ЖЭТФ, 2015, том 148, вып. 1 (7), стр. 63–74

ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНАЯ СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ В ДВУХЗОННЫХ МАТЕРИАЛАХ С МЕЖЗОННЫМ СПАРИВАНИЕМ

*Е. А. Мазур**, *В. М. Дубовик*

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
115409, Москва, Россия

Поступила в редакцию 24 ноября 2014 г.

Теория Элиашберга, обобщенная за счет особых свойств двухзонных электрон-фононных (ЭФ) систем, используется для изучения T_c в двухзонных материалах, одним из представителей которых являются пниктиды. С учетом возможной сильной ЭФ-связи учитывается спаривание в пределах полной ширины электронной зоны, а не только в узком слое у поверхности Ферми. Обнаружено, что эффект спаривания электронов, принадлежащих различным зонам, является решающим фактором для появления эффекта высокой T_c в этих материалах. Показано, что в материалах, аналогичных пниктидам, высокое значение T_c воспроизводится двухзонной спектральной функцией электрон-фононного взаимодействия. Предсказано существование еще одного семейства двухзонных высокотемпературных материалов с температурой T_c сверхпроводящего перехода, не уступающей T_c в купратах.

DOI: 10.7868/S0044451015070068

1. ВВЕДЕНИЕ

Двухзонные и многозонные материалы, например, диборид магния и недавно открытые пниктиды открывают новые перспективы в исследовании высокотемпературных свойств материалов [1, 2]. Считается, что высокое значение T_c в случае ЭФ-механизма сверхпроводимости воспроизводится теорией сильной связи Элиашберга [3–6] только с неоправданно высокими константами ЭФ-взаимодействия $\lambda \geq 3$. На самом же деле при высоких константах ЭФ-связи при $\lambda > 2$ вместо теории Мигдала–Элиашберга должен быть применен иной вариант теории ЭФ-систем [7]. В то же время было установлено, что реальная константа ЭФ-взаимодействия λ в каждой из зон в пниктидах не превышает единицу, $\lambda < 1$ (см. [8–10]). В работах [11–15] было показано, что реконструкция действительной $\mathrm{Re}\,\Sigma$ и мнимой $\mathrm{Im}\,\Sigma$ частей собственно-энергетической части (СЧ) в случае сильной связи не ограничена областью частот ω порядка предельной фононной частоты ω_D, а распространяется на область гораздо большего диапазона частот $\omega \gg \omega_D$. В результате ЭФ-взаимодействие модифицирует СЧ-функции Грина (ФГ), включая ее аномальную часть, на значительном энергетическом расстоянии от поверхности Ферми в единицах дебаевских фононных частот, а отнюдь не только в окрестности поверхности Ферми, $\mu - \omega_D < \omega < \mu + \omega_D$ (здесь μ — химический потенциал).

Целью настоящей работы является исследование вопроса о том, какая часть экспериментальных результатов для T_c в двухзонных материалах, например, пниктидах (см. [1, 16], а также ссылки в этих работах), воспроизводится ЭФ-взаимодействием и какой вклад, тем самым, остается в «зоне ответственности» электрон-электронного взаимодействия. Для этой цели в настоящей работе построен обобщенный на случай двух зон вариант теории Мигдала–Элиашберга в двухзонных материалах с расположением центров зон в близких точках обратного пространства, в частности, пниктидах [16], при отличной от нуля температуре, $T \neq 0$, в обобщенном на двухзонный случай представлении, аналогичном представлению Намбу для однозонного случая. Построенная теория описывает эффекты конечности ширин электронных зон, позволяет рассматривать эффекты переменной плотности электронных состояний в пределах зон и учитывает дополни-

*E-mail: eugen_mazur@mail.ru

тельно эффекты электрон-дырочной неэквивалентности, проистекающие из несимметричного расположения химического потенциала относительно дна и вершин зон, а также из двухзонного характера системы. Приведение полного списка работ по вычислению T_c в рамках двухзонной теории представляется трудной задачей, поэтому авторы отсылают читателя к имеющимся обзорам и последним работам [3–5, 8–10].

Учитывая все сказанное выше, будем рассматривать двухзонную ЭФ-систему с гамильтонианом $\hat{H}$, который включает электронную компоненту $\hat{H}_e$, ионную компоненту $\hat{H}_i$ и компоненту, отвечающую электрон-ионному взаимодействию в гармоническом приближении, $\hat{H}_{e-i}$:

$$\hat{H} = \hat{H}_e + \hat{H}_i + \hat{H}_{e-i} - \mu\hat{N},$$

где

$$\hat{H}_{e-i} = \sum_{n\kappa}\int d\mathbf{r}\,\psi^+(x)\psi(x)\nabla_\alpha V_{e-i,\kappa}(\mathbf{r}-\mathbf{R}^0_{n\kappa})u^\alpha_{n\kappa},$$

$x \equiv (\mathbf{r}, t)$, $\hat{N}$ — оператор числа электронов в системе, n — номер ячейки кристалла, κ — тип иона, $\mathbf{R}^0_{n\kappa} = \mathbf{R}^0_n + \mathbf{r}'_\kappa$ — радиус-вектор равновесного положения иона κ-типа в кристалле, $V_{e-i,\kappa}$ — потенциал электрон-ионного взаимодействия, $u^\alpha_{n\kappa} = R^\alpha_{n\kappa} - R^{0\alpha}_{n\kappa}$ — α-проекция отклонения $n\kappa$-иона из положения равновесия. Электронная ФГ $\hat{G}$ в матричной форме определяется как $\hat{G} = -\langle T\Psi(x)\Psi^+(x')\rangle$, где обычные электронные операторы рождения и уничтожения входят в форме, обобщающей на двухзонный случай операторы Намбу. Записывая стандартные уравнения движения для электронных волновых функций и проводя усреднение с гамильтонианом $\hat{H}$, мы получаем уравнения для электронной ФГ. Матричная СЧ, отвечающая ЭФ-взаимодействию с учетом вершинной функции $\hat{\Gamma}$ и полному учету электрон-электронных корреляций, имеет вид

$$\begin{aligned}\hat{\Sigma}(x,x') &= \int dx_1\int d\mathbf{r}''\frac{e^2}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}''|}\,\varepsilon^{-1}(\mathbf{r}'',\tau,x_1)\times\\ &\times\hat{\tau}_3\hat{G}(x,x_2)\hat{\tau}_3\hat{\Gamma}(x_2,x',x_1)+\\ &+i\left\{\sum_{n\kappa,n'\kappa'}\int dx_1dx_2\nabla_\alpha V_{e-i,\kappa}(\mathbf{r}-\mathbf{R}^0_{n\kappa})\times\right.\\ &\left.\times\nabla_\beta V_{e-i,\kappa}(\mathbf{r}_1-\mathbf{R}^0_{n'\kappa'})D^{\alpha\beta}_{n\kappa n'\kappa'}(\tau-\tau_1)\right\}\times\\ &\times\tau_3\hat{G}(x,x_2)\hat{\tau}_3\Gamma(x_2,x',x_1). \qquad (1)\end{aligned}$$

В формуле (1) концентрация электронов предполагается малой, поэтому эффектами экранирования ЭФ-взаимодействия можно пренебречь в силу слабой экранировки электронами. Фононная ФГ определяется как

$$D^{\alpha\beta}_{n\kappa n'\kappa'}(\tau) = -\langle T_\tau(u^\alpha_{n\kappa}, u^\beta_{n\kappa'})\rangle,$$

$\hat{\Gamma}$ — вершинная функция, являющаяся матрицей в $\hat{\tau}_i$-пространстве. Поведение матричной вершины $\hat{\Gamma}$ формируется под влиянием первого слагаемого в (1), которое включает в себя эффекты электрон-электронной корреляции. В дальнейшем изложении мы не будем выписывать явно первый электрон-электронный вклад $\hat{\Sigma}_{el-el}(x,x')$ из (1), имея его, однако, в виду, и рассматривая через поведение вершины $\hat{\Gamma}$ и $\hat{\Sigma}_{el-el}(x,x')$ все исследованные ранее (см., например, [17]) эффекты электрон-электронных корреляций и эффекты взаимодействия электронов через спиновые флуктуации в двухзонных материалах.

