

ЗАРЯДКА ПРОВОДЯЩЕЙ СФЕРЫ В СЛАБОИОНИЗОВАННОЙ СТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ ПЛАЗМЕ: ВРЕМЕННАЯ ДИНАМИКА И СТАЦИОНАРНОЕ СОСТОЯНИЕ

В. С. Грач^{a,}, М. А. Гарасёв^{a,b}*

*^a Институт прикладной физики Российской академии наук
603950, Нижний Новгород, Россия*

*^b Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского
603950, Нижний Новгород, Россия*

Поступила в редакцию 4 июля 2014 г.

Рассмотрено взаимодействие уединенной проводящей сферы со столкновительной слабоионизованной плазмой во внешнем поле. Предполагается, что плазма состоит из двух сортов ионов, влиянием электронов можно пренебречь. При анализе учитываются зарядка сферы вследствие оседания на ней ионов плазмы, поле заряда на сфере и пространственного заряда, процессы рекомбинации и молекулярная диффузия. Нестационарная задача о взаимодействии сферы с окружающей плазмой решается численными методами. Проанализированы временная динамика заряда на сфере и возмущений в окружающей плазме, а также свойства стационарного состояния. Показано, что время установления стационарного режима определяется характерным рекомбинационным временем и обратной проводимостью ионов. Временная динамика заряда на сфере и возмущений в плазме определяется интенсивностью рекомбинационных процессов относительно влияния поля пространственного заряда и влиянием диффузии. Стационарное абсолютное значение заряда на сфере линейно зависит от напряженности внешнего электрического поля, уменьшается с ростом относительной интенсивности рекомбинационных процессов и увеличивается при наличии существенной диффузии. Масштабы возмущенной области в плазме определяются радиусом сферы, внешним полем, влиянием диффузии и относительной интенсивностью рекомбинационных процессов. В предельном случае отсутствия молекулярной диффузии и сильного внешнего поля свойства стационарного состояния совпадают с полученными ранее в результате приближенного решения.

DOI: 10.7868/S0044451015070147

1. ВВЕДЕНИЕ

Взаимодействие объекта и окружающей его плазмы является одной из основных задач физики плазмы. Данная проблема рассматривалась в рамках зондовой диагностики плазмы [1], в задачах астрофизики [2], в последнее время она особенно актуальна в исследованиях пылевой плазмы (dusty plasmas) [3–6].

Пылевая плазма представляет собой частично или полностью ионизованный газ, содержащий молекулы нейтрального газа, ионы, электроны и крупные частицы микронных и субмикронных размеров. Подобные среды часто встречаются в естественных

условиях (в различных областях атмосферы Земли [7–9], в атмосферах других планет и спутников Солнечной системы [10, 11], вблизи поверхности Луны [12], в планетарных кольцах и хвостах комет [6, 13]), активно моделируются в лабораторных экспериментах [3–6, 14, 15]. В пылевой плазме возможен ряд принципиально новых эффектов, обусловленных прежде всего возможностью накопления большого заряда на крупных частицах и его вариациями.

Изучение процессов зарядки пылевых частиц — одно из основных направлений исследований пылевой плазмы. Без их четкого понимания невозможно объяснение важнейших эффектов, наблюдаемых в пылевой плазме — притяжения одноименно заряженных частиц, образования мелкомасштабных упорядоченных структур и т. д.

*E-mail: vsgrach@appl.sci-nnov.ru

Взаимодействие крупных частиц с ионами и электронами окружающей плазмы для различных условий рассматривалось как в кинетическом [4–6, 14, 16–20], так и в гидродинамическом [15, 21–31] приближении. Кинетическое приближение в основном используется для случая электрон-ионной бесстолкновительной или слабо-столкновительной плазмы; аналитическое решение в общем случае рассматривается в работе [18].

Гидродинамическое приближение используется в столкновительной плазме высокого давления при описании экспериментов, связанных с газовым разрядом [15, 26–30], а также при исследовании слабоионизованной столкновительной плазмы, характерной для атмосферных явлений [21–24, 31]. В этом случае рассматриваются пылевые или аэрозольные частицы в плазме, состоящей из положительных ионов, отрицательных ионов и электронов; также возможно наличие внешнего электрического поля или потока нейтрального газа. В экспериментах, связанных с газовым разрядом, при высокой ионизации плазмы заряд пылевых частиц в основном определяется электронами [26, 27]; в слабоионизованной плазме, характерной для атмосферных явлений, наличием электронов обычно пренебрегают [21–24, 31].

В большинстве теоретических работ рассматривается стационарное состояние системы, однако численное моделирование позволяет исследовать и временную динамику зарядки и получить оценки для характеристик установления стационарного режима [15, 20, 26–29]. В гидродинамическом приближении подобные задачи решались, например, для плазмы газового разряда в работах [15, 26–29]. В статье [15] рассматривалась электрон-ионная плазма при комнатных и криогенных температурах и различных интенсивностях источника ионизации. В работах [26, 27, 29] рассматривалась зарядка пылевых частиц в трехкомпонентной плазме для случая внешнего источника ионизации, в работе [28] изучался случай, когда ионизация обеспечивается сильным внешним электрическим полем.

В работах [23, 24, 31] для плазмopodobных сред, характерных для атмосферных явлений, при наличии внешнего электрического поля анализировалось стационарное состояние при учете потока нейтрального газа [23, 24] и при учете пространственного заряда и ионизационно-рекомбинационных процессов [31] (предполагалось, что электрическое поле не влияет на ионизацию плазмы). Влияние молекулярной диффузии не учитывалось.

В рамках данной работы, являющейся непосредственным продолжением работы [31], проведено

численное исследование временной динамики взаимодействия проводящей сферы с двухкомпонентной плазмой, состоящей из положительных и отрицательных ионов, во внешнем электрическом поле. При рассмотрении учитываются поле пространственного заряда, ионизационно-рекомбинационные процессы (предполагается, что электрическое поле достаточно слабое и не влияет на ионизацию) и молекулярная диффузия. Исследуется сравнительное влияние диффузии, ионизационно-рекомбинационных процессов и поля пространственного заряда на временную динамику системы, стационарный заряд сферы и пространственные характеристики плазменных возмущений в широком диапазоне параметров в рамках сделанных допущений.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МЕТОД РЕШЕНИЯ

Пусть в однородную слабоионизованную плазму, создаваемую сторонними источниками ионизации, помещена идеально проводящая сфера радиусом a и на систему наложено внешнее однородное электрическое поле \mathbf{E}_0 . Будем считать, что плазма состоит из двух сортов ионов с одинаковыми по величине, но противоположными по знаку зарядами. Предполагается, что наличием электронов можно пренебречь. Это возможно, если процессы прилипания проходят существенно быстрее процессов ионизации и рекомбинации ($\tau_{att} \ll \tau$), а также если стационарное значение электронной концентрации много меньше ионной ($N_e \ll N_i$). Полагая для оценок коэффициент рекомбинации ионов равным $\alpha \approx 10^{-6} \text{ см}^3 \cdot \text{с}^{-1}$, а коэффициент прилипания — $\nu_{att} \approx 10^8 \text{ с}^{-1}$ [29, 32], получим, что для атмосферных ионов с концентрациями $N_i \approx 10^4\text{--}10^6 \text{ см}^{-3}$ отношение $\tau_{att}/\tau \approx N_e/N_i < 10^{-8}$, т. е. указанное условие можно считать выполненным. Также считаем, что электрическое поле достаточно слабое и не влияет на ионизацию плазмы (для слабоионизованной плазмы, характерной для атмосферных явлений, это ограничение можно считать выполненным при $E_0 < 1000 \text{ В/см}$). Ионы предполагаются однозарядными.

В рамках данных предположений и в пренебрежении инерцией ионов взаимодействие проводящей частицы с окружающей плазмой описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned}
 e\mathbf{E} - \frac{\nabla p_+}{N_+} - m_+\nu_+V_+ &= 0, \\
 \frac{\partial N_+}{\partial t} + \operatorname{div}(N_+\mathbf{V}_+) &= J - \alpha N_+N_-, \\
 p_+ &= N_+T_+, \\
 -e\mathbf{E} - \frac{\nabla p_-}{N_-} - m_-\nu_-V_- &= 0, \\
 \frac{\partial N_-}{\partial t} + \operatorname{div}(N_-\mathbf{V}_-) &= J - \alpha N_+N_-, \\
 p_- &= N_-T_-, \\
 \frac{\partial Q_d}{\partial t} &= I_+ - I_-, \\
 \operatorname{div} \mathbf{E} &= 4\pi\rho = 4\pi e(N_+ - N_-), \\
 \operatorname{rot} \mathbf{E} &= 0.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь m_β , V_β , p_β , ν_β и N_β — масса, скорость, давление, частота соударений ионов с нейтральным газом и концентрация соответственно положительных ($\beta = +$) и отрицательных ($\beta = -$) ионов, $T_+ = T_- = T$ — температура компонентов окружающей плазмы, \mathbf{E} — напряженность самосогласованного электрического поля, $e > 0$ — абсолютная величина элементарного заряда, J — интенсивность стороннего источника ионизации, α — коэффициент рекомбинации, Q_d — заряд на проводящей сфере, I_+ и I_- — потоки соответственно положительно и отрицательно заряженных ионов на сферу. Предполагается, что эмиссия ионов и электронов с поверхности сферы отсутствует.

Система (1) дополняется условием эквипотенциальности на поверхности сферы, условиями невозмущенного состояния плазмы на бесконечности и отсутствия эмиссии:

$$\begin{aligned}
 \Phi(r = a) &= \text{const}, \\
 N_+(r = a) &= N_-(r = a) = 0, \\
 N_+(r = \infty) &= N_-(r = \infty) = N_0 = \sqrt{\frac{J}{\alpha}}, \\
 \mathbf{E}(r = \infty) &= \mathbf{E}_0.
 \end{aligned} \tag{2}$$

Здесь Φ — электростатический потенциал ($\mathbf{E} = -\nabla\Phi$), r — радиальная координата сферической системы координат с центром в центре сферы и полярной осью, направленной вдоль внешнего электрического поля \mathbf{E}_0 .

