ЖЭТФ, 2016, том 149, вып. 1, стр. 76–92 © 2016

СПИН И ДИСПЕРСИЯ МАССИВНОГО ДИРАКОВСКОГО НЕЙТРИНО В ЗАМАГНИЧЕННОЙ ПЛАЗМЕ

П. А. Эминов[*]

Московский государственный университет информационных технологий, радиотехники и электроники
107996, Москва, Россия

Поступила в редакцию 6 апреля 2015 г.

Исследуется полный сдвиг энергии поляризованного массивного дираковского нейтрино в электрон-позитронной плазме в постоянном магнитном поле. Расчет в калибровке Фейнмана впервые проведен методом мацубаровских температурных функций Грина. Изучена зависимость закона дисперсии и аномального магнитного момента нейтрино от напряженности магнитного поля, спина, энергии, направления движения и массы нейтрино, а также от параметров плазмы. Результаты проведенных исследований для массивного нейтрино в предельном случае сравниваются с результатами работ других авторов, ранее полученными для безмассового левого нейтрино.

DOI: 10.7868/S0044451016010077

1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее время существенно возрос интерес к изучению радиационных эффектов, сопровождающих распространение нейтрино в веществе в присутствии внешнего электромагнитного поля и обусловленных наличием массы и аномального магнитного момента (АММ) у дираковского нейтрино [1–10]. Для астрофизических приложений и физики нейтрино актуальным остается вопрос о «совместности» малой массы и большого магнитного момента нейтрино [11–13]. В минимально расширенной стандартной модели Вайнберга – Салама – Глешоу статический аномальный магнитный момент дираковского нейтрино с массой m_ν определяется формулой [14]

$$\mu_\nu^0 \approx \frac{3eG_F m_\nu}{8\pi^2\sqrt{2}} \approx 3\cdot 10^{-19}\,\frac{m_\nu}{1\ \text{эВ}}\,\mu_B, \qquad (1)$$

где $\mu_B = e/2m$ — магнетон Бора, e — заряд электрона, взятый по модулю, $G_F = \sqrt{2}\,g^2/8M_W^2$ — постоянная Ферми, M_W — масса W-бозона, $c = \hbar = 1$. Внешнее магнитное поле вызывает переворот спиральности массивного нейтрино [15]: образовавшись в результате некоторого слабого процесса со спиральностью $s = -1$ и распространяясь в магнитном поле, массивное дираковское нейтрино может быть переведено в стерильное состояние с противоположной спиральностью, которое практически не поддается детектированию. Эффект переворота спиральности нейтрино может иметь важное значение в процессе образования нейтронной звезды, обладающей сильным магнитным полем $H \geq 10^{13}$ Гс [15].

Этот же эффект был предложен для объяснения проблемы солнечных нейтрино. Для этого, согласно гипотезе Окуня – Волошина – Высоцкого [16], необходимо наличие у нейтрино электромагнитных моментов порядка $(10^{-11}$–$10^{-10})\mu_B$, что примерно на десять порядков превышает значение (1) вакуумного АММ массивного дираковского нейтрино в стандартной модели. В настоящее время установлено, что проблема солнечных нейтрино находит свое решение на основе эффекта резонансного усиления осцилляций нейтринного аромата в веществе — эффекта Михеева – Смирнова – Вольфенштейна [17–21].

Майорановское нейтрино не обладает ни магнитным, ни электрическим моментом [22, 23]. Поэтому исследование электромагнитного взаимодействия нейтрино с ненулевой массой может оказаться важным и для выяснения вопроса о том, является ли нейтрино дираковской или майорановской частицей.

В работе [24] исследовано влияние постоянного электромагнитного поля на радиационный сдвиг массы и АММ массивного дираковского нейтрино. В

[*] E-mail: peminov@mail.ru

работах [25–29] вычислены вклад нелокальных эффектов слабого взаимодействия в АММ нейтрино в слабом магнитном поле и квадратичная по сильному магнитному полю часть вакуумного сдвига энергии нейтрино.

Вычислению вершинной функции и электромагнитных форм-факторов массивного дираковского нейтрино в электрон-позитронной плазме в свободном случае, т. е. без учета влияния внешнего поля, также посвящено много работ (см., например, [30–36]). Однако расчет аномального магнитного момента в указанных работах не доводится до конца, а зависимости полного сдвига энергии от массы и спина нейтрино не были исследованы.

В работе [32] методом временных функций Грина при конечной температуре вычислена вершинная функция нейтрино и на основе полученного результата в предельном случае слабого магнитного поля выведен закон дисперсии для безмассового нейтрино в веществе. Результаты работы [35] для плазменного вклада в АММ нейтрино не согласуются с более поздними результатами других авторов, в которых АММ нейтрино в среде определяется из сдвига энергии массивного дираковского нейтрино в намагниченной электрон-позитронной плазме.

Одной из первых работ, в которых исследовалась динамическая природа радиационного сдвига энергии и аномального магнитного момента массивного дираковского нейтрино при конечной температуре в зарядово-симметричной электрон-позитронной плазме в постоянном магнитном поле, насколько нам известно, была работа [37], в которой выведено точное аналитическое выражение для радиационного сдвига энергии нейтрино. Там же в случае слабого магнитного поля и низких температур получены формулы, описывающие температурные поправки к энергии нейтрино в нейтральной плазме. Было впервые показано, что сдвиг энергии массивного дираковского нейтрино в среде зависит от ориентации его спина и в свободном случае, когда нет внешнего магнитного поля. Дальнейшее развитие результатов работы [37] было проведено в работах [38,39]. В работе [38] методом временных температурных функций Грина получено замкнутое выражение для вклада заряженного слабого тока в сдвиг энергии нейтрино в замагниченной электрон-позитронной плазме, которое в явном виде содержит зависимость от состояния поляризации массивного дираковского нейтрино. Для продольного движения весь сдвиг энергии нейтрино, содержащий зависимость от спинового квантового числа и магнитного поля, некорректно интерпретировался нами как энергия взаимодействия АММ нейтрино с внешним магнитным полем. Эту ошибку мы исправили в работе [39], где в случае относительно слабого магнитного поля вычислены радиационный сдвиг энергии и аномальный магнитный момент массивного дираковского электронного нейтрино в замагниченной электрон-позитронной плазме как в зарядово-симметричной плазме, так и в вырожденном электронном газе. Магнитный момент массивного нейтрино в замагниченной электрон-позитронной плазме изучался также в более поздних работах [40, 41]. Авторы этих работ, возможно, не были знакомы с работами [39, 42], а полученные ими результаты для АММ, как это будет показано ниже, уточняют общий численный множитель аналогичных результатов работ [39, 42], в которых рассматривался вклад только заряженного слабого тока.

В связи с возможными астрофизическими приложениями большое внимание уделяется изучению не только АММ, но и полного сдвига энергии нейтрино в замагниченной плазме. Для безмассового нейтрино такие исследования проводились, например, в работах [27, 29, 43–48]. В то же время зависимость закона дисперсии нейтрино в замагниченной плазме от его массы и состояния поляризации до настоящего времени не была изучена. Такие исследования могут представить интерес и в связи с тем, что в различных современных исследованиях по космологии и физике сверхновых высказываются предположения о возможном существовании стерильных нейтрино с массами порядка 2–50 кэВ, которые рассматриваются как один из самых популярных кандидатов на роль частиц, формирующих темную материю (см., например, [8–10]).

Развивая наши предыдущие исследования [37–39], в настоящей работе в рамках минимально расширенной стандартной модели с SU(2)-синглетным правым нейтрино мы проводим вычисление полного радиационного сдвига энергии и АММ массивного дираковского нейтрино в электрон-позитронной плазме в присутствии постоянного магнитного поля. В разд. 2 изучается вклад заряженного слабого тока в сдвиг энергии нейтрино. Исследование впервые проводится методом мнимого времени в квантовой теории поля при конечной температуре. Поляризационное состояние движущегося нейтрино описывается 4-вектором поляризации совпадающим в системе покоя с удвоенным средним значением трехмерного вектора спина [49]. В этом разделе изучена зависимость полного сдвига энергии нейтрино в замагниченной электрон-позитронной плазме, а не только той его части, которая связана с АММ нейтрино, от состояния поляризации нейтрино, его массы, энергии и направления движения относительно магнитного поля, а также от параметров, определяющих свойства замагниченной плазмы. В разд. 3 исследованы вклад в полный сдвиг энергии массивного нейтрино нейтрального слабого тока, а также диаграммы с промежуточным заряженным скаляром. Расчет проведен, как и в разд. 2, методом мацубаровских температурных функций Грина плазмы в постоянном магнитном поле. В разд. 4 методом временных температурных функций Грина исследуется дисперсия нейтрино в нейтральной высокотемпературной плазме в сверхсильном магнитном поле. В разд. 5 проводится анализ полученных в работе результатов и их сравнение с результатами, полученными ранее как в наших работах, так и в работах других авторов. В Заключении сформулированы основные результаты работы.

2. ВКЛАД ЗАРЯЖЕННОГО СЛАБОГО ТОКА

Как известно [50–52], слагаемое в выражении для радиационной поправки к полной массе дираковского нейтрино в постоянном электромагнитном поле, которое пропорционально величине $s_\mu(\tilde{F})^{\mu\nu}p_\nu$ (s_μ — 4-вектор поляризации спина массивного нейтрино, $(\tilde{F})^{\mu\nu}$ — дуальный тензор внешнего поля, p_ν — 4-импульс нейтрино), описывает взаимодействие аномального магнитного момента нейтрино с внешним полем. Например, в постоянном магнитном поле $\mathbf{H} = (0, 0, H)$ с учетом явного вида 4-вектора поляризации массивного дираковского нейтрино [49]

$$s^\mu = \frac{\boldsymbol{\zeta}\cdot\mathbf{p}}{m_\nu}, \zeta + \frac{\mathbf{p}(\boldsymbol{\zeta}\cdot\mathbf{p})}{m_\nu(\varepsilon_\nu + m_\nu)} \qquad (2)$$

получаем формулу

$$\frac{p_\mu(\tilde{F})^{\mu\nu}s_\nu}{\varepsilon_\nu} = \boldsymbol{\zeta}\cdot\mathbf{B}_t + \frac{m_\nu}{\varepsilon_\nu}\,\boldsymbol{\zeta}\cdot\mathbf{B}_\ell, \qquad (3)$$

где $\boldsymbol{\zeta}$ — удвоенное среднее значение вектора спина нейтрино в системе его покоя, $\mathbf{B}_t$ и $\mathbf{B}_\ell$ — соответственно поперечный и продольный относительно направления движения нейтрино векторы напряженности магнитного поля.

