

# КВАНТОВЫЕ СОСТОЯНИЯ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА И ПРОДОЛЬНАЯ ПРОВОДИМОСТЬ ДВОЯКОПЕРИОДИЧЕСКИХ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ РЕШЕТОЧНЫХ СТРУКТУР $n$ -ТИПА В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

*А. А. Перов\**, *И. В. Пенягин*

*Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского  
603950, Нижний Новгород, Россия*

Поступила в редакцию 17 ноября 2014 г.

В одноэлектронном приближении во внешних взаимно перпендикулярных однородных магнитном и электрическом полях рассчитаны квантовые состояния носителей в двумерных двоякопериодических полупроводниковых сверхрешетках квантовых точек  $n$ -типа со спин-орбитальным взаимодействием Рашба в электронном газе. На основе решения квазиклассического кинетического уравнения Больцмана показано, что в слабом постоянном электрическом поле в исследуемых структурах возможны состояния носителей в магнитных минизонах Ландау с отрицательной дифференциальной проводимостью.

DOI: 10.7868/S0044451015070111

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Полупроводниковые структуры с искусственно созданной кристаллической периодичностью являются перспективными объектами для создания на их базе фоточувствительных приборов, лазеров, спиновых фильтров и клапанов. Следует отметить, что интерес к сверхрешеткам возник полвека назад после того, как Келдыш опубликовал свою работу [1], где изложил идею создания сверхпериодичности в кристалле с помощью акустической волны. Следует отметить, что с тех пор как были опубликованы первые работы по сверхрешеткам, вплоть до настоящего времени интерес к этим квантовым структурам не ослабевает. Так, следуя хронологическому порядку, в присутствии высокочастотного поля в одномерных сверхрешетках были предсказаны эффекты абсолютной отрицательной проводимости, полной самоиндуцированной прозрачности, осциллирующей зависимости тока от напряженности высокочастотного поля [2–5], а также наличие резонанса статического тока в полупроводниках со сверхрешеткой при совпадении кратных ларморовской и штарковской частот [6]. Наличие в минизоне сверхрешет-

ки областей с отрицательной эффективной массой оказалось определяющим для экспериментально обнаруженного эффекта Шапиро в сверхрешетке [7]. Если размер данной области занимает значительную часть зоны Бриллюэна, то наряду с эффектом брэгговского отражения отрицательная эффективная масса становится причиной возникновения отрицательной дифференциальной проводимости [8].

Экспериментальному исследованию транспорта в одномерных сверхрешетках с узкими запрещенными минизонами посвящена статья [9]. Было установлено, что эффекты межминизонного туннелирования определяют особенности вольт-амперных характеристик (ВАХ) одномерной структуры и создают условия для возникновения динамической отрицательной дифференциальной проводимости, ответственной за эффект генерации терагерцевого излучения в сверхрешетках, перестраиваемых электрическим полем в существенно большем, чем в каскадных лазерах, диапазоне.

Современные двоякопериодические полупроводниковые сверхрешетки создаются как в процессе эпитаксиального роста [10], так и методами электронной литографии высокого разрешения [11]. В таких структурах длина свободного пробега носителей заряда значительно превосходит период сверхрешетки, который составляет несколько десятков наномет-

\*E-mail: 19perov73@gmail.com

ров. Во внешнем магнитном поле электронные блоховские состояния имеют богатую топологию [12]. Как следствие, возникают новые транспортные [13] и магнитооптические эффекты [14] в газе носителей, обусловленные наличием электронного спина. В двумерных сверхрешетках без центра инверсии, помещенных в перпендикулярное магнитное поле, может возникать управляемый эффект спиновой намагниченности электронного газа [15].

