ЖЭТФ, 2016, том 149, вып. 1, стр. 5–13

ВЛИЯНИЕ МНОГОКРАТНОГО РАССЕЯНИЯ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОНА В ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СЛОИСТОЙ СРЕДЕ НА КОГЕРЕНТНОЕ РЕНТГЕНОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

С. В. Блажевич, Т. В. Коськова, А. В. Носков [*]

Белгородский государственный национальный исследовательский университет
308015, Белгород, Россия

Поступила в редакцию 13 мая 2015 г.

Развита динамическая теория когерентного рентгеновского излучения, генерируемого в периодической слоистой среде многократно рассеивающимся на атомах мишени релятивистским электроном. Получены выражения, описывающие спектрально-угловые характеристики параметрического рентгеновского излучения и дифрагированного переходного излучения. На основе полученных выражений проведены численные расчеты.

DOI: 10.7868/S0044451016010016

1. ВВЕДЕНИЕ

При пересечении релятивистским электроном периодической слоистой среды в направлении рассеяния Брэгга генерируется когерентное рентгеновское излучение. По аналогии с излучением в кристаллической среде это излучение можно рассматривать в виде суммы дифрагированного переходного излучения (diffracted transition radiation (DTR)) и параметрического рентгеновского излучения (parametric X-ray radiation (PXR)) [1]. PXR возникает вследствие дифракции псевдофотонов кулоновского поля релятивистского электрона на слоях мишени, а DTR — вследствие динамической дифракции на этих же слоях фотонов переходного излучения, генерируемого на передней границе мишени. Многократное рассеяние релятивистских электронов на атомах слоистой структуры может оказывать влияние на спектрально-угловые характеристики как параметрического, так и дифрагированного переходного излучения. Традиционно влияние многократного рассеяния на свойства параметрического излучения учитывается путем усреднения сечения параметрического излучения по расширяющемуся пучку прямолинейных траекторий излучающих электронов. Между тем, в ряде экспериментальных работ [2, 3] указывалось на несоответствие теории параметрического излучения, использующей усреднение по пучку прямолинейных траекторий излучающих частиц, полученным экспериментальным данным. Очевидно, в рамках такого подхода теряется и вклад дифрагированного тормозного излучения. В рамках динамической теории дифракции в работе [4] была развита теория PXR в безграничном кристалле, не учитывающая DTR, но корректно учитывающая влияние многократного рассеяния излучающего электрона на характеристики PXR. В цитируемой работе на основе кинетического подхода к усреднению сечения излучения по всем возможным траекториям излучающих частиц показано, что вклад дифрагированного тормозного излучения (diffracted bremsstrahlung (DBS)) может быть весьма существенным. В работе [4] получены выражения, описывающие спектрально-угловые характеристики полного выхода излучения без разделения когерентного излучения на механизмы PXR и DTR, что позволило оценить только относительный вклад этих механизмов излучения.

Традиционно излучение релятивистской частицы в периодически слоистой структуре рассматривается в геометрии рассеяния Брэгга для случая симметричного отражения, когда отражающие слои параллельны входной поверхности, а излученные фотоны выходят через переднюю границу [1, 5–10].

[*] E-mail: noskovbupk@mail.ru

В работе [11] была развита динамическая теория когерентного рентгеновского излучения релятивистского электрона, прямолинейно пересекающего периодическую слоистую среду в геометрии рассеяния Лауэ. В этой геометрии рассеяния излученные фотоны PXR и DTR выходят через заднюю границу мишени. В работе [11] было показано, что угловая плотность PXR релятивистского электрона существенно превышает PXR из монокристалла в аналогичных условиях. Этот результат можно использовать при создании альтернативного интенсивного квазимонохроматического рентгеновского источника с перестраиваемой частотой. В работе [12] показана возможность дополнительного увеличения угловой плотности PXR за счет изменения асимметрии отражения поля электрона относительно поверхности мишени. Изменение асимметрии в результате уменьшения угла между отражающими слоями мишени и ее поверхностью при фиксированном угле между направлением скорости электрона и слоями мишени (угол Брэгга) приводит к росту угловой плотности PXR. Необходимо отметить, что в рассматриваемой геометрии рассеяния при малом угле между отражающими слоями и поверхностью мишени (сильно асимметричный случай) даже при малой толщине мишени путь излучающего релятивистского электрона в мишени достаточно велик, что может привести к существенному влиянию многократного рассеяния электронов на спектрально-угловые характеристики излучений. Настоящая работа как раз и посвящена рассмотрению влияния многократного рассеяния релятивистского электрона в периодической слоистой среде на когерентное рентгеновское излучение.

2. СПЕКТРАЛЬНО-УГЛОВАЯ ПЛОТНОСТЬ КОГЕРЕНТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Рассмотрим пучок релятивистских электронов, пересекающих периодическую слоистую структуру (рис. 1), состоящую из периодически расположенных аморфных слоев толщиной a и b ($T = a+b$ — период структуры), имеющих соответственно диэлектрические восприимчивости χ_a и χ_b. Введем угловые переменные $\boldsymbol{\psi}$, $\boldsymbol{\theta}$ и $\boldsymbol{\theta}_0$ в соответствии с определениями скорости релятивистского электрона $\mathbf{V}$ и единичных векторов: в направлении импульса фотона $\mathbf{n}$, излученного в направлении близком к скорости электрона, и в направлении рассеяния Брэгга $\mathbf{n_g}$:

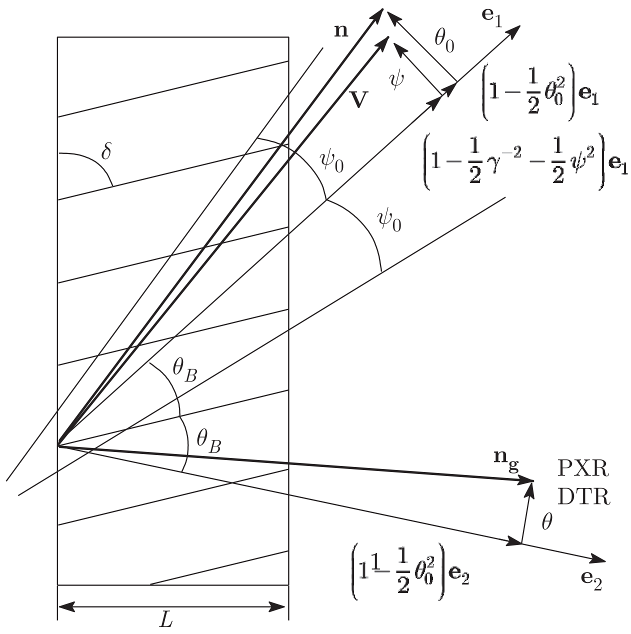

Рис. 1. Геометрия процесса излучения

$$\begin{gathered}\mathbf{V} = \left(1-\frac{1}{2}\gamma^{-2}-\frac{1}{2}\psi^2\right)\mathbf{e}_1+\boldsymbol{\psi}, \quad \mathbf{e}_1\cdot\boldsymbol{\psi}=0,\\ \mathbf{n} = \left(1-\frac{1}{2}\theta_0^2\right)\mathbf{e}_1+\boldsymbol{\theta}_0, \quad \mathbf{e}_1\cdot\boldsymbol{\theta}_0=0,\\ \mathbf{e}_1\cdot\mathbf{e}_2=\cos 2\theta_B,\\ \mathbf{n_g} = \left(1-\frac{1}{2}\theta^2\right)\mathbf{e}_2+\boldsymbol{\theta}, \quad \mathbf{e}_2\cdot\boldsymbol{\theta}=0,\end{gathered} \tag{1}$$

где $\boldsymbol{\theta}$ — угол излучения, отсчитываемый от оси детектора излучения $\mathbf{e}_2$, $\boldsymbol{\psi}$ — угол отклонения электрона в пучке, отсчитываемый от оси электронного пучка $\mathbf{e}_1$, $\boldsymbol{\theta}_0$ — угол между направлением распространения падающего фотона и осью $\mathbf{e}_1$, $\gamma = 1/\sqrt{1-V^2}$ — фактор Лоренца частицы. Угловые переменные раскладываются на составляющие параллельные и перпендикулярные плоскости рисунка: $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}_\parallel+\boldsymbol{\theta}_\perp$, $\boldsymbol{\theta}_0 = \boldsymbol{\theta}_{0\parallel}+\boldsymbol{\theta}_{0\perp}$, $\boldsymbol{\psi} = \boldsymbol{\psi}_\parallel+\boldsymbol{\psi}_\perp$.

В работе [13] была развита динамическая теория когерентного рентгеновского излучения, генерируемого в монокристаллической пластине расходящимся пучком прямолинейно двигающихся релятивистских электронов. В рамках двухволнового приближения динамической теории дифракции были получены выражения, описывающие спектрально-угловые характеристики PXR и DTR. Поступим аналогично при рассмотрении когерентного рентгеновского излучения релятивистского электрона в мишени из периодической слоистой среды. Средняя диэлектрическая восприимчивость $\chi_0(\omega)$ и коэффициенты $\chi_{\mathbf{g}}(\omega)$ — фурье-разложения диэлектрической восприимчивости периодической слоистой структуры по векторам $\mathbf{g}$ ($g = 2\pi n/T$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$), аналогичным векторам обратной решетки в кристалле, будут иметь вид

$$\chi_0(\omega) = \frac{a}{T}\chi_a + \frac{b}{T}\chi_b,$$
$$\chi_{\mathbf{g}}(\omega) = \frac{\exp(-iga) - 1}{igT}(\chi_b - \chi_a). \tag{2}$$

Выполнив для направления распространения излученного фотона $\mathbf{k_g} = k_\mathbf{g}\mathbf{n_g}$ (см. рис. 1) аналитические процедуры, аналогичные представленным в работах [11, 13], получим выражения для спектрально-угловых плотностей PXR и DTR в периодической слоистой среде с учетом отклонения направления скорости электрона $\mathbf{V}$ относительно оси электронного пучка $\mathbf{e}_1$:

$$\omega\frac{d^2N_{PXR}^{(s)}}{d\omega\, d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2}\,\frac{\Omega^{(s)^2}}{(\Delta - \chi_0')^2}\,R_{PXR}^{(s)}, \tag{3a}$$

$$R_{PXR}^{(s)} = \left(1 - \frac{\xi^{(s)}}{\sqrt{\xi^{(s)^2} + \varepsilon}}\right)^2 \times$$
$$\times\left\{1 + \exp(-L_f\mu_1^{(s)}) - 2\exp\left(-\frac{L_f\mu_1^{(s)}}{2}\right) \times \right.$$
$$\left.\times \cos\left(\frac{L_e}{2L_{ext}}\left(\sigma^{(s)} + \frac{\xi^{(s)} - \sqrt{\xi^{(s)^2}+\varepsilon}}{\varepsilon}\right)\right)\right\} \times$$
$$\times\left\{\left(\sigma^{(s)} + \frac{\xi^{(s)} - \sqrt{\xi^{(s)^2}+\varepsilon}}{\varepsilon}\right)^2 + \right.$$
$$\left. + \left(\frac{\mu_1^{(s)}L_{ext}}{\varepsilon}\right)^2\right\}^{-1}, \tag{3b}$$

$$\omega\frac{d^2N_{DTR}^{(s)}}{d\omega\, d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2}\,\Omega^{(s)^2}\left(\frac{1}{\Delta} - \frac{1}{\Delta - \chi_0'}\right)^2 R_{DTR}^{(s)}, \tag{4a}$$

$$R_{DTR}^{(s)} = \frac{\varepsilon^2}{\xi^{(s)^2}+\varepsilon}\left[\exp\left(-L_f\mu_1^{(s)}\right) + \exp\left(-L_f\mu_2^{(s)}\right) - \right.$$
$$- 2\exp\left(-L_f\mu_0\left(\frac{1+\varepsilon}{2}\right)\right) \times$$
$$\left.\times \cos\left(\frac{L_f}{L_{ext}^{(s)}}\sqrt{\xi^{(s)^2}+\varepsilon}\right)\right], \tag{4b}$$