АММ лептона и индуцированный внешним полем его электрический момент d_E определяются теми слагаемыми в радиационном сдвиге энергии, которые пропорциональны соответственно $s^\mu\tilde{F}_{\mu\nu}p^\nu$ и $s^\mu F_{\mu\nu}p^\nu$ [50–52]:

$$\mathrm{Re}(\Delta E_H^s) = \frac{(\Delta\mu)(s^\mu\tilde{F}_{\mu\nu}p^\nu)}{E}, \qquad (4)$$

$$\mathrm{Re}(\Delta E_E) = \frac{d_E(s^\mu F_{\mu\nu}p^\nu)}{E}, \qquad (5)$$

где s^μ — 4-вектор поляризации частицы с энергией равной E, ΔE_H^s — изменение энергии, обусловленное определенной ориентацией спина.

Для постоянного магнитного поля из формулы (4) с учетом (3) получаем следующую связь между АММ нейтрино (электрона) и энергией взаимодействия АММ с магнитным полем:

$$\mathrm{Re}(\Delta E_H^s) = -(\Delta\mu)\left[\boldsymbol{\zeta}\cdot\mathbf{B}_t + \frac{m_\nu}{\varepsilon_\nu}\,\boldsymbol{\zeta}\cdot\mathbf{B}_\ell\right]. \qquad (6)$$

Именно эта формула, причем без ссылок на классические работы [50,51,53] по теории АММ, используется в работах [40,41] при вычислении плазменного вклада в АММ нейтрино в постоянном магнитном поле.

Таким образом, «индуцированный замагниченной плазмой магнитный момент нейтрино», используемый в работах [40, 41], как и вакуумный АММ лептона в постоянном внешнем поле, определяется приведенной выше формулой (4). Это важно, так как термин «индуцированный плазмой эффективный магнитный момент» использовался ранее применительно и к безмассовому нейтрино в замагниченной плазме (см., например, [44,46]).

В работе [54] используется определение АММ нейтрино, которое не совпадает с определением, принятым в работе [24] и в настоящей статье. В наших работах АММ нейтрино, как и в работах Ритуса в квантовой электродинамике, связывается только с той частью полного сдвига энергии нейтрино в магнитном поле, которая является P-четной и пропорциональна инварианту $p\tilde{F}s$.

Линейная по магнитному полю часть величины $\Delta\mu(B)$ в формуле (30) работы [54], являющаяся псевдоскаляром, возникает в результате разбиения слагаемого в формуле (26) для полного сдвига энергии нейтрино в постоянном магнитном поле, пропорционального величине $s\tilde{F}\tilde{F}p$, на две части. Для этого используется формула

$$s\tilde{F}\tilde{F}p = \frac{p_0^2 - p_3^2}{m_\nu}\,H^2(\boldsymbol{\zeta}\cdot\mathbf{V}) - (\mathbf{V}\cdot\mathbf{H})(p\tilde{F}s),$$

где $p^\mu = (\varepsilon_\nu, \mathbf{p})$ — 4-импульс нейтрино в системе отсчета K, в которой имеется только магнитное поле напряженностью $\mathbf{H}$. Слагаемое, пропорциональное $(\mathbf{V}\cdot\mathbf{H})(p\tilde{F}s)$, объединяется с вкладом последнего слагаемого в формуле (26), пропорционального величине $p\tilde{F}s$, что и приводит к формулам (27) и (30) соответственно для полного сдвига энергии и АММ нейтрино. Заметим, что для нейтрино, движущегося вдоль магнитного поля, величина $s\tilde{F}\tilde{F}p$ в формуле (26) работы [54] равна нулю. Тогда сдвиг энергии нейтрино в формуле (26) работы [54] содержит только одно слагаемое, содержащее корреляцию спина и магнитного поля. Это слагаемое пропорционально величине $p\tilde{F}s$. Таким образом, для продольного движения АММ не может содержать линейное по магнитному полю слагаемое, АММ должен быть истинным скаляром и не может также содержать псевдоскалярной поправки. Эти наблюдения находятся в противоречии с формулой (30), а также с асимптотическими формулами (44) и (45) работы [54], которые для продольного движения нейтрино содержат отличные от нуля слагаемые, пропорциональные величине V_3H_3.

С другой стороны, выражение для АММ нейтрино должно быть инвариантом преобразований Лоренца вдоль направления магнитного поля, как это отмечают и сами авторы работы [54]. Однако в работе [54] делается некорректное утверждение о том, что величина $\mathbf{V}\cdot\mathbf{H} = V_3H_3$ в формуле (30) является инвариантом преобразований Лоренца вдоль магнитного поля. В трехмерной форме записи в системе отсчета K', движущейся относительно лабораторной системы K со скоростью V_0 вдоль магнитного поля, имеем

$$\mathbf{V}'\cdot\mathbf{H}' = V_3'H_3' = H_3V_3' \neq H_3V_3 = \mathbf{V}\cdot\mathbf{H},$$

где $\mathbf{V}$ и $\mathbf{V}'$ — трехмерные скорости нейтрино в системах соответственно K и K'. Таким образом, лоренц-инвариантность не имеет места. Попытка релятивистского обобщения выражения $\mathbf{V}\cdot\mathbf{H}$ приводит авторов [54] к выражению $u\tilde{F}p/up$ в формуле (31), где u^μ — 4-скорость частицы, покоящейся в лабораторной системе отсчета K. Расчет показывает, что

$$\frac{u'\tilde{F}'p'}{u'p'} = \frac{u\tilde{F}p}{up} = HV_3 \neq HV_3'.$$

Отсюда следует, что $u\tilde{F}p/up$ в рассматриваемых системах отсчета имеет значение равное HV_3, т.е. проекция скорости нейтрино в системе покоя некоторой частицы P на направление поля является инвариантом. Подчеркнем, что именно проекция относительной скорости на направление поля является инвариантом, а не проекция скорости нейтрино на направление поля. При этом в системе K' величина $u'\tilde{F}'p'/u'p'$ не равна $H_3'V_3'$, т.е.

$$\frac{u'\tilde{F}'p'}{u'p'} \neq H_3'V_3'.$$

Поэтому формула $u\tilde{F}p/up$ не может являться релятивистским обобщением для $\mathbf{V}\cdot\mathbf{H}$, иначе следовало бы признать, что проекция скорости нейтрино на направление поля во всех инерциальных системах отсчета, движущихся вдоль поля, имеет одно и то же значение. По нашему мнению, линейный по магнитному полю член в формуле (30) работы [54] нельзя рассматривать как дополнительный вклад в АММ нейтрино.

Уравнение Дирака–Швингера, описывающее радиационные поправки к движению массивного нейтрино имеет вид, аналогичный такому же уравнению для электрона в квантовой электродинамике:

$$(\hat{p} - m_\nu)\psi_\nu(x) = \int d^4x'\Sigma(x,x')\psi_\nu(x'), \tag{7}$$

где $\Sigma(x,x')$ — массовый оператор нейтрино, который определяет радиационную поправку к энергии нейтрино в виде

$$\Delta E = \frac{1}{T}\int d^4x\, d^4x'\overline{\psi}_\nu(x)\Sigma(x,x')\psi_\nu(x'), \tag{8}$$

где T — время взаимодействия, $\psi_\nu(x)$ — волновая функция стационарного состояния нейтрино в нулевом приближении.

Исследование радиационных эффектов, сопровождающих распространение нейтрино, проводится в системе отсчета, связанной с центром масс вещества, т.е. электрон-позитронной плазмы. Пусть напряженность постоянного магнитного поля в этой системе отсчета равна $\mathbf{H}$. Рассмотрим в этой системе отсчета общий случай распространения нейтрино с импульсом $\mathbf{p}$ под произвольным углом к направлению магнитного поля, направленного вдоль оси z. Расчет проведем в представлении мнимого времени, т.е. с использованием метода мацубаровских температурных функций Грина. Правила диаграммной техники в формализме мнимого времени аналогичны правилам Фейнмана в обычной квантовой теории поля, а переход к диаграммной технике в представлении мнимого времени от импульсного представления квантовой теории поля сводится к заменам [55–57]

$$\begin{gathered} p_0 \to i\omega_\ell + \mu, \quad 2\pi i\delta(p_0) \to \beta\delta_{\ell,0}, \\ \int\frac{dp_0}{2\pi} \to iT\sum_{\ell=-\infty}^{\infty}, \end{gathered} \tag{9}$$

где $\omega_\ell = 2\pi T(\ell + 1/2)$, $\ell = 0, \pm1, \pm2, \ldots$ для фермионов, $\omega_\ell = 2\pi T\ell$ для бозонов, $\beta = 1/T$ — обратная температура. Для иллюстрации приведем аналитическое выражение для мацубаровской функции

Грина электрон-позитронной плазмы в постоянном магнитном поле. Для этого воспользуемся причинной функцией Грина электрона в однородном магнитном поле в представлении собственного времени [58]:

$$G(x', x'') = \Psi(x', x'') \int \frac{d^4 p}{4(2\pi)} \exp(-ipx) G(p), \quad (10)$$

где

$$G(p) = i \int_0^\infty ds \exp\left[-is\left(m^2 - p_0^2 + p_3^2 + p_\perp^2 \frac{\operatorname{tg} z}{z}\right)\right] \times$$
$$\times \left\{\frac{m + \gamma^0 p^0 - \gamma^3 p^3}{\cos z} \exp(iz\Sigma_3) - \frac{(\boldsymbol{\gamma}\cdot\mathbf{p})_\perp}{\cos^2 z}\right\}, \quad (11)$$

$$\Phi(x', x'') = \exp\left[-ie \int_{x'}^{x''} A_\mu^{ext}(x)\, dx^\mu\right],$$

$$z = -eHs, \quad x = x'' - x', \quad (\boldsymbol{\gamma}\cdot\mathbf{p})_\perp = \gamma^1 p^1 + \gamma^2 p^2.$$

Мацубаровская функция Грина получается из формул (10), (11) заменой

$$\int \frac{dp_0}{2\pi} \exp\left[-i(p_0 x_0 - \mathbf{p}\cdot\mathbf{x})\right] G(p_0, \mathbf{p}) \to$$
$$\to iT \sum_\ell \exp\left[-i(\tau\omega_\ell - i\mu\tau) + i\mathbf{p}\cdot\mathbf{x}\right] \times$$
$$\times G(p_0 = i\omega_\ell + \mu, \mathbf{p}), \quad (12)$$