2. ФУНКЦИЯ ГРИНА ЭЛЕКТРОНОВ В ДВУХЗОННОЙ ЭФ-СИСТЕМЕ

Будем рассматривать межзонное спаривание электронов в двухзонной ЭФ-системе. В однозонном случае значения СЧ запаздывающей ФГ в известной температурной технике Намбу при дискретных частотах $\omega_m = (2m+1)\pi T$, $m = 0, \pm1, \pm2, \ldots$ на мнимой оси могут быть записаны следующим образом:

$$\hat{\Sigma}(i\omega_m) = i\omega_m\left[1 - Z(\mathbf{p},\omega_m)\right]\hat{\tau}_0 + \chi(\mathbf{p},\omega_m)\hat{\tau}_3.$$

Здесь $\hat{\tau}_0$, $\hat{\tau}_3$ — известные матрицы Паули размерности 2×2; значения величины $\hat{\chi}(\mathbf{p},\omega_m)$, которая после аналитического продолжения на область действительных частот определяет частотно зависящий сдвиг химического потенциала, можно найти с помощью следующей формулы:

$$\hat{\chi}(\mathbf{p},\omega_m) = \frac{1}{2}\left[\hat{\Sigma}(\mathbf{p},\omega_m) + \hat{\Sigma}(\mathbf{p},-\omega_m)\right].$$

Величина $\hat{Z}(\mathbf{p},\omega_m)$, которая после аналитического продолжения определяет комплексную перенормировку массы электронов, находится из соотношения

$$i\omega_m\left[1 - \hat{Z}(\mathbf{p},\omega_m)\right] = \frac{1}{2}\left[\hat{\Sigma}(\mathbf{p},\omega_m) - \hat{\Sigma}(\mathbf{p},-\omega_m)\right].$$

В отличие от однозонного случая температурная ФГ электронов в двухзонной модели

$$\hat{g} = -\langle T\Psi(x)\overline{\Psi}(x')\rangle \qquad (2)$$

представляет собой матрицу 4×4

$$\begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} & g_{14} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} & g_{24} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} & g_{34} \\ g_{41} & g_{42} & g_{43} & g_{44} \end{pmatrix}, \tag{3}$$

составленную с помощью операторов рождения $\psi^{+}_{i\alpha}(\mathbf{r})$ (и уничтожения $\psi_{i\alpha}(\mathbf{r})$) электрона i-зоны ($i = 1, 2$) в точке $x = (\mathbf{r}, t)$ с проекцией спина α. ФГ двухзонной ЭФ-системы можно найти из очевидного равенства

$$\hat{g}^{-1}\hat{g} = \hat{1} \tag{4}$$

через обратную матрицу Грина ЭФ-системы, удовлетворяющую известному соотношению диаграммной техники

$$\hat{g}^{-1} = \hat{g}_0^{-1} - \hat{\Sigma}, \tag{5}$$

где $\hat{g}_0^{-1}$ — ФГ нулевого приближения:

$$\hat{g}_0^{-1} = \begin{pmatrix} i\omega_n - \xi_{1\mathbf{p}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & i\omega_n + \xi_{1\mathbf{p}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & i\omega_n - \xi_{2\mathbf{p}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & i\omega_n + \xi_{2\mathbf{p}} \end{pmatrix}, \tag{6}$$

а $\hat{\Sigma}$ — матричная неприводимая СЧ двухзонной ЭФ-системы. $\hat{\Sigma}$ в пренебрежении спариванием электронов в каждой из зон в отдельности, а также в пренебрежении всеми эффектами перенормировки химического потенциала за счет взаимодействий в каждой из зон и межзонных взаимодействий можно представить в виде

$$\hat{\Sigma} = \begin{pmatrix} (1 - Z_1)i\omega_n & 0 & 0 & \phi_{12} \\ 0 & (1 - Z_1)i\omega_n & \phi_{12} & 0 \\ 0 & \phi^*_{12} & (1 - Z_2)i\omega_n & 0 \\ \phi^*_{12} & 0 & 0 & (1 - Z_2)i\omega_n \end{pmatrix}, \tag{7}$$

где ϕ_{12} отвечает за спаривание двух электронов из разных зон. В нашей ЭФ-системе имеется только один межзонный параметр порядка. Таким образом, мы не рассматриваем ситуацию с когерентным взаимодействием параметра порядка из двух зон, впервые рассмотренную в работах [18, 19], когда в ЭФ-системе имеются интерферирующие параметры порядка первой и второй зон. Ситуация с двумя интерферирующими параметрами порядка двух зон рассматривалась в целом ряде последующих работ, например, в применении к пниктидам [8] и дибориду магния [1], однако, авторам не известны работы, в которых исследовались бы эффекты спаривания электронов из двух различных зон. Прямые преобразования по формуле (4) показывают, что

$$\begin{aligned} g_{1i} &= k_1 g_{4i}, \quad i = 2, 3, 4; \\ g_{2i} &= k_2 g_{3i}, \quad i = 1, 3, 4; \\ g_{3i} &= k_3 g_{2i}, \quad i = 1, 2, 4; \\ g_{4i} &= k_4 g_{1i}, \quad i = 1, 2, 3, \end{aligned} \tag{8}$$

где

$$k_{1,2} = \frac{\phi_{12}}{Z_1 i\omega_n \mp \xi_{1p}}, \quad k_{3,4} = \frac{\phi^*_{12}}{Z_2 i\omega_n \mp \xi_{2p}}. \tag{9}$$

Будем считать отличными от нуля лишь ФГ электронов из разных зон с противоположными направлениями спиновых моментов, т. е. положим, что ФГ электронов в одной зоне с противоположными направлениями спинов равны нулю,

$$\langle T\psi_{1\alpha}(\mathbf{r})\overline{\psi}_{i\beta}(\mathbf{r}')\rangle = \langle T\psi_{i\beta}(\mathbf{r})\overline{\psi}_{i\alpha}(\mathbf{r}')\rangle = 0, \tag{10}$$

и ФГ электронов из разных зон, $i \neq j$, но с одинаково направленными спинами также равны нулю:

$$\langle T\psi_{i\alpha}(\mathbf{r})\overline{\psi}_{j\alpha}(\mathbf{r}')\rangle = \langle T\psi_{i\beta}(\mathbf{r})\overline{\psi}_{j\beta}(\mathbf{r}')\rangle = 0. \tag{11}$$

Тогда в соответствии с (8)

$$\begin{aligned} g_{12} = g_{21} = 0, \quad g_{34} = g_{43} = 0, \\ g_{13} = g_{24} = 0, \quad g_{31} = g_{42} = 0, \end{aligned} \tag{12}$$

и в матрице $\hat{g}$ будут отличны от нуля лишь элементы, расположенные на ее двух диагоналях:

$$\hat{g} = \begin{pmatrix} g_{11} & 0 & 0 & g_{14} \\ 0 & g_{22} & g_{23} & 0 \\ 0 & g_{32} & g_{33} & 0 \\ g_{41} & 0 & 0 & g_{44} \end{pmatrix}. \tag{13}$$

Их явный вид легко найти с помощью соотношений (4)–(9), например, для g_{14} имеем

$$g_{14} = \frac{\phi_{12}}{(Z_1 i\omega_n - \xi_{1p})(Z_2 i\omega_n + \xi_{2p}) - |\phi_{12}|^2} \quad (14)$$

или вблизи T_c в пренебрежении малым вкладом ϕ_{12} по сравнению с первым слагаемым знаменателя получаем

$$g_{14} = \frac{\phi_{12}}{(Z_1 i\omega_n - \xi_{1p})(Z_2 i\omega_n + \xi_{2p})}. \quad (15)$$

3. СОБСТВЕННО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ ЭЛЕКТРОННОЙ ФУНКЦИИ ГРИНА

Запишем в температурной технике стандартное уравнение для элементов СЧ электронной ФГ $\hat{\Sigma}$ [20, 21], например, для Σ_{14}:

$$\Sigma_{14}(\mathbf{p}, \omega_n) = \phi_{12} = -T \sum_{n'} \int \frac{d^3\mathbf{p}'}{(2\pi)^3} g_{14}(\mathbf{p}', \omega_{n'}) \times \\ \times \sum_j |g_j(\mathbf{p}, \mathbf{p}')|^2 D_j(\mathbf{p} - \mathbf{p}', \omega_n - \omega_{n'}), \quad (16)$$