В настоящей статье представлены результаты проведенных нами модельных аналитических и численных расчетов квантовых состояний носителей и ВАХ дwoякопериодических полупроводниковых сверхрешеток  $n$ -типа во внешних постоянных однородных взаимно перпендикулярных магнитном и электрическом полях. Магнитное поле предполагается таковым, что число квантов магнитного потока через элементарную ячейку сверхрешетки является рациональным числом,

$$\Phi/\Phi_0 = \frac{|e|Ha^2}{2\pi\hbar c} = \frac{p}{q},$$

где  $p$  и  $q$  — взаимно простые числа,  $e$  — заряд электрона,  $H$  — модуль вектора напряженности магнитного поля,  $a$  — период сверхрешетки,  $\Phi_0 = 2\pi\hbar c/|e|$  — квант магнитного потока,  $c$  — скорость света. Модельные расчеты энергетического спектра проведены нами в отсутствие вихревых токов в двумерном газе электронов [16] и в той области значений экспериментально реализуемых параметров системы [17], когда характерная энергия Ландау значительно превышает величины сопоставимых между собой спинового и спин-орбитального расщеплений в спектре, а также расщепления, обусловленного действием на электрон периодического поля сверхрешетки.

Стоит отметить, что действия на электрон постоянного перпендикулярного к плоскости газа магнитного поля и дwoякопериодического электростатического поля сверхрешетки существенно различаются по своей природе. Так, магнитное поле квантует поперечное движение частицы, а поле сверхрешетки приводит к образованию магнитных блоховских энергетических подзон. В результате снятия вырождения по центру орбиты в магнитном поле энергия электрона в каждой такой минизоне становится зависящей от квазиимпульса  $\mathbf{k}$ .

Далее в работе на основе решения квазиклассического кинетического уравнения Больцмана (в слабом электрическом поле в отсутствие эффектов межподзонного туннелирования в спектре) рассчитан эффект отрицательной дифференциальной про-

водимости в условиях продольного транспорта в пределах одной выбранной магнитной блоховской подзоны. При этом учитывалось лишь упругое рассеяние на примесях в приближении времени релаксации импульса, а рассеяние на фононах исключалось близкой к нулю абсолютной температурой. Таким образом, речь идет об остаточной проводимости, обусловленной наличием примесей. Эффект отрицательной дифференциальной проводимости сверхрешеток сам по себе не является новым эффектом, но в исследуемых двумерных решеточных структурах ранее не обсуждался и не изучался. Кроме того, в работе показано, что эффекты зарядового транспорта в продольном направлении оказываются нечувствительными к спиновым свойствам системы, в то время как в холловском направлении законы квантования кондактанса существенно различны для различных типов спин-орбитального взаимодействия в электронном газе [13].

## 2. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

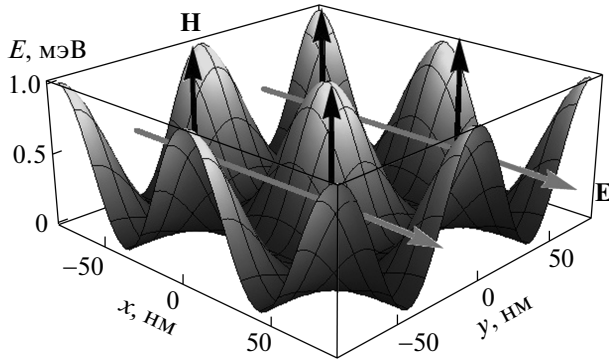
Модельный гамильтониан, описывающий квантомеханическое движение электрона в двумерной дwoякопериодической квадратной сверхрешетке, в постоянном однородном магнитном поле с учетом эффекта Зеемана и спин-орбитального взаимодействия Рашба в электронном газе имеет вид

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}(x, y) = \frac{(\hat{\mathbf{p}} - e\mathbf{A}/c)^2}{2m^*} \hat{E} + \frac{\alpha}{\hbar} [\mathbf{e}_z \times \hat{\boldsymbol{\sigma}}] \cdot (\hat{\mathbf{p}} - e\mathbf{A}/c) - g\mu_B H \hat{\sigma}_z + V(x, y) \hat{E}, \quad (1)$$

где  $\mu_B$  — магнетон Бора,  $g$  —  $g$ -фактор Ланде,  $\hat{E}$  — единичная матрица размерности  $2 \times 2$ ,  $m^*$  — эффективная масса электрона,  $\hat{\mathbf{p}}$  — оператор импульса,  $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$  — вектор, составленный из матриц Паули,  $\mathbf{e}_z$  — единичный вектор направления декартовой оси  $z$ ,  $\alpha$  — константа спин-орбитального взаимодействия Рашба. Для векторного потенциала  $\mathbf{A}$  магнитного поля  $\mathbf{H} = \{0, 0, H\}$  выбрана в дальнейшем калибровка Ландау  $\mathbf{A} = \{0, Hx, 0\}$ . Знакопостоянная функция

$$V(x, y) = V_0 \cos^2\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cos^2\left(\frac{\pi y}{a}\right) \quad (2)$$