причем параметр мнимого времени

$$\tau = \tau'' - \tau' \in \left[-\frac{1}{T}, \frac{1}{T}\right]. \quad (13)$$

Не ограничивая общности, рассмотрим случай зарядово-симметричной электрон-позитронной плазмы, когда химический потенциал равен нулю. Общий случай при необходимости всегда можно восстановить из рассматриваемого введением химического потенциала в соответствующие функции распределения. Итак, мацубаровские функции Грина электрона и W-бозона определяются в постоянном магнитном поле следующими формулами [37, 59]:

$$\begin{aligned} G^M(x, x') &= iT\Phi(x, x') \sum_m \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \times \\ &\times \exp\left[i\mathbf{p}\cdot(\mathbf{x} - \mathbf{x}') - i\tau p_m\right] G(\mathbf{p}, ip_m), \\ D_{\mu\nu}^M(x, x') &= iT\Phi^*(x, x') \sum_n \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \times \\ &\times \exp\left[i\mathbf{k}\cdot(\mathbf{x} - \mathbf{x}') - i\tau k_n\right] D_{\mu\nu}(\mathbf{k}, ik_n), \end{aligned} \quad (14)$$

где мацубаровская функция Грина электрон-позитронного газа в импульсном представлении имеет вид

$$G(\mathbf{p}, ip_m) = i \int_0^\infty ds \times$$
$$\times \exp\left[-is\left(m^2 + p_3^2 + p_m^2 + p_\perp^2 \frac{\operatorname{tg} z}{z}\right)\right] \times$$
$$\times \frac{\exp(iz\Sigma_3)}{\cos z}\left[m - \gamma^3 p^3 + i\gamma_0 p_m - \frac{(\boldsymbol{\gamma}\cdot\mathbf{p})_\perp}{\cos z}\right], \quad (15)$$

$$p_m = \pi T(2m + 1).$$

Аналогично, для W-бозонной температурной функции Грина в импульсном представлении получаем

$$D_{\mu\nu}(\mathbf{k}, ik_n) = i \int_0^\infty dt \frac{D_{\mu\nu}(t)}{\cos y} \times$$
$$\times \exp\left[-it\left(M_W^2 + k_3^2 + k_n^2 + k_\perp^2 \frac{\operatorname{tg} y}{y}\right)\right], \quad (16)$$

$$k_n = 2\pi nT, \quad y = eHt.$$

Отличные от нуля элементы матрицы $D_{\mu\nu}(t)$ задаются формулами

$$\begin{gathered} D_{00} = -D_{33} = 1, \quad D_{22} = D_{11} = -\cos(2y), \\ D_{12} = -D_{21} = -\sin(2y). \end{gathered} \quad (17)$$

Для вычисления сдвига энергии нейтрино при конечной температуре, как и в работах [37, 56, 59, 60], введем вспомогательную функцию $\Delta E(iE_\ell)$ параметра квазиэнергии $E_\ell = \pi T(2\ell + 1)$, $\ell = 0, \pm 1, \ldots$, аналитическое продолжение которой на всю верхнюю полуплоскость комплексной переменной p_0 определяет интересующую нас вещественную часть поправки к энергии нейтрино в замагниченной электрон-позитронной плазме. Для этого вводим волновую функцию нейтрино в представлении мнимого времени. Она получается из стандартного решения уравнения Дирака для стационарного состояния нейтрино (см., например, формулу (23.1) в работе [49]) заменой $t \to -i\tau$, $p_0 \to iE_\ell$ в показателе экспоненты, т. е.

$$\psi_\nu(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{\sqrt{2\varepsilon_\nu}} u(\varepsilon_\nu, \mathbf{p}) \exp\left[i\mathbf{p}\cdot\mathbf{x} - ip_0 t\right] \to$$
$$\to \psi_\nu^M(\tau, \mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{2\varepsilon_\nu}} u(\varepsilon_\nu, \mathbf{p}) \exp\left[i\mathbf{p}\cdot\mathbf{x} - i\tau E_\ell\right], \quad (18)$$

где $u\left(\varepsilon_\nu = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m_\nu^2}, \mathbf{p}\right)$ — биспинорная амплитуда нейтрино, играющая роль спиновой волновой функции.

Вспомогательная функция $\Delta E_\nu(iE_\ell)$ определяется из соответствующей формулы (8) стандартной квантовой теории, в которой необходимо заменить причинные функции Грина и волновую функцию нейтрино на соответствующие мацубаровские функции Грина и введенную волновую функцию нейтрино в представлении мнимого времени, а также перейти от интегрирования по вещественному времени к интегрированию по мнимому времени τ.

В результате для функции $\Delta E_\nu(iE_\ell)$ получаем следующее представление:

$$\Delta E_\nu(iE_\ell) = -\frac{g^2}{8\beta\varepsilon_\nu}\int\frac{d^3k}{(2\pi)^3}\sum_n \overline{u}(\mathbf{p})(1-\gamma^5)\times \\ \times\gamma^\mu G\left(\mathbf{p}-\mathbf{k}, i(E_\ell-k_n)\right)\times \\ \times\gamma^\nu D_{\mu\nu}(\mathbf{k}, ik_n)(1+\gamma^5)u(\mathbf{p}). \quad (19)$$

Для описания поляризационного состояния нейтрино воспользуемся 4-вектором поляризации нейтрино s^μ из формулы (2). Используя явный вид функций Грина и проведя соответствующие преобразования, получим

$$\Delta E_\nu(iE_\ell) = -\frac{g^2T}{2\varepsilon_\nu(2\pi)^3}\times \\ \times\sum_n d^3k\int_0^\infty ds\int_0^\infty dt\frac{1}{\cos z\cos y}\times \\ \times\exp\left\{-it\left[M_W^2+k_3^2+k_n^2+\frac{\operatorname{tg}y}{y}k_\perp^2\right]-\right. \\ \left.-is\left[m^2+(p^3-k^3)^2+(E_\ell-k_n)^2+\frac{\operatorname{tg}z}{z}(\mathbf{p}-\mathbf{k})^2\right]\right\}\times \\ \times\left\{\frac{1}{\cos z}\left[(\mathbf{p}\cdot\mathbf{q})_\perp-\left(\frac{(\mathbf{p}\cdot\mathbf{q})_\perp}{\varepsilon_\nu+m_\nu}\langle\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}\rangle+m_\nu\langle\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}\rangle_\perp\right)\right]+\right. \\ +\cos(z+2y)\left[p_3q_3-\frac{(p_3q_3)\langle\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}\rangle}{\varepsilon_\nu+m_\nu}-m_\nu q^3\langle\sigma_3\rangle-\right. \\ \left.-i(E_\ell-k_n)(\varepsilon_\nu-\langle\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}\rangle)\right]+ \\ +i\sin(z+2y)\left[-q^3(\varepsilon_\nu-\langle\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}\rangle)-i(E_\ell-k_n)\times\right. \\ \left.\left.\times\left(-p^3+\frac{p^3\langle\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}\rangle}{\varepsilon_\nu+m_\nu}+m_\nu\langle\sigma_3\rangle\right)\right]\right\}. \quad (20)$$

Угловыми скобками в формуле (20) обозначено усреднение матриц Паули по трехмерным спинорам, характеризующим поляризацию нейтрино, а интегралы по компонентам вектора $\mathbf{k}$, равного импульсу промежуточного W-бозона, являются гауссовыми. Неперенормированный радиационный сдвиг энергии нейтрино в постоянном магнитном поле при нулевой температуре и нулевой плотности среды получается из формулы (20) заменой суммирования по числу n на интегрирование по переменной k_0 согласно формуле (9). В результате после интегрирования по переменным k_0 и $\mathbf{k}$ вакуумный сдвиг энергии нейтрино в постоянном магнитном поле определяется формулой

$$\Delta E_\nu = \frac{g^2}{8(2\pi)^2\varepsilon_\nu}\int_0^\infty\frac{d\rho}{\sin\rho}\int_0^1 du\times \\ \times\exp\left\{-i\rho\left[\lambda(1-u)+\Lambda u\right]-i\varphi\right\}\times \\ \times\left[Q_\perp\left(\frac{\sin(\rho u)}{\sin\rho}-u\cos\left(\rho(u+1)\right)\right)-\right. \\ \left.-m_\nu^2u\cos\left(\rho(u+1)\right)-iu\sin\left(\rho(u+1)\right)Q_z\right], \quad (21)$$

где приняты обозначения

$$Q_\perp = -m_\nu\langle\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}\rangle+p_\perp^2\left[1-\frac{\langle\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}\rangle}{\varepsilon_\nu+m_\nu}\right], \\ Q_z = m_\nu\left[\varepsilon_\nu\langle\sigma_3\rangle-p_3\frac{\langle\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}\rangle}{\varepsilon_\nu+m_\nu}\right], \\ \varphi = \frac{p_\perp^2}{eH}\left[\frac{\sin\left(\rho(1-u)\right)\sin(\rho u)}{\sin\rho}-u\rho(1-u)\right]- \\ -\frac{m_\nu^2}{eH}u\rho(1-u). \quad (22)$$

Результат (21), (22) совпадает с соответствующим результатом работы [24], где вакуумный сдвиг впервые был исследован в различных предельных случаях. Например, для покоящегося нейтрино, ориентация спина которого вдоль или против направления магнитного поля задается квантовым числом $\zeta=\pm1$ из формул (21) и (22) в линейном по слабому магнитному полю приближении получаем

$$\Delta m_\nu = -\frac{3g^2}{64\pi^2M_W^2}(\zeta H)em_\nu, \quad (23)$$

откуда и следует формула (1) для вакуумного АММ нейтрино.

Вернемся к формуле (20) и рассмотрим сначала температурный сдвиг энергии нейтрино в электрон-позитронном газе в свободном случае, когда напряженность магнитного поля равна нулю.

Используя формулу суммирования Фрадкина [37, 59, 60]

$$\sum_n f(\omega_n) = \frac{1}{2T}\sum_i \operatorname{Res}\left[f(\omega)\operatorname{ctg}\frac{\omega}{2T},\omega_i\right], \quad (24)$$

из формулы (20) получаем точный результат для полного сдвига энергии нейтрино в электрон-позитронной плазме:

$$\Delta E_\nu(T,\mu,H=0)=\frac{g^2}{4(2\pi)^3\varepsilon_\nu}\sum_{\varepsilon=\pm1}\int\frac{d^3q}{\sqrt{q^2+m^2}}\left(\exp\frac{\sqrt{q^2+m^2}-\varepsilon\mu}{T}+1\right)^{-1}\times$$
$$\times\frac{\mathbf{p}\cdot\mathbf{q}-\dfrac{\mathbf{p}\cdot\mathbf{q}}{\varepsilon_\nu+m_\nu}\langle\boldsymbol\sigma\cdot\mathbf{p}\rangle-m_\nu\langle\boldsymbol\sigma\cdot\mathbf{q}\rangle-\varepsilon\sqrt{m^2+q^2}\,(\varepsilon_\nu-\langle\boldsymbol\sigma\cdot\mathbf{p}\rangle)}{M_W^2-m^2-m_\nu^2-2\mathbf{p}\cdot\mathbf{q}-2\varepsilon\varepsilon_\nu\sqrt{m^2+q^2}}. \quad (25)$$

В предельном случае относительно высоких температур и релятивистской зарядово-симметричной плазмы, когда выполняются условия

$$\mu=0,\quad \varepsilon_\nu\ll\frac{M_W^2}{T},\quad m\ll T\ll M_W, \quad (26)$$

из формулы (25) для температурного сдвига энергии нейтрино находим следующий результат:

$$\Delta E_\nu=-\frac{14\pi^2}{45\sqrt2}\,\frac{\varepsilon_\nu G_F T^4}{M_W^2}\times\left[\left(1-\left\langle\boldsymbol\sigma\cdot\frac{\mathbf{p}}{\varepsilon_\nu}\right\rangle\right)-\frac{m_\nu^2}{4\varepsilon_\nu^2}\right]. \quad (27)$$

В другом предельном случае вырожденного электронного газа находим

$$\Delta E_\nu=\frac{1}{\sqrt2}\,n_e G_F\left[1-\langle\boldsymbol\sigma\cdot\mathbf{v}\rangle\right], \quad (28)$$

где n_e — концентрация электронного газа, $\mathbf{v}=\mathbf{p}/\varepsilon_\nu$ — скорость нейтрино. Этот результат обобщает формулу Вольфенштейна для сдвига энергии нейтрино в вырожденном электронном газе, при выводе которой (см., например, [17, 18, 22, 32]) зависимость от спина массивного нейтрино ранее не учитывалась.