где g_j — матричный элемент ЭФ-взаимодействия, D — фононная ФГ. Представим интеграл по импульсу электронов $\int d^3\mathbf{p}'/(2\pi)^3$ в виде

$$\int \frac{d^3\mathbf{p}'}{(2\pi)^3} = \int d\xi_2 \int\limits_{S_{\xi_2}} \frac{d^2\mathbf{p}'}{v_{\mathbf{p}'}}, \quad (17)$$

где $\xi_2 = E_2 - \mu$ — энергия, отсчитанная от поверхности Ферми во второй зоне,

$$\int\limits_S d^2\mathbf{p}'/v_{\mathbf{p}'}$$

— интеграл по поверхности постоянной энергии $\xi_2 = \text{const}$, которая отнюдь не обязана совпадать с поверхностью Ферми, а $v_{\mathbf{p}}$ — скорость электрона на этой поверхности. Воспользуемся спектральным разложением электронной и фононной ФГ

$$g(\mathbf{p}, \omega_n) = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} dz' \frac{a(\mathbf{p}, z')}{i\omega_n - z'}, \quad (18)$$

$$D_j(\mathbf{p}, \omega_n) = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} dz \frac{b_j(\mathbf{p}, z')}{i\omega_n - z} \quad (19)$$

и проведем стандартное суммирование по частоте ω_n:

$$T \sum_{n'} \frac{1}{[i\omega_{n'} - z']} \frac{1}{[i(\omega_n - \omega_{n'}) - z]} = \\ = -\frac{1}{2} \frac{\text{th}(z'/2T) + \text{cth}(z/2T)}{i\omega_n - z - z'}. \quad (20)$$

Учтем также, что спектральная плотность $a(\mathbf{p}, z)$ связана с запаздывающей ФГ $g(\mathbf{p}, z)$ соотношением

$$a(\mathbf{p}, z) = -2 \,\text{Im}\, g(\mathbf{p}, z). \quad (21)$$

Сделаем аналитическое продолжение в (20) с мнимой оси на вещественную с помощью подстановки

$$i\omega_n \to \omega + i\delta \quad (22)$$

и усредним левую и правую части (16) по всем направлениям импульса электронов первой зоны на энергетической поверхности ξ_1:

$$\varphi_{12}(\xi_1, \omega) = \\ = \int\limits_{S(\xi_1)} \frac{d^2\mathbf{p}}{v_{\mathbf{p}}} \varphi_{12}(\mathbf{p}, \omega) \left\{ \int\limits_{S(\xi_1)} \frac{d^2\mathbf{p}}{v_{\mathbf{p}}} \right\}^{-1}, \quad (23)$$

после чего φ_{12} зависит лишь от двух величин: ξ_1 и ω. В результате из (16) получаем уравнение для параметра порядка

$$\varphi_{12}(\xi_1, \omega) = -\int\limits_{S(\xi_1)} \frac{d^2\mathbf{p}}{v_{\mathbf{p}}} \int d\xi_2 \times \\ \times \left[\int\limits_{S(\xi_2)} \frac{d^2\mathbf{p}'}{v_{\mathbf{p}'}} \sum_j |g_j(\mathbf{p}, \mathbf{p}')|^2 \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{dz'}{2\pi} \,\text{Im}\, g_{14}(\mathbf{p}', z') \right] \times \\ \times \left\{ \int\limits_{S(\xi_1)} \frac{d^2\mathbf{p}}{v_{\mathbf{p}}} \right\}^{-1} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{dz}{2\pi} b_j(\mathbf{p} - \mathbf{p}', z) \times \\ \times \frac{\text{th}(z'/2T) + \text{cth}(z/2T)}{\omega - z - z' + i\delta}. \quad (24)$$

Учитывая, что

$$\int\limits_S \frac{d^2\mathbf{p}'}{v_{\mathbf{p}'}} = N(\xi_2),$$

где $N(\xi_2)$ — плотность электронных состояний на поверхности $\xi_2 = \text{const}$, формулу (24) запишем следующим образом:

$$\varphi_{12}(\xi_1,\omega) = -\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz'}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz}{2\pi} b_j(\mathbf{p}-\mathbf{p}',z) \times \\ \times \frac{\operatorname{th}(z'/2T)+\operatorname{cth}(z/2T)}{\omega - z - z' + i\delta} \times \\ \times \int d\xi_2 N_2(\xi_2) \left[\left\{ \int\limits_{S(\xi_1)} \frac{d^2\mathbf{p}}{v_{\mathbf{p}}} \int\limits_{S(\xi_2)} \frac{d^2\mathbf{p}'}{v_{\mathbf{p}'}} \right\}^{-1} \times \\ \times \int\limits_{S(\xi_1)} \frac{d^2\mathbf{p}}{v_{\mathbf{p}}} \int\limits_{S(\xi_1)} \frac{d^2\mathbf{p}'}{v_{\mathbf{p}'}} \sum_j |g_j(\mathbf{p},\mathbf{p}')|^2 \times \\ \times \operatorname{Im} g_{14}\left(\xi_1(\mathbf{p}'),\xi_2(\mathbf{p}'),z'\right) \right]. \quad (25)$$

Оставим в сумме $\sum_j$ только одно слагаемое, соответствующее незатухающим модам фононного спектра,

$$b_j(\mathbf{q},z) = 2\pi\left\{\delta(z-\omega_0(\mathbf{q})) - \delta(z+\omega_0(\mathbf{q}))\right\}. \quad (26)$$

В результате получим

$$\varphi_{12}(\xi_1,\omega) = \int d\xi_2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz'}{2\pi} \times \\ \times \int_0^{\infty} dz\, \alpha^2(z,\xi_1,\xi_2)F(z,\xi_1,\xi_2) \times \\ \times \left[\frac{\operatorname{th}(z'/2T)+\operatorname{cth}(z/2T)}{z'+z-\omega-i\delta} - \frac{\operatorname{th}(z'/2T)-\operatorname{cth}(z/2T)}{z'-z-\omega-i\delta} \right] \times \\ \times \operatorname{Im} g_{14}\left(\xi_1(\xi_2),\xi_2,z'\right), \quad (27)$$

где спектральная функция ЭФ-взаимодействия имеет следующий вид:

$$\alpha^2(z,\xi_1,\xi_2)F(z,\xi_1,\xi_2) = \left\{ \int\limits_{S(\xi_1)} \frac{d^2\mathbf{p}}{v_{\mathbf{p}}} \int\limits_{S(\xi_2)} \frac{d^2\mathbf{p}'}{v_{\mathbf{p}'}} \right\}^{-1} \times \\ \times \int\limits_{S(\xi_1)} \frac{d^2\mathbf{p}}{v_{\mathbf{p}}} \int\limits_{S(\xi_2)} \frac{d^2\mathbf{p}'}{v_{\mathbf{p}'}} \sum_j |g_j(\mathbf{p},\mathbf{p}')|^2 \times \\ \times \delta\left(z-\omega_0(\mathbf{q})\right) N_2(\xi_2), \quad (28)$$

и

$$\xi_1 = \frac{p^2}{2m_1} - \mu, \quad \xi_2 = \frac{p^2}{2m_2} + \Delta - \mu, \quad (29)$$

где Δ — энергетический сдвиг нижних границ двух зон друг относительно друга. Таким образом, несмотря на весьма общий характер полученных формул, расчеты мы будем проводить для зон, центрированных в одной точке импульсного пространства и сдвинутых на энергетическое расстояние Δ друг от друга. Такая ситуация, в частности, осуществляется в пниктидах [15], где константа межзонного ЭФ-взаимодействия параметров порядка в этих материалах предположительно невелика [8]. Такая константа никак не совпадает с константой ЭФ-спаривания носителей из двух зон, фактически используемой в настоящей работе.