где

$$d\Omega = d\theta_\perp d\theta_\parallel,$$

$$\Delta(\theta_\perp, \theta_\parallel, \psi_\perp, \psi_\parallel, \gamma) = \gamma^{-2} + (\theta_\perp - \psi_\perp)^2 + (\theta_\parallel + \psi_\parallel)^2,$$
$$\Omega^{(1)} = \theta_\perp - \psi_\perp, \quad \Omega^{(2)} = \theta_\parallel + \psi_\parallel,$$

$$\mu_1^{(s)} = \mu_0\left(\frac{1+\varepsilon}{2} - \frac{(1-\varepsilon)\xi^{(s)}(\omega) + 2\varepsilon\kappa^{(s)}}{2\sqrt{\xi^{(s)}(\omega)^2 + \varepsilon}}\right),$$
$$\mu_2^{(s)} = \mu_0\left(\frac{1+\varepsilon}{2} + \frac{(1-\varepsilon)\xi^{(s)}(\omega) + 2\varepsilon\kappa^{(s)}}{2\sqrt{\xi^{(s)}(\omega)^2 + \varepsilon}}\right),$$
$$\mu_0 = \omega\left(\frac{|\chi_a'' + r\chi_b''|}{1+r}\right), \quad \chi_0' = \frac{\chi_a' + r\chi_b'}{1+r},$$
$$L_f = \frac{L}{\sin(\delta + \theta_B)}, \quad L_e = \frac{L}{\sin(\delta - \theta_B)},$$
$$L_{ext}^{(s)} = \frac{1}{C^{(s)}\omega}\,\frac{\pi n}{|\sin(\pi n/(1+r))||\chi_b' - \chi_a'|},$$
$$\varepsilon = \frac{\sin(\delta + \theta_B)}{\sin(\delta - \theta_B)},$$
$$\kappa^{(s)} = \frac{C^{(s)}|\sin(\pi n/(1+r))}{\pi n/(1+r)}\left|\frac{\chi_b'' - \chi_a''}{\chi_a'' + r\chi_b''}\right|,$$
$$\sigma^{(s)} = \frac{\pi n}{C^{(s)}|\chi_b' - \chi_a'||\sin(\pi n/(1+r))|}\left(\Delta - \frac{\chi_a' + r\chi_b'}{1+r}\right),$$

$$\xi^{(s)}(\omega) = \frac{2\pi^2 n^2}{T^2\omega_B} \times$$
$$\times L_{ext}^{(s)}\left(1 - \frac{\omega}{\omega_B}\left(1 - \theta_\parallel\sqrt{\frac{T^2\omega_B^2}{\pi^2 n^2} - 1}\right)\right) + \frac{1-\varepsilon}{2\nu^{(s)}},$$

$$\nu^{(s)} = \frac{C^{(s)}|\sin(\pi n/(1+r))}{\pi n/(1+r)}\left|\frac{\chi_b' - \chi_a'}{\chi_a' + r\chi_b'}\right|, \quad r = \frac{b}{a}. \tag{5}$$

В этих формулах θ_B — угол между осью пучка электрона и слоями мишени (угол Брэгга), $\omega_B = g/(2\sin\theta_B)$ — частота Брэгга, $\mu_1^{(s)}$ и $\mu_2^{(s)}$ — динамические эффективные коэффициенты поглощения рентгеновских волн в периодической слоистой среде, L_f — максимальный путь фотона в мишени (путь фотона DTR), L_e — путь электрона в мишени, $L_{ext}^{(s)}$ — длина экстинкции рентгеновских волн в периодической слоистой среде, $\xi^{(s)}(\omega)$ — спектральная быстро меняющаяся с частотой излучения ω функция, r — параметр, определяющий соотношения толщин слоев в мишени, ε — параметр, определяющий степень асимметрии отражения поля электрона относительно поверхности мишени, δ — угол между поверхностью мишени и отражающими слоями. Заметим, что угол падения электрона на поверхность мишени $(\delta - \theta_B)$ уменьшается при увеличении параметра ε. Параметр $\nu^{(s)}$ (5), принимающий значения в промежутке $0 \le \nu^{(s)} \le 1$, определяет степень отражения поля от периодической структуры, которая обусловливается характером интерференции волн отраженных от разных слоев (конструктивным

($\nu^{(s)} \approx 1$) или деструктивным ($\nu^{(s)} \approx 0$)). Параметр $\kappa^{(s)}$ определяет степень проявления эффекта аномально низкого фотопоглощения (эффекта Бормана) в прохождении рентгеновских фотонов через периодическую слоистую структуру, хорошо известного в физике рассеяния свободных рентгеновских лучей в кристалле [14].

Выражения (3), (4) при $s = 1$ описывают поля σ-поляризованные, а при $s = 2$ — поля π-поляризованные. Так как излучаемое релятивистским электроном электромагнитное поле является поперечным в рентгеновском диапазоне частот, то падающая $\mathbf{E}(\mathbf{k},\omega)$ и дифрагированная $\mathbf{E}(\mathbf{k}+\mathbf{g},\omega)$ в периодической слоистой среде волны, определяются двумя амплитудами с разными значениями поперечной поляризации:

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(\mathbf{k},\omega) &= E_0^{(1)}(\mathbf{k},\omega)\mathbf{e}_0^{(1)} + E_0^{(2)}(\mathbf{k},\omega)\mathbf{e}_0^{(2)},\\ \mathbf{E}(\mathbf{k}+\mathbf{g},\omega) &= E_{\mathbf{g}}^{(1)}(\mathbf{k},\omega)\mathbf{e}_{\mathbf{g}}^{(1)} + E_{\mathbf{g}}^{(2)}(\mathbf{k},\omega)\mathbf{e}_{\mathbf{g}}^{(2)},\end{aligned} \tag{6}$$