Приведем далее в случае слабого магнитного поля линейные по магнитному полю асимптотики сдвига энергии нейтрино. Вычисления аналогичны тем, которые были проведены при исследовании сдвига энергии нейтрино в свободном случае. Для вырожденного электронного газа при выполнении условий

$$\varepsilon_\nu\ll\frac{M_W^2}{\mu},\quad H\ll H_0=\frac{m^2}{e}\approx4.41\cdot10^{13}\ \text{Гс},\quad 2eH\ll\mu^2-m^2,\quad T\ll E_F=\mu(T=0) \quad (29)$$

из формулы (20) находим

$$\Delta E_\nu=-\frac{eg^2\sqrt{\mu^2-m^2}}{(4\pi)^2\varepsilon_\nu M_W^2}\left\{(\mathbf{p}\cdot\mathbf{H})\,(1-\langle\boldsymbol\sigma\cdot\mathbf{v}\rangle)-\left[\frac{(\mathbf{p}\cdot\mathbf{H})\langle\boldsymbol\sigma\cdot\mathbf{p}\rangle}{\varepsilon_\nu+m_\nu}+m_\nu\langle\boldsymbol\sigma\cdot\mathbf{H}\rangle-(\mathbf{p}\cdot\mathbf{H})\langle\boldsymbol\sigma\cdot\mathbf{v}\rangle\right]\right\}. \quad (30)$$

Если же нейтрино движется в нейтральном электрон-позитронном газе, то при выполнении условий (26) из формулы (22) следует, что

$$\Delta E_\nu=\frac{eg^2T^2}{48M_W^4}\times\left\{-\left[m_\nu\langle\boldsymbol\sigma\cdot\mathbf{H}\rangle+\frac{(\mathbf{p}\cdot\mathbf{H})\langle\boldsymbol\sigma\cdot\mathbf{p}\rangle}{\varepsilon_\nu+m_\nu}-(\mathbf{v}\cdot\mathbf{H})\langle\boldsymbol\sigma\cdot\mathbf{p}\rangle\right]+2(\mathbf{p}\cdot\mathbf{H})\,(1-\langle\boldsymbol\sigma\cdot\mathbf{v}\rangle)\right\}. \quad (31)$$

Заметим, что с учетом (3) в формулах (30) и (31) сумму слагаемых в квадратных скобках можно записать в виде

$$m_\nu\langle\boldsymbol\sigma\cdot\mathbf{H}\rangle+\frac{(\mathbf{p}\cdot\mathbf{H})\langle\boldsymbol\sigma\cdot\mathbf{p}\rangle}{\varepsilon_\nu+m_\nu}-(\mathbf{v}\cdot\mathbf{H})\langle\boldsymbol\sigma\cdot\mathbf{p}\rangle=-\frac{m_\nu}{\varepsilon_\nu}\left(s^\mu\tilde F_{\mu\nu}p^\nu\right). \quad (32)$$

Тогда из формул (30) и (31) с учетом (4) и (32) находим плазменный вклад в АММ нейтрино:

$$(\Delta\mu)^W=\frac49\pi^2\left(\frac{T}{M_W}\right)^2\mu_\nu^0,\quad \varepsilon_\nu\ll\frac{M_W^2}{T},\quad m\ll T\ll M_W,\quad eH\ll m^2, \quad (33)$$

$$(\Delta\mu)^W=-\frac43\,\frac{(3\pi^2n_e)^{1/3}}{\varepsilon_\nu}\,\mu_\nu^0,\quad \varepsilon_\nu\ll\frac{M_W^2}{\mu},\quad T\ll E_F,\quad 2eH\ll\mu^2-m^2. \quad (34)$$

Таким образом, формулы (33) и (34) описывают плазменный вклад заряженного слабого тока в АММ нейтрино соответственно в нейтральной и заряженной плазме. С точностью до общего численного множителя, равного $1/2$, результат (33) совпадает с соответствующим результатом работ [39, 42], а результат (34) отличается от аналогичного результата указанных работ множителем, равным $1/4$.

3. ВКЛАД В ЗАКОН ДИСПЕРСИИ МАССИВНОГО НЕЙТРИНО ДИАГРАММЫ С ЗАРЯЖЕННЫМ СКАЛЯРОМ И НЕЙТРАЛЬНОГО СЛАБОГО ТОКА

В фейнмановской калибровке наряду с W-бозонным вкладом в сдвиг энергии электронного нейтрино следует учесть и вклад диаграммы D^{Φ} с заряженным скаляром. Эта диаграмма получается заменой виртуальной W-бозонной линии на линию заряженного скаляра с массой $M_{\Phi} = M_W$. Электронное нейтрино взаимодействует с веществом как за счет заряженного тока (обмен W-бозоном), так и за счет нейтрального тока (обмен Z-бозоном), в то время как нейтрино других ароматов взаимодействуют с плазмой только посредством нейтрального тока. Поэтому при вычислении сдвига энергии нейтрино в веществе надо исследовать также вклад диаграммы $D^{tadpole}$ с обменом Z-бозоном. Если нейтрино движется в среде, вещество которой состоит из нейтрино того же аромата, то вклад в сдвиг энергии нейтрино дает также процесс упругого рассеяния тестируемого нейтрино на нейтрино из среды. Диаграмма D^Z, описывающая соответствующий вклад в массовый оператор нейтрино, получается из диаграммы D^W, в которой e–W-петля заменяется на петлю, образованную из нейтрино и Z-бозона. Вклад этой диаграммы в закон дисперсии безмассового нейтрино был вычислен в работе [43]. Он не зависит от магнитного поля и получается из соответствующего вклада диаграммы, содержащей заряженный W-бозон, где следует сделать замену [43]

$$g^2 \to \frac{g^2}{2\cos^2\theta_W}, \quad M_W \to M_Z. \tag{35}$$

В этом разделе в линейном по относительно слабому магнитному полю приближении мы вычислим также вклад диаграмм $D^{tadpole}$ и D^{Φ} в плазменный сдвиг энергии массивного дираковского нейтрино. Как и в предыдущем разделе, исследование проведем методом мнимого времени. Вклад этих диаграмм в массовый оператор электронного нейтрино описывается формулами [45, 46, 48]

$$\Sigma^{\Phi}(p) = -i\frac{g^2}{2M_W^2}\int\frac{d^4q}{(2\pi)^4}\times \\ \times\left[KG^F(p-q)\overline{K}\right]G^{\Phi}(q), \tag{36}$$

$$\Sigma^{tadpole}(p) = -i\left(\frac{g}{2\cos\theta_W}\right)^2 R\gamma_\mu iZ^{\mu\nu}(0)\times \\ \times\int\frac{d^4q}{(2\pi)^4}\,\mathrm{Sp}\left[\gamma_\nu(C_V + C_A\gamma^5)iG^F(q)\right], \tag{37}$$

где приняты обозначения

$$K = \frac{1}{2}(C_1 - C_2\gamma^5), \quad \overline{K} = \frac{1}{2}(C_1 + C_2\gamma^5),$$

$$C_{1,2} = m \pm m_\nu, \quad \gamma^5 = -i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3, \quad R = \frac{1}{2}(1-\gamma^5),$$

причем для электронного нейтрино векторная и аксиальная константы электрон-нейтринной связи соответственно равны

$$C_V = -\frac{1}{2} + 2\sin^2\theta_W, \quad C_A = -\frac{1}{2}. \tag{38}$$

В линейном по магнитному полю приближении и с точностью до слагаемых порядка $(M_W)^{-4}$ включительно необходимые разложения электронного пропагатора и пропагаторов скалярного бозона и W-бозона в фейнмановской калибровке имеют следующий вид:

$$G^F(q) = i\frac{\hat{q}+m}{q^2-m^2} + \\ + \frac{em(\gamma F\gamma) - 2ie(q\tilde{F}\gamma)\gamma^5}{2(q^2-m^2)^2} + \ldots, \tag{39}$$

$$G^{\Phi}(q) = \frac{i}{q^2 - M_W^2} + \ldots, \tag{40}$$

$$G^W_{\mu\nu}(q) = -i\frac{g_{\mu\nu}}{q^2 - M_W^2} - \frac{2eF_{\mu\nu}}{q^2 - M_W^2} + \ldots \tag{41}$$

В результате вычислений, аналогичных тем, которые проведены в разд. 2, вклад диаграммы $D^{tadpole}$ в плазменный сдвиг энергии нейтрино можно представить в виде

$$\Delta E_\nu^{tadpole} = \Delta E_\nu^{tadpole}(H=0) + \\ + \Delta E_\nu^{tadpole}(H\neq 0), \tag{42}$$

где

$$\Delta E_\nu^{tadpole}(H=0) = \frac{G_F C_V}{\sqrt{2}}\left(1 - \frac{\langle\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}\rangle}{\varepsilon_\nu}\right)\times \\ \times\left[N_{e^-} - N_{e^+}\right], \tag{43}$$

$$\Delta E_\nu^{tadpole}(H\neq 0) = \frac{g^2 e C_A}{4M_W^2\varepsilon_\nu}\times \\ \times\left[\frac{m_\nu}{\varepsilon_\nu}(s\tilde{F}p) + (\mathbf{p}\cdot\mathbf{H})\left(1 - \frac{\langle\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}\rangle}{\varepsilon_\nu}\right)\right] b(T,\mu), \tag{44}$$

а концентрации позитронов (электронов) и параметр b равны соответственно

$$N_{e^\pm} = 2\int\frac{d^3q}{(2\pi)^3}\left(\exp\frac{\sqrt{q^2+m^2}\pm\mu}{T} + 1\right)^{-1}, \tag{45}$$

$$b(T,\mu) = \int\frac{d^3q}{(2\pi)^3E}\frac{d}{dE}\times \\ \times\left[n_F\left(\frac{E-\mu}{T}\right) - n_F\left(\frac{E+\mu}{T}\right)\right]. \tag{46}$$

Отметим, что оба слагаемых в формуле (42) отличны от нуля только в зарядово-асимметричной плазме ($\mu \neq 0$) и это согласуется с анализом, впервые проведенным корректно в работе [45].

