАЧАЛЬНОЙ ФАЗОЙ КОГЕРЕНТНЫХ ОСЦИЛЛЯЦИЙ

*О. В. Мисочко\*, М. В. Лебедев*

*Институт физики твердого тела Российской академии наук  
142432, Черноголовка, Московская обл., Россия*

Поступила в редакцию 10 сентября 2014 г.

Проведена экспериментальная проверка теоретического утверждения, что параметр асимметрии Фано и асимптотическая начальная фаза гармонического осциллятора, взаимодействующего с континуумом, взаимосвязаны. На примере когерентных полносимметричных  $A_{1g}$ -фононов висмута, возбуждаемых сверхкороткими лазерными импульсами при гелиевой температуре, показано, что для отрицательных значений параметра асимметрии с уменьшением модуля параметра асимптотическая фаза возрастает.

DOI: 10.7868/S0044451015040096

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Резонансы широко распространены в природе и встречаются во всевозможных задачах физики, начиная от механических и электромагнитных осцилляторов в классической физике до различных возбуждений квантовых систем. В физике твердого тела резонансы ассоциируются с квазичастицами, типичными представителями которых являются фононы, зонные электроны и плазмоны. Наиболее часто резонанс или его поперечное сечение выражается лоренцианом или симметричным контуром Брейта – Вигнера [1],

$$\sigma(\varepsilon) \propto \frac{1}{1 + \varepsilon^2}, \quad (1.1)$$

в котором безразмерная энергия  $\varepsilon = (E - E_r)/(\gamma/2)$  измеряется в единицах полуширины контура, определяющей время жизни,  $E_r$  — резонансная энергия. Симметрия контура является следствием экспоненциального распада состояния, при котором вероятность распада не зависит от времени. Резонансы могут возникать в результате интерференции между альтернативными путями, связывающими начальное и конечное состояния системы так же, как в

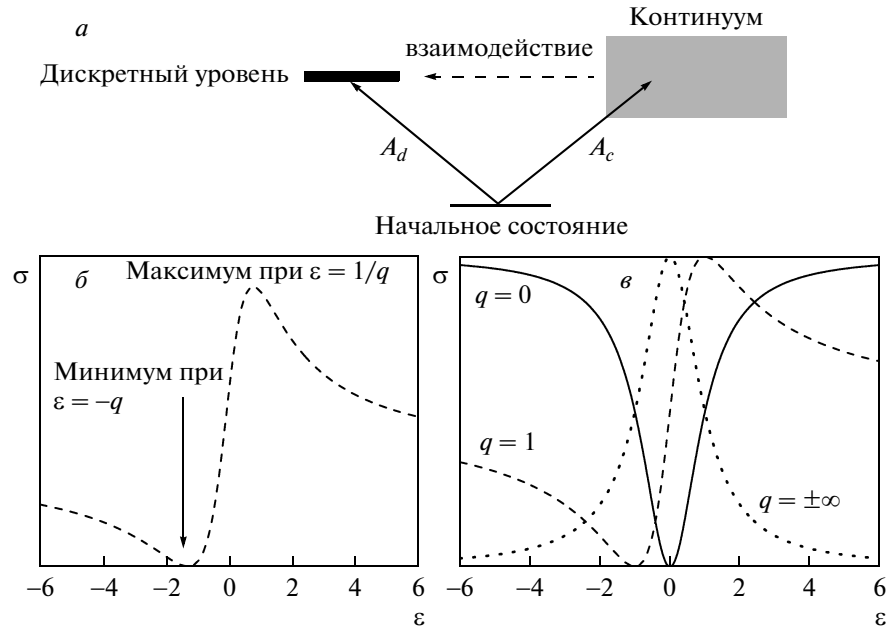
каноническом примере двухщелевого интерференционного эксперимента. Как и любое явление интерференции, поперечное сечение в этом случае включает вклады как конструктивной, так и деструктивной интерференции. Эти эффекты интерференции проявляются в виде асимметричного профиля поперечного рассеяния, впервые теоретически рассмотренного в этом контексте Фано [2, 3], который решил проблему конфигурационного взаимодействия, сформулированную Майораной [4], для случая дискретного уровня и континуума:

$$\sigma(\varepsilon) \propto \frac{(q + \varepsilon)^2}{1 + \varepsilon^2}. \quad (1.2)$$

Профиль Фано иллюстрирует, что вследствие взаимодействия  $V$  континуум приобретает структуру в диапазоне энергий, определяемом обратным временем жизни модифицированного дискретного уровня. В отличие от выражения (1.1), в котором поперечное сечение зависит от энергии и времени жизни резонанса, выражение (1.2) включает в себя третий параметр  $q$ , называемый параметром асимметрии. Динамика любой системы зависит от этого параметра значительно сильнее, чем от резонансной энергии и/или времени жизни, которые в присутствии континуума перенормируются взаимодействием  $V$ :

$$E_d = E_r - V^2 R(\varepsilon), \quad \Gamma = \gamma + V^2 \rho(\varepsilon). \quad (1.3)$$

\*E-mail: misochko@issp.ac.ru



**Рис. 1.** а) Энергетическая диаграмма, схематично представляющая интерференцию Фано. б) Положения экстремумов, определяемых нулем и полюсом профиля Фано. в) Нормированное поперечное сечение в зависимости от безразмерной энергии для нескольких значений параметра асимметрии  $q$ . Кривые для отрицательных значений получаются инвертированием оси абсцисс.

Здесь  $\rho(\epsilon)$  — плотность состояний континуума, а  $\pi^{-1}R(\epsilon)$  — ее образ Гильберта. Параметр асимметрии  $q$  определяется отношением двух амплитуд, связанных с интерференцией: амплитуды  $A_d$  перехода в дискретное состояние и амплитуды  $A_c$  перехода в континуум, а также константой связи  $V$  между дискретным уровнем и континуумом, ответственной за перенормировку дискретного состояния,

$$q = \frac{V(A_d/A_c) + V^2 R(\epsilon)}{\pi V^2 \rho(\epsilon)}. \quad (1.4)$$

Поскольку конструктивная интерференция ведет к росту поперечного рассеяния на одном из склонов профиля, а интерференция деструктивная проявляется как спад на втором склоне, резонанс приобретает асимметричный вид. Энергетическая схема интерференции Фано показана на рис. 1а. Если возбуждение континуума отсутствует ( $A_c = 0$ ,  $|q| \rightarrow \infty$ ), то спектральная линия имеет симметричную лоренцеву форму с полушириной, обусловленной временем жизни модифицированного взаимодействием дискретного уровня  $\Gamma^{-1}$ . Если отсутствует возбуждение дискретного уровня ( $A_d = 0$ ,  $q = 0$ ), то в спектре наблюдается симметричный провал, называемый антирезонансом. Когда обе амплитуды отличны от нуля, в результате конструктивной

и деструктивной интерференции для энергий соответственно больших и меньших энергии модифицированного дискретного состояния, возникает асимметричная линия с максимумом при  $\epsilon = 1/q$  и минимумом при  $\epsilon = -q$ , как показано на рис. 1б. При этом резонансу соответствует полюс, а антирезонансу — нуль амплитуды рассеяния в комплексной энергетической плоскости. Явление антирезонанса наиболее уникальное свойство интерференции Фано означающее, что на некоторой частоте изменить состояние системы невозможно.

По своей сути интерференция Фано является одной из парадигм современной физики, позволяющих исследовать тонкие детали взаимодействия и внутреннюю структуру квантовых объектов. Хорошо известно, что работа Фано [3] относится к одной из наиболее цитируемых в современной физике, что указывает на довольно общий характер модели, реализующейся в широком круге явлений. Она встречается в различных задачах ядерной, атомной и молекулярной физики, также как в многочисленных проблемах физики твердого тела и оптики [5]. Число работ, посвященных интерференции Фано, необъятно и перечислить их все невозможно. Отметим только, что поскольку в экспериментах по ее изучению, проводимых в частотном диапазоне, используются, как

правило, квадратичные детекторы, не чувствительные к фазе используемых излучений; фазовые соотношения, ответственные за интерференционное поведение, оставались до недавнего времени плохо изученными. Ситуация кардинально изменилась с появлением сверхкоротких лазерных импульсов, длительность которых достигает аттосекундного диапазона. Использование таких импульсов позволяет разрешить во времени динамику многих процессов и, в частности, для случая фононов получить доступ не только к амплитудам смещения атомов, но и к их фазам [6, 7]. Так, в случае возбуждений решеточных мод кристалла фемтосекундными лазерными импульсами в последние десятилетия была исследована динамика Фано резонанса оптического фонона, совпадающего по энергии с электронным континуумом в полупроводниках [8–10], полуметаллах [11, 12], металлах [13, 14] и высокотемпературных сверхпроводниках [15]. Метод динамической спектроскопии, позволяющий в случае фемтосекундных лазерных импульсов создавать когерентные состояния решеточных мод, обеспечил по сравнению с традиционной спектроскопией дополнительную информацию, которая может оказаться полезной для более полного понимания интерференции Фано.