Система обладает азимутальной симметрией. Поставленная задача характеризуется тремя временными масштабами (характерным рекомбинационным временем $\tau = (\alpha N_0)^{-1}$ и максвелловскими временами для ионов $\tau_\beta = (4\pi\sigma_\beta)^{-1} = (4\pi e\mu_\beta N_0)^{-1}$, $\beta = +, -$) и пятью пространственными: радиу-

сом сферы a , дебаевским радиусом плазмы $\lambda_D = \sqrt{T/4\pi e^2 N_0}$, электродинамическим масштабом $l_0 = E_0/4\pi e N_0$ и двумя ионизационными масштабами $L_\beta = \mu_\beta E_0/\alpha N_0$, $\beta = +, -$. Здесь $\mu_+ = e/m_+\nu_+$ и $\mu_- = e/m_-\nu_-$ — подвижности соответственно положительных и отрицательных ионов. Электродинамический масштаб соответствует размеру области, создающей поле порядка внешнего при удалении из нее всех положительных или всех отрицательных ионов, ионизационные длины представляют собой длину дрейфа соответствующих ионов в невозмущенном внешнем поле за время τ . Свойства решения задачи (1), (2) определяются соотношением приведенных масштабов.

В безразмерных переменных система (1) записывается следующим образом:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial n_+}{\partial \tilde{t}} - \frac{1}{K_+} \operatorname{div}(n_+ \nabla \tilde{\Phi} + K_D^{-2} \nabla n_+) &= 1 - n_+ n_-, \\
 \frac{\partial n_-}{\partial \tilde{t}} - \frac{1}{K_-} \operatorname{div}(-n_- \nabla \tilde{\Phi} + K_D^{-2} \nabla n_-) &= 1 - n_+ n_-, \\
 \Delta \tilde{\Phi} &= -(n_+ - n_-), \\
 \frac{\partial \tilde{Q}_d}{\partial \tilde{t}} &= \tilde{I}_+ - \tilde{I}_-.
 \end{aligned} \tag{3}$$

Здесь

$$\begin{aligned}
 \tilde{E} &= \frac{E}{E_0}, \quad \tilde{r} = \frac{r}{l_0}, \quad \tilde{t} = \alpha N_0 t = \frac{t}{\tau}, \\
 n_+ &= \frac{N_+}{N_0}, \quad n_- = \frac{N_-}{N_0}, \quad \tilde{\Phi} = \frac{\Phi}{E_0 l_0}, \quad \tilde{Q}_d = \frac{Q_d}{e N_0 l_0^3}
 \end{aligned}$$

и введены безразмерные параметры

$$\begin{aligned}
 K_+ &= \frac{l_0}{L_+} = \frac{\tau_+}{\tau} = \frac{\alpha}{4\pi e \mu_+}, \\
 K_- &= \frac{l_0}{L_-} = \frac{\tau_-}{\tau} = \frac{\alpha}{4\pi e \mu_-}, \\
 K_D^2 &= \frac{l_0^2}{\lambda_D^2} = \frac{E_0^2}{4\pi N_0 T}.
 \end{aligned} \tag{4}$$

Параметры K_+ и K_- характеризуют соотношение влияния рекомбинационных процессов и поля пространственного заряда, параметр K_D^{-1} характеризует соотношение влияния молекулярной диффузии и внешнего поля.

Потоки ионов на частицу можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned}
 \tilde{I}_+ &= -2\pi \left(\frac{a}{l_0}\right)^2 \int_0^\pi n_+ V_a^+ \chi(-V_a^+) \sin \theta d\theta, \\
 \tilde{I}_- &= 2\pi \left(\frac{a}{l_0}\right)^2 \int_0^\pi n_- V_a^- \chi(-V_a^-) \sin \theta d\theta.
 \end{aligned} \tag{5}$$

Здесь $\chi(x)$ — единичная функция, θ — полярный угол, V_a^+ , V_a^- — радиальные компоненты скорости положительных и отрицательных ионов на поверхности сферы,

$$V_a^+ = \frac{1}{K_+} \left(-\frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial \tilde{r}} - \frac{1}{K_D^2} \frac{1}{n_+} \frac{\partial n_+}{\partial \tilde{r}} \right) \Big|_{\tilde{r}=a/l_0},$$

$$V_a^- = \frac{1}{K_-} \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial \tilde{r}} - \frac{1}{K_D^2} \frac{1}{n_-} \frac{\partial n_-}{\partial \tilde{r}} \right) \Big|_{\tilde{r}=a/l_0}.$$

Граничные условия с учетом симметрии системы имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial \theta} \Big|_{\theta=0} &= 0, & \frac{\partial n_+}{\partial \theta} \Big|_{\theta=0} &= 0, & \frac{\partial n_-}{\partial \theta} \Big|_{\theta=0} &= 0, \\ \tilde{\Phi}(\tilde{r} = a/l_0) &= \text{const}, \\ n_+(\tilde{r} = a/l_0) &= n_-(\tilde{r} = a/l_0) = 0, \\ n_+(\tilde{r} = \infty) &= n_-(\tilde{r} = \infty) = 1, \\ \tilde{\mathbf{E}}(\tilde{r} = \infty) &= 1. \end{aligned} \tag{6}$$

В работе [31] стационарное состояние системы (1), (2) было проанализировано при отсутствии диффузии (диффузией можно пренебречь при выполнении неравенств $al_0 \gg \lambda_D$, $l_0 \ll \lambda_D$) для достаточно сильного внешнего поля ($l_0 \gg a$). В этом случае задачу можно разбить на две: уравнение зарядки решается в ближней окрестности частицы («ближней зоне») при учете только внешнего поля, возмущенного проводящей сферой, и поля заряда Q_d (без учета пространственного заряда и рекомбинационных процессов); возмущение плазмы, напротив, анализируется без учета поля заряда Q_d , но с учетом пространственного заряда и рекомбинационных процессов. Решение уравнения зарядки позволяет связать заряд сферы Q_d со значениями концентраций ионов и площадями поперечных сечений трубок тока, образованных силовыми линиями электрического поля, на границе так называемой ближней зоны; решение граничных задач для указанных трубок тока за пределами «ближней зоны» позволяет найти эти значения. При решении граничных задач пренебрегалось полем заряда Q_d и продольной (по отношению к внешнему полю) компонентой поля пространственного заряда; также предполагалось, что поперечное распределение поля пространственного заряда является кусочно-однородным. В рамках этих приближений граничную задачу (1), (2) можно свести к системе обыкновенных дифференциальных уравнений. В работе [31] были построены аналитические и численные решения данной системы, на основе которых бы-

ли получены зависимости заряда сферы и характеристик возмущенных областей плазмы от параметров плазмы.

Целью данной работы является исследование временной динамики и стационарного состояния для заряда сферы и возмущений в плазме на основе численного решения исходной системы (1), (2), а также сравнительный анализ влияния диффузии, ионизационно-рекомбинационных процессов и поля пространственного заряда.

3. МЕТОД ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ

Метод решения нестационарной задачи (3)–(6) основан на методе конечных разностей и в целом аналогичен примененному в работах [28, 29]. Однако для удобства читателя кратко приведем его описание.

При решении нестационарная задача (3)–(6) на каждом временном шаге разбивается на две части: потенциал $\tilde{\Phi}$ находится как функция концентраций n_+ и n_- , затем найденные значения потенциала подставляются в уравнения переноса и зарядки.

Потенциал электростатического поля в системе состоит из трех компонент:

$$\tilde{\Phi} = \tilde{\Phi}_Q + \tilde{\Phi}_* + \tilde{\Phi}_{E_0}, \tag{7}$$

где $\tilde{\Phi}_Q = \tilde{Q}_d/4\pi\tilde{r}$ — потенциал, создаваемый зарядом \tilde{Q}_d , $\tilde{\Phi}_{E_0}$ — потенциал, создаваемый внешним полем и наведенным им на сфере дипольным моментом, $\tilde{\Phi}_*$ — потенциал, создаваемый пространственным зарядом. Потенциал $\tilde{\Phi}_{E_0}$ можно записать как

$$\tilde{\Phi}_{E_0} = \left(\frac{(a/l_0)^3}{\tilde{r}^3} - 1 \right) \tilde{r} \cos \theta. \tag{8}$$

Для определения $\tilde{\Phi}_*$ можно решить вспомогательную граничную задачу, соответствующую заземленной сфере (здесь $\tilde{R} \gg \max\{1, a/l_0\}$ соответствует внешней границе):

$$\begin{aligned} \Delta \tilde{\Phi}_1 &= n_+ - n_-, \\ \tilde{\Phi}_1|_{\tilde{r}=a/l_0} &= 0, \\ \frac{\partial \tilde{\Phi}_1}{\partial \theta} \Big|_{\theta=0} &= \frac{\partial \tilde{\Phi}_1}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\pi} = 0, \\ \tilde{\Phi}_1|_{\tilde{r}=\tilde{R}} &= 0. \end{aligned} \tag{9}$$

Тогда потенциал $\tilde{\Phi}_*$ запишется как

$$\tilde{\Phi}_* = \tilde{\Phi}_1 - \frac{\tilde{Q}'}{4\pi\tilde{r}}, \tag{10}$$

где \tilde{Q}' — заряд, образовавшийся на заземленной сфере,

$$\tilde{Q}' = -2\pi \int_0^\pi \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}_1}{\partial \tilde{r}} \right) r^2 \Big|_{\tilde{r}=a/l_0} \sin \theta d\theta. \quad (11)$$

Численное решение граничной задачи (9) строится с помощью метода конечных разностей. Путем дискретизации оператора Лапласа система (9) сводится к системе из $(M_r - 2)M_\theta$ линейных уравнений для $\Phi_1(\tilde{r}, \theta)$, где $\tilde{r} = [r_1, \dots, r_{M_r}]$, $\theta = [\theta_1, \dots, \theta_{M_\theta}]$, M_r и M_θ — количество точек в пространственной решетке соответственно по радиусу и полярному углу. Дискретизация оператора Лапласа и метод вычисления интеграла (11) описаны в Приложении.