Первое слагаемое в формуле (44) описывает плазменный вклад диаграммы $D^{tadpole}$ в энергию взаимодействия АММ нейтрино с внешним магнитным полем. Следует отметить, что это слагаемое отсутствует в работах [27,29,36,41,44–48], где нейтрино считается безмассовым.

Таким образом, плазменный вклад в АММ мюонного и тау-нейтрино определяется формулой

$$(\Delta\mu)^{tadpole} = \frac{g^2 e m_\nu C_A}{4M_W^2 \varepsilon_\nu}\, b(T,\mu), \tag{47}$$

а в случае нейтральной плазмы нейтральный ток не дает вклада в АММ и в сдвиг энергии нейтрино любого аромата.

Второе слагаемое в формуле (44) описывает дополнительный P-нечетный вклад в сдвиг энергии массивного нейтрино, который возникает за счет нейтрального тока. Этот вклад, как и в разд. 2, пропорционален величине $\mathbf{p}\cdot\mathbf{H}$ и меняет знак при изменении направления движения нейтрино в магнитном поле (см. также [32, 38]). Формула (43) описывает вклад нейтрального слабого тока в закон дисперсии массивного нейтрино в свободном случае, когда нет магнитного поля.

При выполнении условий (29) для вырожденного электронного газа полевой вклад диаграммы $D^{tadpole}$ в сдвиг энергии и АММ нейтрино в рассматриваемом приближении определяются формулами

$$\Delta E_\nu^{tadpole}(H\neq 0) = \frac{(\Delta\mu)^{tadpole}}{\varepsilon_\nu}\,(s\tilde{F}p) - \\ - \frac{eg^2 C_A\sqrt{\mu^2-m^2}}{(4\pi)^2 M_W^2\varepsilon_\nu}\,(\mathbf{p}\cdot\mathbf{H})\left(1-\frac{\langle\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}\rangle}{\varepsilon_\nu}\right), \tag{48}$$

$$(\Delta\mu)^{tadpole} = -\frac{eg^2 m_\nu C_A}{(4\pi)^2 M_W^2}\,\frac{\sqrt{\mu^2-m^2}}{\varepsilon_\nu} = \\ = C_A(\Delta\mu)^W. \tag{49}$$

Отметим, что диаграмма $D^{tadpole}$ не дает вклада в вакуумный АММ нейтрино, а в предельном случае безмассового нейтрино результаты, описываемые формулами (43)–(46), согласуются с соответствующими результатами работ [45, 46].

Что касается диаграммы D^Φ с промежуточным заряженным скаляром, то, вследствие большой массы W-бозона (в фейнмановской калибровке $M_\Phi = M_W$) по сравнению с массами электрона и нейтрино, его вклад в сдвиг энергии нейтрино считается малым по сравнению с W-бозонным вкладом, причем как вакуумный, так и плазменный. Тем не менее, насколько нам известно, кроме общих формул и комментариев, конкретное исследование этой части полного сдвига энергии массивного дираковского нейтрино в электрон-позитронной плазме не было проведено в литературе до настоящего времени.

Заряженные скаляры в модели Вайнберга – Салама – Глешоу являются нефизическими частицами, масса которых зависит от выбора калибровки, и они могут появляться только в виртуальных состояниях. В унитарной калибровке они исключаются из рассмотрения, что и было сделано в работе [48] при вычислении плазменного вклада в закон дисперсии безмассового нейтрино. В используемой нами фейнмановской калибровке с учетом формул (36), (39) и (40) находим, что плазменный вклад диаграммы с заряженным скаляром в сдвиг энергии массивного нейтрино определяется формулой

$$\Delta E_\nu^\phi = \Delta E_\nu^\phi(H=0) + \Delta E_\nu^\phi(H\neq 0), \tag{50}$$

где

$$\Delta E_\nu^\phi(H=0) = -\frac{g^2}{16M_W^4\varepsilon_\nu}\int\frac{d^3q}{(2\pi)^3}\times \\ \times\left\{\frac{m_\nu m(C_1^2-C_2^2)}{\sqrt{q^2+m^2}}\left[n_F\left(\frac{E-\mu}{T}\right)+n_F\left(\frac{E-\mu}{T}\right)\right]+\right. \\ +\left[\varepsilon_\nu(C_1^2+C_2^2)-2C_1C_2\langle\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}\rangle\right]\times \\ \left.\times\left[n_F\left(\frac{E-\mu}{T}\right)-n_F\left(\frac{E+\mu}{T}\right)\right]\right\}, \tag{51}$$

$$\Delta E_\nu^\phi(H\neq 0) = -\frac{g^2}{16M_W^4\varepsilon_\nu}\int\frac{d^3q}{(2\pi)^3}\times \\ \times\left\{\frac{eH}{2E}\,\frac{d}{dE}\left[n_F\left(\frac{E-\mu}{T}\right)-n_F\left(\frac{E+\mu}{T}\right)\right]\times\right. \\ \times\left[-m_\nu(C_1^2+C_2^2)s^3+2C_1C_2p^3\right]+ \\ +\frac{em(p\tilde{F}s)(C_1^2-C_2^2)}{4E}\,\frac{d}{dE}\times \\ \left.\times\left[\frac{1}{E}n_F\left(\frac{E-\mu}{T}\right)+n_F\left(\frac{E+\mu}{T}\right)\right]\right\}. \tag{52}$$

Как и при вычислении вклада диаграммы $D^{tadpole}$, результат (51), (52) получен в линейном по магнитному полю приближении и с точностью до слагаемых порядка $(M_W)^{-4}$ включительно. Заметим, что оба слагаемых в формуле (50) отличны от нуля как в нейтральной, так и в заряженной плазме.

В зарядово-симметричной плазме второе слагаемое в формуле (51) не дает вклада в плазменный сдвиг энергии нейтрино в свободном случае, который полностью определяется первым слагаемым и для релятивистской плазмы имеет асимптотику

$$\Delta E_\nu^\phi(H=0,\mu=0,T\neq 0)=\frac{g^2(m_\nu mT)^2}{48\varepsilon_\nu M_W^4},\quad m\ll T<T_c\approx 250 \text{ ГэВ}. \tag{53}$$

В зарядово-асимметричной релятивистской плазме сдвиг энергии нейтрино в свободном случае определяется формулой

$$\Delta E_\nu^\phi(H=0)=-\frac{g^2m^2}{16M_W^4}\left(1-\frac{\langle\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}\rangle}{\varepsilon_\nu}\right)\times\left[N_{e^-}-N_{e^+}\right]. \tag{54}$$

Сравнение показывает, что результат (54) действительно в $(m/M_W)^2$ раз меньше по сравнению с аналогичным вкладом заряженного слабого тока, который описывается формулой (28). Зависящую линейно от напряженности магнитного поля часть сдвига энергии нейтрино с учетом малости массы нейтрино по сравнению с массой электрона можно преобразовать к виду

$$\Delta E_\nu^\phi(H\neq 0)=\frac{s\tilde{F}p}{\varepsilon_\nu}(\Delta\mu)^\phi-\frac{g^2em^2}{8M_W^4}(\mathbf{p}\cdot\mathbf{H})\left(1-\frac{\langle\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}\rangle}{\varepsilon_\nu}\right)b(T,\mu), \tag{55}$$

где параметр $b(T,\mu)$ определяется формулой (46) , а для плазменного вклада в АММ нейтрино получаем

$$(\Delta\mu)^\phi=-\frac{g^2em_\nu m^2}{4M_W^4\varepsilon_\nu}\left[b(T,\mu)+md(T,\mu)\right], \tag{56}$$

$$d(T,\mu)=\int\frac{d^3q}{(2\pi)^3E}\frac{d}{dE}\times\left[\frac{1}{E}\left(n_F\left(\frac{E-\mu}{T}\right)+n_F\left(\frac{E+\mu}{T}\right)\right)\right]. \tag{57}$$

Таким образом, в отличие от диаграммы $D^{tadpole}$, диаграмма с заряженным скаляром дает ненулевой вклад в АММ нейтрино не только в заряженной, но и в нейтральной плазме, вклад которой определяется формулой

$$(\Delta\mu)_N^\phi=\frac{eg^2m_\nu}{8\pi^2M_W^2}\left(\frac{m}{M}\right)^2\frac{m}{\varepsilon_\nu}\times\int\limits_{m/T}^{\infty}\frac{dx}{\sqrt{x^2-(m/T)^2}}\,\frac{1}{\exp x+1}. \tag{58}$$

В предельном случае вырожденного электронного газа из формул (56), (57) получаем

$$(\Delta\mu)_C^\phi=\frac{eg^2m_\nu}{8\pi^2M_W^2}\left(\frac{m}{M}\right)^2\times\left[\frac{p_F}{4\varepsilon_\nu}\left(1-\frac{m}{\mu}\right)+\frac{m}{2\varepsilon_\nu}\ln\frac{\mu+p_F}{m}\right]. \tag{59}$$

Отношение плазменного вклада диаграммы с заряженным скаляром в АММ нейтрино в зарядово-симметричной плазме (формула (58)) к поправке в АММ (1) в слабом магнитном поле, который определяется вкладом нелокальных эффектов слабого взаимодействия [14, 61, 62], а не полевых эффектов [24, 28], можно представить в виде

$$Y\left(\frac{T}{m},\frac{m}{\varepsilon_\nu}\right)\approx\left|\frac{2M^2(\Delta\mu)^\phi}{m^2\mu_\nu^0}\right|=\frac{4m}{3\varepsilon_\nu}\int\limits_{m/T}^{\infty}\frac{dx}{\sqrt{x^2-(m/T)^2}}\,\frac{1}{\exp x+1}, \tag{60}$$

где $(\Delta\mu)^\phi$ определяется формулой (56). Интеграл в правой части формулы (60) при значениях параметра T/m, равных 10^2 и 10^3, принимает значения, соответственно равные примерно 2.2 и 3.2. Мы видим, что в слабом магнитном поле в достаточно широкой области параметров плазменный вклад диаграммы с заряженным скаляром в вакуумный АММ массивного нейтрино в заряженной плазме может превосходить вклад, обусловленный нелокальными эффектами слабого взаимодействия и полевыми эффектами.