## 2. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ ФАНО И КОГЕРЕНТНЫЕ ФОНОНЫ: ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АСПЕКТ

В экспериментах по изучению когерентных фононов методом накачка–зондирование сверхкороткими лазерными импульсами в спектре возбуждаемых колебаний наблюдаются в определенных условиях особенности, имеющие характерный вид контура Фано. Параметр асимметрии, определяемый в спектральном диапазоне, зависит от температуры, степени легирования, энергии фотонов и интенсивности лазерных импульсов [7–15]. Появление таких особенностей позволяет предположить, что они, как и в исходной задаче Фано [3], возникают из-за слабого взаимодействия между отдельными дискретными модами колебаний кристаллической решетки и континуумом решеточных и/или электронных состояний кристалла. Если эта догадка окажется правильной, можно довольно много узнать о характере взаимодействия когерентных фононов с другими степенями свободы кристалла.

Обращение к модели Фано в физике когерентных фононов оправдано и с точки зрения ее возможной связи с механизмами возбуждения коге-

рентных решеточных мод. Хорошо известно, что в прозрачных кристаллах когерентные колебания кристаллической решетки начинаются после «ударного» возбуждения с нулевого смещения атомов, т. е. имеют вид затухающей синусоидальной функции, в то время как в непрозрачных кристаллах смещение атомов от положения измененного равновесия в начальный момент максимально и колебания имеют вид затухающего косинуса. Принято считать, что это связано с различными механизмами возбуждения колебаний [6, 7]. В прозрачных кристаллах речь идет об ударном вынужденном рамановском (impulsive stimulated Raman scattering) механизме [16], в то время как в непрозрачных кристаллах — о так называемом механизме смещения (displacive mechanism) [17]. Попытки объединить эти два предела в рамках единой рамановской модели предпринимались давно [18], однако ряд экспериментальных фактов [19], таких как начальные фазы и отношение амплитуд полносимметричных и низкосимметричных решеточных мод, полностью не укладывался в эту единую модель. В работе [20] сделана еще одна попытка связать между собой два указанных выше механизма и объяснить начальную фазу возбуждаемых колебаний в рамках модели Фано.

Автор работы [20] предлагает считать колебания когерентных фононов слабо связанными с континуумом электронных осцилляторов кристалла. Начальная фаза возбуждаемых колебаний определяется при этом тем, куда во время возбуждения вкладывается энергия возбуждающего импульса. По его утверждению, если импульсом возбуждается континуум, то колебания оптической фононной моды будут происходить по косинусоидальному закону, если же, напротив, вся энергия возбуждения вкладывается непосредственно в оптический фонон, то колебания начнутся по синусу. Возможны, естественно, и промежуточные случаи, когда возбуждается как континуум, так и дискретный осциллятор, и начальная фаза колебаний оказывается промежуточной между синусом и косинусом. Следует заметить, что начальная фаза, о которой идет речь в работе [20], понимается как экстраполированная к нулевому моменту времени фаза установившихся в системе на больших временах гармонических колебаний дискретного осциллятора. Нулевой момент времени отвечает при этом моменту воздействия на систему импульсных сил. Во избежание недоразумений будем называть в дальнейшем так определенную начальную фазу асимптотической начальной фазой.

Оригинальная модель Фано [3] была сформулирована как квантовомеханическая задача. Автор ра-

боты [20] рассмотрел классический аналог этой квантовомеханической задачи, дополнив частотное рассмотрение проблемы анализом динамики во временном диапазоне. Сравнение результатов работы [20] с соответствующими результатами работы Фано [3] поэтому представляет самостоятельный интерес.

Рассмотрим, прежде всего, самый общий, чисто математический аспект проблемы. Пусть мы имеем спектр колебаний в виде контура Фано. В работе [3] этот контур описывает вероятность возбуждения собственных состояний квантовомеханической системы под действием оператора перехода из некоторого заданного начального состояния. Вероятность является квадратичной функцией амплитуды, так что для нахождения спектра амплитуды вероятности перехода необходимо взять квадратный корень из этой величины. В классической задаче [20] ситуация полностью аналогична: контуром Фано описывается спектр мощности диссипации энергии,  $S(\omega)$ , в системе, находящейся под воздействием внешних гармонических сил заданной циклической частоты  $\omega$ . Все множество связанных осцилляторов совершает при этом вынужденные гармонические колебания с одной и той же частотой, но с различными амплитудами и фазами. В стационарном случае диссипация энергии за счет затуханий различных осцилляторов компенсируется работой гармонических внешних сил, действующих на систему.

От рассмотрения отдельных осцилляторов перейдем к рассмотрению набора нормальных колебаний связанной системы осцилляторов, т. е. от набора взаимодействующих осцилляторов — к набору независимых мод, каждая из которых обладает своей резонансной частотой, амплитудой, фазой и затуханием  $\gamma$ . Эти моды представляют собой аналог собственных состояний квантовомеханической системы, а их колебания под действием внешних сил аналогичны переходам в квантовомеханической системе под влиянием внешнего возмущения. Поскольку основной вклад в отклик на внешнее воздействие вносят моды, собственные частоты которых близки к частоте внешних вынуждающих сил, средняя за период мощность диссипации пропорциональна квадрату амплитуды  $x_0$  колебаний осциллятора,

$$S(\omega) = \frac{1}{T} \int_0^T \gamma \dot{x} \dot{x} dt = \gamma \langle \dot{x}^2 \rangle_T \propto x_0^2,$$

и для нахождения амплитуды колебаний также необходимо извлечь квадратный корень. Итак, пусть в результате мы имеем вблизи некоторой резонансной

частоты  $\omega_0$  спектр мощности диссипации  $S(\omega)$  в виде контура Фано, т. е.

$$S(\omega) = |A|^2 \frac{(q + \varepsilon)^2}{1 + \varepsilon^2}, \quad (2.1)$$

в котором  $\varepsilon = (\omega - \omega_0)/(\Gamma/2)$  — безразмерная энергия, а  $A$  — нормировочная константа. Спектр амплитуды колебаний нормальных мод,  $F(\varepsilon)$ , в этом случае имеет вид

$$F(\varepsilon) = A \frac{q + \varepsilon}{\varepsilon + i} = A \frac{q + \varepsilon}{\sqrt{1 + \varepsilon^2}} e^{i\Delta}, \quad \text{ctg } \Delta = -\varepsilon, \quad (2.2)$$

в которой фаза  $\Delta$  коэффициента Фурье совпадает с относительной фазой собственного состояния гамильтониана после учета взаимодействия между дискретным состоянием и континуумом состояний в задаче Фано [3].

Временной отклик системы получается из (2.2) с помощью преобразования Фурье,

$$\begin{aligned} f(t) &= A \exp(-i\omega_0 t) \exp(-\Gamma t/2) \times \\ &\times \left[ i\delta(t) + \frac{\Gamma}{2}(q - i)\theta(t) \right] = \\ &= A \exp(-i\omega_0 t) \exp(-\Gamma t/2) \times \\ &\times \left\{ i\delta(t) + \frac{\Gamma}{2} \sqrt{q^2 + 1} e^{i\varphi} \theta(t) \right\}, \quad (2.3) \end{aligned}$$

в котором  $\text{tg } \varphi = -1/q$ , а  $\theta(t)$  — функция Хэвисайда,  $\delta(t)$  — дельта-функция. Связь между фазой и параметром асимметрии в этом случае дается выражением

$$\varphi = \arctg \left( -\frac{1}{q} \right), \quad (2.4)$$

а временной отклик представляет собой затухающие колебания с резонансной частотой  $\omega_0$ , для которых сдвиг фазы  $\varphi$  на резонансной частоте  $\omega_0$  возникает из-за наличия в спектре отклика (2.2) вклада, пропорционального  $\varepsilon$ , который обусловлен возбуждением континуума осцилляторов, связанных с дискретным осциллятором. В пределе  $|q| \rightarrow \infty$  этот сдвиг стремится к нулю. Заметим, что сдвиг фазы  $\varphi$  временного отклика отличается от сдвига фазы  $\Delta$  коэффициентов Фурье.

Таким образом, мы можем формально заменить исходную систему связанных осцилляторов одним затухающим осциллятором, начальная фаза которого определяется целиком параметром  $q$ . Собственная частота этого осциллятора несколько отличается от исходной собственной частоты дискретного осциллятора из-за влияния континуума. Оправданность такой замены заключается в близости

свойств этого затухающего осциллятора к наблюдаемым свойствам возбуждаемых коротким лазерным импульсом когерентных фоонов.

Проанализируем теперь результаты работы [20] более подробно. Как отмечалось выше, в этой работе проведен переход от исходной квантовомеханической задачи Фано к классическим уравнениям движения осцилляторов. При этом показано, что спектральный вид контура Фано сохраняется и величины, его определяющие, аналогичны соответствующим величинам квантовомеханического расчета. Осцилляторы, образующие континуум в работе [20], обладают затуханием. Введение этого затухания оказывается принципиально необходимым, поскольку мнимая часть работы внешних сил, пропорциональная диссипации энергии, при отсутствии затухания обращается в нуль. Напомним, что в задаче Фано исходное рассмотрение проводится для собственных состояний гамильтониана, которые не затухают со временем, а затухание созданного в начальный момент состояния дискретного осциллятора, не являющегося собственным состоянием гамильтониана, происходит из-за расфазировки составляющих его собственных состояний задачи. После получения частотной зависимости диссипации энергии в виде контура Фано автор работы [20] переходит к пределу  $\gamma_k = \gamma \rightarrow 0$ , в котором выражения для параметров контура практически совпадают с их квантовыми аналогами.