Нестационарная задача, состоящая из уравнений переноса и уравнения зарядки, с помощью дискретизации пространственных операторов может быть сведена к системе из $L = 2M_r M_\theta + 1$ обыкновенных дифференциальных уравнений. Потенциал $\tilde{\Phi}$ предполагается известным; с учетом того, что $\Delta \tilde{\Phi} = \Delta \tilde{\Phi}_* = -(n_+ - n_-)$, уравнения переноса можно переписать следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_+}{\partial \tilde{t}} &= \frac{\nabla n_+ \nabla \tilde{\Phi}}{K_+} + \frac{\Delta n_+}{K_+ K_D^2} - \\ &- \frac{1}{K_+} n_+ (n_+ - n_-) + 1 - n_+ n_-, \\ \frac{\partial n_-}{\partial \tilde{t}} &= -\frac{\nabla n_- \nabla \tilde{\Phi}}{K_-} + \\ &+ \frac{\Delta n_-}{K_- K_D^2} - \frac{1}{K_-} n_- (n_+ - n_-) + 1 - n_+ n_-, \\ n_+(\tilde{r} = a/l_0) &= n_-(\tilde{r} = a/l_0) = 0, \\ n_+(\tilde{r} = \tilde{R}) &= n_-(\tilde{r} = \tilde{R}) = 1. \end{aligned} \quad (12)$$

Уравнение зарядки в окончательном виде записывается как

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{Q}_d}{\partial \tilde{t}} &= 2\pi (a/l_0)^2 \int_0^\pi [n_-(a/l_0, \theta) V_a^- \chi(-V_a^-) - \\ &- n_+(a/l_0, \theta) V_a^+ \chi(-V_a^+)] \sin \theta d\theta. \end{aligned} \quad (13)$$

Дискретизация входящих в формулы (12), (13) операторов и выражений также обсуждается в Приложении.

В результате задача (12), (13) имеет вид

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = \mathbb{A}(\mathbf{u})\mathbf{u} + f, \quad (14)$$

где $\mathbf{u} = \{n_+, n_-, \tilde{Q}_d\}$, $\mathbb{A}(\mathbf{u})$ — квадратная матрица размерами $L \times L$. Матрица \mathbb{A} представляет собой

блочную матрицу из двух пятидиагональных матриц с добавлением пустого столбца $\mathbb{A}(1, \dots, L, L)$ и последней строки с $2(M_\theta - 2)$ ненулевыми элементами, соответствующей уравнению зарядки. Система уравнений (14) решается явным методом Рунге–Кутты второго порядка с начальными условиями, соответствующими невозмущенной плазме:

$$\begin{aligned} n_+(\tilde{r} > a/l_0, \theta) &= n_-(\tilde{r} > a/l_0, \theta) = 1, \\ n_+(\tilde{r} = a/l_0, \theta) &= n_-(\tilde{r} = a/l_0, \theta) = 0, \\ \tilde{Q}_d &= 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Физически данные условия соответствуют тому, что в начальный момент времени в плазме возникает сфера и включается электрическое поле. Заметим, что данные начальные условия отличаются от используемых в работах [28, 29] (где начальный момент времени соответствует включению источника ионизации), но аналогичны тем, что используются при численном решении нестационарной задачи в кинетическом приближении для бесстолкновительной плазмы в работе [20]. Для атмосферных явлений такие условия можно интерпретировать как попадание пылевой (аэрозольной) частицы в область с наличием плазмы и электрического поля.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ

Анализ численного решения показал, что во всем диапазоне рассматриваемых параметров в системе устанавливается устойчивое стационарное состояние. В рассматриваемых условиях знак заряда на сфере определяется знаком заряда ионов с большей подвижностью. Для определенности ограничимся ситуацией, когда более подвижны отрицательные ионы ($\mu_- > \mu_+$); в этом случае сфера заряжается отрицательно.

4.1. Временная динамика заряда на сфере и плазменных возмущений

Временная динамика возмущений в плазме и заряда на сфере для различных значений параметров K_+ , K_- и K_D представлена на рис. 1–3. Здесь и далее полагаем, что отношение подвижностей ионов $\mu_-/\mu_+ = K_+/K_- = 2$.

В плазме возникают две возмущенные области — справа и слева от сферы вдоль направления внешнего электрического поля. Слева от сферы (внешнее поле направлено слева направо) образуется положительно заряженная область, справа — отрицательно

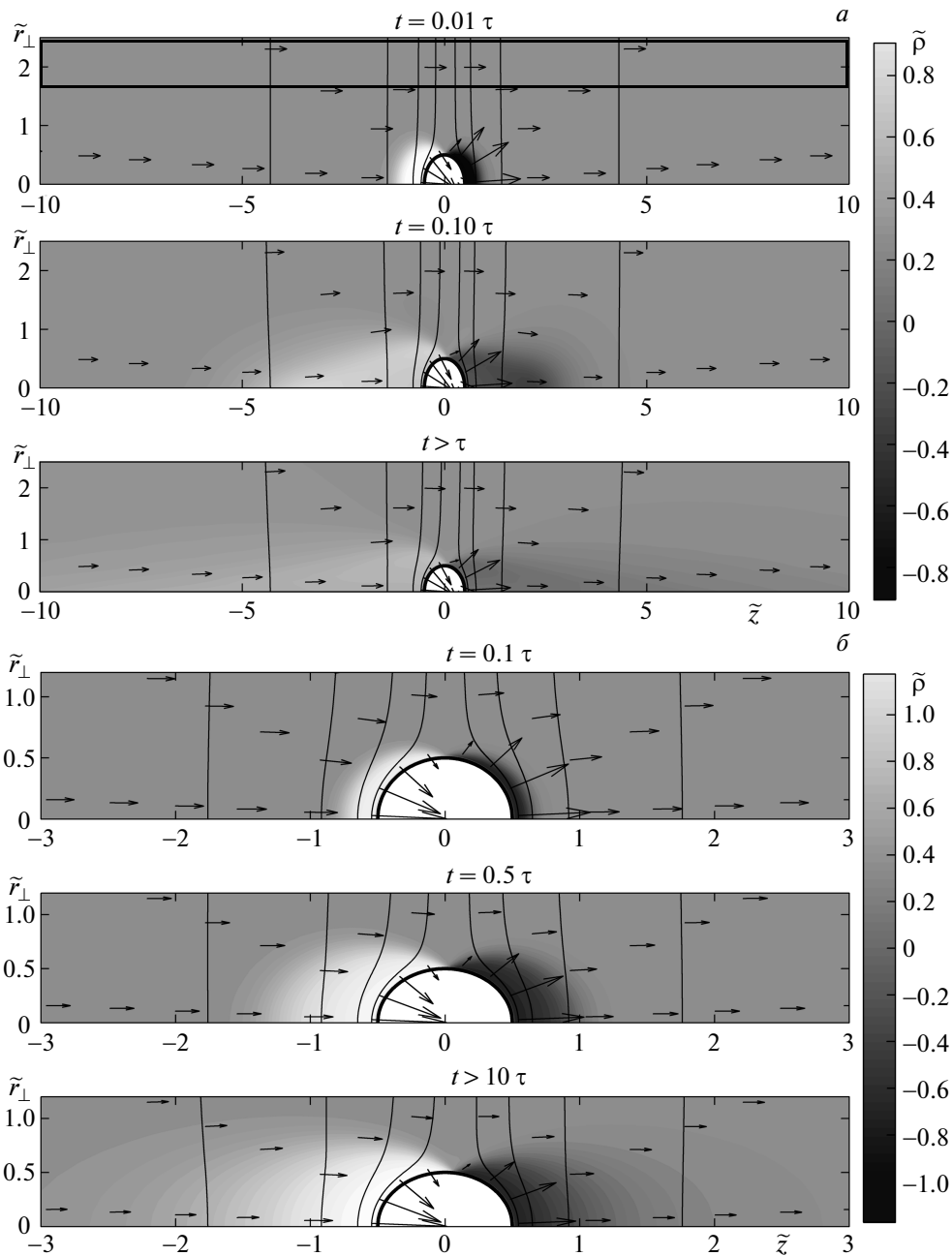


Рис. 1. Временная динамика плотности пространственного заряда при отсутствии диффузии ($K_D \gg 100$) при слабой (а), $K_- = 0.02$, и сильной (б), $K_- = 0.8$, рекомбинации. Радиус сферы $a/l_0 = 0.5$, стрелки соответствуют направлению и величине электрического поля, черные линии соответствуют эквипотенциальным поверхностям

заряженная. При близких подвижностях ионов области имеют схожую форму и плотность заряда.