моделирует периодический электростатический потенциал поля двумерной сверхрешетки с периодом  $a$  и амплитудой  $V_0$  (рис. 1). Поскольку характерный период сверхрешеток в несколько десятков нанометров на два порядка превосходит масштаб естественной периодичности кристалла, использование при-



**Рис. 1.** Модельный двоякопериодический электростатический потенциал сверхрешетки (2). Указаны направления внешних магнитного  $\mathbf{H}$  и электрического  $\mathbf{E}$  полей

ближения изотропной эффективной массы в  $\Gamma$ -точке является оправданным.

Известно [18], что спектр оператора  $\hat{\mathcal{H}}_0$  является дискретным, уровни энергии объединяются в пары, а разница в энергиях уровней каждой из пар нетривиально определяется спиновым и спин-орбитальным расщеплениями:

$$E_0^+ = \hbar\omega_c/2 + g\mu_B H,$$

$$E_S^\pm = \hbar\omega_c S \pm \sqrt{(\hbar\omega_c + 2g\mu_B H)^2 + 8\alpha^2 S/l_H^2}, \quad (3)$$

$$S = 1, 2, 3, \dots,$$

где  $\omega_c$  и  $l_H$  — соответственно циклотронная частота и магнитная длина. При актуальных для современных экспериментов параметрах сверхрешеток [17] и величинах напряженности магнитного поля порядка  $3 \cdot 10^4$  Э, энергии зеемановского расщепления в спектре, спин-орбитального взаимодействия ( $E_{so}$ ) и расщепления в спектре, обусловленного действием электростатического поля сверхрешетки на электрон, оказываются сопоставимыми между собой. При этом выполняется условие  $\hbar\omega_c \gg V_0 \sim E_{so}$ , позволяющее производить расчет квантовых состояний электрона с гамильтонианом (1) в так называемом двухуровневом приближении, когда можно пренебречь примесью состояний невозмущенных пар уровней (3) в состояниях магнитных блоховских подзон рассматриваемой пары с заданным значением номера  $S$ .

Проведем расчет электронных спиновых состояний магнитных блоховских подзон, образованных из энергетических уровней основной пары, а именно,  $E_0^+$  и  $E_1^-$ . Волновая функция электрона в  $\mu$ -й магнитной подзоне ( $\mu = 1, \dots, 2p$ ), удовлетворяю-

щая обобщенным граничным условиям Блоха в магнитном поле [19], представляется в виде симметризованной линейной комбинации базисных состояний указанной пары уровней:

$$\Psi_{\mathbf{k}}^\mu(x, y) = \begin{pmatrix} \Psi_{1\mathbf{k}}^\mu(x, y) \\ \Psi_{2\mathbf{k}}^\mu(x, y) \end{pmatrix} =$$

$$= \sum_{n=1}^p \sum_{l=-\infty}^{\infty} \exp \left[ ik_x a \left( lq + \frac{nq}{p} \right) + \frac{2\pi iy}{a} (lp + n) \right] \times$$

$$\times [A_n^\mu(\mathbf{k})\psi_{0nl\mathbf{k}}^+(x, y) + B_n^\mu(\mathbf{k})\psi_{1nl\mathbf{k}}^-(x, y)], \quad (4)$$

где

$$\psi_{0nl\mathbf{k}}^+(x, y) = \exp(ik_y y) \begin{pmatrix} 0 \\ \varphi_0(\xi_{nl}) \end{pmatrix},$$

$$\psi_{1nl\mathbf{k}}^-(x, y) = \frac{\exp(ik_y y)}{\sqrt{1 + D_1^2}} \begin{pmatrix} \varphi_0(\xi_{nl}) \\ -D_1\varphi_1(\xi_{nl}) \end{pmatrix}$$