где векторы $\mathbf{e}_0^{(1)}$ и $\mathbf{e}_0^{(2)}$ перпендикулярны вектору $\mathbf{k} = k\mathbf{n}$, а векторы $\mathbf{e}_{\mathbf{g}}^{(1)}$ и $\mathbf{e}_{\mathbf{g}}^{(2)}$ перпендикулярны вектору $\mathbf{k}_{\mathbf{g}} = \mathbf{k}+\mathbf{g} = k_{\mathbf{g}}\mathbf{n}_{\mathbf{g}}$. Векторы $\mathbf{e}_0^{(2)}$, $\mathbf{e}_{\mathbf{g}}^{(2)}$ лежат в плоскости векторов $\mathbf{k}$ и $\mathbf{k}_{\mathbf{g}}$ (π-поляризация), а векторы $\mathbf{e}_0^{(1)}$ и $\mathbf{e}_{\mathbf{g}}^{(1)}$ перпендикулярны ей (σ-поляризация).

Найдем угловую плотность PXR, для этого проинтегрируем выражение (3) по частотной функции $\xi^{(s)}(\omega)$, используя соотношение

$$\frac{d\omega}{\omega} = -\frac{T^2\omega_B}{2\pi^2 n^2 L_{ext}}\, d\xi^{(s)},$$

следующее из выражения для $\xi^{(s)}(\omega)$ (5). Поскольку $\mu_1^{(s)} L_{ext}/\varepsilon \ll 1$, такое интегрирование может быть выполнено с использованием аппроксимации

$$\frac{1}{y^2+c^2}\left(1 + e^{-dc} - 2a^{-dc/2}\cos\left(\frac{d}{2}\,y\right)\right) \to \to \frac{\pi}{c}(1-e^{-dc})\delta(y). \tag{7}$$

Результат интегрирования представим в виде

$$\frac{dN_{PXR}^{(s)}}{d\Omega} = \frac{e^2T^2\omega_B}{4\pi^3 n^2 L_{ext}^2}\,, \frac{\Omega^{(s)^2}}{\mu_0}\varepsilon^2 \left(1 - \exp\left\{-L_e\mu_0 \frac{(\Delta-\chi_0')^2 - 2\kappa^{(s)}\nu^{(s)}\chi_0'(\Delta-\chi_0') + \nu^{(s)^2}\chi_0'^2}{(\Delta-\chi_0')^2\varepsilon + \nu^{(s)^2}\chi_0'^2}\right\}\right) \times \times \left\{(\Delta-\chi_0')^2 - 2\kappa^{(s)}\nu^{(s)}\chi_0'(\Delta-\chi_0') + \nu^{(s)^2}\chi_0'^2\right\}^{-1}. \tag{8}$$

Выражение для угловой плотности DTR, следующее из (4b), запишем в виде

$$\frac{dN_{DTR}^{(s)}}{d\Omega} = \frac{e^2T^2\omega_B}{8\pi^4 n^2 L_{ext}} \times \times \Omega^{(s)^2}\left(\frac{1}{\Delta} - \frac{1}{\Delta-\chi_0'}\right)^2 \int\limits_{-\infty}^{\infty} R_{DTR}^{(s)} d\xi^{(s)}. \tag{9}$$

3. УЧЕТ МНОГОКРАТНОГО РАССЕЯНИЯ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА НА АТОМАХ МИШЕНИ

Рассмотрим влияние многократного рассеяния электрона атомами среды на спектрально-угловые характеристики параметрического рентгеновского излучения. Для этого проведем усреднение спектрально-угловой плотности PXR по функции углового распределения электронов в пучке, например,

$$f(\psi,t) = \frac{1}{\pi(\psi_0^2+\psi_s^2 t)}\,\exp\left\{-\frac{\psi^2}{\psi_0^2+\psi_s^2 t}\right\}, \tag{10}$$

т. е. по расширяющемуся пучку прямолинейных траекторий излучающих электронов; ψ_0 — начальная расходимость электронного пучка. Для рассматриваемого случая рассеяния в периодической слоистой среде средний квадрат угла многократного рассеяния на единице длины будем рассматривать в виде

$$\psi_s^2 = \frac{a\psi_a^2 + b\psi_b^2}{a+b}, \tag{11}$$

где

$$\psi_a^2 = \frac{E_s^2}{m^2\gamma^2}\,\frac{1}{L_R^a}, \quad \psi_b^2 = \frac{E_s^2}{m^2\gamma^2}\,\frac{1}{L_R^b}$$

— средние квадраты углов многократного рассеяния на единице длины в рассматриваемых средах, $E_s \approx 4\pi m^2/e^2 \approx 21$ МэВ; L_R^a, L_R^b — радиационные длины в материалах слоев. Выражения, описывающие спектрально-угловые плотности PXR и DTR, усредненные по расширяющемуся пучку прямолинейных траекторий излучающих электронов на длине пути электрона в мишени L_e, будут иметь вид

$$\left\langle \omega \frac{d^2 N^{(s)}_{PXR,DTR}}{d\omega\, d\Omega} \right\rangle = \frac{1}{\pi L_e} \int\limits_0^{L_e} dt \iint d\psi_\perp d\psi_\| \times \\ \times \frac{\exp\left\{-\psi^2/(\psi_0^2+\psi_s^2 t)\right\}}{\psi_0^2+\psi_s^2 t}\, \omega \frac{d^2 N^{(s)}_{PXR,DTR}}{d\omega\, d\Omega}. \quad (12)$$