При рассмотрении временного отклика системы на воздействие коротких импульсных сил автор работы [20] использовал приближение слабой связи между дискретным осциллятором и континуумом. В результате им было получено асимптотическое выражение для амплитуды  $Q$  колебаний дискретного осциллятора при  $t \rightarrow \infty$  в виде

$$Q(t) = \left( \hat{F}_Q(\omega_0) + P \sum_k \frac{c_k}{2\omega_k} \frac{\hat{F}_k(\omega_0)}{\omega_0 - \omega_k} \right) \times \sqrt{1 + \frac{1}{q^2}} \cos(\omega_0 t - \arctg q), \quad (2.5)$$

где индексы « $Q$ » и « $k$ » соответствуют дискретному осциллятору и континууму, а символ  $P$  обозначает интегрирование в смысле главного значения Коши. Асимптотическая фаза дискретного осциллятора оказалась, таким образом, однозначно связанной с параметром Фано:

$$\varphi = -\arctg q. \quad (2.6)$$

Таким образом, поскольку арктангенс является нечетной, монотонно возрастающей функцией

своего аргумента асимптотическая фаза растет с уменьшением параметра асимметрии [20]. При нулевой фазе, т. е. когда осцилляции косинусоидальны, вся энергия вкладывается в состояния континуума и в спектре должен наблюдаться антирезонанс Фано.

Если сравнить результат работы [20] (формула (2.5)) с уравнением (2.3), то бросается в глаза, что в первом случае колебания дискретного осциллятора не затухают со временем, тогда как согласно (2.3) они должны затухать. Кроме того, функциональные зависимости для фазы (2.4) и (2.6) кардинально различаются. Поэтому против подхода к задаче в работе [20] можно привести следующие возражения. Во-первых, переход к пределу  $\gamma_k = \gamma \rightarrow 0$  не должен приводить к исчезновению затухания дискретного осциллятора, так как последнее происходит в задаче Фано не из-за диссипации энергии, а из-за расфазировки. Во-вторых, поскольку значение  $|q| \rightarrow \infty$  отвечает резонансному возбуждению осциллятора, при котором профиль Фано переходит в кривую Лоренца, задача должна сводиться к возбуждению одиночного осциллятора. Временной отклик в этом случае легко находится с помощью преобразования Фурье, и результатом является затухающая косинусоидальная функция, в то время как из (2.5) получается синусоидальная зависимость. Нетрудно видеть, что решение, полученное автором работы [20], пропорционально вещественной части фурье-компоненты амплитудного контура Фано на частоте  $\varepsilon = 1/q$ , на которой кривая Фано имеет максимум:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \left[ F \left( \omega = \omega_0 + \frac{\Gamma}{2q} \right) \exp(-i\omega_0 t) \right] = \\ = A(\omega_0) q \sqrt{1 + \frac{1}{q^2}} \cos(\omega_0 t - \arctg q). \quad (2.7) \end{aligned}$$

Мы можем, таким образом, заключить, что, несмотря на то что автор работы [20] первым обратил внимание на принципиальную связь между способом первоначального возбуждения системы (через дискретный осциллятор или через континуум) и асимптотической начальной фазой когерентных фоонов, его результат не согласуется с преобразованием Фурье от амплитудного контура Фано, даваемого уравнением (2.3).

По поводу замены квантовых уравнений задачи Фано классическими необходимо сделать также следующее замечание. Известно, что квантовое описание гармонического осциллятора в представлении Гейзенберга наиболее близко к классическому, поскольку некоммутирующие величины не играют

здесь определяющей роли. Тем не менее ряд тонких вопросов при переходе к классическому описанию остается. При замене операторов числовыми функциями неявно предполагается, что все осцилляторы находятся в когерентных состояниях, являющихся собственными состояниями операторов уничтожения. В некоторых условиях это предположение может и не выполняться, и тогда классического описания для системы взаимодействующих осцилляторов может просто не быть [21]. Однако в случае, когда континуум в задаче Фано образован электронными состояниями, а дискретный уровень связан с решеточными возбуждениями, параметром, определяющим возможность перехода к классическому описанию, является отношение частоты Дебая к энергии Ферми [22]. Именно малость этого параметра допускает использование кинетического уравнения, аналогично задаче о проводимости Друде.

### 3. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ ФАНО И КОГЕРЕНТНЫЕ ФОНОНЫ В ВИСМУТЕ: ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В качестве примера интерференции Фано для случая когерентных фононов рассмотрим фотоиндуцированный сверхкоротким лазерным импульсом отклик монокристалла висмута при гелиевой температуре. Висмут кристаллизуется в ромбоэдрической решетке  $A7$  с двумя атомами в элементарной ячейке. Его структуру можно рассматривать как результат растяжения простой кубической решетки вдоль одной из пространственных диагоналей, сопровождаемого относительным сдвигом двух соседних гранецентрированных подрешеток [23, 24]. Из шести фононов висмута оптические моды  $A_{1g}$  и  $E_g$  являются комбинационно-активными и могут быть когерентно возбуждены сверхкороткими лазерными импульсами [25, 26]. При этом полносимметричные  $A_{1g}$ -фононы висмута образуются противофазными смещениями атомов элементарной ячейки вдоль диагонали, относительно которой происходит пайерловский сдвиг. Эти фононы модулируют внутренний сдвиг, тогда как дважды вырожденные  $E_g$ -фононы модулируют сдвиг тригональный и возникают за счет противофазных смещений атомов, перпендикулярных тригональной оси.

Полносимметричные  $A_{1g}$ -фононы в недеформированной кубической решетке соответствуют продольным акустическим модам, тогда как  $E_g$ -фононы происходят из поперечных акустических мод  $R$ -точки зоны Бриллюэна. При сильном возбужде-

нии обе когерентные фононные моды демонстрируют чирп (зависимость от времени) частоты, который транслируется в частотную область в виде асимметрии профилей линий в спектрах, получаемых фурье-преобразованием время-разрешенного сигнала отражения [25, 26]. Внутренний сдвиг, приводя к удвоению объема элементарной ячейки и снимая вырождение между  $L$ - и  $T$ -точками зоны Бриллюэна, делает висмут диэлектриком (прямая щель около 30 мэВ в  $T$ -точке), тогда как тригональный сдвиг ответствен за переход диэлектрик–полуметалл [27]. Поверхность Ферми ромбоэдрического висмута состоит из трех электронных и одного дырочного эллипсоидов, причем экстремумы зоны проводимости находятся в  $L$ -точке, а валентной зоны — в  $T$ -точке зоны Бриллюэна [23, 24].

Для исследования интерференции Фано нами использовалась фемтосекундная лазерная установка, состоящая из генератора фемтосекундных импульсов на титанате сапфира и регенеративного усилителя (длина волны  $\lambda = 800$  нм, длительность импульса  $\tau = 45$  фс, частота следования импульсов 250 кГц). Измерения осуществлялись в вырожденной схеме накачки–зондирования при гелиевой температуре. Лазерные импульсы расщеплялись светоделительной пластинкой с десятикратным ослаблением интенсивности импульса зондирования по сравнению с импульсом накачки. Задержка импульсов зондирования относительно импульсов накачки осуществлялась с помощью линии задержки с шаговым двигателем. Оба пучка (накачка и зондирование) фокусировались ахроматическими линзами на базисную плоскость (0001) кристалла в области диаметрами 0.1 мм и 0.05 мм, т. е. размер зонда был значительно меньше размера области накачки, что позволяло минимизировать эффекты неоднородности возбуждения [28]. Изменяя поляризацию электрического вектора  $\mathbf{E}$  возбуждающего лазерного импульса относительно кристаллографических осей, можно инициировать движения атомов в различных направлениях [29], а меняя его интенсивность, варьировать величину смещения атомов от положения мгновенного равновесия [30]. Экспериментальная информация получалась в виде набора нормированных разностных сигналов отражения кристалла,

$$\frac{\Delta R}{R_0} \equiv \frac{R(t) - R_0}{R_0},$$

снятых в различные моменты времени до  $R_0$  и после  $R(t)$  возбуждения кристалла. Детально условия эксперимента описаны в более ранних работах [28, 30, 31].