4. ДИСПЕРСИЯ НЕЙТРИНО В СВЕРХСИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Учет взаимодействия нейтрино с электрон-позитронным газом за счет заряженного тока в этом разделе проведем на основе массового оператора Σ^W, составленного из временной функции Грина фермиона при конечной температуре в постоянном внешнем поле и причинной функции Грина W-бозона с учетом влияния только внешнего магнитного поля, полагая, что среда не содержит реальных W-бозонов. Будем использовать следующее представление для временной функции Грина электрон-позитронного газа в постоянном магнитном поле [63–65]:

$$S(H,T,\mu)=S^c(H,T=0,\mu=m)+S^\beta(H,T,\mu), \tag{61}$$

где

$$S^c(H, T=0, \mu=m) = -\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} d\omega\times$$

$$\times \exp\left[i\omega(t-t')\right]\sum_{n,\varepsilon}\frac{\psi_{n,\varepsilon}(\mathbf{x})\overline{\psi}_{n,\varepsilon}(\mathbf{x}')}{\omega+\varepsilon E_n(1-i\delta)} \quad (62)$$

— обычная причинная функция Грина электрона в магнитном поле, а второе слагаемое представляет собой температурную часть временной функции Грина:

$$S^\beta(H,T,\mu) = i\sum_{s,\varepsilon=\pm 1}\frac{\varepsilon\psi_{s,\varepsilon}(\mathbf{x})\overline{\psi}_{s,\varepsilon}(\mathbf{x}')}{\exp\left[\beta(E_s-\varepsilon\mu)\right]+1}\times$$

$$\times\exp\left[-iE_s(t-t')\right], \quad (63)$$

где $\beta = T^{-1}$ — обратная температура, μ — химический потенциал.

Таким образом, временная функция Грина идеальной электрон-позитронной плазмы является суммой фейнмановского пропагатора при нулевой температуре и плотности среды (62) и зависящего от температуры и химического потенциала слагаемого $S^\beta(H,T,\mu)$. В формулах (62) и (63) суммирование проводится по всем квантовым числам $\{s\}$ положительно-частотных и отрицательно-частотных состояний ($\varepsilon = \pm 1$) электрона в постоянном магнитном поле, а $\psi_{s,\varepsilon}(\mathbf{x})$ — координатная часть решения уравнения Дирака в постоянном магнитном поле. Уровни энергии электрона определяются формулой [53]

$$E_n = \sqrt{2eHn + p_z^2 + m^2}, \quad (64)$$

где $n = 0, 1, 2, \ldots$ — главное квантовое число, $p_z(-\infty < p_z < \infty)$ — проекция импульса электрона на направление магнитного поля.

Как и в работах [38, 39], в качестве спинового оператора, определяющего состояние поляризации частиц плазмы и массивного дираковского нейтрино, используется оператор поперечной поляризации [53, 65]:

$$\mu_3 = \Sigma_3 + \rho_2\frac{[\mathbf{\Sigma},\mathbf{P}]_3}{m}, \quad P^\mu = i\frac{\partial}{\partial x_\mu} - eA^\mu, \quad (65)$$

где матрицы $\Sigma_k (k=1,2,3)$ и ρ_2 в стандартном представлении имеют вид

$$\Sigma_k = \begin{pmatrix}\sigma_k & 0\\ 0 & \sigma_k\end{pmatrix}, \quad \rho_2 = \begin{pmatrix}0 & -iI\\ iI & 0\end{pmatrix},$$

σ_k — матрицы Паули.

В рассматриваемом случае постоянного магнитного поля, задаваемого потенциалом

$$A^\mu = (0, 0, xH, 0), \quad (66)$$

волновая функция стационарного состояния электрона определяется четырьмя квантовыми числами n, p_y, p_z, ζ [53]. Они имеют следующий смысл: $n = 0, 1, 2, \ldots$ — главное квантовое число, определяющее величину поперечного импульса

$$p_\perp = \sqrt{2eHn},$$

p_z — проекция импульса на направление магнитного поля, p_y задает координату центра орбиты

$$x_0 = -\frac{p_y}{eH},$$

спиновое квантовое число ζ определяет состояние электрона с ориентацией спина вдоль ($\zeta = +1$) или против ($\zeta = -1$) направления магнитного поля.

Используя явный вид пропагаторов и волновых функций, в представлении реального времени для плазменного вклада в сдвиг энергии нейтрино в магнитном поле получаем следующее выражение [38]:

$$\Delta E_\nu = i\frac{g^2}{32(2\pi)^2}\sum_{n,\varepsilon=\pm 1}\int\limits_{-\infty}^{\infty} dk_3\times$$

$$\times\int\limits_0^\infty dt\frac{\varepsilon(eH)}{\exp\left[(E_n-\varepsilon\mu)/T\right]+1}\times$$

$$\times\exp\left\{it\left[(q_0-\varepsilon E_n)^2 - k_3^2 - \overline{M}^2 - 2eHn\right] -\right.$$

$$\left. - i\frac{q_\perp^2}{2eH}\sin(2y)\right\}\left[-2i\varepsilon\frac{\sqrt{2eHn}}{E_n}ABI_{n,n-1} + \right.$$

$$+ A^2\exp(iy)\left(1+\varepsilon\frac{p_3}{E_n}\right)I_{n,n} +$$

$$\left. + B^2\exp(-iy)\left(1-\varepsilon\frac{p_3}{E_n}\right)I_{n-1,n-1}\right]. \quad (67)$$

В этой формуле $I_{n,n}(z)$ — функция Лагерра [53], зависящая от аргумента

$$z = \frac{2q_\perp^2}{eH}\sin^2 y, \quad y = eHt, \quad (68)$$

$k_3 = q_3 - p_3 - z$ — компонента импульса промежуточного W-бозона, $q^\mu = (\varepsilon_\nu, \mathbf{q})$ — 4-импульс нейтрино. Явный вид коэффициентов A и B в формуле (67) зависит от выбора оператора поляризации, собственной функцией которого является решение свободного уравнения Дирака для массивного нейтрино. Полагая, что волновая функция нейтрино является также собственной функцией оператора поперечной поляризации μ_3, получаем

$$A = 2\left[\left(1 + s\frac{m_\nu}{\varepsilon_\nu^\perp}\right)\left(1 - \frac{q_3}{\varepsilon_\nu}\right)\right]^{1/2},$$
$$B = 2\left[\left(1 - s\frac{m_\nu}{\varepsilon_\nu^\perp}\right)\left(1 + \frac{q_3}{\varepsilon_\nu}\right)\right]^{1/2}. \tag{69}$$

Таким образом, результат (67) представлен в виде суммы вкладов, обусловленных взаимодействием нейтрино с частицами электрон-позитронной плазмы, находящимися в состояниях с определенным значением главного квантового числа. Такое представление особенно удобно для вычисления сдвига энергии и АММ нейтрино в относительно сильном магнитном поле, а также при движении нейтрино вдоль направления магнитного поля, когда аргумент функций Лагерра, через которые выражается сдвиг энергии нейтрино, обращается в нуль.

Рассмотрим сначала плазменный сдвиг энергии нейтрино в нейтральной релятивистской плазме в присутствии сильного магнитного поля, когда выполнены условия

$$\mu = 0, \quad \sqrt{eH} \gg T. \tag{70}$$

В этом случае расстояние между соседними энергетическими уровнями электронов и позитронов плазмы велико по сравнению с температурой и основной вклад в сдвиг энергии массивного дираковского нейтрино дают электрон-позитронные состояния с нулевым значением главного квантового числа.

Следует отметить, что, как было показано в работах [27, 29], вычисления вакуумной поправки к сдвигу энергии безмассового левого нейтрино в сверхсильном магнитном поле в LLL-приближении, проведенные в работах [25, 26, 47], являются неверными и необходимо учитывать вклад и возбужденных виртуальных электронных состояний. Это обстоятельство, однако, не относится к плазменному вкладу нейтральной высокотемпературной электрон-позитронной плазмы в сдвиг энергии нейтрино: при выполнении условий (70) вклад возбужденных электрон-позитронных состояний будет экспоненциально подавлен. Предположим, что нейтрино движется перпендикулярно к магнитному полю. Если также потребовать выполнения условий

$$M_W \gg \sqrt{eH} \gg T \gg m, \quad \varepsilon_\nu \ll \frac{M_W^2}{T}, \tag{71}$$

то из формулы (67) следует выражение

$$\Delta E_\nu = -\frac{g^2(eH)\varepsilon_\nu T^2}{48 M_W^4}\left(1 + \zeta\frac{m_\nu}{\varepsilon_\nu}\right). \tag{72}$$

Таким образом, в зарядово-симметричной плазме сдвиг энергии нейтрино в сильном магнитном поле линейно зависит от напряженности поля, а плазменный вклад в АММ нейтрино, как это следует из формулы (72), определяется формулой, совпадающей с результатом (33), полученным для слабого поля. Обратим внимание на то, что в сильном магнитном поле плазменный сдвиг энергии нейтрино, движущегося перпендикулярно направлению поля, отличен от нуля. Для сравнения заметим, что, как это следует из формул (30), (31), (44), (48) и (55), в случае слабого магнитного поля линейное по полю и не зависящее от спина слагаемое в законе дисперсии нейтрино равно нулю, если нейтрино движется перпендикулярно полю. Из формулы (72) вытекает также, что в сильном магнитном поле плазменный вклад в сдвиг энергии нейтрино существенно превосходит температурный вклад в закон дисперсии в свободном случае, который в нейтральной плазме определяется формулой (27):

$$\frac{\Delta E_\nu(72)}{\Delta E_\nu(27)} \sim \frac{eH}{T^2} \gg 1. \tag{73}$$

Итак, в зарядово-симметричном случае плазменный вклад в сдвиг энергии нейтрино со спином, направленным вдоль сильного магнитного поля, меньше, чем для состояния, в котором спин направлен против поля. Поэтому взаимодействие магнитного момента нейтрино с вторично-квантованным полем фотонов может привести к спонтанным переходам между состояниями нейтрино с различными значениями спинового квантового числа, которые будут сопровождаться излучением фотона. Это явление представляет собой спиновый свет нейтрино в среде в присутствии магнитного поля и может быть исследовано, например, методами работ [66, 67] с учетом дисперсии фотона в замагниченной плазме [68].