4. ТЕМПЕРАТУРА СВЕРХПРОВОДЯЩЕГО ПЕРЕХОДА T_c

Если считать слабой зависимость от ξ в g (а следовательно, и в $\varphi_{12}(\xi,z')$ и g_{14}) и положить $Z_1 = Z_2 = 1$, то, учитывая формулы (15) и (22), получим

$$\operatorname{Im} g_{14} = \operatorname{Im}\left(\frac{\varphi_{12}(z',\xi_1,\xi_2)}{(z'-\xi_1+i\delta)(z'+\xi_2+i\delta)} \right) = \\ = \operatorname{Im}\left\{ (\operatorname{Re}\varphi_{12}(z',\xi_1,\xi_2) + i\operatorname{Im}\varphi_{12}(z',\xi_1,\xi_2)) \right\} \times \\ \times \left[\frac{P}{z'-\xi_1} - i\pi\delta(z'-\xi_1) \right] \left[\frac{P}{z'+\xi_2} - i\pi\delta(z'+\xi_2) \right] = \\ = -\pi\operatorname{Re}\varphi_{12}\left[\delta(z'-\xi_1)\frac{1}{z'+\xi_2} + \delta(z'+\xi_2)\frac{1}{z'-\xi_1} \right] + \\ + \operatorname{Im}\varphi_{12}\left[\frac{1}{(z'-\xi_1)(z'+\xi_2)} - \\ - \pi^2\delta(z'-\xi_1)\delta(z'+\xi_2) \right]. \quad (30)$$

Следовательно, уравнение (27) в таком приближении перепишется в виде

$$\varphi_{12}(\xi_1,\omega) = \int d\xi_2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz'}{2\pi} \times \\ \times \int_0^{\infty} dz\, \alpha^2(z,\xi_1,\xi_2)F(z,\xi_1,\xi_2) \times \\ \times \left[\frac{\operatorname{th}(z'/2T)+\operatorname{cth}(z/2T)}{z'+z-\omega-i\delta} - \frac{\operatorname{th}(z'/2T)-\operatorname{cth}(z/2T)}{z'-z-\omega-i\delta} \right] \times \\ \times \left\{ \operatorname{Re}\varphi_{12}(\xi_1,\xi_2,z') \left[-\pi\delta(z'-\xi_1)\frac{P}{z'+\xi_2} - \\ - \pi\delta(z'+\xi_2)\frac{P}{z'-\xi_1} \right] + \operatorname{Im} g_{12}\left(\xi_1(\xi_2),\xi_2,z'\right) \times \\ \times \left[\frac{P}{(z'-\xi_1)(z'+\xi_2)} - \pi^2\delta(z'-\xi_1)\delta(z'+\xi_2) \right] \right\}. \quad (31)$$

Отсюда для $\operatorname{Re}\varphi_{12}$ и $\operatorname{Im}\varphi_{12}$ получим следующие два уравнения:

$$
\operatorname{Re}\varphi_{12}(\xi_1,\omega)+\frac{1}{2}\int d\xi_2\int\limits_{-\infty}^{\infty}dz'\int\limits_0^{\infty}dz(\alpha^2F)\times
\times\left[\frac{\operatorname{th}(z'/2T)+\operatorname{cth}(z/2T)}{z'+z-\omega}-\frac{\operatorname{th}(z'/2T)-\operatorname{cth}(z/2T)}{z'-z-\omega}\right]\times
\times\operatorname{Re}\varphi_{12}\left(\xi_1(\xi_2),\xi_2,z'\right)\left[\delta\left(z'-\xi_1(\xi_2)\right)\frac{P}{z'+\xi_2}+\right.
\left.+\delta\left(z'+\xi_2\right)\frac{P}{z'-\xi_1(\xi_2)}\right]=\frac{1}{2}\int d\xi_2\int\limits_{-\infty}^{\infty}dz'\times
\times\int\limits_0^{\infty}dz(\alpha^2F)\left[\frac{\operatorname{th}(z'/2T)+\operatorname{cth}(z/2T)}{z'+z-\omega}-\right.
\left.-\frac{\operatorname{th}(z'/2T)-\operatorname{cth}(z/2T)}{z'-z-\omega}\right]\operatorname{Im}\varphi_{12}\left(\xi_1(\xi_2),\xi_2,z'\right)\times
\times\left[\frac{1}{\pi}\frac{P}{z'-\xi_1(\xi_2)}\frac{P}{z'+\xi_2}-\right.
\left.-\pi\delta\left(z'-\xi_1(\xi_2)\right)\delta(z'+\xi_2)\right]; \quad (32)
$$

$$
\operatorname{Im}\varphi_{12}(\xi_1,\omega)-\frac{1}{2}\int d\xi_2\int\limits_{-\infty}^{\infty}dz'\int\limits_0^{\infty}dz(\alpha^2F)\times
\times\left[\left(\operatorname{th}\frac{z'}{2T}+\operatorname{cth}\frac{z}{2T}\right)\pi\delta(z'+z-\omega)-\right.
\left.-\left(\operatorname{th}\frac{z'}{2T}-\operatorname{cth}\frac{z}{2T}\right)\pi\delta(z'-z-\omega)\right]\times
\times\operatorname{Im}\varphi_{12}\left(\xi_1(\xi_2),\xi_2,z'\right)\left[\frac{1}{\pi}\frac{P}{z'-\xi_1(\xi_2)}\frac{P}{z'+\xi_2}-\right.
\left.-\pi\delta\left(z'-\xi_1(\xi_2)\right)\delta(z'+\xi_2)\right]=
=-\frac{1}{2}\int d\xi_2\int\limits_{-\infty}^{\infty}dz'\int\limits_0^{\infty}dz(\alpha^2F)\times
\times\left[\left(\operatorname{th}\frac{z'}{2T}+\operatorname{cth}\frac{z}{2T}\right)\pi\delta(z'+z-\omega)-\right.
\left.-\left(\operatorname{th}\frac{z'}{2T}-\operatorname{cth}\frac{z}{2T}\right)\pi\delta(z'-z-\omega)\right]\times
\times\operatorname{Re}\varphi_{12}\left(\xi_1(\xi_2),\xi_2,z'\right)\left[\delta\left(z'-\xi_1(\xi_2)\right)\frac{P}{z'+\xi_2}+\right.
\left.+\delta(z'+\xi_2)\frac{P}{z'-\xi_1(\xi_2)}\right]. \quad (33)
$$

Из выражений (32), (33) следует, что уравнение для параметра порядка $\phi_{12}(\xi_1,\omega)$ в правой части обоих уравнений содержит два интеграла от параметра порядка с различными ядрами, в отличие от обычной однозонной ситуации [4–6, 15], когда параметр порядка удовлетворяет интегральному уравнению с одним ядром. Одно интегральное выражение из двух в правой части отвечает ЭФ-перенормировке параметра порядка за счет взаимодействия с фононами электрона из первой зоны, входящего в пару, в то время как второе интегральное выражение из двух в правой части отвечает ЭФ-перенормировке параметра порядка за счет взаимодействия с фононами электрона из другой зоны, входящего в пару.

Как показано в Приложении, из выражения (33) следует, что в статическом пределе $\operatorname{Im}\varphi_{12}=0$, а при малых частотах $\operatorname{Im}\varphi_{12}\ll\operatorname{Re}\varphi_{12}$. Поэтому, пренебрегая $\operatorname{Im}\varphi_{12}$, из (32) получаем уравнение для $\operatorname{Re}\varphi_{12}$:

$$
\operatorname{Re}\phi_{12}(\xi_1,\omega)=-\int d\xi_2\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{dz'}{2}\int\limits_0^{\infty}dz(\alpha^2F)\times
\times\left[\frac{\operatorname{th}(z'/2T)+\operatorname{cth}(z/2T)}{z'+z-\omega}-\frac{\operatorname{th}(z'/2T)-\operatorname{cth}(z/2T)}{z'-z-\omega}\right]\times
\times\operatorname{Re}\phi_{12}\left(\xi_1(\xi_2),\xi_2,z'\right)\left[\delta\left(z'-\xi_1(\xi_2)\right)\frac{P}{z'+\xi_2}+\right.
\left.+\delta(z'+\xi_2)\frac{P}{z'-\xi_1(\xi_2)}\right]. \quad (34)
$$