Характер временной динамики возмущения в плазме вблизи сферы определяется интенсивностью рекомбинационных процессов соответствующего сорта ионов относительно влияния поля простран-

ственного заряда (параметр K_+ для «положительной» области, K_- — для отрицательной). В случае, когда $K_+(K_-) < 1$ (см. рис. 1а, 2а), плотность заряда вблизи сферы в соответствующей области резко возрастает в первые моменты времени (практически до единицы за время порядка 0.002τ), потом убывает

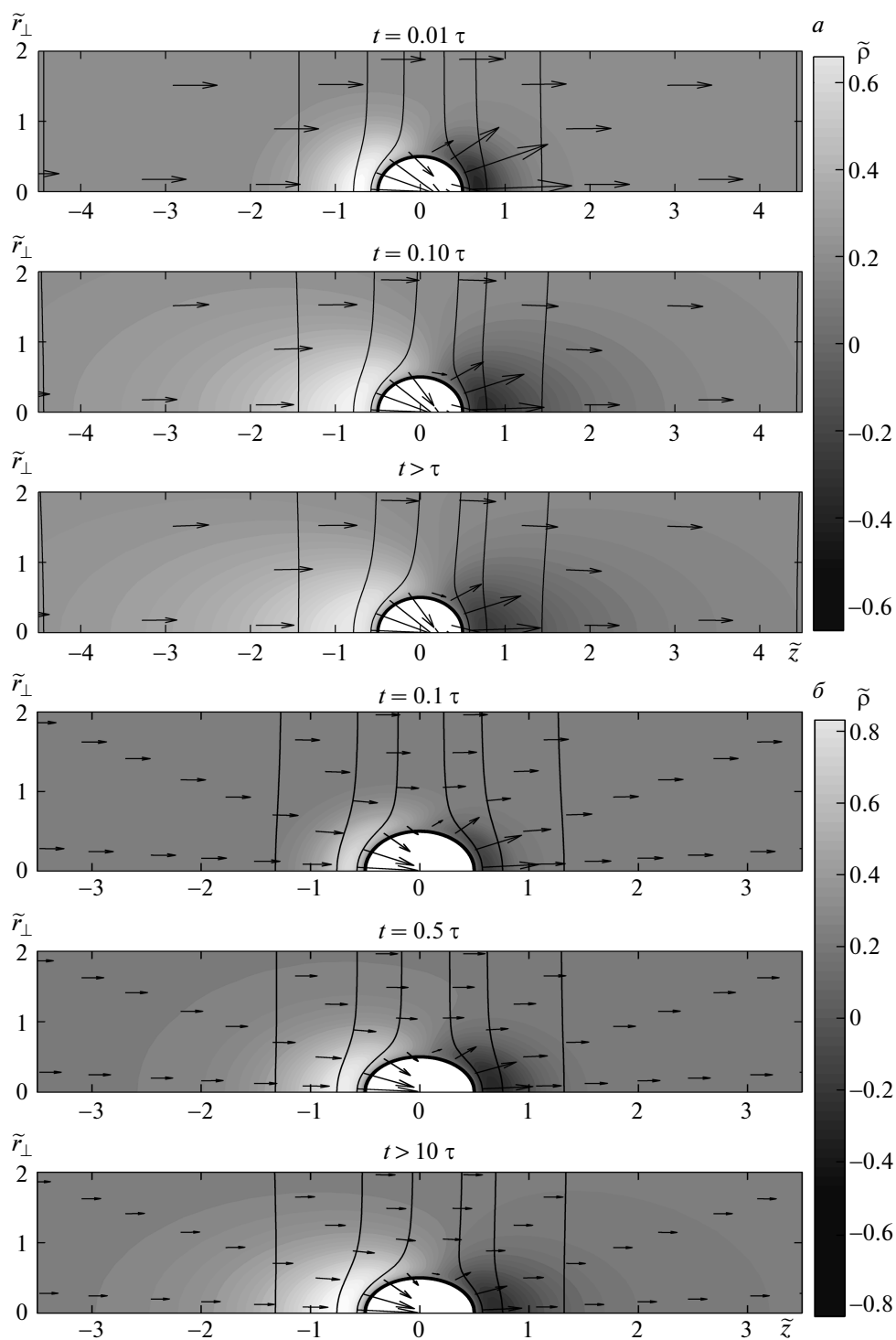


Рис. 2. Временная динамика плотности пространственного заряда при существенной диффузии ($K_D = 2$) при слабой (а), $K_- = 0.02$, и сильной (б), $K_- = 0.8$, рекомбинации. Радиус сферы $a/l_0 = 0.5$, стрелки соответствуют направлению и величине электрического поля, черные линии соответствуют эквипотенциальным поверхностям

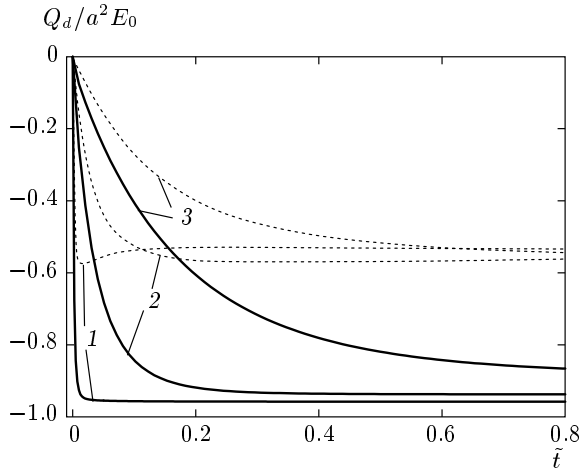


Рис. 3. Зависимости нормированного заряда на сфере от времени. Сплошные линии соответствуют $K_D = 2$, пунктирные — $K_D \gg 100$ (отсутствию диффузии), $K_- = 0.001$ (1), 0.02 (2), 0.1 (3)

вает до стационарного значения. В случае, когда $K_+(K_-) > 1$ (см. рис. 1б, 2б), в первые моменты времени плотность заряда вблизи сферы также резко возрастает, но затем продолжает более плавно увеличиваться до стационарного значения. Наличие диффузии практически не влияет на временную динамику возмущений; влияние диффузии на стационарное распределение концентраций ионов и плотности заряда обсуждается ниже.

Характер временной динамики заряда на сфере определяется общей относительной интенсивностью рекомбинационных процессов $\sqrt{K_+ K_-} = \tau_\sigma/\tau$, где $\tau_\sigma = \sqrt{\tau_- \tau_+}$, и влиянием диффузии, однако время перехода к стационарному состоянию от диффузии практически не зависит. При отсутствии диффузии при слабой рекомбинации $\tau_\sigma/\tau < 0.001$ абсолютное значение заряда на сфере резко возрастает в первые моменты времени, затем убывает до локального минимума, затем незначительно возрастает до стационарного значения (пунктирная кривая 1 на рис. 3). Различие между стационарным значением заряда и значениями максимума и локального минимума составляет порядка 10 %. При увеличении интенсивности рекомбинации до $\tau_\sigma/\tau \sim 10^{-2}$ локальный минимум в зависимости $|Q_d|(t)$ исчезает; различие между максимальным и стационарным значениями $|Q_d/a^2 E_0|$ составляет примерно 2 % (пунктирная кривая 2 на рис. 3). При дальнейшем увеличении τ_σ/τ зависимость $Q_d(t)$ становится монотонной и более плавной (пунктирная кривая 3 на рис. 3).

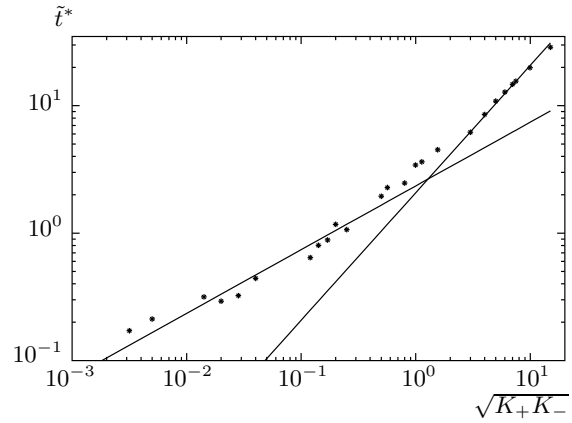


Рис. 4. Зависимость времени установления стационарного состояния от относительной интенсивности рекомбинационных процессов $\sqrt{K_+ K_-} = \tau_\sigma/\tau$. Линии соответствуют аппроксимациям $\tilde{t}^* \propto (K_+ K_-)^{1/4}$ и $\tilde{t}^* \propto (K_+ K_-)^{1/2}$

Наличие диффузии приводит к увеличению заряда на сфере в любой момент времени из-за дополнительного диффузионного потока ионов на сферу. Достаточно существенная диффузия при слабой относительной интенсивности рекомбинации также может привести к изменению характера зависимости $Q_d(t)$: зависимость становится монотонной и более плавной при малых t (сплошные кривые 1 и 2 на рис. 3). При сильной рекомбинации (сплошная кривая 3 на рис. 3) наличие диффузии приводит только к изменению стационарного значения заряда (подробнее см. ниже), форма зависимости $Q_d(t)$ не меняется.

На рис. 4 представлены оценки нормированного времени установления стационарного состояния в зависимости от относительной интенсивности рекомбинационных процессов $\sqrt{K_+ K_-} = \tau_\sigma/\tau$. Время установления \tilde{t}^* определялось по критерию

$$|Q_d(t^*) - Q_d^0|/|Q_d^0| = 0.02,$$

стационарное значение \tilde{Q}_d^0 определялось при решении задачи (14) по условию

$$|(d\tilde{Q}_d/d\tilde{t})/\tilde{Q}_d| < 10^{-5}.$$

Нормированное время установления стационарного состояния увеличивается с ростом относительной интенсивности рекомбинационных процессов τ_σ/τ . При слабой рекомбинации ($\tau_\sigma/\tau < 1$) зависимость $\tilde{t}^*(\tau_\sigma/\tau)$ близка к $\tilde{t}^* \propto (\sqrt{\tau_\sigma/\tau})$, при сильной ($\tau_\sigma/\tau > 3$) — к $\tilde{t}^* \propto (\tau_\sigma/\tau)$. Соответствующие аппроксимации также показаны на рис. 4.

Таким образом, при слабой рекомбинации, когда $\tau > \tau_\sigma$, время установления стационарного состояния (при начальных условиях, соответствующих незаряженной сфере и невозмущенной плазме) определяется комбинацией характерного рекомбинационного и максвелловского времен: $t \propto \sqrt{\tau\tau_\sigma}$. При сильной рекомбинации, когда $\tau \ll \tau_\sigma$, время установления не зависит от рекомбинационного времени и полностью определяется большим временным масштабом системы $\tau_\sigma = \sqrt{\tau_-\tau_+}$. Количественно, при слабой рекомбинации при изменении τ_σ/τ от 0.001 до 1 время установления увеличивается примерно с 0.2τ до 5τ .