— базисные спиновые волновые функции электрона с энергиями соответственно  $E_0^+$  и  $E_1^-$ ,  $D_1$  — нормировочный множитель [18],  $\varphi_N(\xi_{nl})$  — осцилляторные функции Ландау,  $\xi_{nl} = (x - x_0 - lqa - nqa/p)/l_H$ ,  $x_0 = k_y l_H^2$ . Электронный квазиимпульс определен в магнитной зоне Бриллюэна (МБЗ):

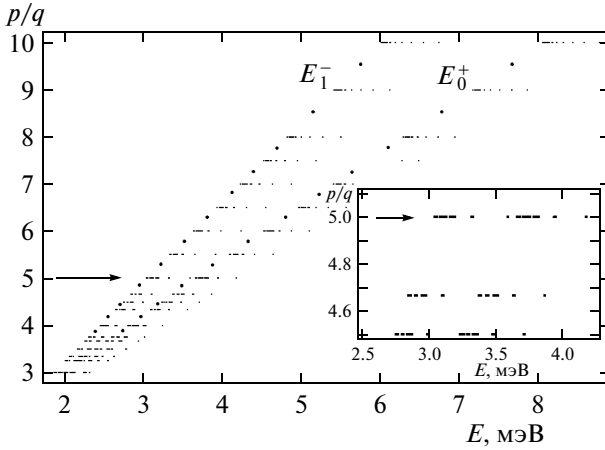
$$-\frac{\pi}{qa} \leq k_x \leq \frac{\pi}{qa}, \quad -\frac{\pi}{a} \leq k_y \leq \frac{\pi}{a}.$$

Численное решение задачи на собственные значения и собственные функции для гамильтониана (1) проводилось путем унитарных преобразований базиса, сохраняющих норму вектора.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

#### 3.1. Спектр электрона

На рис. 2 представлены рассчитанные положения магнитных подзон Ландау в зависимости от значения числа квантов магнитного потока через элементарную ячейку сверхрешетки в гетеропереходе  $\text{In}_{0.77}\text{Ga}_{0.23}\text{As}/\text{GaAs}$  с поверхностной сверхрешеткой. При положительном значении амплитуды  $V_0$  периодического потенциала магнитные подзоны по числу, равному  $2p$ , располагаются по энергии выше положения невозмущенных уровней основной пары, отмеченных жирными точками. При указанных параметрах сверхрешетки в магнитных полях  $H \lesssim 2 \cdot 10^4$  Э, соответствующих  $p/q \leq 3$ , из-за неполноты базиса в выражении (4) двухуровневое приближение становится неприменимым. На рис. 2 и на вставке в увеличенном масштабе стрелками отмечены магнитные подзоны при  $p/q = 5/1$ . В нижней из



**Рис. 2.** Зависимость положения магнитных блоховских подзон, относящихся к расщепленному по сплину основному уровню Ландау, от числа квантов магнитного потока через элементарную ячейку сверхрешетки в модельной структуре  $\text{In}_{0.77}\text{Ga}_{0.23}\text{As}/\text{GaAs}$  при параметрах  $V_0 = 1$  мВ,  $m^* = 0.05m_0$ ,  $g = -4.0$ ,  $\alpha = 2.5 \cdot 10^{-2}$  эВ·нм,  $a = 80$  нм ( $m_0$  — масса свободного электрона). Стрелками отмечены магнитные подзоны при  $p/q = 5/1$

указанных подзон ( $\mu = 1$ ) нами был рассчитан закон дисперсии электрона  $E_\mu(\mathbf{k})$  (рис. 3а). Функция  $E_1(\mathbf{k})$  является четной функцией квазиимпульса в магнитной зоне Бриллюэна, поскольку периодический потенциал (2) поля сверхрешетки центросимметричен.

Влияние слабого электрического поля  $\mathbf{E} = \{E_x, 0, 0\}$  на квантовомеханическое движение магнитного блоховского электрона в подзонах учитывалось нами в первом порядке стационарной теории возмущений по малому параметру  $|e|E_x a / \hbar \omega_c$ , где  $\omega_c = |e|H / m^* c$  — циклотронная частота в магнитном поле. Для матричных элементов оператора возмущения  $\hat{W} = eE_x x$  было получено аналитическое выражение

$$W_{\alpha\gamma}(\mathbf{k}) = \frac{|e|E_x l_H^2}{qa\sqrt{2}} \frac{D_1}{\sqrt{1 + D_1^2}} \times \sum_{i,j=1}^p \left[ (A_j^\alpha(\mathbf{k}))^* B_i^\gamma(\mathbf{k}) + (B_j^\alpha(\mathbf{k}))^* A_i^\gamma(\mathbf{k}) \right], \quad (5)$$

где наборы коэффициентов  $A$  и  $B$  определяют собственные функции (4) гамильтониана (1) в состояниях магнитных подзон с номерами  $\alpha$  и  $\gamma$ .