Полагая, как было сказано выше, зависимость φ_{12} от ξ и z слабой, можно вынести $\operatorname{Re}\varphi_{12}$ из-под знака интеграла в правой части (34) и записать уравнение для T_c в виде

$$
1+\int d\xi_2\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{dz'}{2}\int\limits_0^{\infty}dz(\alpha^2F)\times
\times\left[\frac{\operatorname{th}(z'/2T)+\operatorname{cth}(z/2T)}{z'+z-\omega}-\frac{\operatorname{th}(z'/2T)-\operatorname{cth}(z/2T)}{z'-z-\omega}\right]\times
\times\left[\delta\left(z'-\xi_1(\xi_2)\right)\frac{P}{z'+\xi_2}+\right.
\left.+\delta(z'+\xi_2)\frac{P}{z'-\xi_1(\xi_2)}\right]=0. \quad (35)
$$

Выполним интегрирование по dz, используя эйнштейновскую модель фононного спектра ($\omega_0=\mathrm{const}$) и введя безразмерную константу электрон-фононного взаимодействия $\lambda = 2\int\{\alpha^2(z,\xi_1,\xi_2(z'))F(z,\xi_1,\xi_2(z'))/z\}dz$. Для эйнштейновской модели фононного спектра будем записывать спектральную функцию ЭФ-взаимодействия следующим образом:

$$
\alpha^2(z,\xi_1,\xi_2(z'))F(z,\xi_1,\xi_2(z'))\approx\lambda\omega_0\delta(z-\omega_0)/2,
$$

где

$$\lambda = \int\limits_{S(\xi_1)} \frac{d^2\mathbf{p}}{v_{\mathbf{p}}} \int\limits_{S(\xi_2)} \frac{d^2\mathbf{p}'}{v_{\mathbf{p}'}} g(\mathbf{p},\mathbf{p}')|^2 \times \\ \times \left\{ \int\limits_{S(\xi_1)} \frac{d^2\mathbf{p}}{v_{\mathbf{p}}} \int\limits_{S(\xi_2)} \frac{d^2\mathbf{p}'}{v_{\mathbf{p}'}} \right\}^{-1} N_2(\xi_2). \quad (36)$$

Тогда уравнение для определения T_c запишется вместо (35) в виде

$$1 + \frac{\lambda\omega_0}{2} \int d\xi_2 \int\limits_{-\infty}^{\infty} dz' \left[\frac{\operatorname{th}(z'/2T) + \operatorname{cth}(\omega_0/2T)}{z' + \omega_0 - \omega} - \right. \\ \left. - \frac{\operatorname{th}(z'/2T) - \operatorname{cth}(\omega_0/2T)}{z' - \omega_0 - \omega} \right] \times \\ \times \left[\delta\left(z' - \xi_1(\xi_2)\right) \frac{P}{z' + \xi_2} + \right. \\ \left. + \delta(z' + \xi_2) \frac{P}{z' - \xi_1(\xi_2)} \right] = 0. \quad (37)$$

Будем считать частоту ω малой по сравнению с ω_0 и разобьем интеграл в (37) на два интеграла:

$$\frac{\lambda\omega_0}{2} \int d\xi_2 \int\limits_{-\infty}^{\infty} dz' \left[\frac{\operatorname{th}(z'/2T) + \operatorname{cth}(\omega_0/2T)}{z' + \omega_0} - \right. \\ \left. - \frac{\operatorname{th}(z'/2T) - \operatorname{cth}(\omega_0/2T)}{z' - \omega_0} \right] \delta\left(z' - \xi_1(\xi_2)\right) \frac{P}{z' + \xi_2} \quad (38)$$

и

$$\frac{\lambda\omega_0}{2} \int d\xi_2 \int\limits_{-\infty}^{\infty} dz' \left[\frac{\operatorname{th}(z'/2T) + \operatorname{cth}(\omega_0/2T)}{z' + \omega_0} - \right. \\ \left. - \frac{\operatorname{th}(z'/2T) - \operatorname{cth}(\omega_0/2T)}{z' - \omega_0} \right] \times \\ \times \delta\left(z' + \xi_2\right) \frac{P}{z' - \xi_1(\xi_2)}. \quad (39)$$

Поскольку из (29) следует, что

$$\xi_1(\xi_2) = \frac{m_2}{m_1} \left[\xi_2 - \mu \left(\frac{m_1}{m_2} - 1 \right) - \Delta \right], \quad (40)$$

то

$$\delta\left(z' - \xi_1(\xi_2)\right) = \frac{m_1}{m_2} \delta \left[\xi_2 - \mu \left(\frac{m_1}{m_2} - 1 \right) - \Delta - z' \frac{m_1}{m_2} \right].$$

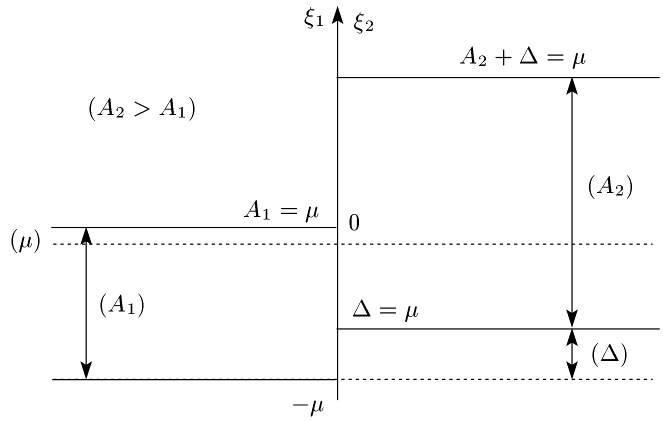

Рис. 1. Схема двух энергетических зон электронов: $\xi_{1(2)}$ — энергии электронов первой (второй) зон, отсчитанные от химического потенциала μ; $A_{1(2)}$ — ширина первой (второй) зон; Δ — расстояние (по энергии) соответственно между дном второй и первой зон

Выполнив интегрирование по $d\xi_2$, получим первый интеграл в виде

$$\frac{\lambda\omega_0}{2} \frac{m_1}{m_1 + m_2} \int\limits_{\xi_{1\,min}}^{\xi_{1\,max}} dz' \left[\frac{\operatorname{th}(z'/2T) + \operatorname{cth}(\omega_0/2T)}{z' + \omega_0} - \right. \\ \left. - \frac{\operatorname{th}(z'/2T) - \operatorname{cth}(\omega_0/2T)}{z' - \omega_0} \right] \times \\ \times \left(z' + \mu \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} + \Delta \frac{m_2}{m_1 + m_2} \right)^{-1}. \quad (41)$$

Во втором интеграле интегрирование по $d\xi_2$ с $\delta(\xi_2 + z')$ с учетом того, что

$$z' - \xi_1(-z') = \frac{m_1 + m_2}{m_2} \times \\ \times \left(z' + \mu \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} + \Delta \frac{m_2}{m_1 + m_2} \right),$$

дает такое же выражение (41), но с другими пределами в интеграле по dz'. Выясним, чему равны эти пределы в первом и втором интегралах. Существенно отметить, что в принятой нами модели в случае сильной ЭФ-связи спаривание электронов из двух зон происходит не вблизи поверхности Ферми, а по всей глубине этих зон (рис. 1, 2). Спаривание в двухзонном случае вблизи поверхности Ферми осуществить трудно ввиду необходимости соблюдения условия равенства нулю суммарного импульса куперовской пары (рис. 2). Последнее означает, что модули импульсов электронов первой и второй зон

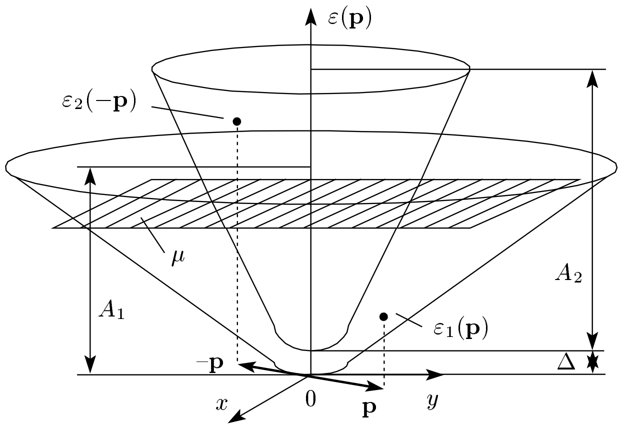

Рис. 2. Энергетические поверхности электронов первой и второй зон в импульсном пространстве. Рассмотрено спаривание электронов первой зоны с массой m_1 и импульсом $\mathbf{p}$ с электронами второй зоны с массой $m_2 < m_1$ и импульсом $-\mathbf{p}$. Векторы $\mathbf{p}$ и $-\mathbf{p}$ лежат в одной плоскости (p_x, p_y), а соответствующие им энергии $\varepsilon_1(\mathbf{p})$ и $\varepsilon_2(-\mathbf{p})$ принадлежат разным изоэнергетическим поверхностям