Обратимся далее к случаю вырожденного электронного газа и относительно сильного магнитного поля, когда выполнены условия

$$\frac{\mu^2 - m^2}{2} < eH \ll M_W^2. \tag{74}$$

Тогда главное квантовое число может принимать только одно нулевое значение, т. е. электронами заполнен только основной уровень Ландау, а импульс Ферми полностью вырожденного электронного газа в магнитном поле связан с плотностью электронов соотношением [68]

$$p_F = 2\pi^2\frac{n_e}{eH}. \tag{75}$$

При выполнении условий (74) из формулы (67) следует, что

$$\Delta E_\nu \approx i\frac{g^2\,(eH)}{2(4\pi)^2}\int\limits_0^\infty dt\int\limits_{-\infty}^{\infty} dp_3\theta(\mu-E)\times$$
$$\times\exp\left\{-it[M_W^2+2E\varepsilon_\nu]-eHq_\perp^2t^2\right\}\left(1+\zeta\frac{m_\nu}{\varepsilon_\nu}\right), \quad (76)$$

где E — энергия продольного движения электрона. Интеграл по переменной t вычисляется точно. В результате для интересующей нас действительной части величины (76) получаем представление в виде однократного интеграла:

$$\mathrm{Re}(\Delta E_\nu) = \frac{g^2eH}{16\pi^2}\left(1+\zeta\frac{m_\nu}{\varepsilon_\nu}\right)\int\limits_0^{p_F} dp_3\exp(-\tau)\times$$
$$\times\left\{\frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{\beta}}\,\mathrm{erfi}\,\left(\sqrt{\tau}\right)-\right.$$
$$\left.-\frac{eH}{2\beta}\left[\exp\tau-\sqrt{\pi\tau}\,\mathrm{erfi}\left(\sqrt{\tau}\right)\right]\right\}, \quad (77)$$

где

$$\mathrm{erfi}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int\limits_0^x \exp(t^2)\,dt$$

— интеграл вероятности мнимого аргумента и приняты обозначения

$$\beta = q_\perp^2 eH, \quad \tau = \frac{(M_W^2+2E\varepsilon_\nu)^2}{4q_\perp^2 eH}\,. \quad (78)$$

В предельном случае, когда $\varepsilon_\nu \ll M_W^2/\mu$ из формулы (77) находим:

$$\mathrm{Re}(\Delta E_\nu) \approx \frac{g^2eH}{16\pi^2}\left(1+\zeta\frac{m_\nu}{\varepsilon_\nu}\right)\frac{p_F}{M_W^2},$$
$$\Delta\mu = -\frac{8\pi^2}{3}\,\frac{n_e}{(eH)\varepsilon_\nu}\,\mu_\nu. \quad (79)$$

5. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Таким образом, полученные в работе результаты учитывают взаимодействие нейтрино с заряженными фермионами замагниченной плазмы. Если тестируемое нейтрино движется в среде, вещество которой состоит в том числе из нейтрино одинакового с ним аромата, то возникает дополнительный вклад в сдвиг энергии нейтрино [43, 45, 46]. Соответствующий сдвиг энергии, как это было показано в работе [43], не зависит от магнитного поля и может быть получен из вклада (27) заряженного тока в сдвиг энергии нейтрино с учетом замены (35). В случае CP-симметричной плазмы

$$\Delta E_\nu^Z = -\frac{7\pi^2\varepsilon_\nu G_F T^4}{45\sqrt{2}\,M_Z^2}\times$$
$$\times\left[\left(1-\langle\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}\rangle\frac{1}{\varepsilon_\nu}\right)-\frac{m_\nu^2}{4\varepsilon_\nu^2}\right], \quad (80)$$

где M_Z — масса Z-бозона. Заметим, что результат (77) имеет тот же порядок величины, что и вклад (27) W-бозона.

С учетом результатов (27), (31) и (77) в случае слабого магнитного поля полный сдвиг энергии нейтрино в нейтральной плазме можно представить в следующем виде:

$$\Delta E_\nu = -\frac{g^2eT^2}{48M_W^4}\left\{m_\nu\frac{p_\mu\tilde{F}^{\mu\nu}s_\nu}{\varepsilon_\nu}-\right.$$
$$\left.-2(\mathbf{p}\cdot\mathbf{H})\left(1-\langle\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}\rangle\frac{1}{\varepsilon_\nu}\right)\right\}-\frac{14\pi^2\varepsilon_\nu G_F T^4}{45\sqrt{2}\,M_W^2}\times$$
$$\times\left(1+\frac{M_W^2}{2M_Z^2}\right)\left[\left(1-\langle\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}\rangle\frac{1}{\varepsilon_\nu}\right)-\frac{m_\nu^2}{4\varepsilon_\nu^2}\right]+$$
$$+\mu_\nu^0\frac{s_\nu\tilde{F}^{\mu\nu}p_\nu}{\varepsilon_\nu}, \quad (81)$$

$$\varepsilon_\nu \ll \frac{M_W^2}{T}, \quad m \ll T \ll M_W, \quad eH \ll m^2.$$

Первое слагаемое в фигурных скобках формулы (81) описывает взаимодействие плазменного вклада в АММ электронного нейтрино с внешним магнитным полем. Второе слагаемое, согласно используемой в литературе терминологии (см., например, [67]), является энергией взаимодействия индуцированного плазмой эффективного магнитного момента нейтрино с магнитным полем и не имеет никакого отношения к АММ нейтрино. Третье слагаемое представляет собой не зависящий от поля температурный сдвиг энергии поляризованного нейтрино в плазме. Наконец, последнее слагаемое в приведенной формуле описывает энергию взаимодействия вакуумного аномального магнитного момента нейтрино с магнитным полем.

Сравним плазменный вклад в АММ нейтрино в нейтральной плазме, определяемый формулой (33), с полной поправкой к вакуумному АММ нейтрино в слабом магнитном поле, которая приводится, например, в работе [28]. Согласно формуле (38) из работы [28],

$$\mu_\nu(B) = \mu_\nu^0 \left[1 - \frac{k}{2} + \frac{4}{3}\chi^2 \left(-\ln\chi - 3 + \frac{1}{3}\right)\right],$$
$$\chi = \frac{p_\perp H}{M_W H_W^0} \ll k = \left(\frac{m}{M_W}\right)^2 \ll 1, \tag{82}$$
$$H_W^0 = \frac{M_W^2}{e},$$

причем разложение магнитного момента нейтрино в вакууме по малому параметру k имеет вид [14,61,62]

$$\mu_\nu(0) = \mu_\nu^0 \left(1 - \frac{k}{2} + \ldots\right).$$

Поэтому имеем

$$\left|\frac{\Delta\mu}{\mu_\nu(B) - \mu_\nu^0}\right| \approx \frac{8}{9}\pi^2 \left(\frac{T}{m}\right)^2 \gg 1, \tag{83}$$

где $\Delta\mu$ определяется формулой (33), т. е. в слабом магнитном поле вклад релятивистской плазмы в АММ нейтрино существенно больше полевого вклада и вклада, обусловленного нелокальными эффектами слабого взаимодействия.

Полный сдвиг энергии электронного нейтрино в зарядово-асимметричной электрон-позитронной плазме определяется суммой вкладов нейтрального (формулы (42)–(46)) и заряженного слабого токов:

$$\begin{aligned}\Delta E_\nu = \frac{g^2 e(1 + C_A)}{4\varepsilon_\nu M_W^2} \Bigg\{ m_\nu \frac{s_\mu \tilde{F}^{\mu\nu} p_\nu}{\varepsilon_\nu} + \\ + (\mathbf{p}\cdot\mathbf{H})\left(1 - \langle\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}\rangle \frac{1}{\varepsilon_\nu}\right)\Bigg\} b(T,\mu) + \\ + \frac{G_F(1 + C_V)}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{\langle\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}\rangle}{\varepsilon_\nu}\right)[N_{e^-} - N_{e^+}] + \\ + \mu_\nu^0 \frac{s_\mu \tilde{F}^{\mu\nu} p_\nu}{\varepsilon_\nu}, \quad 2eH \ll \mu^2 - m^2, m^2.\end{aligned} \tag{84}$$

Интерпретация всех слагаемых в этой формуле такая же, как и соответствующих слагаемых формулы (81). Отметим только, что третье слагаемое в (84) представляет собой обобщение известной формулы Вольфенштейна на случай поляризованного массивного дираковского нейтрино.

Полный плазменный вклад в АММ электронного нейтрино определяется суммой вкладов заряженного и нейтрального слабого токов, задаваемых соответственно формулами (33), (34) и (47), (49) , а для мюонного и тау-нейтрино — вкладом только нейтрального тока, т. е. формулами (47) и (49).

Формулы (33), (34) и (49) для плазменного вклада в АММ нейтрино в относительно слабом магнитном поле согласуются с аналогичными результатами работ [40, 41]. В случае вырожденного электронного газа при выполнении условий (29) вклад (49) нейтрального тока в АММ электронного нейтрино отличается от вклада (34) заряженного тока множителем равным $-1/2$, а сумма этих вкладов совпадает с результатом (28) работы [40]. Формула (33) для АММ электронного нейтрино в нейтральной высокотемпературной плазме также находится в согласии с формулой (29) из работы [40].

Для безмассового левого нейтрино (антинейтрино) спин частицы всегда направлен против (вдоль) импульса, т. е.

$$\langle\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}\rangle \frac{1}{|\mathbf{p}|} = \mp 1. \tag{85}$$

Тогда из формул (81) и (84) для плазменного вклада в закон дисперсии безмассового нейтрино получаем следующие выражения:

$$\begin{aligned}\Delta E_\nu = \frac{g^2 e T^2}{12 M_W^4}(\mathbf{p}\cdot\mathbf{H}) - \\ - \frac{7\pi^2 g^2 \varepsilon_\nu T^4}{90 M_W^4}\left(1 + \frac{M_W^2}{2M_z^2}\right),\end{aligned} \tag{86}$$
$$\varepsilon_\nu \ll \frac{M_W^2}{T}, \quad m \ll T \ll M_W, \quad eH \ll m^2,$$

$$\begin{aligned}\Delta E_\nu = \frac{g^2 e(1 + C_A)(\mathbf{p}\cdot\mathbf{H})}{2\varepsilon_\nu M_W^2} b(T,\mu) + \\ + \sqrt{2}\, G_F(1 + C_V)\,[N_{e^-} - N_{e^+}].\end{aligned} \tag{87}$$

Результат (86) совпадает с результатами (13) и (4.11) соответственно работ [45] и [46], в которых рассматривался случай безмассового левого нейтрино, а формула (87) согласуется с соответствующими результатами (7) и (3.13), (3.14) указанных работ.

В случае поперечного к магнитному полю направления движения нейтрино, спин которого ориентирован вдоль или против направления магнитного поля, в формулах (81) и (84), полученных методом мнимого времени, следует положить

$$\mathbf{p}\cdot\mathbf{H} = 0, \quad \langle\sigma_z\rangle = \zeta = \pm 1, \quad \langle\sigma_x\rangle = \langle\sigma_y\rangle = 0,$$
$$\langle\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}\rangle = 0.$$

Тогда из полученных выше результатов следует, что, как и для электрона в квантовой электродинамике, вся зависящая от корреляции спина и магнитного поля часть полного сдвига энергии массивного нейтрино, поляризованного вдоль (против) поля и движущегося перпендикулярно полю, полностью совпадает с энергией взаимодействия АММ нейтрино с магнитным полем. Можно показать, что этот результат имеет общий характер и не зависит от рассматриваемого приближения.