На рис. 3б представлены результаты расчетов поправки к спектру электрона в основной магнитной блоховской подзоне (рис. 3а) в электрическом поле

$E_x = 100$  В/см при  $p/q = 5/1$ . На масштабе магнитной зоны Бриллюэна знакопеременный диагональный матричный элемент  $W_{11}(\mathbf{k})$  оператора  $\hat{W}$  приводит к исчезновению симметрии поворотной оси четвертого порядка в законе дисперсии электрона в мизоне.

### 3.2. Продольная проводимость в электрическом поле

В нижней магнитной подзоне ( $\mu = 1$ ) при числе квантов магнитного потока через элементарную ячейку сверхрешетки  $p/q = 5/1$  был проведен расчет величины поверхностной плотности  $j_x$  электрического тока как функции внешнего постоянного однородного электрического поля  $\mathbf{E} = \{E_x, 0, 0\}$ :

$$j_x^\mu(E_x) = |e| \frac{2}{(2\pi)^2} \times \int_{\mathbf{k} \in \text{MBZ}} v_x^\mu(\mathbf{k}) f^\mu(\mathbf{k}, E_x) dk_x dk_y. \quad (6)$$

Уровень Ферми при расчетах располагался в следующей за рассматриваемой магнитной подзоной энергетической щели, так что концентрация носителей составляла малую величину порядка  $n = 10^{10}$  см<sup>-2</sup>. Проекция вектора скорости  $v_x^\mu(\mathbf{k})$  электрона и его эффективная масса в подзоне Ландау существенным образом зависят от точки в магнитной зоне Бриллюэна, по которой ведется интегрирование в выражении (6).

В слабом электрическом поле неравновесная функция распределения  $f^\mu(\mathbf{k}, E_x)$  носителей заряда в  $\mu$ -й магнитной подзоне рассчитывалась исходя из численного решения квазиклассического однородного кинетического уравнения Больцмана в  $\tau$ -приближении:

$$\frac{|e|E_x}{\hbar} \frac{\partial f^\mu(\mathbf{k}, E_x)}{\partial k_x} = -\frac{1}{\tau} [f^\mu(\mathbf{k}, E_x) - F^\mu(\mathbf{k})], \quad (7)$$

где  $F^\mu(\mathbf{k}) = f^\mu(\mathbf{k}, 0)$  — равновесная функция распределения Ферми–Дирака. На рис. 4 представлена функция распределения электронов  $f^1(\mathbf{k}, E_x = 100$  В/см) в основной магнитной блоховской подзоне. В отличие от равновесной функции она не обладает симметрией поворотной оси четвертого порядка в магнитной зоне Бриллюэна, и в электрическом поле распределение носителей смещается в холловском направлении.

На рис. 5 приведена зависимость поверхностной плотности электрического тока,  $j_x^\mu(E_x)$ , в основной