должны быть равны. В пространстве импульсов соответствующая область определяется неравенствами $0 \le p \le p_{max} = \min(p_{1b}, p_{2b})$, где граничные импульсы связаны с ширинами зон A_1 и A_2 следующим образом: $p_{1b}^2 = 2m_1 A_1$ и $p_{2b}^2 = 2m_2 A_2$. Легко видеть, что при $p_{max} = p_{1b}$ для ξ_1 имеем $\xi_{1\,max} = A_1 - \mu$, а для ξ_2 из (40) имеем

$$\xi_{2\,max} = \frac{m_1}{m_2} A_1 + \Delta - \mu.$$

Аналогично, при $p_{max} = p_{2b}$ получаем $\xi_{2\,max} = A_2 + \Delta - \mu$, а из (40)

$$\xi_{1\,max} = \frac{m_2}{m_1} A_2 - \mu.$$

Поскольку для обеих зон $p_{min} = 0$, то $\xi_{1\,min} = -\mu$, а $\xi_{2\,min} = \Delta - \mu$. Далее, из (38) и (39) следует, что пределы интегрирования в первом и втором интегралах определяются соответственно условиями $z' = \xi_1$ и $z' = -\xi_2$. Исходя из сказанного выше, запишем уравнение (37) в виде

$$\begin{aligned}
&1 + \frac{\lambda\omega_0}{2}\,\frac{m_1}{m_1+m_2} \int\limits_{-\mu}^{min\left\{A_1-\mu,\,A_2\frac{m_1}{m_2}-\mu\right\}} dz' \times \\
&\times\left[\frac{\mathrm{th}(z'/2T)+\mathrm{cth}(\omega_0/2T)}{z'+\omega_0} - \frac{\mathrm{th}(z'/2T)-\mathrm{cth}(\omega_0/2T)}{z'-\omega_0}\right]\times \\
&\times\left(z' + \mu\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2} + \Delta\frac{m_2}{m_1+m_2}\right)^{-1} + \\
&+ \frac{\lambda\omega_0}{2}\,\frac{m_1}{m_1+m_2} \int\limits_{min\left\{A_2+\Delta-\mu,\,A_1\frac{m_1}{m_2}+\Delta-\mu\right\}}^{-(\Delta-\mu)} dz' \times \\
&\times\left[\frac{\mathrm{th}(z'/2T)+\mathrm{cth}(\omega_0/2T)}{z'+\omega_0} - \right. \\
&\left. - \frac{\mathrm{th}(z'/2T)-\mathrm{cth}(\omega_0/2T)}{z'-\omega_0}\right]\times \\
&\times\left(z' + \mu\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2} + \Delta\frac{m_2}{m_1+m_2}\right)^{-1} = 0. \qquad (42)
\end{aligned}$$

Введем обозначения: $\hat{A}_1$, $\hat{A}_2$, $\hat{\mu}$, $\hat{\Delta}$ — величины A_1, A_2, μ, Δ, выраженные в единицах ω_0,

$$x = \frac{z'}{\omega_0}, \quad k = \frac{m_2}{m_1}, \quad x_0 = \hat{\mu}\frac{1-k}{1+k} + \hat{\Delta}\frac{k}{1+k}, \quad a = \frac{\omega_0}{2T}.$$

Учтем, что

$$\frac{\mathrm{th}\,ax + \mathrm{cth}\,a}{x+1} - \frac{\mathrm{th}\,ax - \mathrm{cth}\,ax}{x-1} = -\frac{2}{x^2-1}(\mathrm{th}\,ax - x\,\mathrm{cth}\,a).$$

Тогда из (42) получаем следующее уравнение для определения температуры перехода T_c:

$$\begin{aligned}
\frac{1+k}{\lambda} = &\int\limits_{-\hat{\mu}}^{min\{\hat{A}_1-\hat{\mu},\,\hat{A}_2 k-\hat{\mu}\}} \frac{dx}{x+x_0}\,\frac{1}{x^2-1}\times \\
&\times[\mathrm{th}(ax) - x\,\mathrm{cth}\,a] + \\
&+ \int\limits_{\hat{\Delta}-\hat{\mu}}^{min\left\{\hat{A}_2+\hat{\Delta}-\hat{\mu},\,\frac{\hat{A}_1}{k}+\hat{\Delta}-\hat{\mu}\right\}} \frac{dx}{x+x_0}\,\frac{1}{x^2-1}\times \\
&\times[\mathrm{th}(ax) - x\,\mathrm{cth}\,a]. \qquad (43)
\end{aligned}$$

Значения введенных параметров будем полагать варьирующимися в интервалах $0.2 < k < 3$, $2 < \hat{A}_2 < 100$, $-20 < \hat{\Delta} < 20$, $1 < \hat{\mu} < 80$. Возьмем для расчета в конкретном примере следующие значения: $\hat{\mu} \approx A_2/2$, $\hat{\Delta} \approx 0.3\hat{\mu} = 0.15A_2$, $k \approx 0.5$, $A_2 = 10$, $A_1 = 5$.

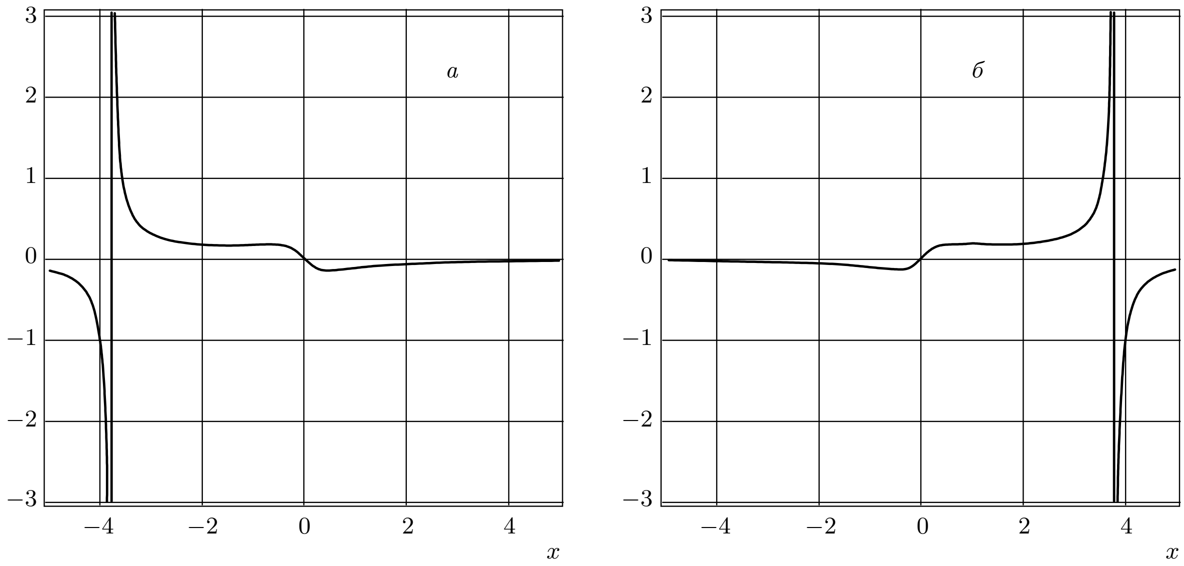

Рис. 3. Зависимость ядер двух интегральных выражений в правой части уравнения для определения T_c (44) при температуре $T = 0.15$ от частоты x. На рис. 3*а* представлено ядро левого интегрального вклада в (44), на рис. 3*б* — ядро правого интегрального вклада в (44). Частота x и температура T выражены в единицах дебаевской частоты ω_0