Используя (3), (4) и (12), получим выражения, описывающие спектрально-угловые плотности PXR и DTR с учетом многократного рассеяния электрона на атомах периодической слоистой среды:

$$\left\langle \omega \frac{d^2 N^{(s)}_{PXR}}{d\omega\, d\Omega} \right\rangle = \frac{e^2}{4\pi^3 \psi_s^2 L_e} \iint d\psi_\perp d\psi_\| \times \\ \times \left[\frac{\Omega^{(s)^2}}{(\Delta-\chi'_0)^2} R^{(s)}_{PXR}(\psi_\perp,\psi_\|) \Delta E_1 \right], \quad (13)$$

$$\left\langle \omega \frac{d^2 N^{(s)}_{DTR}}{d\omega\, d\Omega} \right\rangle = \frac{e^2}{4\pi^3 \psi_s^2 L_e} \iint d\psi_\perp d\psi_\| \times \\ \times \left[\Omega^{(s)^2} \left(\frac{1}{\Delta} - \frac{1}{\Delta-\chi'_0} \right)^2 R^{(s)}_{DTR}(\psi_\perp,\psi_\|) \Delta E_1 \right], \quad (14)$$

где

$$\Delta E_1 = E_1\left(\frac{\psi_\perp^2+\psi_\|^2}{\psi_0^2+\psi_s^2 L_e} \right) - E_1\left(\frac{\psi_\perp^2+\psi_\|^2}{\psi_0^2} \right)$$

— разность интегральных показательных функций. На основе выражений (8), (9), (13) и (14) получим выражения, описывающие угловые плотности PXR и DTR с учетом многократного рассеяния:

$$\left\langle \omega \frac{dN^{(s)}_{DTR}}{d\Omega} \right\rangle = \frac{e^2 T^2 \omega_B \varepsilon^2}{4\pi^4 n^2 \mu_0 L^2_{ext} L_e \psi_s^2} \iint d\psi_\perp d\psi_\| \Omega^{(s)^2} \times \\ \times \left(1 - \exp\left\{ -L_e \mu_0 \frac{(\Delta-\chi'_0)^2 - 2\kappa^{(s)}\nu^{(s)}\chi'_0(\Delta-\chi'_0) + \nu^{(s)^2}\chi'^2_0}{(\Delta-\chi'_0)^2\varepsilon + \nu^{(s)^2}\chi'^2_0} \right\} \right) \times \\ \times \left\{ (\Delta-\chi'_0)^2 - 2\kappa^{(s)}\nu^{(s)}\chi'_0(\Delta-\chi'_0) + \nu^{(s)^2}\chi'^2_0 \right\}^{-1} \Delta E_1, \quad (15)$$

$$\left\langle \omega \frac{dN^{(s)}_{DTR}}{d\Omega} \right\rangle = \frac{e^2 T^2 \omega_B}{8\pi^5 n^2 L_{ext} L_e \psi_s^2} \times \\ \times \int\limits_{-\infty}^{\infty} R^{(s)}_{DTR} d\xi^{(s)} \iint d\psi_\perp d\psi_\| \times \\ \times \left(\Omega^{(s)^2} \left(\frac{1}{\Delta} - \frac{1}{\Delta-\chi'_0} \right)^2 \Delta E_1 \right). \quad (16)$$

Выражения (13)–(16), полученные в рамках двухволнового приближения динамической теории дифракции для геометрии рассеяния Лауэ в общем случае асимметричного отражения поля электрона относительно поверхности мишени, являются главным результатом настоящей работы.

4. УСЛОВИЕ ВКЛАДА ДИФРАГИРОВАННОГО ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Многократное рассеяние электронов на атомах среды ведет к генерации тормозного излучения, которое далее может дифрагировать на слоях мишени в направлении рассеяния Брэгга $\mathbf{k_g}$, поэтому мы оценим вклад дифрагированного тормозного излучения в полный выход излучения релятивистских электронов в периодической слоистой среде. Рассмотрим величину $\gamma_{LP}^{-2} = \psi_s^2 l_c$, равную среднему квадрату угла многократного рассеяния электрона на длине формирования тормозного излучения, где $l_c = 2\gamma^2/\omega$. Учитывая (11), получим для периодической слоистой среды

$$\gamma_{LP} = \sqrt{\frac{e^2\omega_B}{8\pi} \frac{a+b}{(a/L_R^a + b/L_R^b)}}. \quad (17)$$

В области энергии электронов $\gamma > \gamma_{LP}$ в тормозном излучении проявляется эффект Ландау – Померанчука [15]. Если выполняется условие $\gamma > \gamma_{LP}$, то угол многократного рассеяния электрона на длине формирования излучения существенно превышает величину характерного угла излучения релятивистской частицы γ^{-1}, поэтому тормозной квант будет разделяться с кулоновским полем электрона на расстоянии, малом по сравнению с длиной формирования l_c. Таким образом, при условии $\gamma > \gamma_{LP}$ на длине l_c электрон может излучить несколько тормозных фотонов, которые далее, дифрагируя на слоях мишени, могут вносить вклад в DBS. С другой стороны, в области энергии электрона $\gamma > \gamma_{TM} = \omega_B/\omega_0$ (ω_0 — плазменная частота) должно проявляться подавление тормозного излучения (на частоте $\omega \approx \omega_B$) вследствие продольного эффекта плотности (эффекта Тер-Микаэляна) [5, 16]. Для периодической слоистой среды

$$\gamma_{TM} = \frac{\omega_B}{\sqrt{\dfrac{a\omega_a^2 + b\omega_b^2}{a+b}}},$$

где ω_a и ω_b — плазменные частоты материалов рассматриваемой структуры. В случае $\gamma_{LP} < \gamma < \gamma_{TM}$ подавления тормозного излучения не будет и DBS может дать существенный вклад в полный выход излучения. Таким образом, при выполнении одного из условий, $\gamma > \gamma_{TM}$ или $\gamma < \gamma_{LP}$, вклад DBS в полный выход излучения можно не учитывать и применять традиционный метод усреднения спектрально-угловых характеристик излучений по расширяющемуся пучку прямолинейных траекторий излучающих электронов. Необходимое условие существенности вклада DBS в полный выход излучения из рассматриваемой периодической слоистой среды имеет вид

$$\frac{\gamma_{LP}}{\gamma_{TM}} = \sqrt{\frac{e^2}{8\pi\omega_B}\frac{a\omega_a^2 + b\omega_b^2}{(a/L_R^a + b/L_R^b)}} < 1. \qquad (18)$$

Отсюда видно, что в условиях, когда $\gamma_{LP}/\gamma_{TM} > 1$, вклад DBS становится несущественным. Ниже будут приведены результаты расчетов, подтверждающие реальность существования этого условия, что полностью оправдывает подход к усреднению, примененный в настоящей работе.