Сравним приведенные результаты с полученными при расчетах для условий эксперимента в газовом разряде [28, 29]. В работе [28] рассматривались сильные электрические поля, определяющие ионизационный баланс в плазме. Для таких условий было показано, что время установления стационарного режима зависит от величины электрического поля.

В работе [29] при отсутствии электрического поля и параметрах, соответствующих слабой относительной рекомбинации и наличию диффузии, также показано, что время установления стационарного режима возрастает с увеличением времени рекомбинации τ (см. рис. 4). Но при этом в [29] показана возможность временных осцилляций заряда (с достаточно большой амплитудой) в окрестности стационарного состояния, в то время как в нашей работе при наличии достаточной диффузии зависимость $Q_d(t)$ монотонна. Возможно, наличие таких осцилляций вызвано влиянием электронов; в рассматриваемой нами постановке задачи они не учитываются, поскольку рассматривается плазма с меньшей степенью ионизации.

4.2. Стационарные значения заряда на сфере и распределения плазменных возмущений

Стационарные продольные (по отношению к внешнему полю) распределения концентраций ионов, а также продольные и поперечные распределения плотности пространственного заряда приведены на рис. 5–7. Для сравнения там же представлены зависимости, полученные в результате приближенного решения [31], при котором предполагалось отсутствие диффузии и использовалась кусочно-однородная аппроксимация поперечного распределения пространственного заряда.

При слабой рекомбинации концентрации ионов на оси симметрии $\tilde{z} = r \cos \theta$ плавно возрастают от нуля в окрестности частицы до невозмущенного

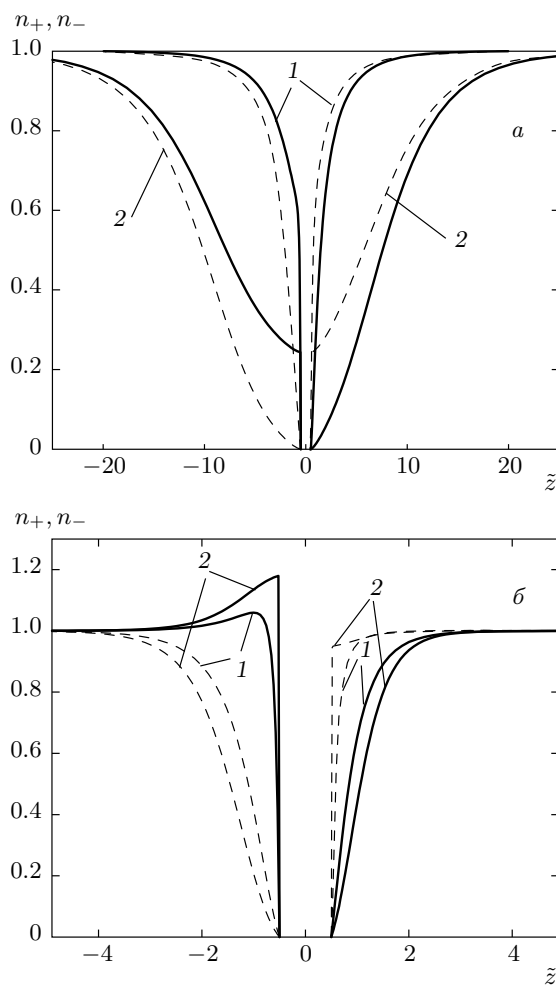


Рис. 5. Стационарные продольные ($\tilde{z} = \tilde{r} \cos \theta$) распределения концентраций ионов при слабой (а), $K_- = 0.02$, $K_+ = 0.04$, и сильной (б), $K_- = 0.8$, $K_+ = 1.6$ рекомбинации. Сплошные линии соответствуют концентрациям положительных ионов n_+ , штриховые — концентрациям отрицательных ионов n_- . Кривые 1 соответствуют $K_D = 2$, кривые 2 — $K_D > 100$ (отсутствию диффузии). Параметры: $K_+/K_- = 2$, $a/l_0 = 0.5$

значения при $|\tilde{z}| \gg a/l_0$. При наличии диффузии это возрастание более резкое (см. рис. 5а). В случае сильной рекомбинации, когда $K_+ > 1$ (см. рис. 5б), концентрация положительных ионов в «положительной» области $z < 0$ при удалении от частицы резко возрастает до значений, превышающих невозмущенное значение, затем плавно убывает до N_0 . При наличии диффузии максимальное значение концентрации N_+ уменьшается и релаксация к невозмущенным значениям происходит при меньшем удалении от частицы. Для случая слабой рекомбинации и су-

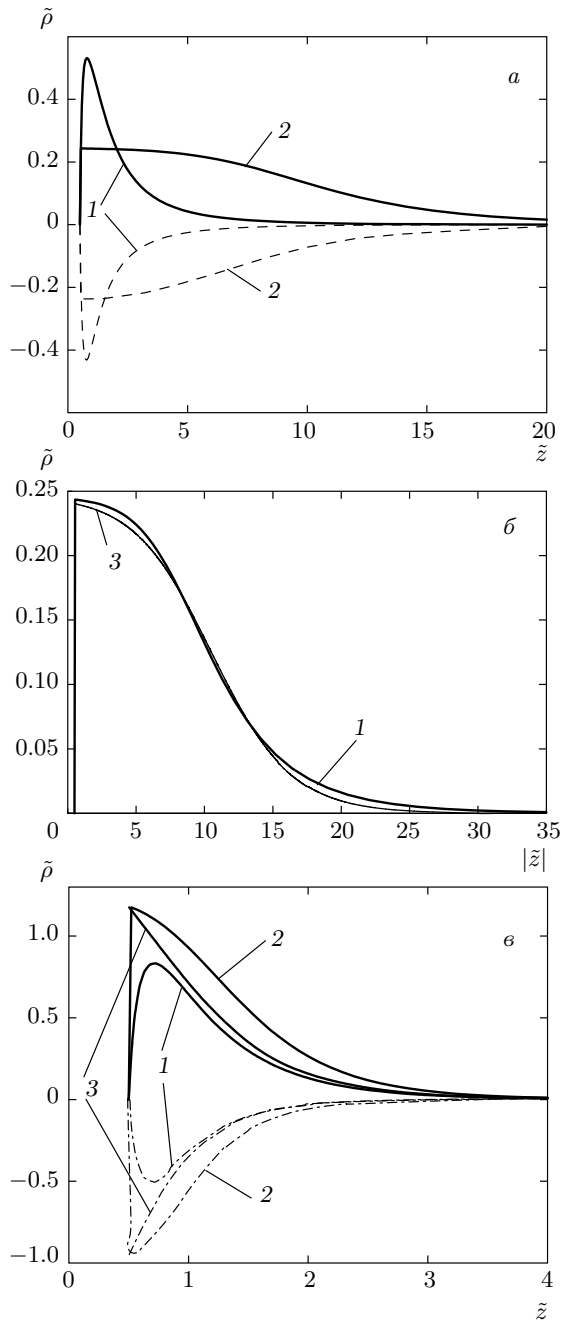


Рис. 6. Стационарные продольные распределения плотности заряда для слабой (а, б), $K_- = 0.02$, $K_+ = 0.04$, и сильной (в), $K_- = 0.8$, $K_+ = 1.6$ рекомбинации. Сплошные линии соответствуют оси $\theta = \pi$ ($\tilde{z} < 0$), штриховые и штрихпунктирные — оси $\theta = 0$ ($\tilde{z} > 0$). Кривые 1 соответствуют $K_D = 2$, кривые 2 — $K_D > 100$ (отсутствию диффузии), кривые 3 — приближенному решению [31]. Параметры: $K_+/K_- = 2$, $a/l_0 = 0.5$

ществленной диффузии общий вид полученных продольных распределений концентраций ионов совпадает с полученными в работах [28, 29].

Продольные распределения плотности пространственного заряда при отсутствии диффузии слабо зависят от радиуса сферы и при $a/l_0 \ll 1$ близки к полученным в приближенном рассмотрении [31] (решение в [31] построено именно при условии $a/l_0 \ll 1$). При слабой относительной рекомбинации ($K_- = 0.02$, $K_+ = 0.04$) зависимости $\tilde{\rho}(\tilde{z} > 0)$, полученные в данной работе и в [31], практически совпадают вплоть до $a/l_0 = 0.5$ (см. рис. 6б); при сильной рекомбинации ($K_- = 0.8$, $K_+ = 1.6$) для подобного совпадения требуются меньшие значения a/l_0 . Продольные масштабы возмущенных областей также почти не зависят от радиуса частицы и определяются остальными масштабами задачи. Как и следовало ожидать, при увеличении интенсивности рекомбинационных процессов продольные масштабы возмущений уменьшаются. В работе [31] было показано, что продольный масштаб изменяется в пределах от l_0 (при сильной рекомбинации) до

$$\sqrt{\frac{l_0 L_+ L_-}{L_+ + L_-}} = l_0 \sqrt{\frac{K_+ + K_-}{K_+ K_-}}$$

(при слабой рекомбинации); численные расчеты подтверждают эти оценки.