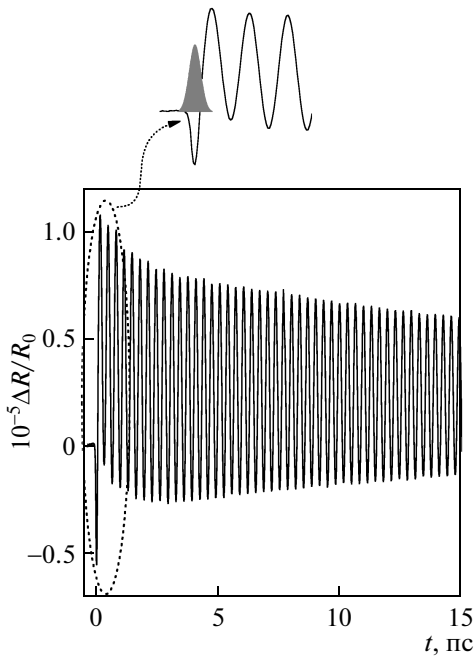


Рис. 2. Разрешенное во времени нормированное дифференциальное отражение  $\Delta R/R_0$  монокристалла  $\text{Bi}$  при гелиевой температуре в случае слабой накачки ( $F = 0.15$  мДж/см<sup>2</sup>). На вставке показана начальная часть сигнала вместе с автокорреляционной функцией лазерного импульса

В этой работе мы исследуем полносимметричные  $A_{1g}$ -фононы висмута, возбуждаемые в линейном режиме, для которого характерна пропорциональность между амплитудой смещения атомов и интенсивностью возбуждения [30]. Рассмотрим сначала полносимметричные фононы висмута при слабом возбуждении (плотность энергии импульса накачки  $F = 0.15$  мДж/см<sup>2</sup>), когда в фотоиндуцированном отклике, часть которого показана на рис. 2, слегка преобладает когерентный (осциллирующий) вклад. В последнем легко убедиться, разложив сигнал на когерентный и релаксационный (неосциллирующий) вклады, что иллюстрирует рис. 3. Однако при таком разложении остается неясным, в каком из вкладов остается взаимодействие между дискретным (фононным) уровнем и континуумом. Поэтому в дальнейшем будем, как правило, анализировать только полный сигнал.

Когерентный, осциллирующий вклад отклика обусловлен движением атомов кристалла и может быть связан с дискретным уровнем в проблеме Фано, тогда как релаксационный вклад ответствен за состояния континуума, энергетический спектр кото-

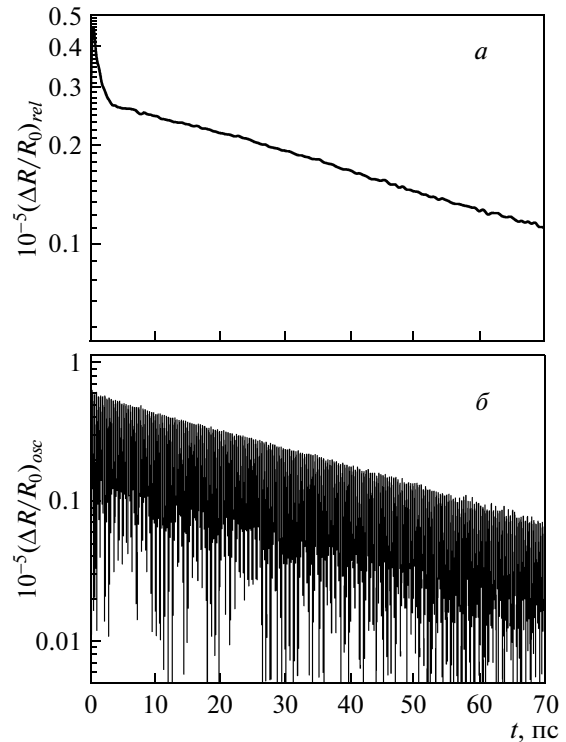


Рис. 3. Разложение фотоиндуцированного отражения на релаксационную (а) и когерентную (б) составляющие. Каждый из вкладов показан в полулогарифмическом масштабе, который делает очевидным экспоненциальный характер убывания сигналов

рого перекрывается с энергией фонона. При слабом возбуждении этот релаксационный вклад биэкспоненциально убывает, причем быстрая компонента затухает с характерным временем около 800 фс, тогда как характерное время жизни медленной компоненты превышает 100 пс (см. рис. 3). Электронная система после импульса возбуждения выводится из равновесного состояния и вскоре после этого достигает некоторого состояния, в котором изменение отражения максимально. Затем система возвращается к равновесному состоянию, достигая его за времена, несколько большие 100 пс. Осциллирующий вклад начинается с отрицательного провала, величина которого меньше амплитуды осцилляций, а время возникновения примерно совпадает с длительностью лазерного импульса [32, 33]. В работе [32] этот отрицательный провал был приписан действию импульсной силы поляризационной природы, пропорциональной градиенту давления электронной плотности, и отделен от силы, пропорциональной электронной плотности, ведущей к росту отражения

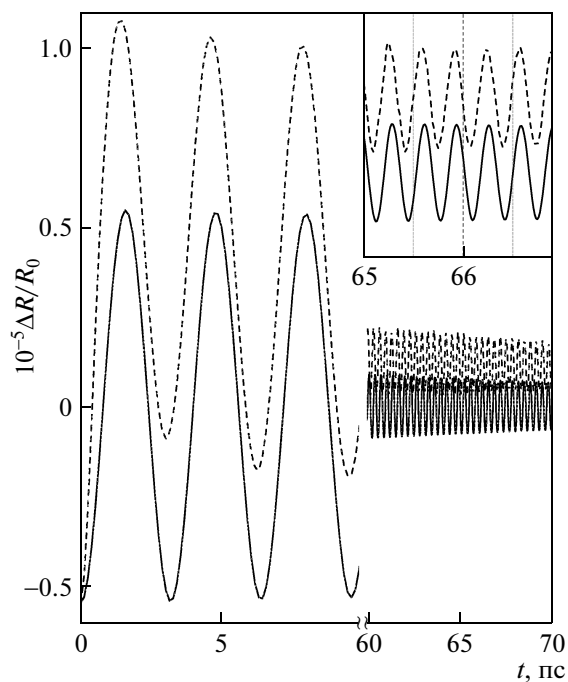


Рис. 4. Определение асимптотической фазы полносимметричных фононов в случае слабой накачки. Экспериментальная кривая показана штриховой линией, а подгоночная затухающая гармоническая функция — сплошной линией. На вставке в увеличенном масштабе приведены несколько циклов осцилляций при больших временных задержках и результат подгонки за вычетом константы, иллюстрирующие совпадение фаз в диапазоне подгонки

и являющейся основной для механизма смещения. Временной интервал, разделяющий минимум отрицательного провала и первый максимум сигнала не превышает 260 фс, что значительно больше полупериода полносимметричных фононов и примерно совпадает с полупериодом дважды вырожденных фононов. При положительных временных задержках осцилляции происходят с периодом  $325 \pm 5$  фс, который остается неизменным при малых и больших задержках.

Фурье-преобразование полного сигнала, показанное на рис. 5, свидетельствует, что в амплитудном спектре доминирует симметричный пик на частоте 3.06 ТГц, совпадающей с энергией полносимметричного  $A_{1g}$ -фонона. Его форма спектральной линии симметрична и хорошо аппроксимируется либо лоренцианом, либо профилем Фано с большим модулем отрицательного параметра асимметрии  $q$ . Начальная фаза осцилляций косинусоидальна (равна  $-\pi$ ), в чем легко убедиться либо под-

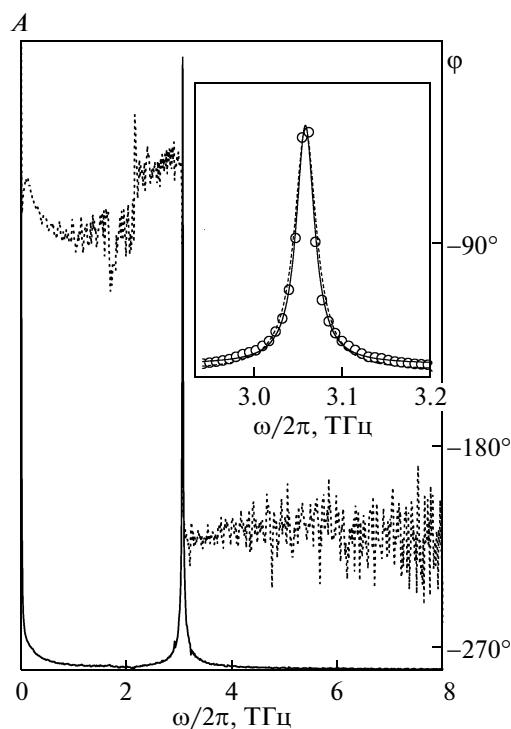


Рис. 5. Амплитудный (сплошная кривая) и фазовый (штриховая) спектры фотоиндуцированного отражения при слабом возбуждении. На вставке показан результат подгонки полносимметричного фонона функциями Фано (штриховая линия,  $q = -95$ ,  $\omega/2\pi = 3.06$  ТГц,  $\Gamma = 0.028$  ТГц) и Лоренца (сплошная линия,  $\omega/2\pi = 3.06$  ТГц,  $\gamma = 0.025$  ТГц); точки — эксперимент