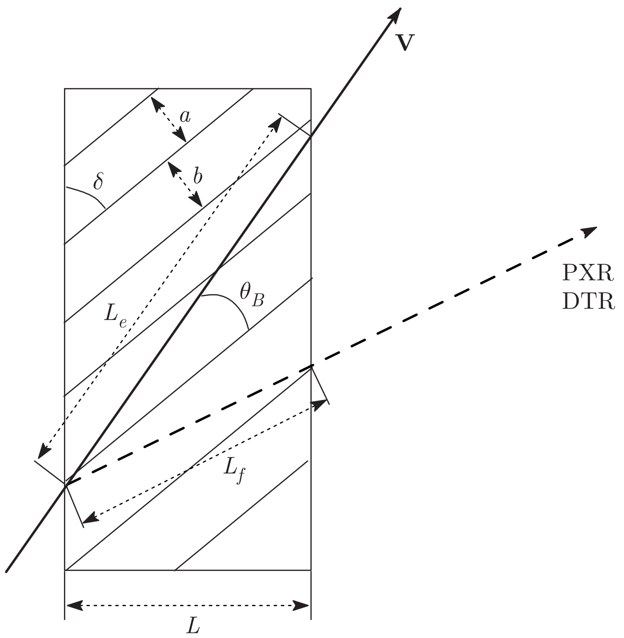

Рис. 2. Схема процесса излучения

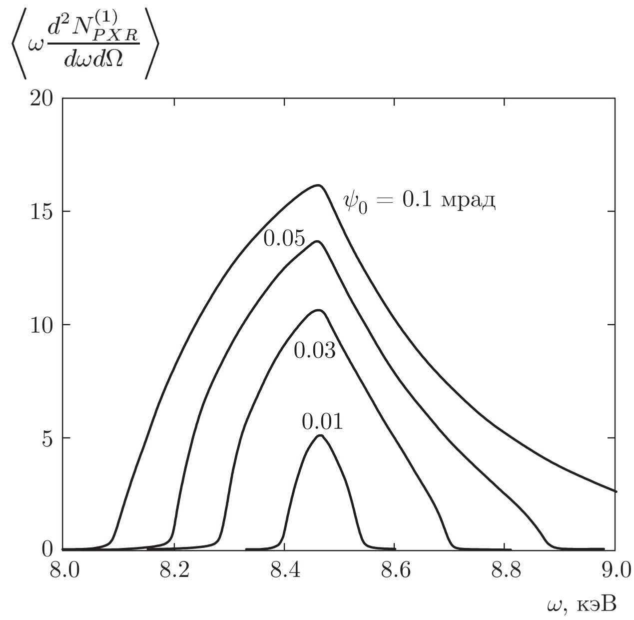

Рис. 3. Спектрально-угловая плотность PXR для различной начальной расходимости электронного пучка

5. ЧИСЛЕННЫЕ РАСЧЕТЫ

Используя полученные в настоящей работе выражения (13) и (15), проведем численные расчеты спектрально-угловой и угловой плотности излучения. Рассмотрим PXR, генерируемое пучком релятивистских электронов, пересекающих мишень, состоящую из слоистого материала с периодической структурой, полагая, что многократное рассеяние электрона на атомах мишени является существенным. Для наглядности на рис. 2 приведена схема геометрии процесса. Рассмотрим для примера PXR, генерируемое релятивистским электроном с энергией $E_e \approx 255.5$ МэВ ($\gamma = 500$) в периодической слоистой среде, состоящей из поочередно расположенных слоев углерода C и вольфрама W. Пусть период многослойной периодической структуры $T = a + b = 2 \cdot 10^{-3}$ мкм, а толщина мишени $L = 5$ мкм. Выберем угол между осью электронного пучка и слоями мишени $\theta_B = 2.2°$, частоту Брэгга $\omega_B = 8000$ эВ, угол между поверхностью мишени и отражающими слоями $\delta = 4.5°$. В этом случае параметр асимметрии $\varepsilon = \sin(\delta + \theta_B)/\sin(\delta - \theta_B) \approx 3$. При такой асимметрии путь электрона в мишени $L_e = L/\sin(\delta - \theta_B) \approx 120$ мкм будет достаточно большим даже при малой толщине мишени $L = 5$ мкм, что должно приводить к существенному влиянию многократного рассеяния на спектрально-угловые характеристики PXR. Длина максимального пути фотона в рассматриваемой задаче $L_f \approx 42$ мкм. Расчеты спектральной угловой плотности излучения выполнены для σ-поляризованных волн ($s = 1$) при $\theta_\parallel = 0$. На рис. 3 представлены построенные по формуле (13) кривые, описывающие спектрально-угловую плотность PXR релятивистского электрона при фиксированном угле наблюдения $\theta_\perp = 10$ мрад. Расчеты проведены для случая равенства толщин слоев углерода и вольфрама $a = b$. В этом случае $\gamma_{LP} \approx 274$ и $\gamma_{TM} \approx 126$. Так как $\gamma > \gamma_{TM}$, то происходит подавление фотонов тормозного излучения вследствие эффекта Тер-Микаэляна. Кривые на рис. 3 построены для различных значений начальной расходимости электронного пучка ψ_0. Как следует из рисунка, при увеличении начальной расходимости электронного пучка растет как ширина, так и амплитуда спектра PXR. Рост ширины спектра вполне объясним: он связан с тем, что при возрастании расходимости электронного пучка взрастает диапазон углов, которые могут составлять векторы скорости электронов со слоями мишени. Увеличение же амплитуды спектра PXR носит динамический характер. Оно связано с тем, что резонансное условие PXR, которое соответствует приближенному равенству нулю выражения в знаменателе формулы (3b)

$$\sigma^{(s)}(\theta_\perp, \theta_\parallel, \psi_\perp, \psi_\parallel) + \frac{\xi^{(s)}(\omega) - \sqrt{\xi^{(s)}(\omega)^2 + \varepsilon}}{\varepsilon} \approx 0, \quad (19)$$