Поперечные (по отношению к внешнему полю, $\tilde{r}_\perp = \tilde{r} \sin \theta$) распределения плотности пространственного заряда в «положительной» области при различных значениях $\tilde{z} = r \cos \theta < -a/l_0$ представлены на рис. 7. Также представлены кусочно-однородные аппроксимации, соответствующие решению задачи в работе [31]. Как следует из графиков, существуют три характерные области пространственного заряда. Вблизи сферы плотность заряда $\tilde{\rho}$ возрастает при удалении от оси $\theta = 0$, достигает некоторого максимума $\tilde{\rho}_{max}$, затем убывает. При этом в случае слабой рекомбинации плотность заряда достигает некоторого минимального значения $\tilde{\rho}_{min} < 0$, затем возрастает до нуля; при сильной рекомбинации плотность заряда убывает до нуля, не принимая отрицательных значений. С удалением от сферы максимум $\tilde{\rho}_{max}$ уменьшается и вблизи оси имеется область, в которой значение ρ практически постоянно, а при увеличении r_\perp убывает до нуля. При дальнейшем удалении от сферы зависимость $\rho(r_\perp)$ становится монотонной (при сильной рекомбинации третья область практически отсутствует). Поперечные масштабы возмущения вблизи сферы определяются радиусом сферы и отношением подвижностей ионов

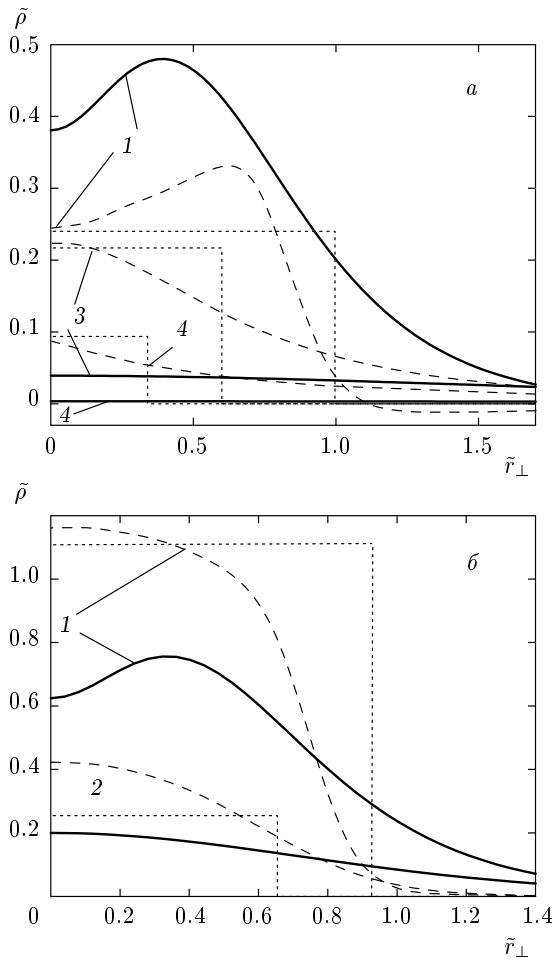


Рис. 7. Стационарные поперечные (при различных $\tilde{z} < -a/l_0$) распределения плотности заряда для слабой (а), $K_- = 0.02$, $K_+ = 0.04$, и сильной (б), $K_- = 0.8$, $K_+ = 1.6$, рекомбинации: $\tilde{z} = -0.6$ (1), -1.7 (2), -5 (3), -12 (4). Сплошные кривые соответствуют $K_D = 2$, штриховые кривые — $K_D > 100$ (отсутствию диффузии), пунктирные кривые — приближенному решению [31]

плазмы; аналогичный результат был получен в работе [31] при решении уравнения зарядки в ближней окрестности сферы. Рисунок 7 показывает, что при отсутствии диффузии приближенным решением [31] также можно пользоваться для приближенной количественной оценки поперечного масштаба возмущенной области вблизи сферы; однако за пределами «ближней зоны» приближенное решение в целом дает заниженное значение поперечного масштаба. Различие составляет 5–20% в зависимости от значений параметров K_- , K_+ .

Как можно видеть из рис. 6, 7, наличие суще-

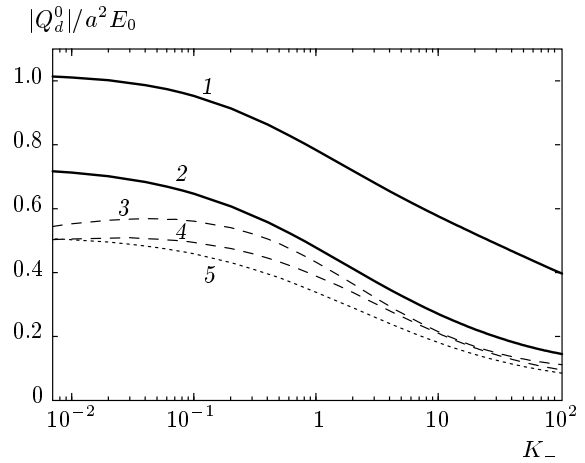


Рис. 8. Зависимости нормированного стационарного абсолютного значения заряда $|Q_d^0|/a^2 E_0$ от параметра K_- при $\mu_-/\mu_+ = 2$. Кривая 1 соответствует параметрам $K_D = 2$, $a/l_0 = 0.5$, кривая 2 — $K_D = 5$, $a/l_0 = 0.5$, кривая 3 — $K_D \gg 100$, $a/l_0 = 0.5$, кривая 4 — $K_D \gg 100$, $a/l_0 = 0.1$, кривая 5 — приближенному решению [31]

ственной диффузии ($K_D < 5$) приводит к «сглаживанию» продольных и поперечных распределений плотности пространственного заряда и концентраций ионов. В целом возмущенная область в плазме при наличии диффузии несколько «размывается» в поперечном направлении: поперечный масштаб возмущения вблизи сферы увеличивается, продольный — уменьшается. В случае слабой рекомбинации изменение продольного масштаба значительно (см. рис. 6а): по сравнению с отсутствием диффузии при $K_D = 2$ он уменьшается примерно в четыре раза, в случае сильной рекомбинации (см. рис. 6б) — уменьшается примерно на треть. Поперечный масштаб увеличивается слабо, на доли радиуса сферы (см. рис. 7). При слабой рекомбинации значения плотности пространственного заряда вблизи сферы повышаются по сравнению со значениями в случае без диффузии, при сильной рекомбинации — уменьшаются. Наличие диффузии также приводит к тому, что максимум в зависимостях $\tilde{\rho}(\tilde{z})$ достигается при большем удалении от частицы.

Зависимости нормированного стационарного значения заряда $|Q_d^0|/a^2 E_0$ от параметров системы, полученные как численным решением, так и в рамках приближенного решения [31], представлены на рис. 8, 9.

На рис. 8 приведены зависимости нормированного абсолютного значения заряда $|Q_d^0|/a^2 E_0$ от интенсивности рекомбинационных процессов (парамет-

ра K_- при фиксированном отношении K_+/K_- для различных значений радиуса сферы и параметра диффузии K_D , приведено также приближенное решение [31]. В отсутствие диффузии при меньших значениях радиуса зависимость $|Q_d^0|(K_-)$ ближе к приближенному решению, однако существует качественное различие при $K_- \ll 1$ (при слабой рекомбинации). В работе [31] было получено, что абсолютное значение заряда сферы убывает с увеличением интенсивности рекомбинационных процессов. Численный анализ показывает, что при малых K_- зависимость $|Q_d(K_-)|$ имеет максимум (также может иметь несколько локальных экстремумов). Немонотонность $|Q_d(K_-)|$ при малых K_- , по-видимому, связана с различным характером временной динамики Q_d при $\sqrt{K_-K_+} < 0.1$ и $\sqrt{K_-K_+} > 0.1$ (см. рис. 3). При уменьшении радиуса сферы максимум сглаживается. При наличии существенной диффузии зависимость $|Q_d^0(K_-)|$ монотонна во всем диапазоне значений K_- (абсолютное значение заряда уменьшается с ростом рекомбинации). Это вызвано тем, что при наличии достаточной диффузии характер временной динамики $Q_d(t)$ не зависит от интенсивности рекомбинации (см. рис. 3).

В рамках приближенного решения [31] (как и в рамках баллистической модели [24]) зависимость заряда сферы от ее радиуса и внешнего поля определяется следующим образом:

$$Q_d^0 = a^2 E_0 \tilde{Q}_d^0(K_+, K_-). \quad (16)$$

В предельном случае $K_D \gg 100$ и $a/l_0 \ll 1$ стационарные значения заряда, полученные в результате решения нестационарной задачи (3)–(6), совпадают с полученными в работе [31]. При существенной диффузии $K_D < 50$ зависимость от электрического поля остается линейной, но принимает вид

$$Q_d^0 = Q_d^D + E_0 \tilde{Q}'_d(K_+, K_-, a),$$

где Q_d^D — заряд, связанный с диффузионными потоками на сферу (см. рис. 9а). Зависимость заряда от радиуса $Q_d^0(a)$ близка к квадратичной, однако нормированное значение $|Q_d^0/a^2 E_0|$ при слабой диффузии незначительно увеличивается с ростом радиуса (см. кривые 3 и 4 на рис. 8 и рис. 9б), при сильной диффузии — уменьшается (см. рис. 9б).