гонкой в реальном времени, результат которой приведен на рис. 4, либо из фазового спектра, показанного на рис. 5. Также об этом свидетельствует действительная часть фурье-образа экспериментального сигнала  $\Delta R/R_0$ , показанная на рис. 6, которая отрицательна и симметрична относительно резонансной частоты. Эта часть интегрирует косинус-компоненты сигнала, а ее отрицательный знак свидетельствует о том, что полносимметричные осцилляции начинаются с отрицательного экстремума, соответствующего не «гребню» или «нулю» осцилляций, а их «впадине». Поскольку при слабом возбуждении частота осцилляций не зависит от времени, асимптотическая фаза  $\varphi$  совпадает с начальной фазой экспериментальной кривой, равной  $-\pi$ . Это совпадение асимптотической фазы с экспериментальной при слабом уровне возбуждения может свидетельствовать [20], что ширина спектра континуума достаточно велика, что реализуется также



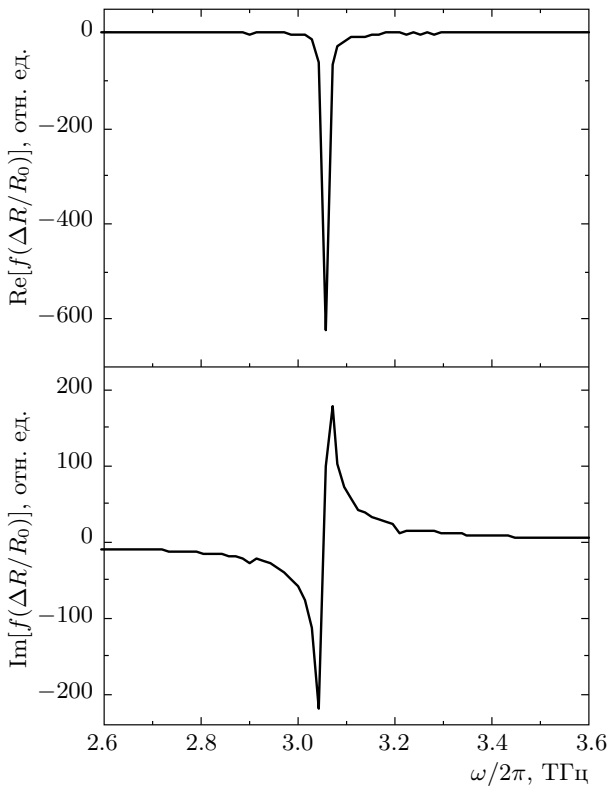


Рис. 6. Действительная и мнимая части фурье-образа экспериментального сигнала фотоиндуцированного отражения при слабом возбуждении

для случая кремния [10].

Для определения асимптотической начальной фазы  $\varphi$  мы аппроксимировали осцилляции в диапазоне 50–70 пс суммой затухающей гармонической функции и некой константы,

$$A = A_0 e^{-t/\tau} \cos(\omega t + \varphi) + \text{const}, \quad (3.1)$$

а затем экстраполировали подгоночную функцию за вычетом константы в область нулевых временных задержек. Для определения нулевой временной задержки, которая необходима для измерения начальной фазы, мы меняли местами импульсы накачки и зондирования и находили нулевую точку из симметрии двух кинетик [17]. Типичный результат такой инверсии, иллюстрирующий определение нулевой задержки, приведен на рис. 7.

Следует особо отметить, что фазовые спектры, которые существуют только для когерентных фононов, более чувствительны к флуктуациям атомов, чем спектры амплитудные. Действительно, если в последнем пик, соответствующий дважды вырожденным  $E_g$ -фононам на частоте 2.1 ТГц, полностью отсутствует, то в фазовом спектре вблизи

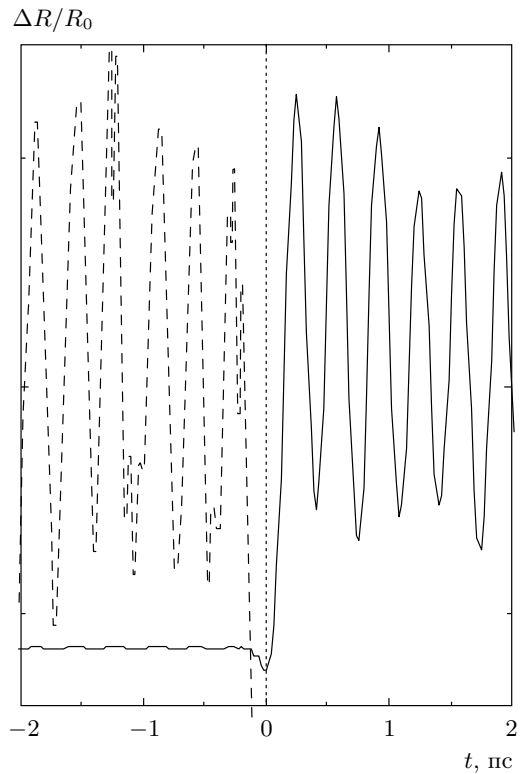
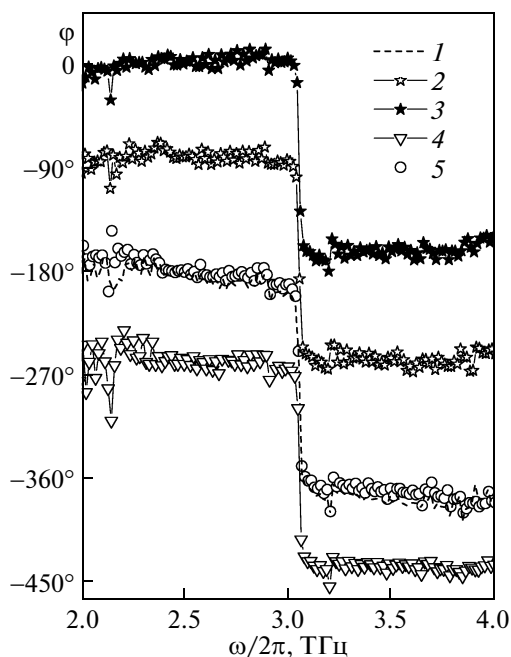


Рис. 7. Типичные кривые при нормальном (сплошная кривая) и инвертированном (штриховая кривая) следовании импульсов накачки и зондирования, иллюстрирующие определение нулевой задержки

этой частоты видны явные особенности (нерегулярные скачки фазы). Это связано с тем, что значение фазы, как правило, несет в себе больше информации о временной форме сигнала.

Постараемся исследовать фазовые спектры более детально, для чего будем варьировать левую границу временного окна, в котором делается фурье-преобразование. При этом левый край окна помещаем на экстремумы осцилляций для временных задержек, больших 5 пс, при которых быстрая компонента релаксационного вклада практически полностью исчезает. Правую границу окна менять не будем, зафиксировав ее при 70 пс. Результаты такого сдвига левого края временного окна представлены на рис. 8, на котором нечетные номера фазовых кривых соответствуют положению левого края окна, примерно совпадающему с нулями, тогда как четные — с экстремумами осцилляций. При этом первый экстремум отвечает впадине, тогда как второй соответствует гребню осцилляций. Очевидно, что сдвиг левого края временного окна в пределах

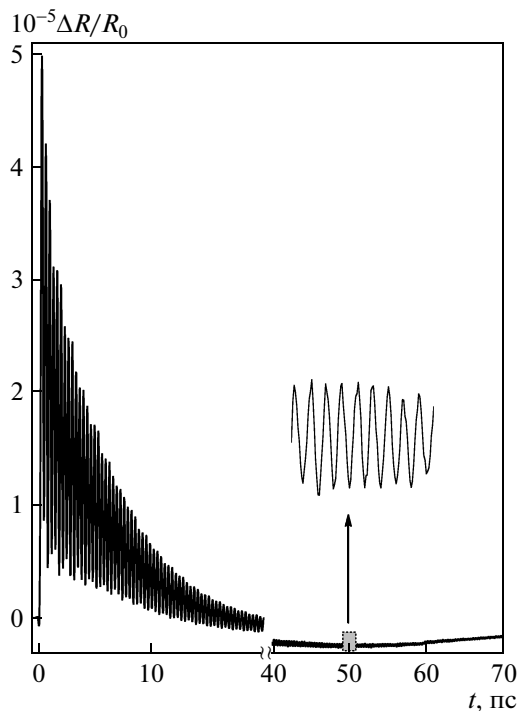


**Рис. 8.** Фазовые спектры при слабом возбуждении ( $F = 0.15$  мДж/см<sup>2</sup>) при сдвиге левого края временного окна в диапазоне около 5 пс. Нечетные номера фазовых кривых соответствуют нулям, тогда как четные — экстремумам осцилляций

одного периода осцилляций не приводит к изменению характера фазового спектра, который демонстрирует скачок фазы на  $\pi$  при резонансной энергии. При всех положениях левого края окна на частоте дважды вырожденных  $E_g$ -фононов наблюдаются особенности, отсутствующие в амплитудных спектрах.

Таким образом, при слабом возбуждении висмута колебания полносимметричных  $A_{1g}$ -фононов висмута имеют форму косинуса и большую величину модуля параметра асимметрии, свидетельствующую об их кинематическом возбуждении [28]. Поскольку асимметрия их спектральной линии мала, можно заключить, что при слабом возбуждении для  $A_{1g}$ -фононов в висмуте реализуется резонанс Брейта–Вигнера, а не резонанс Фано. Отметим, что этот результат находится в противоречии с теоретическим предсказанием работы [20], согласно которому при косинусоидальной форме осцилляций должен реализовываться антирезонанс Фано с параметром асимметрии  $q \rightarrow 0$ .