определяющее частоту ω^*, в окрестности которой сосредоточен спектр фотонов PXR, излучаемых под фиксированным углом наблюдения, будет ближе к нулю при отличных от нуля значениях $\boldsymbol{\psi}'$ — угла отклонения электрона в пучке. При выполнении резонансного динамического условия (19) псевдофотон кулоновского поля релятивистского электрона и свободный фотон в периодической слоистой среде имеют одинаковые реальные части длин волновых векторов, а это является условием возникновения рефлекса PXR. Чем больше начальная расходимость пучка электронов, тем более вероятно достижение в процессе многократного рассеяния условия $\boldsymbol{\psi}' > \boldsymbol{\psi}_0$. Данный эффект ведет к существенному росту угловой плотности PXR релятивистского электрона при увеличении начальной расходимости электронного пучка ψ_0, что демонстрируют представленные на рис. 4 кривые, построенные по формуле (15) и описывающие угловую плотность PXR. Необходимо отметить, что если предположить отсутствие многократного рассеяния, то амплитуда спектра PXR и его угловая плотность будут существенно превышать реальные.

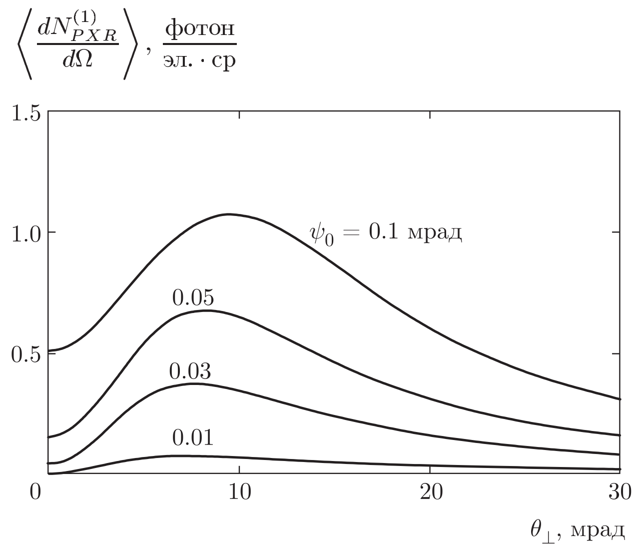

Рис. 4. Угловая плотность PXR для различной начальной расходимости электронного пучка

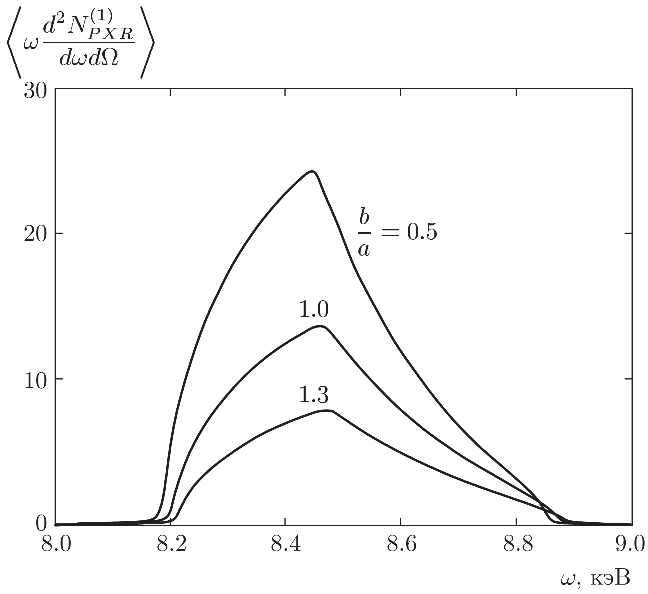

Рис. 5. Влияние соотношения толщин слоев на спектрально-угловую плотность PXR

Рассмотрим зависимость спектрально-угловой плотности PXR от соотношения толщин слоев мишени b/a при фиксированном периоде $T = a + b = 2 \cdot 10^{-3}$ мкм. На рис. 5 представлены кривые, описывающие спектрально-угловую плотность PXR пучка релятивистских электронов при фиксированных значениях угла наблюдения $\theta_\perp = 10$ мрад и начальной расходимости электронного пучка $\psi_0 = 0.05$ мрад. В этих условиях при $b/a = 1.3$ получаем величины $\gamma_{LP} \approx 259$ и $\gamma_{TM} \approx 119$, а