Зависимость нормированного абсолютного значения заряда сферы $|Q_d^0/a^2 E_0|$ (при постоянных напряженности электрического поля и температуре) от параметра диффузии K_D при различных значениях параметров K_- , K_+ представлена на рис. 9б. При слабой диффузии абсолютное значение заряда

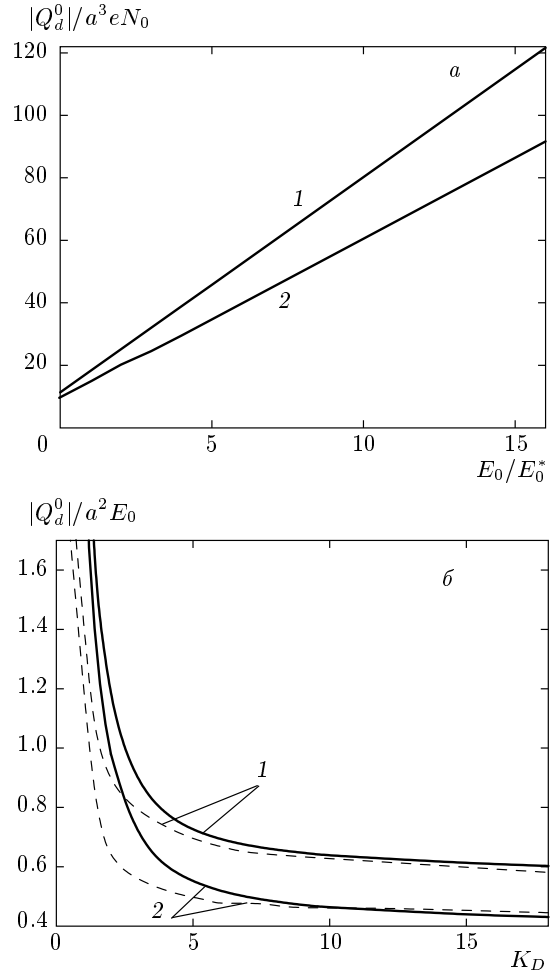


Рис. 9. Зависимости нормированных стационарных абсолютных значений заряда от напряженности внешнего электрического поля (а, $E_0^* = \sqrt{4\pi e N_0 T}$) и параметра диффузии при фиксированных значениях E_0 и T (б). Кривые 1 соответствуют $K_- = 0.02$, $K_+ = 0.04$, кривые 2 — $K_- = 0.8$, $K_+ = 1.6$. На рис. б сплошные кривые соответствуют $a = a_1$, штриховые — $a = a_2$, при этом $a_2/a_1 = 4$

незначительно увеличивается при уменьшении K_D , затем увеличение становится более заметным, а начиная с некоторых значений $K_D \approx 1-2$ зависимость $|Q_d^0/a^2 E_0|(K_D)$ становится близкой к степенной

$$Q_d^0/a^2 E_0 \propto (K_D)^{-n_D},$$

где показатель $n_D \approx 1-1.3$ в зависимости от остальных параметров. Из рис. 9б также следует, что влияние диффузии сильнее и начинает проявляться при больших значениях K_D в случаях малого радиуса и слабой относительной рекомбинации. Физически это объясняется следующим образом. При малом ра-

диусе и сильной относительной рекомбинации возникающие в плазме возмущения сильно вытянуты вдоль внешнего поля; увеличение радиуса и уменьшение рекомбинации приводят к тому, что возмущенные области становятся более симметричными (соответственно за счет увеличения поперечного и сокращения продольного масштабов, см. рис. 5–7). Поскольку диффузионные процессы «размывают» возникающие в плазме структуры, их влияние будет сильнее в том случае, когда возмущения сильно асимметричны, что и подтверждается полученными результатами. Количественно, при слабой рекомбинации ($\max\{K_+, K_-\} < 0.1$) и $a/l_0 \approx 0.5$ влияние диффузии становится существенным при выполнении неравенства $K_D < 10$.

5. ОБСУЖДЕНИЕ И ВЫВОДЫ

Приведем некоторые количественные оценки. Проводящая аэрозольная частица в атмосфере Земли с радиусом $a = 10$ мкм в поле напряженностью $E_0 = 1$ В/см (это соответствует полю хорошей погоды на малых высотах) при достаточно слабой рекомбинации ($\max\{K_-, K_+\} < 1$) приобретает заряд от $3e$ (при незначительной диффузии) до $12e$ (при заметной диффузии). При большой интенсивности рекомбинационных процессов заряд на такой частице не образуется. В условиях грозových облаков для крупных водяных капель с радиусами порядка 500 мкм в поле напряженностью $E_0 = 500$ В/см стационарные значения заряда будут достигать $(10^6-10^7)e$. Для мезосферных аэрозолей (радиусы порядка сотен нанометров) наибольшее значение заряда на частице будет порядка одного элементарного заряда. По порядку величины данные значения согласуются с наблюдаемыми [23, 33–35].

Заметим, что для частиц с радиусами порядка 10 мкм приведенные выше значения существенно меньше зарядов, полученных для пылевых частиц с такими же радиусами в экспериментах с газовым разрядом [26–29]. Это объясняется тем, что в экспериментах газового разряда, как правило, рассматривается плазма с более высокой степенью ионизации, где существенную роль играют электроны [26, 27], а также существенно более высокие электрические поля $E_0 > 10^3$ В/см [28].

В заключение сформулируем кратко основные результаты работы.

1. Рассмотрена нестационарная задача о взаимодействии проводящей сферы со слабоионизованной столкновительной плазмой во внешнем поле при

учете процессов рекомбинации и влияния пространственного заряда. Показано, что во всем диапазоне рассматриваемых параметров существует устойчивое стационарное состояние. При слабой рекомбинации $\tau > \tau_\sigma$ время установления стационарного состояния (при начальных условиях, соответствующих незаряженной сфере и невозмущенной плазме) определяется комбинацией характерного рекомбинационного времени $\tau = (\alpha N_0)^{-1}$ и максвелловского времени $\tau_\sigma = \sqrt{\tau_- \tau_+} = (4\pi\sigma_+ 4\pi\sigma_-)^{-1/2}$: $t \propto \sqrt{\tau \tau_\sigma}$. При сильной рекомбинации $\tau \ll \tau_\sigma$ время установления не зависит от τ и полностью определяется большим временным масштабом системы τ_σ . В предельном случае отсутствия диффузии ($K_D > 100$) и сильного внешнего поля ($a/l_0 \ll 1$) свойства стационарного состояния в целом совпадают с полученными ранее при приближенном решении [31].

2. Характер временной динамики заряда на сфере определяется интенсивностью рекомбинационных процессов относительно влияния пространственного заряда τ_σ/τ и влиянием диффузии. При отсутствии диффузии и $\tau_\sigma/\tau < 0.1$ зависимость $Q_d(t)$ в первые моменты времени носит резкий характер и имеет один или несколько локальных экстремумов, при $\tau_\sigma/\tau > 0.1$ или наличии существенной диффузии $K_D < 10$ зависимость $Q_d(t)$ плавна и монотонна. Стационарное абсолютное значение заряда на сфере увеличивается по линейному закону с ростом напряженности электрического поля и уменьшается с ростом интенсивности рекомбинационных процессов. Зависимость стационарного заряда от радиуса сферы близка к квадратичной. Наличие диффузии приводит к увеличению абсолютного значения заряда, при сильной диффузии ($K_D \approx 1-2$) при фиксированной напряженности электрического поля зависимость $|Q_d^0/a^2 E_0|(K_D)$ близка к $Q_d^0/a^2 E_0 \propto (K_D)^{-n_D}$, где показатель $n_D \approx 1-1.3$.

3. Область возмущения в плазме вытянута вдоль внешнего поля и может быть разделена на две области — положительно заряженную слева от сферы и отрицательно заряженную справа (электрическое поле направлено слева направо). При $K_+(K_-) < 1$ плотность заряда в возмущенной «положительной» («отрицательной») области вблизи сферы в первые моменты времени резко возрастает, затем убывает до стационарного значения. Стационарная концентрация положительных (отрицательных) ионов в этой области меньше невозмущенного значения концентрации N_0 . При $K_+(K_-) > 1$ плотность заряда в возмущенной «положительной» («отрицательной») области вблизи сферы в первые моменты времени

также резко возрастает, затем продолжает плавно увеличиваться до стационарного значения. Стационарная концентрация положительных (отрицательных) ионов вблизи сферы в этом случае будет больше N_0 .

4. Продольный (по отношению к внешнему полю) масштаб возмущенной области практически не зависит от радиуса сферы. При отсутствии диффузии продольный масштаб определяется соотношением электродинамического и ионизационных масштабов, уменьшаясь с ростом относительной интенсивности рекомбинационных процессов τ_σ/τ от $\sqrt{l_0 L_+ L_- / (L_+ + L_-)}$ (при $\tau_\sigma/\tau \ll 1$) до l_0 (при $\tau_\sigma/\tau > 1$). Поперечный масштаб возмущений вблизи сферы определяется в первую очередь радиусом сферы и составляет $(1.5-5)a$. Наличие диффузии приводит к уменьшению продольного масштаба и незначительному увеличению поперечного масштаба возмущенной области в плазме. Продольные и поперечные распределения плотности пространственного заряда при наличии диффузии имеют более гладкую форму.

5. Влияние диффузии как на временную динамику процесса, так и на свойства стационарного состояния более значительно при слабой интенсивности рекомбинационных процессов относительно влияния поля пространственного заряда и меньшем радиусе сферы.

Проведенное в работе исследование позволило проанализировать взаимодействие проводящей сферы со слабоионизованной столкновительной плазмой во внешнем поле в нестационарных условиях в широком диапазоне параметров, характерных для плазмopodobных сред в различных областях атмосферы Земли. Показано, что заряд сферы и свойства возникающих в плазме областей пространственного заряда существенно зависят от всех параметров системы. При отсутствии диффузии характеристики стационарного состояния в целом подтверждают результаты работы [31], однако анализ нестационарной задачи позволил уточнить некоторые закономерности, в частности, зависимость заряда сферы от относительной интенсивности рекомбинационных процессов и радиуса сферы, а также характер поперечного распределения плотности заряда в возмущенных областях плазмы.

В дальнейшем предполагается обобщение рассмотренной задачи на случай наличия электронов и потока нейтрального газа, а также численное решение задачи о зарядке и взаимодействии двух проводящих сфер.

Авторы выражают благодарность А. Г. Демехову за интерес к работе и ценные замечания.

Работа В. С. Грач выполнена при поддержке программы Президиума РАН № 22 «Фундаментальные проблемы исследований и освоения Солнечной системы», Совета по грантам Президента Российской Федерации для поддержки ведущих научных школ Российской Федерации (грант НШ-1041.2014.2) и РФФИ (грант № 13-05-01100), работа М. А. Гарасёва выполнена при поддержке Правительства Российской Федерации (грант Правительства РФ для государственной поддержки научных исследований, проводимых под руководством ведущих ученых в российских образовательных учреждениях высшего профессионального образования, научных учреждениях государственных академий наук и государственных научных центрах Российской Федерации № 14.В25.31.0008).