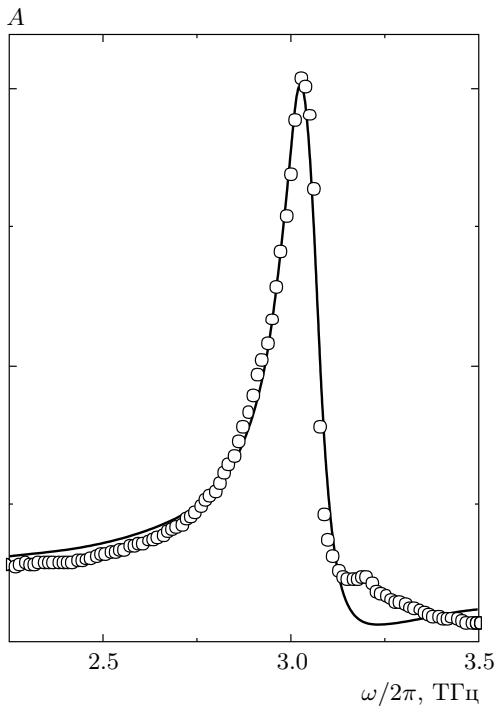
Увеличив интенсивность возбуждения в пять раз, снова проанализируем параметры фотоиндуци-



**Рис. 9.** Разрешенное во времени нормированное дифференциальное отражение  $\Delta R/R_0$  монокристалла  $\text{Bi}$  при гелиевой температуре в случае более сильной накачки ( $F = 0.75$  мДж/см<sup>2</sup>). На вставке показаны осцилляции при больших временах задержки в увеличенном масштабе

рованного отклика. Спад когерентной амплитуды в этом случае не описывается одной экспонентой, являясь многоэкспоненциальной функцией времени [29, 30]. Такой закон распада когерентного состояния свидетельствует о том, что вероятность распада зависит от времени, а флуктуации решеточных смещений являются негауссовыми. В этом случае информативность спектра мощности, измеряемого во временном домене, не совпадает с информативностью спектра мощности, доступного в частотной области, например в случае комбинационного рассеяния света [34].

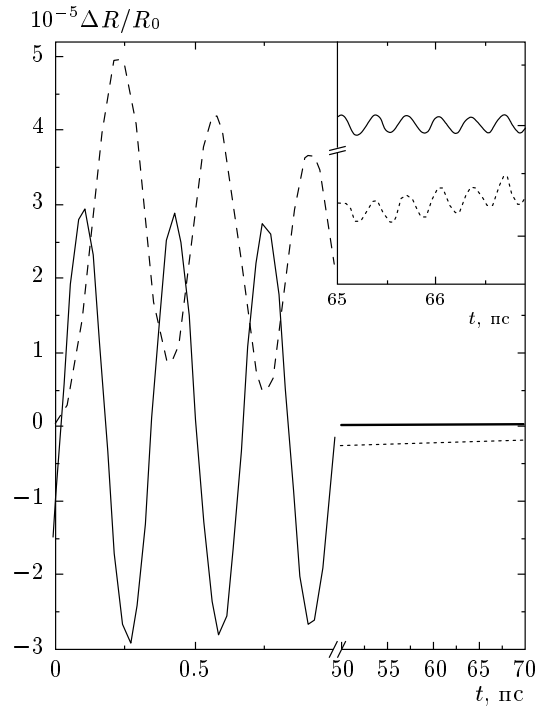
Из экспериментальной кривой фотоиндуцированного отражения, показанной на рис. 9, следует, что величина отрицательного провала уменьшается с увеличением интенсивности возбуждения, тогда как релаксационная и когерентные амплитуды растут линейно. Уменьшение величины отрицательного провала с ростом интенсивности позволяет усомниться в том, что он возникает из-за градиента давления электронной плотности [32], поскольку последний пропорционален величине интенсивно-



**Рис. 10.** Амплитудный фурье-спектр (точки) и его подгонка контуром Фано (сплошная линия) в случае более сильной накачки ( $F = 0.75$  мДж/см<sup>2</sup>)

сти возбуждающего импульса. Временной интервал, разделяющий минимум отрицательного провала и первый максимум сигнала, по сравнению со случаем слабого возбуждения уменьшается до 240 фс. Релаксационный вклад с ростом возбуждения изменяется. Электронная система, достигнув состояния, в котором изменение отражения максимально, демонстрирует спад, пересекая при  $t \approx 20$  пс нулевую линию и достигая при  $t \approx 50$  пс экстремального отрицательного значения, после чего монотонно приближается к равновесному значению. Изменяется и когерентный отклик: кроме упомянутого выше модифицированного закона распада начальные осцилляции при более интенсивном возбуждении происходят с несколько увеличенным периодом, однако этот сдвиг частоты является короткоживущим и в течение нескольких пикосекунд исчезает.

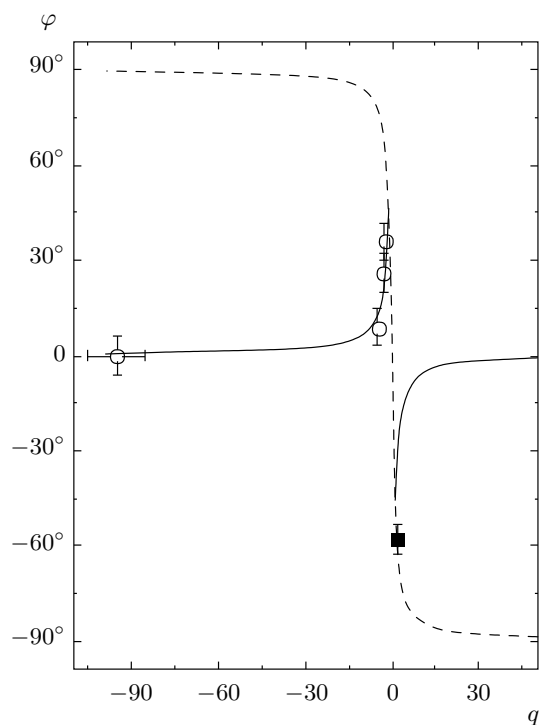
Фурье-преобразование фотоиндуцированного сигнала, результат которого приведен на рис. 10, свидетельствует о том, что в спектре доминируют полностью симметричные  $A_{1g}$ -осцилляции. Их форма спектральной линии сильно асимметрична, поскольку спад на высокочастотном крыле происходит быстрее, чем на низкочастотном. Подгонка линии полностью симметричных  $A_{1g}$ -фоонов при данном



**Рис. 11.** Определение асимптотической фазы полностью симметричных фоонов Фано в случае более сильной накачки ( $F = 0.75$  мДж/см<sup>2</sup>). Экспериментальная кривая показана штриховой линией, а подгоночная затухающая гармоническая функция — сплошной линией. На вставке в увеличенном масштабе приведены несколько циклов осцилляций при больших временных задержках и результат подгонки (за вычетом константы), иллюстрирующие совпадение фаз в диапазоне подгонки

возбуждению профилем Фано дает следующие параметры:  $q = -3.2$ , резонансная энергия 3.04 ТГц и ширина уровня  $\Gamma = 0.1$  ТГц. Отрицательное значение параметра асимметрии свидетельствует о том, что минимум контура реализуется на высокочастотном крыле спектральной линии, тогда как малое значение его модуля, по сравнению со случаем слабого возбуждения, отражает большую асимметрию спектральной линии.

Для определения асимптотической начальной фазы  $\varphi$  снова аппроксимируем осцилляции в диапазоне 50–70 пс выражением (3.1), а затем экстраполируем полученную гармоническую функцию к нулевой точке. Результат проведенной подгонки представлен на рис. 11. При таких больших временных задержках, на которых осуществляется аппроксимация отклика, осцилляции при данном уровне возбуждения имеют параметры (частота, затухание), практически совпадающие с параметрами осцилля-



**Рис. 12.** Связь между асимптотической фазой  $\varphi$  и параметром асимметрии  $q$ :  $\circ$  — значения асимптотической фазы и параметра асимметрии когерентных  $A_{1g}$ -фононов для плотностей возбуждения  $F = 0.15, 0.45, 0.75, 1.25$  мДж/см<sup>2</sup>, соответственно;  $\blacksquare$  — результат из работы [20] для когерентных фононов кремния ( $q = 1.3\text{--}2.0, \varphi = 58 \pm 5^\circ$ ). Ошибка в определении величины параметра асимметрии для Si и для трех последних плотностей возбуждения  $\Delta$  не превышает размера символа. Штриховая линия —  $\varphi = -\arctg q$ , сплошная линия —  $\varphi = -\arctg(1/q)$  для параметра асимметрии, меняющегося от  $-100$  до  $45$

ций при слабом возбуждении, а их начальная фаза, определяемая экстраполяцией к нулевой задержке, является асимптотической фазой  $\varphi$ , близкой к  $-4\pi/5$ .