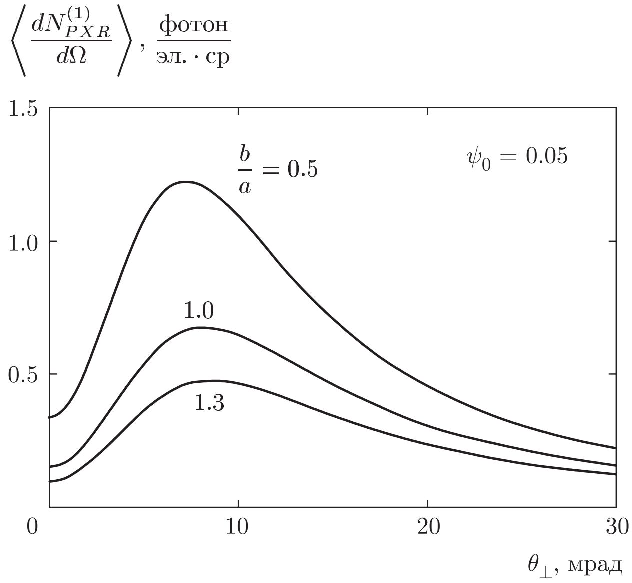

Рис. 6. Влияние соотношения толщин слоев на угловую плотность PXR

при $b/a = 0.5$ имеем $\gamma_{LP} \approx 332$ и $\gamma_{TM} \approx 142$. Таким образом, для всех кривых, представленных на рис. 5, выполнено условие $\gamma > \gamma_{TM}$, т. е. тормозное излучение подавляется. А это значит, что правомерно его не учитывать. Как видно на рис. 5, амплитуда спектра PXR возрастает при уменьшении соотношения b/a, т. е. при уменьшении толщины слоя вольфрама и увеличении толщины слоя углерода. Для анализа полученного результата вычислим длину поглощения рентгеновских волн в рассматриваемой периодической слоистой среде $L_{abs} = T/\omega(a\chi''_a + b\chi''_b)$ и параметры динамического рассеяния $\nu^{(s)}$ и $\kappa^{(s)}$ (см. (5)). Для рассматриваемого случая для величин $L_{abs}(b/a)$, $\nu^{(1)}(b/a)$ и $\kappa^{(1)}(b/a)$ получим следующие значения: $L_{abs}(1.3) \approx$ ≈ 5.5 мкм, $L_{abs}(1) \approx 6.2$ мкм, $L_{abs}(0.5) \approx 9.2$ мкм; $\nu^{(1)}(1.3) \approx 0.36$, $\nu^{(1)}(1) \approx 0.39$, $\nu^{(1)}(0.5) \approx 0.43$; $\kappa^{(1)}(1.3) \approx 0.55$, $\kappa^{(1)}(1) \approx 0.63$, $\kappa^{(1)}(0.5) \approx 0.82$. Отсюда видно, что три составляющие вносят вклад в данный эффект. С уменьшением соотношения b/a а) увеличивается длина поглощения L_{abs}, что связано с уменьшением толщины более плотного вещества; б) усиливается конструктивная интерференция волн в режиме динамической дифракции от разных слоев мишени (увеличение параметра $\nu^{(1)}$); в) усиливается динамический эффект Бормана (увеличение $\kappa^{(1)}$) — в данном случае, падающая и дифрагированные рентгеновские волны образуют стоячую волну в периодической слоистой среде, пучности которой в большей степени перемещаются в слой углерода, при этом фотопоглощение существенно уменьшается. Увеличение амплитуды спектра PXR при уменьшении соотношения b/a приводит к росту угловой плотности PXR , что демонстрируют построенные по формуле (15) кривые на рис. 6.

Необходимо отметить, что в настоящей работе не проведены численные расчеты спектрально-угловых характеристик DTR, хотя полученные формулы (14) и (16) позволяют это сделать. Это связано с тем, что, во-первых, многократное рассеяние электронов в мишени будет мало влиять на DTR, которое является результатом дифракции на слоях мишени переходного излучения, генерируемого на входной поверхности мишени. Во-вторых, максимальная длина пути фотона DTR в рассматриваемом примере $L_f \approx 42$ мкм существенно больше длины поглощения L_{abs}, т. е. фотоны DTR в рассматриваемом случае полностью поглотятся материалом мишени.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе исследовано влияние начальной расходимости электронного пучка и соотношения толщин слоев периодической слоистой среды на спектрально-угловые характеристики PXR и DTR релятивистского электрона, пересекающего мишень из периодической слоистой среды в геометрии рассеяния Лауэ. Для учета многократного рассеяния электрона на атомах мишени использован традиционный метод усреднения сечений излучений PXR и DTR по расширяющемуся пучку прямолинейных траекторий электронов. Вклад DBS в полный выход излучения не учитывался. Оцениваются условия существенности (несущественности) вклада DBS в выход излучения и показаны условия применимости традиционного метода для описания полного выхода излучения, генерируемого пучком релятивистских электронов в периодической слоистой среде. В работе показано, что при увеличении расходимости электронного пучка растет не только ширина спектра PXR, но и его амплитуда, что приводит к существенному росту угловой плотности PXR. Показано, что изменение соотношения длин слоев мишени может привести к существенному росту амплитуды спектра PXR и его угловой плотности.

Работа поддержана Министерством образования и науки Российской федерации (проектная часть государственного задания №3.500.2014/К в сфере научной деятельности и государственное задание №2014/420).

ЛИТЕРАТУРА

1. N. N. Nasonov, V. V. Kaplin, S. R. Uglov, M. A. Piestrup, and C. K. Gary, Phys. Rev. E **68**, 3604 (2003).

2. O. V. Chesonov, B. N. Kalinin, G. A. Naumenko, D. V. Podalko et al., Nucl. Instr. Meth. B **173**, 18 (2001).

3. E. A. Bogomazova, B. N. Kalinin, G. A. Naumenko, D. V. Podalko et al., Nucl. Instr. Meth. B **201**, 276 (2003).

4. Н. Н. Насонов, В. А. Насонова, А. В. Носков, Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования №4, 18 (2004).

5. М. Л. Тер-Микаэлян, *Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях*, АН АрмССР, Ереван (1969).

6. T. Tanaka et al., Nucl. Instrum. Meth. B **93**, 21 (1994).

7. K. Yamada, T. Hosokawa, and H. Takenaka, Phys. Rev. A **59**, 3673 (1999).

8. S. Asano et al., Phys. Rev. Lett. **70**, 3247 (1993).

9. A. E. Kaplan, C. T. Law, and P. L. Shkolnikov, Phys. Rev. E **52**, 6795 (1995).

10. B. Pardo and J.-M. Andre, Phys. Rev. E **65**, 036501 (2002).

11. С. В. Блажевич, И. В. Колосова, А. В. Носков, ЖЭТФ **141**, 627 (2012).

12. С. В. Блажевич, Т. В. Коськова, А. В. Носков, Изв. ВУЗов. Физика **57**, 110 (2014).

13. С. В. Блажевич, А. В. Носков, ЖЭТФ **147**, 875 (2015).

14. З. Г. Пинскер, *Динамическое рассеяние рентгеновских лучей в идеальных кристаллах*, Наука, Москва (1974).

15. Л. Д. Ландау, И. Я. Померанчук, ДАН СССР **92**, 735 (1953).

16. М. Л. Тер-Микаэлян, ДАН СССР **94**, 1033 (1954).