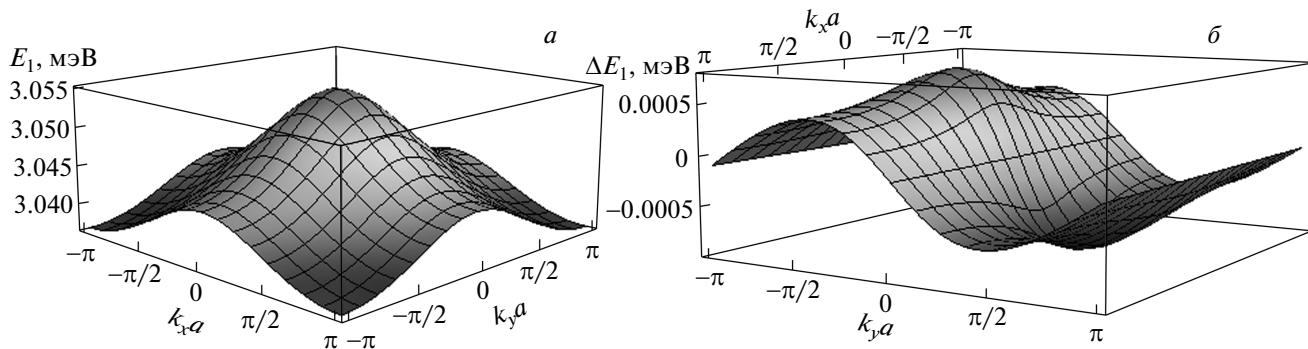


Рис. 3. Закон дисперсии электрона (а) и поправка к спектру (б) в слабом электрическом поле в основной магнитной блоховской подзоне Ландау при  $p/q = 5/1$

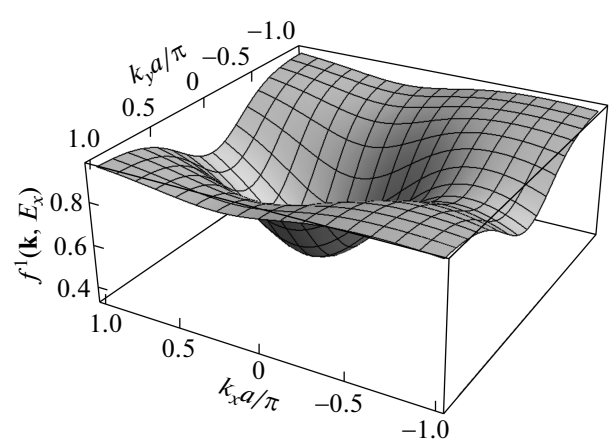


Рис. 4. Неравновесная функция распределения носителей в основной магнитной подзоне Ландау в электрическом поле с напряженностью  $E_x = 100$  В/см. Параметры структуры те же, что и на рис. 2

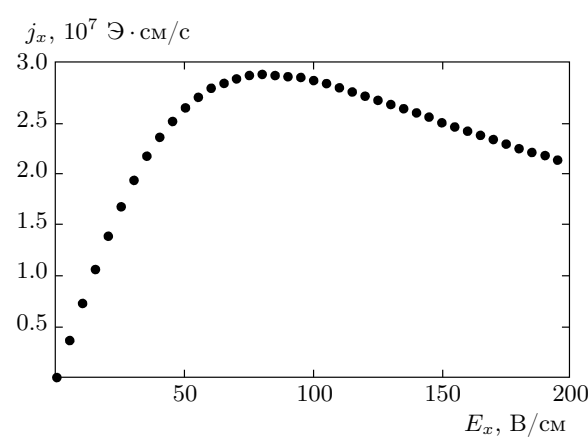


Рис. 5. Зависимость поверхностной плотности тока от напряженности внешнего электрического поля в нижней магнитной блоховской подзоне при  $p/q = 5/1$ . Модельные параметры электронного газа в структуре те же, что и на рис. 2

( $\mu = 1$ ) магнитной блоховской подзоне от величины напряженности внешнего электрического поля при  $p/q = 5/1$ . Расчетные модельные параметры структуры здесь те же, что и в случае рис. 2, а время релаксации электронного импульса составляло величину  $\tau = 10^{-12}$  с. Расчеты показывают, что имеет место переход от структуры с линейной ВАХ к участку насыщения поверхностного тока с его последующим уменьшением с возрастанием напряженности внешнего электрического поля. В области значений напряженности электрического поля, соответствующей равенству между штарковской частотой и обратным временем релаксации, наблюдается, таким образом, переход от омического участка ВАХ к участку с отрицательной диффе-

ренциальной проводимостью. Как показывают наши дополнительные расчеты, величина продольного электрического тока мало чувствительна к различным вкладам в спин-орбитальное взаимодействие (Рашба, Дрессельхауза) в электронном газе. В то же время было бы некорректно утверждать, что вклады в спин-орбитальное взаимодействие определяют прежде всего спиновые свойства системы, а не эффекты зарядового транспорта. Так, например, законы квантования холловского кондактанса полностью заполненных магнитных подзон в изучаемых структурах существенно различаются в случаях спин-орбитального взаимодействия Рашба, Дрессельхауза [13].