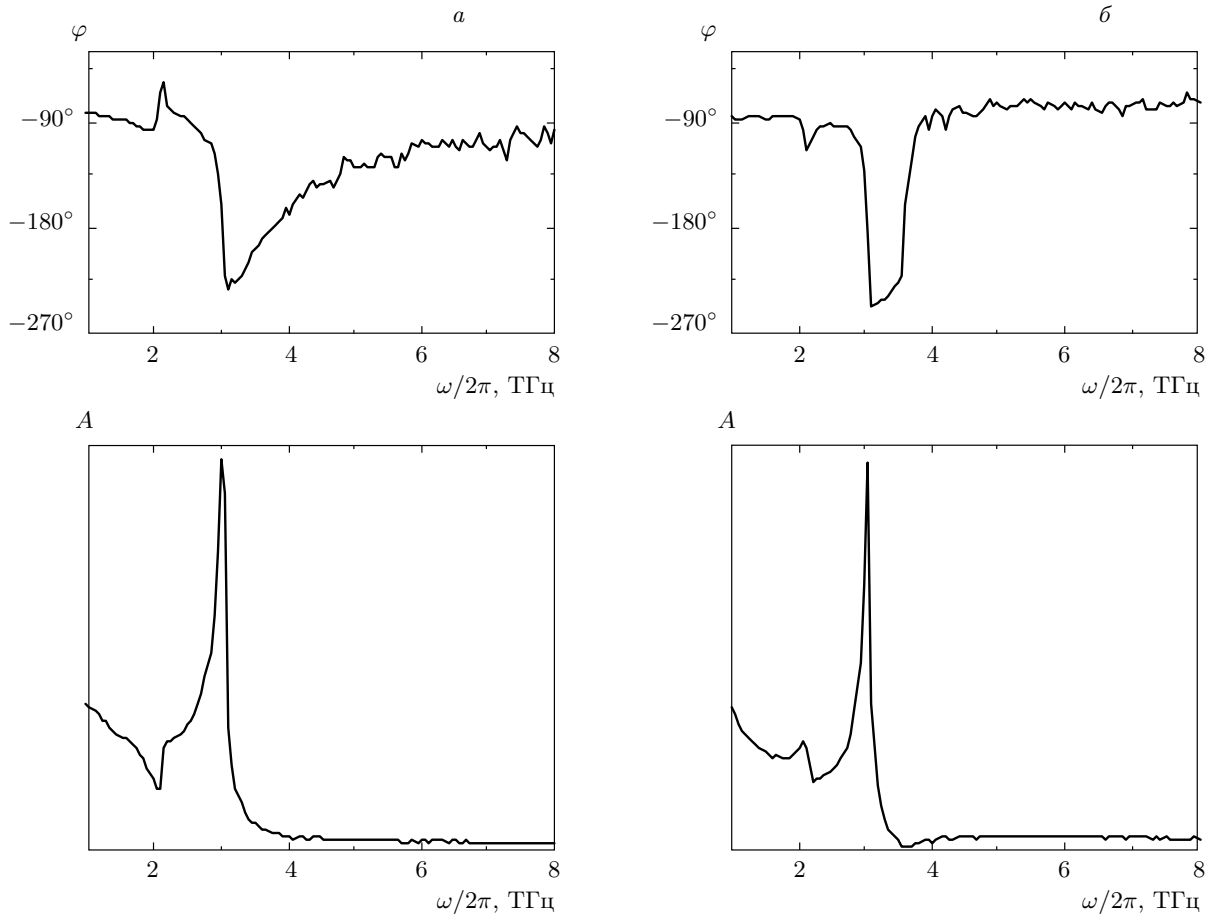
Сравним полученные экспериментально параметры асимметрии и асимптотических фаз с теоретической кривой работы [20] и уравнением (2.4). Поскольку арктангенс определен в интервале от  $-\pi/2$  до  $\pi/2$  преобразуем асимптотические фазы, чтобы они оказались в этом интервале, прибавив к каждой из них  $\pi$ . Такое преобразование, согласно [20], соответствует изменению знака амплитуды и не затрагивает физику в силу того, что значения фазы различающиеся на  $\pm\pi$  эквивалентны. Из рис. 12, на котором показано это сравнение, следует, что

для отрицательных значений параметра асимметрии уменьшение модуля  $q$ , т. е. увеличение асимметрии профиля, ведет к росту асимптотической фазы. Этот результат наблюдается и для случаев более сильного ( $F = 1.25$  мДж/см<sup>2</sup>) и более слабого ( $F = 0.45$  мДж/см<sup>2</sup>) возбуждения, параметры асимметрии и асимптотические фазы которых также представлены на рис. 12. Для полноты сравнения на рис. 12 показан также результат работы [20] для когерентных фононов Si.

Таким образом, экспериментальные данные свидетельствуют о том, что связь между асимптотической фазой и параметром асимметрии существует, однако ее функциональный вид не совпадает с предсказаниями работы [20]. Из сравнения данных для различной степени возбуждения следует, что достижение асимптотического предела в случае сильного возбуждения происходит после нескольких осцилляций, как и в случае когерентных фононов цинка [13], и может быть объяснено конечной шириной континуума [20]. Однако нельзя исключать и альтернативное объяснение, сводящееся к тому, что различие асимптотических и экспериментальных начальных фаз обусловлено чирпом частоты, вызванного релаксацией формы потенциала [28]. Также заметим, что уменьшение модуля параметра асимметрии с ростом интенсивности возбуждения сопровождается уменьшением резонансной частоты и ростом скорости распада когерентного фонона, причем второе происходит быстрее. Это совпадает с отмеченным ранее фактом [12], что действительная часть собственной энергии когерентного состояния решетки меняется медленнее, чем время жизни, контролируемое мнимой частью собственной энергии.

Следует особо отметить, что при любом уровне возбуждения, даже приводящем к разрушению кристалла, в спектре полностью симметричных  $A_{1g}$ -фононов не наблюдается ни антирезонанса Фано, который должен проявиться как симметричный провал в континууме, ни смены знака параметра асимметрии. Поэтому проверка предсказаний теории [20] и наших теоретических оценок при помощи исследования когерентных полностью симметричных  $A_{1g}$ -фононов является неполной, и в будущем необходимо изучить интерференции Фано для случая дважды вырожденных  $E_g$ -фононов, для которых оба упомянутых выше аспекта реализуются [11, 12].

Завершая исследование когерентных полностью симметричных  $A_{1g}$ -фононов в висмуте, обсудим фазовые спектры для случая, когда реализуется интерференция Фано. Ранее мы установили, что в случае слабого возбуждения, когда реализуется резонанс



**Рис. 13.** Фазовый и амплитудный спектры когерентных фононов висмута при сильном возбуждении ( $F = 1.25$  мДж/см<sup>2</sup>): *a* — для временного окна 0–70 пс; *б* — левая граница окна сдвинута на 1.78 пс и совпадает с минимумом осцилляций

Брейта–Вигнера, в фазовых спектрах наблюдается ступенчатое изменение фазы на резонансной частоте: фазы слева и справа от резонанса сдвинуты на  $\pi$ . Рассмотрим теперь фазовый спектр для случая самого сильного возбуждения ( $F = 1.25$  мДж/см<sup>2</sup>), использованного в данной работе (рис. 13). Следует сразу отметить, что все перечисленные ниже особенности реализуются всегда, когда существует интерференция Фано. Сравнивая фазовые спектры на рис. 13 и рис. 8, видим, что в случае резонанса Фано при прохождении резонансной энергии фаза меняется практически на  $2\pi$ , так как слева и справа от резонанса фазы совпадают. Это более отчетливо видно при сдвиге на 1–2 пс левого края временного окна, которое используется при фурье-преобразовании, что иллюстрирует рис. 13б. Такой сдвиг левого края временного окна к временам, когда резонанс Фано уже сформировался, позволяет отследить более тонкие детали резонанса, в частно-

сти локализовать частоты, при которых возникают скачки фазы. Подобное поведение фазы является, на первый взгляд, неожиданным. В случае, когда одно и то же состояние может быть достигнуто двумя альтернативными путями, из которых первый соответствует узкой линии, для которой фаза меняется на  $\pi$  в узком спектральном диапазоне от одного крыла линии до другого, а второй — фоновому сигналу, для которого в интересующей области резонанса фазу можно считать постоянной, следовало бы ожидать поведение фазового спектра, аналогичное резонансу Брейта–Вигнера.

Очевидно, что предположение о неизменности фазы континуума является, скорее всего, неверным, поскольку в случае интерференции Фано суммируются не вероятности, а амплитуды. Действительно, сравнение фазовых и амплитудных спектров на рис. 13б свидетельствует о том, что первый скачок фазы вниз происходит вблизи резонансной частоты,

тогда как скачок фазы вверх примерно совпадает с позицией нулевой амплитуды. Можно предположить, что особенности фазового спектра в случае резонанса Фано должны возникать при энергиях, определяемых корнями знаменателя и числителя выражения (1.2), т. е. при  $\varepsilon = 1/q$  и  $\varepsilon = -q$ , при которых происходит сдвиг фаз в противоположных направлениях. Сравнение с контуром Брейта–Вигнера (1.1), для которого особенность фазы возникает только за счет полюса, определяемого корнями знаменателя, делает очевидным различие в фазовых спектрах резонансов Фано и Брейта–Вигнера. Здесь следует отметить, что согласно модели, рассмотренной в работе [35], такое же поведение фазы реализуется для случая двух связанных осцилляторов, когда энергия закачивается в систему только через один из них. Также необходимо особо отметить, что в случае сильного возбуждения, для которого амплитудный и фазовый спектры приведены на рис. 13б, в амплитудном спектре дважды вырожденных  $E_g$ -когерентных фононов наблюдается явный антирезонанс Фано с  $q = 0$ . Поведение этого антирезонанса зависит от левой границы временного окна, в котором осуществляется преобразование Фурье [11, 12], что очевидно при сравнении спектров, показанных на рис. 13а и 13б.