ПРИЛОЖЕНИЕ

Оператор градиента в сферических координатах с учетом азимутальной симметрии записывается как

$$\nabla u = \frac{\partial u}{\partial r} \mathbf{r}_0 + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} \theta_0 = \nabla_r u + \nabla_\theta u. \quad (17)$$

При решении задачи используются три дискретизации для каждого из операторов $\nabla_r u$ и $\nabla_\theta u$:

$$\begin{aligned} \nabla_r^C u &= \frac{u_{j,k+1} - u_{j,k-1}}{h_k^r + h_{k-1}^r}, \\ \nabla_\theta^C u &= \frac{1}{r_k} \frac{u_{j+1,k} - u_{j-1,k}}{h_j^\theta + h_{j-1}^\theta}, \end{aligned} \quad (18)$$

$$\nabla_r^F u = \frac{u_{j,k+1} - u_{j,k}}{h_k^r}, \quad \nabla_\theta^F u = \frac{1}{r_k} \frac{u_{j+1,k} - u_{j,k}}{h_j^\theta}, \quad (19)$$

$$\nabla_r^B u = \frac{u_{j,k} - u_{j,k-1}}{h_{k-1}^r}, \quad \nabla_\theta^B u = \frac{1}{r_k} \frac{u_{j,k} - u_{j-1,k}}{h_{j-1}^\theta}. \quad (20)$$

Для вычисления электрического поля $-\nabla \tilde{\Phi}$ используются центральные разностные производные (18). Выбор разностных производных для концентраций в слагаемых $\nabla n_+ \nabla \tilde{\Phi}$ и $\nabla n_- \nabla \tilde{\Phi}$ определяется направлением скорости потока соответствующих частиц. Для положительных частиц при $\nabla_r \tilde{\Phi} \leq 0$ используется разностная производная вперед ∇_r^F , при $\nabla_r \tilde{\Phi} < 0$ — разностная производная назад ∇_r^B (аналогично для ∇_θ). Для отрицательных частиц при $\nabla_r \tilde{\Phi} \leq 0$ используется разностная производная назад ∇_r^B , при $\nabla_r \tilde{\Phi} < 0$ — разностная производная

вперед ∇_r^B (аналогично для ∇_θ). Подобный подход часто используется при решении уравнений Эйлера и позволяет обеспечить устойчивость схемы при отсутствующей или незначительной диффузии.

Дискретизация оператора Лапласа в сферических координатах при учете азимутальной симметрии и неэквидистантности решетки записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} \Delta u = & \frac{2}{h_k^r + h_{k-1}^r} \left(\frac{u_{j,k+1} - u_{j,k}}{h_k^r} - \frac{u_{j,k} - u_{j,k-1}}{h_{k-1}^r} \right) + \\ & + \frac{2}{r_k} \frac{u_{j,k+1} - u_{j,k-1}}{h_k^r + h_{k-1}^r} + \frac{2}{r_k^2 (h_j^\theta + h_{j-1}^\theta)} \times \\ & \times \left(\frac{u_{j+1,k} - u_{j,k}}{h_j^\theta} - \frac{u_{j,k} - u_{j-1,k}}{h_{j-1}^\theta} \right) + \\ & + \frac{\text{ctg } \theta}{r_k^2} \frac{u_{j+1,k} - u_{j-1,k}}{h_j^\theta + h_{j-1}^\theta}. \end{aligned} \quad (21)$$

Здесь $j = 1, \dots, M_\theta$, $k = 2, \dots, M_r - 1$, $h_k^r = \tilde{r}_{k+1} - \tilde{r}_k$, $h_j^\theta = \theta_{j+1} - \theta_j$.

Полюсы при $j = 1$ ($\theta = 0$) и $j = M_\theta$ ($\theta = \pi$) раскрываются с учетом азимутальной симметрии:

$$\frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) \Big|_{\theta=0, \pi} = 2 \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} \frac{1}{r^2}. \quad (22)$$

Отсюда соответствующие слагаемые Лапласиана:

$$\begin{aligned} j = 1 : & \quad \frac{4}{(h_1^\theta)^2} (u_{2,k} - u_{1,k}); \\ j = M_\theta : & \quad \frac{4}{(h_{M_\theta}^\theta)^2} (u_{M_\theta-1,k} - u_{M_\theta,k}). \end{aligned} \quad (23)$$

Для дискретного вычисления интегралов в формулах (11) и (13) используется метод Симпсона, при этом

$$\frac{\partial \tilde{\Phi}_1(\tilde{r}, \theta)}{\partial \tilde{r}} \Big|_{\tilde{r}=a/l_0} = \frac{\tilde{\Phi}_1(r_3, \theta) - \tilde{\Phi}_1(r_1, \theta)}{h_1^r + h_2^2},$$

$$\begin{aligned} \tilde{V}_a^+ = & \frac{1}{K_+} \left(-\frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial \tilde{r}} - \frac{1}{K_D^2} \frac{1}{n_+} \frac{\partial n_+}{\partial \tilde{r}} \right) \Big|_{\tilde{r}=a/l_0} = \\ = & \frac{1}{K_+} \left[-\frac{\tilde{\Phi}_1(r_3, \theta) - \tilde{\Phi}_1(r_1, \theta)}{h_1^r + h_2^2} + \frac{1}{K_D^2 h_1^r} \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{V}_a^- = & \frac{1}{K_-} \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial \tilde{r}} - \frac{1}{K_D^2} \frac{1}{n_-} \frac{\partial n_-}{\partial \tilde{r}} \right) \Big|_{\tilde{r}=a/l_0} = \\ = & \frac{1}{K_-} \left[\frac{\tilde{\Phi}_1(r_3, \theta) - \tilde{\Phi}_1(r_1, \theta)}{h_1^r + h_2^2} + \frac{1}{K_D^2 h_1^r} \right]. \end{aligned}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. О. В. Козлов, *Электрический зонд в плазме*, Атомиздат, Москва (1969).
2. Я. Л. Альперт, А. В. Гуревич, Л. П. Питаевский, УФН **79**, 23 (1963).
3. В. Е. Фортов, А. Г. Храпак, С. А. Храпак и др., УФН **174**, 495 (2004).
4. В. Е. Фортов, А. Г. Храпак, И. Т. Якубов, *Физика неидеальной плазмы*, Физматлит, Москва (2004).
5. P. K. Shukla and B. Eliasson, Rev. Mod. Phys. **81**, 25 (2009).
6. *Комплексная и пылевая плазма. Из лаборатории в космос*, под ред. В. Е. Фортова, Г. Морфилла, Физматлит, Москва (2012).
7. O. Havnes, U. de Angelis, R. Bingham et al., J. Atmosph. Terrest. Phys. **52**, 637 (1990).
8. J. Y. N. Cho and J. Rottger, J. Geophys. Res. **102**, 2001 (1997).
9. D. R. Macgorman and W. D. Rust, *The Electrical Nature of Storms*, Oxford Univ. Press, Oxford (1998).
10. M. J. Wolff, M. D. Smith, R. T. Clancy et al., J. Geophys. Res. **111**, E12 (2006).
11. P. Lavvas, R. V. Yelle, and C. A. Griffith, Icarus **210**, 832 (2010).
12. E. Grün, M. Horanyi, and Z. Sternovsky, Planet. Space Sci. **59**, 1672 (2011).
13. F. Verheest, *Waves in Dusty Space Plasmas*, Kluwer Acad., Dordrecht (2000).
14. В. В. Иванов, А. Ф. Паль, Т. В. Рахимова и др., ЖЭТФ **115**, 2020 (1999).
15. А. Ф. Паль, А. О. Серов, А. Н. Старостин и др., ЖЭТФ **119**, 272 (2001).
16. А. В. Филиппов, Н. А. Дятко, А. Ф. Паль, А. Н. Старостин, Физика плазмы **29**(3), 214 (2003).
17. S.-H. Kim and R. L. Merlino, Phys. Plasmas **13**, 052118 (2006).
18. А. В. Филиппов, А. Г. Загородний, А. Ф. Паль и др., Письма в ЖЭТФ **76**, 873 (2007).
19. В. Л. Красовский, Геомагнетизм и аэрономия **54**, 455 (2014).
20. А. А. Киселев, М. С. Долгоносков, В. Л. Красовский, ДАН СССР **456**(3), 290 (2014).

21. А. В. Гапонов-Грехов, Д. И. Иудин, В. Ю. Трахтенгерц, ЖЭТФ **128**, 201 (2005).
22. Е. А. Мареев, А. Е. Сорокин, В. Ю. Трахтенгерц, Физика плазмы **25**(3), 289 (1999).
23. А. Е. Sorokin, Probl. Atom. Sci. Technol. Ser.: Plasma Physics **13**, 58 (2007).
24. А. Е. Sorokin, Europ. Phys. J. D **47**, 83 (2008).
25. S. A. Khrapak, V. A. Klimov, and G. E. Morfill, Phys. Plasmas **14**, 0304502 (2007).
26. А. Ф. Паль, А. Н. Старостин, А. В. Филиппов, Физика плазмы **27**(1), 155 (2001).
27. А. Ф. Паль, Д. В. Сивохин, А. Н. Старостин и др., Физика плазмы **28**(1), 32 (2002).
28. N. Y. Babaeva, J. K. Lee, and H. C. Kim, Plasma Sources Sci. Technol. **13**, 127 (2004).
29. N. Y. Babaeva and J. K. Lee, IEEE Trans. Plasma Sci. **32**, 823 (2004).
30. А. В. Филиппов, А. Г. Загородний, А. И. Момот и др., ЖЭТФ **131**, 164 (2007).
31. В. С. Грач, В. Е. Семенов, В. Ю. Трахтенгерц, Физика плазмы **35**(1), 36 (2009).
32. Б. М. Смирнов, *Отрицательные ионы*, Атомиздат, Москва (1978).
33. Д. Чалмерс, *Атмосферное электричество*, Гидрометеоиздат, Ленинград (1974).
34. Р. Р. Роджерс, *Краткий курс физики облаков*, Гидрометеоиздат, Ленинград (1979).
35. M. Rapp and F.-J. Lübken, Atmos. Phys. Chem. Discuss. **4**, 4777 (2004).