## 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в настоящей работе решена задача о квантовомеханическом движении блоховского электрона в скрещенных взаимно перпендикулярных постоянных однородных магнитном и электрическом полях. Влияние электрического поля на электрон учитывалось в первом порядке стационарной теории возмущений. Исследована симметрия законов дисперсии и рассчитано распределение носителей по энергиям в магнитных подзонах Ландау в зависимости от величины напряженности внешнего электрического поля. Показано, что невозмущенный электрическим полем закон дисперсии электрона в магнитной подзоне обладает симметрией поворотной оси четвертого порядка, а распределение электронов по энергиям в подзонах в электрическом поле смещается в холловском направлении.

В слабых электрических полях на основе решения квазиклассического кинетического уравнения Больцмана в приближении одной заполненной магнитной подзоны Ландау, когда закон дисперсии электрона в ней есть электронный гамильтониан, рассчитана ВАХ сверхрешетки. Учитывалось лишь упругое рассеяние носителей на примесях в приближении времени релаксации импульса. Показано, что в скрещенных полях имеет место эффект отрицательной дифференциальной продольной проводимости, мало чувствительный к различным вкладам в спин-орбитальное взаимодействие в электронном газе. В то же время эффекты зарядового транспорта в холловском направлении существенным образом зависят от того, какой тип спин-орбитального взаимодействия преобладает в электронном газе. Следует отметить также, что если электрическое поле будет достаточно сильным, то при расчетах ВАХ системы необходимо руководствоваться решением квантового кинетического уравнения, учитывать разогрев электронного газа, межминизонное туннелирование в спектре и эффекты неупругого рассеяния на фонах.

Авторы благодарны В. Я. Демиховскому, А. М. Сатанину и Д. В. Хомицкому за полезные дискуссии по проблеме. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 15-02-04028, 14-02-00174).

## ЛИТЕРАТУРА

1. Л. В. Келдыш, ФТТ **4**, 2265 (1962).
2. В. В. Павлович, Э. М. Эпштейн, ФТТ **18**, 1483 (1976).
3. В. В. Павлович, Э. М. Эпштейн, ФТП **10**, 2001 (1976).
4. A. A. Ignatov and Yu. A. Romanov, Phys. Stat. Sol. (b) **73**, 327 (1976).
5. А. А. Игнатов, Ю. А. Романов, Изв. вузов, радиофизика **21**, 132 (1978).
6. Ф. Г. Басс, В. В. Зорченко, В. И. Шашора, Письма в ЖЭТФ **31**, 345 (1980).
7. A. A. Ignatov, K. F. Renk, and E. P. Dodin, Phys. Rev. Lett. **70**, 1996 (1993).
8. Ю. А. Романов, ФТТ **45**, 529 (2003).
9. А. А. Андронов, Е. П. Додин, Д. И. Зинченко и др., ФТП **43**, 240 (2009).
10. S. Ruvimov, P. Werner, K. Scheerschmidt et al., Phys. Rev. B **51**, 14776 (1995).
11. T. Schlösser, K. Ensslin, J. P. Kotthaus et al., Semicond. Sci. Technol. **11**, 1582 (1996).
12. Н. А. Усов, ЖЭТФ **94**, 305 (1988).
13. V. Ya. Demikhovskii and A. A. Perov, Phys. Rev. B **75**, 205307 (2007); А. А. Перов, Л. В. Солнышкова, Письма в ЖЭТФ **88**, 717 (2008).
14. A. A. Perov, L. V. Solnyshkova, and D. V. Khomitsky, Phys. Rev. B **82**, 165328 (2010).
15. А. А. Перов, И. В. Пенягин, ЖЭТФ **145**, 535 (2014).
16. S. V. Iordanski, Письма в ЖЭТФ **89**, 423 (2009).
17. M. C. Geisel, J. H. Smet, V. Umansky et al., Phys. Rev. Lett. **92**, 256801 (2004); C. Albrecht, J. H. Smet, K. von Klitzing et al., Phys. Rev. Lett. **86**, 147 (2001).
18. X. F. Wang and P. Vasilopoulos, Phys. Rev. B **67**, 085313 (2003).
19. P. G. Harper, Proc. Phys. Soc. **68**, 874 (1955).