Контур, напоминающий по виду контур Фано, возникает и в некоторых моделях [35, 36], отличающихся от модели Фано. Так, в работе [35] гамильтониан системы, состоящей всего из двух связанных осцилляторов, принципиально отличается от моделей, рассмотренных в работах [3, 20]. Тем не менее нормированная частотная зависимость квадрата модуля амплитуды  $c_1$  колебаний первого осциллятора с затуханием  $\gamma_1$  и круговой частотой  $\omega_1$  в окрестности резонансной частоты  $\omega_2$  второго осциллятора, затуханием которого можно пренебречь, весьма похожа на контур Фано:

$$\left| \frac{c_1}{a_1} \right|^2 \approx \frac{\varepsilon^2}{\left[ \varepsilon(\omega_1^2 - \omega_2^2) + \frac{\nu_{12}}{2\omega_2} \right]^2 + \gamma_1 \omega_2^2 \varepsilon^2}, \quad (3.2)$$

где  $\varepsilon = (\omega - \omega_2)/\nu_{12}$ ,  $\nu_{12}$  — константа взаимодействия. Хотя алгебраически уравнение (3.2) отличается от (1.2) и не может быть сведено к последнему, асимметрия контура возникает в (3.2), как и в задаче Фано, из-за взаимного влияния осцилляторов и определяется вторым членом в квадратных скобках знаменателя, пропорциональным константе взаимодействия  $\nu_{12}$ . Получается, что внешняя сила, действующая на первый осциллятор, не мо-

жет на некоторой частоте эффективно раскачать его колебания, поскольку этому противодействует второй осциллятор. Таким образом, хотя задача, рассмотренная в работе [35], строго говоря, не эквивалентна задаче Фано; она может оказаться полезной в будущем при изучении взаимодействия различных колебательных степеней свободы кристалла, в случае висмута — когерентных фононов  $A_{1g}$ - и  $E_g$ -симметрии. Отличием модели в [35] от модели Фано является также невозможность изменения знака параметра асимметрии, который определяется позицией резонансной частоты осциллятора, через который подводится энергия, относительно резонанса второго осциллятора.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На примере когерентных полносимметричных  $A_{1g}$ -фононов висмута, возбуждаемых сверхкороткими лазерными импульсами при гелиевой температуре, показано, что для отрицательных значений параметра асимметрии с уменьшением модуля параметра асимптотическая фаза возрастает. Таким образом, получено достаточно веское экспериментальное подтверждение того, что параметр асимметрии Фано  $q$  и асимптотическая начальная фаза  $\varphi$  гармонического осциллятора, взаимодействующего с континуумом, взаимосвязаны, однако функциональный вид связи кардинально отличается от предсказанного в работе [20]. Согласно [20], с уменьшением  $|q|$  для  $q \leq 0$  асимптотическая фаза уменьшается. Для большей уверенности в правильности теоретического предсказания о взаимосвязи  $q$  и  $\varphi$  следует исследовать интерференцию Фано для когерентных фононов более низкой симметрии, для которых при определенных обстоятельствах реализуется антирезонанс Фано, а параметр асимметрии может менять знак [11, 12].

Установлено, что фазовые спектры когерентных фононов являются значительно более чувствительными к атомным флуктуациям, чем спектры амплитудные. Так, для случая слабого возбуждения, при котором в амплитудном спектре отсутствуют особенности на частоте дважды вырожденных  $E_g$ -фононов, в фазовом спектре существуют нерегулярные скачки фазы на этой частоте. Кроме того, при возникновении резонанса Фано в фазовом спектре возникает частотное окно, на границах которого фазы совпадают, что существенным образом отличает его от резонанса Брейта–Вигнера, для

которого реализуется однократный скачок фазы на  $\pi$ . Границы фазового окна определяются нулями и полюсами профиля Фано и после формирования резонанса примерно совпадают с  $\varepsilon = 1/q$  и  $\varepsilon = -q$ . Таким образом, в дополнение к асимметрии спектральной линии, существующей в амплитудном спектре и являющейся неотъемлемым признаком интерференции Фано, экспериментально установлено еще одно ее проявление — на этот раз в фазовом спектре.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 13-02-00263а, 14-02-00105а).

## ЛИТЕРАТУРА

1. G. Breit and E. Wigner, *Phys. Rev.* **49**, 519 (1936).
2. U. Fano, *Nuovo Cimento* **12**, 156 (1935).
3. U. Fano, *Phys. Rev.* **124**, 1866 (1961).
4. E. Majorana, *Nuovo Cimento* **8**, 107 (1931).
5. A. E. Miroshnichenko, S. Flach, and Yu. S. Kivshar, *Rev. Mod. Phys.* **82**, 2257 (2010).
6. K. Ishioka and O. V. Misochko, In *Progress in Ultrafast Intense Laser Science V*, ed. by K. Yamanouchi, A. Giullietti, and K. Ledingham, Springer Ser. Chem. Phys. **98**, 23 (2010).
7. О. В. Мисочко, *ЖЭТФ* **119**, 285 (2001).
8. U. Siegner, M.-A. Mycek, S. Glutsch, and D. S. Chemla, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 470 (1995).
9. M. Hase, M. Kitajima, A. M. Constantinescu, and H. Petek, *Nature* **426**, 51 (2003).
10. K. Kato, A. Ishizawa, K. Oguri et al., *Jpn. J. Appl. Phys.* **48**, 100205 (2009).
11. О. В. Мисочко, М. Хасе, К. Ишиока, М. Китажима, *Письма в ЖЭТФ* **82**, 478 (2005).
12. O. V. Misochko, K. Ishioka, M. Hase, and M. Kitajima, *J. Phys.: Condens. Matter* **19**, 156227 (2007).
13. M. Hase, J. Demsar, and M. Kitajima, *Phys. Rev. B* **74**, 212301 (2006).
14. J. D. Lee, J. Inoue, and M. Hase, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 157405 (2006).
15. O. V. Misochko, K. Kisoda, K. Sakai, and S. Nakashima, *Phys. Rev. B* **61**, 4305 (2000).
16. L. Dhar, J. A. Rogers, and K. A. Nelson, *Chem. Rev.* **94**, 157 (1994).
17. H. J. Zeiger, J. Vidal, T. K. Cheng et al., *Phys. Rev. B* **45**, 768 (1992).
18. R. Merlin, *Sol. St. Comm.* **102**, 207 (1997).
19. A. A. Melnikov, O. V. Misochko, and S. V. Chekalin, *Phys. Lett. A* **375**, 2017 (2011).
20. D. M. Riffe, *Phys. Rev. B* **84**, 064308 (2011).
21. О. В. Мисочко, *УФН* **183**, 917 (2013).
22. Л. А. Фальковский, *Письма в ЖЭТФ* **62**, 227 (1995).
23. Л. А. Фальковский, *УФН* **94**, 3 (1968).
24. В. С. Эдельман, *УФН* **123**, 257 (1977).
25. K. Ishioka, M. Kitajima, and O. V. Misochko, *J. Appl. Phys.* **100**, 093501 (2006).
26. O. V. Misochko, K. Ishioka, M. Hase, and M. Kitajima, *J. Phys.: Condens. Matter* **18**, 10571 (2006).
27. A. B. Shick, J. B. Ketterson, D. L. Novikov, and A. J. Freeman, *Phys. Rev. B* **60**, 15484 (1999).
28. O. V. Misochko, M. V. Lebedev, and E. V. Lebedeva, *Phys. Rev. B* **90**, 014301 (2014).
29. J. Flock, T. Dekorsy, and O. V. Misochko, *Appl. Phys. Lett.* **105**, 011902 (2014).
30. О. В. Мисочко, М. В. Лебедев, *ЖЭТФ* **136**, 931 (2009).
31. О. В. Мисочко, *ЖЭТФ* **145**, 262 (2014).
32. D. Boschetto, E. G. Gamaly, A. V. Rode et al., *Phys. Rev. Lett.* **100**, 027404 (2008).
33. O. V. Misochko, M. Kitajima, and K. Ishioka, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 029701 (2009).
34. Е. Б. Александров, Ю. М. Голубев, А. В. Ломакин, В. А. Лоскин, *УФН* **140**, 547 (1983).
35. Y. S. Joe, A. M. Satanin, and C. S. Kim, *Phys. Scr.* **74**, 259 (2006).
36. O. V. Misochko and E. Ya. Sherman, *Physica C* **222**, 219 (1994).