Параметр x_0 в этом случае принимает следующее значение:

$$x_0 = \hat{\mu}\frac{1-k}{1+k} + \hat{\Delta}\frac{k}{1+k} = \frac{A_2}{3} + 0.15A_2\frac{1}{3} = \\ = \frac{A_2}{3}1.15 \approx 0.37A_2.$$

Тогда, считая, что A_1 велико, получаем для этого примера уравнение для T_c в случае спаривания электронов из двух зон, центрированных в одной точке импульсного пространства

$$\frac{1.5}{\lambda} = \int\limits_{-0.5A_2}^{0} \frac{dx}{x+x_0}\,\frac{1}{x^2-1}\left[\operatorname{th}(ax) - x\operatorname{cth} a\right] + \\ + \int\limits_{-0.35A_2}^{0.65A_2} \frac{dx}{x-x_0}\,\frac{1}{x^2-1}\left[\operatorname{th}(ax) - x\operatorname{cth} a\right]. \quad (44)$$

На рис. 3 изображено поведение двух подынтегральных выражений (44): первого на рис. 3*а* и второго на рис. 3*б*. Как следует из рис. 4, при $\lambda \approx \approx 1.8$ двухзонная ЭФ-система испытывает переход в сверхпроводящее состояние при $T_c \approx 0.25\omega_0$. При $\omega_0 \approx 600$ К температура перехода в сверхпроводящее состояние достигнет 150 К при $\lambda \approx 1.8$, в частности, при следующем вполне обычном и легко осуществимом на практике наборе параметров: химический потенциал лежит вблизи середины одной из

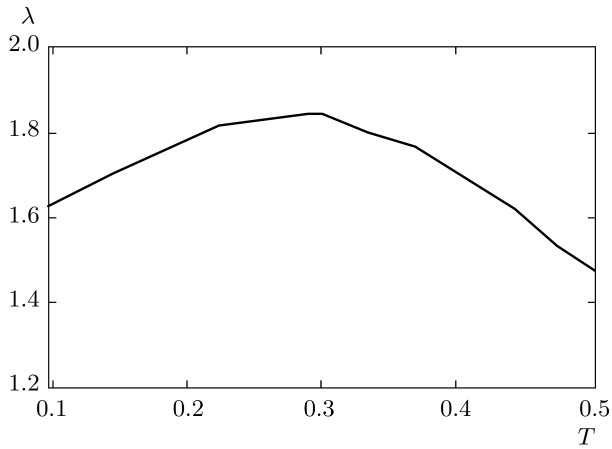

Рис. 4. График взаимозависимости T_c и межзонной константы ЭФ-связи электронов (дырок) из двух соседних зон в условиях параметров зон, приведенных в тексте

зон, энергетический сдвиг центрированных в близких точках импульсного пространства двух зон составляет примерно 15 % от ширины первой зоны, в другой, вдвое более широкой зоне, эффективная масса носителей вдвое меньше эффективной массы носителей в первой зоне.

Неоднозначная зависимость температуры сверхпроводящего перехода T_c от силы межзонной ЭФ-связи отражает весьма непростой эффект перераспределения ЭФ-вкладов, описывающих притяжение двух носителей, принадлежащих двум различным зонам с различными свойствами, либо их отталкивание в зависимости от силы межзонного взаимодействия носителей, в правой части двойного интегрального уравнения для комплексного межзонного параметра порядка (32), (33). При подставлении величины $\omega_0 \approx 600$ K мы получили несколько завышенное значение $T_c \approx 150$ K, что связано с неучетом в наших расчетах кулоновского псевдопотенциала, а также с некоторым завышением значения T_c, получаемым в модели Эйнштейна. Учет псевдопотенциала электрон-электронного взаимодействия приведет лишь к весьма незначительному изменению рассчитанной величины T_c.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получены уравнения для комплексного параметра порядка, представляющие собой обобщение теории Элиашберга на случай спаривания носителей в рамках фононного (бозонного) механизма, находящихся в двух различных зонах. Учтены ограничения на фазовый объем носителей из различных зон, образующих пару. Показано, что подбором параметров двух зон, носители из которых участвуют в спаривании, а именно, подбором отношения эффективных масс носителей и энергетического сдвига двух зон, центрированных в близких точках импульсного пространства, а также подбором ширин зон и положения химического потенциала можно добиться резкого повышения температуры сверхпроводящего перехода при константах межзонного ЭФ-взаимодействия порядка единицы. Интегральное уравнение для параметра порядка $\phi_{12}(\xi_1,\omega)$ в правой части обоих уравнений содержит два интеграла от параметра порядка с различными ядрами, в отличие от обычной однозонной ситуации [4–6, 15]. Полученные уравнения для параметра порядка описывают перенормировку параметра порядка за счет взаимодействия с фононами двух различных электронов (дырок) из различных зон, входящих в пару. Полученные результаты говорят о высокой эффективности спаривания в двухзонных материалах со спариванием электронов, находящихся в соседних зонах, центрированных в близких точках импульсного пространства при определенных соотношениях параметров этих зон. В случае пниктидов константа соответствующей межзонной ЭФ-связи в экспериментах до настоящего момента не определена. Не превышающая единицы константа межзонной связи λ_{12}, фигурирующая в обычных двухзонных расчетах, в которых рассматривается интерференция параметров порядка обеих зон [8, 10, 22, 23], не тождественна эффективности межзонного спаривания, фигурирующей в настоящей работе. В случае измерения или расчета в пниктидах константы ЭФ-связи носителей из двух зон, центрированных в одной точке обратного пространства, можно будет сделать вывод о значимости подобного высокотемпературного механизма в пниктидах. Наряду с межзонным спариванием, рассмотренным в настоящей работе, более общий вариант теории Элиашберга должен включать бозонное спаривание носителей в пределах каждой зоны, а также известные процессы, связанные с квантовым переходом пар носителей из одной зоны в другую [8, 10, 17, 18, 22, 23]. Таким образом, параметр порядка двухзонной системы должен представлять собой квантовую суперпозицию параметров порядка каждой из зон Δ_{11}, Δ_{22}, а также межзонного параметра порядка Δ_{12}. Из настоящей работы вытекает вывод о существовании еще одного семейства высокотемпературных материалов с температурой T_c сверхпроводящего перехода, не уступающей T_c в купратах.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Учитывая, как и выше, слабую зависимость φ_{12} от ξ и z, запишем (33) в следующем виде:

$$\begin{aligned}
&\operatorname{Im}\varphi_{12}\left\{1-\frac{1}{2}\int d\xi_2\int\limits_{-\infty}^{\infty}dz'\int\limits_{0}^{\infty}dz(\alpha^2F)\times\right.\\
&\times\left[\left(\operatorname{th}\frac{z'}{2T}+\operatorname{cth}\frac{z}{2T}\right)\pi\delta(z'+z-\omega)-\right.\\
&\left.-\left(\operatorname{th}\frac{z'}{2T}-\operatorname{cth}\frac{z}{2T}\right)\pi\delta(z'-z-\omega)\right]\times\\
&\left.\times\left[\frac{1}{\pi}\frac{P}{z'-\xi_1(\xi_2)}\frac{P}{z'+\xi_2}-\pi\delta\left(z'-\xi_1(\xi_2)\right)\delta(z'+\xi_2)\right]\right\}=\\
&=-\operatorname{Re}\phi_{12}\frac{1}{2}\int d\xi_2\int\limits_{-\infty}^{\infty}dz'\int\limits_{0}^{\infty}dz(\alpha^2F)\times\\
&\times\left[\left(\operatorname{th}\frac{z'}{2T}+\operatorname{cth}\frac{z}{2T}\right)\pi\delta(z'+z-\omega)-\right.\\
&\left.-\left(\operatorname{th}\frac{z'}{2T}-\operatorname{cth}\frac{z}{2T}\right)\pi\delta(z'-z-\omega)\right]\times\\
&\times\left[\delta\left(z'-\xi_1(\xi_2)\right)\frac{P}{z'+\xi_2}+\right.\\
&\left.+\delta(z'+\xi_2)\frac{P}{z'-\xi_1(\xi_2)}\right]. \qquad (\mathrm{A}.1)
\end{aligned}$$

Поскольку спектральная функция ЭФ-взаимодействия α^2F содержит $\delta(z-\omega_0)$, везде в подынтегральном выражении можно z заменить на ω_0. Тогда

$$\left[\left(\operatorname{th}\frac{z'}{2T}+\operatorname{cth}\frac{z}{2T}\right)\pi\delta(z'+z-\omega)-\right.$$
$$\left.-\left(\operatorname{th}\frac{z'}{2T}-\operatorname{cth}\frac{z}{2T}\right)\pi\delta(z'-z-\omega)\right]=$$
$$=\left[\left(\operatorname{th}\frac{z'}{2T}+\operatorname{cth}\frac{\omega_0}{2T}\right)\pi\delta(z'+\omega_0-\omega)-\right.$$
$$\left.-\left(\operatorname{th}\frac{z'}{2T}-\operatorname{cth}\frac{\omega_0}{2T}\right)\pi\delta(z'-\omega_0-\omega)\right]. \quad (\text{A.2})$$

В приближении малой частоты, $\omega\to 0$, $\int_{-\infty}^{\infty}dz'\times$ $\times\int_0^{\infty}dz$ дает

$$\operatorname{Im}\varphi_{12}\left\{1-\frac{\lambda\omega_0}{2}\int d\xi_2\left\{\left(\operatorname{th}\frac{\omega_0}{2T}-\operatorname{cth}\frac{\omega_0}{2T}\right)\times\right.\right.$$
$$\times\left[\frac{P}{\xi_1(\xi_2)+\omega_0}\,\frac{P}{\xi_2-\omega_0}+\pi^2\delta\left(\xi_1(\xi_2)+\omega_0\right)\delta(\xi_2-\omega_0)\right]+$$
$$+\left(\operatorname{th}\frac{\omega_0}{2T}-\operatorname{cth}\frac{\omega_0}{2T}\right)\left[\frac{P}{\xi_1(\xi_2)-\omega_0}\,\frac{P}{\xi_2+\omega_0}+\right.$$
$$\left.\left.\left.+\,\pi^2\delta\left(\xi_1(\xi_2)-\omega_0\right)\delta(\xi_2+\omega_0)\right]\right\}\right\}=-\operatorname{Re}\varphi_{12}\frac{\pi}{2}\lambda\omega_0\times$$
$$\times\int d\xi_2\left\{\left(\operatorname{th}\frac{\omega_0}{2T}-\operatorname{cth}\frac{\omega_0}{2T}\right)\left[\delta\left(\xi_1(\xi_2)+\omega_0\right)\frac{P}{\xi_2-\omega_0}+\right.\right.$$
$$\left.+\,\delta(\xi_2-\omega_0)\frac{P}{\xi_1(\xi_2)+\omega_0}\right]+\left(\operatorname{th}\frac{\omega_0}{2T}-\operatorname{cth}\frac{\omega_0}{2T}\right)\times$$
$$\times\left[\delta\left(\xi_2+\omega_0\right)\frac{P}{\xi_1(\xi_2)-\omega_0}+\right.$$
$$\left.\left.+\,\delta\left(\xi_1(\xi_2)-\omega_0\right)\frac{P}{\xi_2+\omega_0}\right]\right\}. \quad (\text{A.3})$$

Поскольку

$$\operatorname{th}\frac{\omega_0}{2T}-\operatorname{cth}\frac{\omega_0}{2T}=-\frac{2}{\operatorname{sh}(\omega_0/T)},$$

из (A.3) получаем

$$\operatorname{Im}\varphi_{12}\left\{1+\frac{\lambda\omega_0}{\operatorname{sh}(\omega_0/T)}\int d\xi_2\left[\frac{P}{\xi_1(\xi_2)+\omega_0}\,\frac{P}{\xi_2-\omega_0}+\right.\right.$$
$$+\,\pi^2\delta\left(\xi_1(\xi_2)+\omega_0\right)\delta(\xi_2-\omega_0)+$$
$$\left.\left.+\,\frac{P}{\xi_1(\xi_2)-\omega_0}\,\frac{P}{\xi_2+\omega_0}+\pi^2\delta\left(\xi_1(\xi_2)-\omega_0\right)\delta(\xi_2+\omega_0)\right]\right\}=$$
$$=\operatorname{Re}\varphi_{12}\frac{\pi}{\operatorname{sh}(\omega_0/T)}\lambda\omega_0\int d\xi_2\times$$
$$\times\left[\delta\left(\xi_1(\xi_2)+\omega_0\right)\frac{P}{\xi_2-\omega_0}+\delta(\xi_2-\omega_0)\frac{P}{\xi_1(\xi_2)+\omega_0}+\right.$$
$$+\,\delta(\xi_2+\omega_0)\frac{P}{\xi_1(\xi_2)-\omega_0}-$$
$$\left.-\,\delta\left(\xi_1(\xi_2)-\omega_0\right)\frac{P}{\xi_2+\omega_0}\right]. \quad (\text{A.4})$$

Несложные вычисления показывают, что интеграл по $d\xi_2$ в правой части (A.4) равен нулю, т. е. в статическом пределе $\omega=0$ мнимая часть параметра порядка обращается в нуль $\operatorname{Im}\varphi_{12}=0$. При отличных же от нуля частотах ω $\operatorname{Im}\varphi_{12}\neq 0$, но мала $\operatorname{Im}\varphi_{12}\ll\operatorname{Re}\varphi_{12}$ при наших предположениях $\omega_0\approx$ $\approx 4T$, так как $\exp(\omega_0/T)\approx 55$ и

$$\frac{1}{\operatorname{sh}(\omega_0/T)}\approx 2\exp\left(-\frac{\omega_0}{T}\right)\ll 1.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. D. Daghero, M. Tortello, G. A. Ummarino, and R. S. Gonnelli, Rep. Progr. Phys. **74**, 124509 (2011).
2. Y. Kamihara, T. Watanabe, M. Hirano, and H. Hosono, J. Amer. Chem. Soc. **130**, 3296 (2008).
3. X. J. Zhou, T. Cuk, T. Devereaux, and N. Nagaosa, *Handbook of High-Temperature Superconductivity: Theory and Experiment*, ed. by J. R. Schrieffer, Springer (2007), p. 87.
4. F. Marsiglio and J. P. Carbotte, *Superconductivity: Conventional and Unconventional Superconductors*, Vol. 1, ed. by K. H. Bennemann and J. B. Ketterson, Springer, Berlin–Heidelberg (2008), p. 73.
5. V. Z. Kresin and S. A. Wolf, Rev. Mod. Phys. **81**, 481 (2009).
6. Г. М. Элиашберг, ЖЭТФ **38**, 966 (1960).
7. А. С. Александров, Е. А. Мазур, ЖЭТФ **96**, 1773 (1989).
8. O. V. Dolgov, I. I. Mazin, D. Parker, and A. A. Golubov, Phys. Rev. B **79**, 060502 (2009).
9. H. Takahashi et al., Nature **453**, 376 (2008).

10. T. Mizokawa, J. Supercond. Nov. Magn. **24**, 1133 (2011).

11. А. С. Александров, В. Н. Гребенев, Е. А. Мазур, Письма в ЖЭТФ **45**, 357 (1987).

12. E. A. Mazur, Europhys. Lett. **90**, 47005 (2010).

13. E. A. Mazur, Europhys. Lett. **90**, 69901 (2010).

14. Л. А. Корнеева, Е. А. Мазур, ЖЭТФ **142**, 358 (2012).

15. E. A. Mazur and Yu. Kagan, J. Supercond. Nov. Magn. **26**, 1163 (2013).

16. N. Yoshida, I. Nishi, A. Fujimori et al., J. Phys. Chem. Sol. **72**, 465 (2011).

17. А. С. Мищенко, УФН **52**, 1193 (2009).

18. В. А. Москаленко, ФММ **8**, 503 (1959).

19. H. Suhl, B. T. Matthias, and L. R. Walker, Phys. Rev. Lett. **3**, 552 (1959).

20. С. В. Вонсовский, Ю. А. Изюмов, Э. З. Курмаев, *Сверхпроводимость переходных металлов, их сплавов и соединений*, Наука, Москва (1977).

21. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике*, ГИФМЛ, Москва (1962).

22. B. Mitrovic, Eur. Phys. J. B **38**, 451 (2004).

23. E. J. Nicol and J. P. Carbotte, Phys. Rev. B **71**, 054501 (2005).