В соответствии с недавними экспериментальными наблюдениями в рентгеновском диапазоне большой интерес представляют нерелятивистские стерильные нейтрино с массой около 5 кэВ [8–10,69,70]. Для описания их взаимодействия с веществом и внешними полями также могут представить интерес спиновые эффекты, рассмотренные в работе.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе в рамках минимально расширенной стандартной модели изучена зависимость закона дисперсии дираковского электронного нейтрино в замагниченной электрон-позитронной плазме от состояния поляризации и массы нейтрино. Исследование проведено в калибровке Фейнмана двумя основными методами конечно-температурной квантовой теории поля в интенсивном внешнем поле: методом временных функций Грина при конечной температуре и методом мацубаровских температурных функций Грина.

Найдены асимптотики вкладов заряженного и нейтрального слабого тока, а также диаграммы с заряженным скаляром, в полный сдвиг энергии нейтрино в релятивистской плазме в представлении мнимого времени в относительно слабом магнитном поле с точностью до слагаемых порядка $(M_W)^{-4}$ включительно. Нейтральный слабый ток не дает вклада в вакуумный АММ нейтрино, а также в полный сдвиг энергии нейтрино в нейтральной плазме. В заряженной плазме вклады, описываемые диаграммами с обменом W- и Z-бозоном, в АММ и в полный сдвиг энергии нейтрино одинаковы по порядку величин.

Показано, что в отличие от нейтрального слабого тока, вклад, описываемый диаграммой с заряженным скаляром, в сдвиг энергии и в АММ нейтрино отличен от нуля не только в заряженной, но и в нейтральной плазме. В слабом магнитном поле плазменный вклад, описываемый диаграммой с заряженным скаляром, в АММ нейтрино может превосходить полевую поправку к статическому значению вакуумного АММ нейтрино.

Для сдвига энергии нейтрино в вырожденном электронном газе получено обобщение формулы Вольфенштейна, содержащее зависимость от состояния поляризации и импульса массивного нейтрино.

Методом временных температурных функций Грина изучена зависимость закона дисперсии нейтрино от напряженности сверхсильного магнитного поля, состояния поляризации, направления движения нейтрино и параметров плазмы. Показано, что для нейтральной релятивистской плазмы в сверхсильном магнитном поле имеет место существенное увеличение полного сдвига энергии нейтрино по сравнению со свободным случаем. Установлено, что вся зависящая от корреляции спина и магнитного поля часть полного сдвига энергии массивного нейтрино, поляризованного вдоль (против) поля и движущегося перпендикулярно полю, полностью совпадает с энергией взаимодействия АММ нейтрино с внешним магнитным полем.

Показано, что плазменный вклад в энергию нейтрино, движущегося в релятивистской плазме, со спином, направленным вдоль магнитного поля, меньше его энергии в состоянии, в котором спин направлен против поля, как в сверхсильном, так и в слабом магнитном поле. Показано, что сдвиг энергии массивного дираковского нейтрино в среде зависит от ориентации его спина и в свободном случае, когда нет внешнего магнитного поля.

Плазменный вклад в АММ массивного дираковского нейтрино вычислен как в относительно слабом, так и в сверхсильном магнитном поле.

Таким образом, результаты настоящей работы обобщают и развивают выполненные ранее исследования полного сдвига энергии и АММ поляризованного массивного дираковского нейтрино в замагниченной плазме, а в предельных случаях согласуются с результатами работ, в которых рассматривается случай безмассового левого нейтрино.

Выражаю благодарность В. Ч. Жуковскому, А. В. Борисову, В. В. Соколову и А. И. Тернову за обсуждение результатов работы, а также рецензенту за сделанные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. G. Drexlin, V. Hannen, S. Mertens, and C. Weinheimer, Adv. High Energy Phys. **2013**, 293986 (2013).
2. F. Capozzi, G. L. Fogli, E. Lisi et al., Phys. Rev. D **89**, 093018 (2014).
3. G. G. Raffelt, *Stars as Laboratories for Fundamental Physics*, Univ. of Chicago Press, Chicago (1996).
4. R. N. Mohapatra and P. B. Pal, *Massive Neutrinos in Physics and Astrophysics*, World Sci., Lect. Notes Phys. **72** (2004).
5. A. K. Harding and D. Lai, Rep. Prog. Phys. **69**, 2631 (2006).

6. D. Grasso and H. R. Rubinstein, Phys. Rep. **348**, 163 (2001).

7. А. Д. Долгов, УФН **184**, 212 (2014).

8. A. Boyarsky, O. Ruchayskiy, and M. Shaposhnikov, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **59**, 191 (2009).

9. A. Kusenko, Phys. Rep. **481**, 1 (2009).

10. A. I. Ternov and P. A. Eminov, Phys. Rev. D **87**, 113001 (2013).

11. М. Б. Волошин, ЯФ **48**, 804 (1988).

12. N. F. Bell, Int. J. Mod. Phys. A **22**, 4891 (2007).

13. A. Aboubrahim, I. Tarek, A. Itani, and P. Nath, Phys. Rev. D **89**, 055009 (2014).

14. B. W. Lee and R. E. Shrock, Phys. Rev. D **16**, 1444 (1977).

15. K. Fujikawa and R. E. Shrock, Phys. Rev. Lett. **45**, 963 (1980).

16. М. Б. Волошин, М. И. Высоцкий, Л. Б. Окунь, ЖЭТФ **91**, 754 (1986).

17. L. Wolfenstein, Phys. Rev. D **17**, 2369 (1978).

18. L. Wolfenstein, Phys. Rev. D **20**, 2634 (1979).

19. С. П. Михеев, А. Ю. Смирнов, ЯФ **42**, 1441 (1986).

20. W. C. Haxton, R. G. Hamish Robertson, and A. M. Serenelli, Ann. Rev. Astron. Astrophys. **51**, 21 (2013).

21. А. В. Дербин, УФН **184**, 555 (2014).

22. Ф. Боум, П. Фогель, *Физика массивных нейтрино*, Мир, Москва (1990).

23. C. Broggini, C. Giunti, and A. I. Studenikin, Adv. High Energy Phys. (2012), **2012**, 459526 (2012).

24. А. В. Борисов, В. Ч. Жуковский, А. В. Курилин, А. И. Тернов, ЯФ **41**, 743 (1985).

25. E. Elizalde, E. J. Ferrer, and V. de la Incera, Ann. Phys. **295**, 33 (2002).

26. E. J. Ferrer and V. de la Incera, Int. J. Mod. Phys. A **19**(31), 5385 (2004).

27. A. V. Kuznetsov, N. V. Mikheev, G. G. Raffelt, and L. A. Vassilevskaya, Phys. Rev. D **73**, 023001 (2006).

28. А. В. Кузнецов, Н. В. Михеев, ЯФ **70**, 1299 (2007).

29. A. Erdas, Phys. Rev. D **80**, 113004 (2009).

30. J. F. Nieves, Phys. Rev. D **40**, 866 (1989).

31. J. F. Nieves and P. B. Pal, Phys. Rev. D **40**, 1693 (1989).

32. J. C. D'Olivo, J. F. Nieves, and P. B. Pal, Phys. Rev. D **40**, 3679 (1989).

33. T. K. Kuo and J. Pantaleone, Phys. Lett. B **246**, 144 (1990).

34. C. Giunti, C. W. Kim, and W. H. Lam, Phys. Rev. D **43**, 164 (1991).

35. S. Akhter, V. V. Skalozub, and S. A. Vilensky, Препринт, Инст. теор. физики им. Н. Н. Боголюбова НАН, Киев (1994).

36. В. Н. Ораевский, В. Б. Семикоз, Я. А. Смородинский, ЭЧАЯ **25**(2), 312 (1994).

37. В. Ч. Жуковский, А. В. Курилин, П. А. Эминов, Изв. вузов. Физика №12, с. 3 (1987).

38. В. Ч. Жуковский, Т. Л. Шония, П. А. Эминов, ЖЭТФ **104**, 3269 (1993).

39. П. А. Эминов, В. Ю. Гришина, Вестник МГУ, физика, астрон. №3, 62 (1997).

40. Р. А. Аникин, Н. В. Михеев, Е. Н. Нарынская, ЖЭТФ **137**, 1115 (2010).

41. Н. В. Михеев, Е. Н. Нарынская, ЯФ **73**, 2190 (2010).

42. В. Ю. Гришина, Дисс... канд. физ.-матем. наук, МГУ, Москва (1997).

43. D. Notzold and G. Raffelt, Nucl. Phys. B **307**, 924 (1988).

44. V. B. Semikoz and J. W. F. Valle, Nucl. Phys. B **425**, 651 (1994).

45. P. Elmfors, D. Grasso, and G. Raffelt, Nucl. Phys. B **479**, 3 (1996).

46. A. Erdas, C. W. Kim, and T. H. Lee, Phys. Rev. D **58**, 085016 (1998).

47. E. Elizalde, E. J. Ferrer, and V. de la Incera, Phys. Rev. D **70**, 043012 (2004).

48. A. B. Garcia, K. Bhattacharya, and S. Sahu, Mod. Phys. Lett. A **23**, 2771 (2008).

49. В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Квантовая электродинамика. Теоретическая физика*, т. IV, Физматлит, Москва (2002).

50. В. И. Ритус, *Сдвиг массы электрона в интенсивном поле. Проблемы квантовой электродинамики интенсивного поля*, Наука, Москва (1986), с. 52–120.

51. В. Н. Байер, В. М. Катков, В. С. Фадин, *Излучение релятивистских электронов*, Атомиздат, Москва (1973).

52. А. В. Борисов, А. С. Вшивцев, В. Ч. Жуковский, П. А. Эминов, УФН **167**, 241 (1997).

53. А. А. Соколов, И. М. Тернов, *Релятивистский элект рон*, Наука, Москва (1983).

54. А. А. Добрынина, Н. В. Михеев, ЖЭТФ **145**, 65 (2014).

55. T. Matsubara, Progr. Theor. Phys. **14**, 351 (1955).

56. Е. С. Фрадкин, *Метод функций Грина в теории квантованных полей и в квантовой статистике. Квантовая теория поля и гидродинамика*, Наука, Москва (1965), с. 7–138.

57. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Статистическая физика*, т. 9, ч. 2, Наука, Москва (1978).

58. И. М. Тернов, В. Ч. Жуковский, А. В. Борисов, *Квантовые процессы в сильном внешнем поле*, Изд-во МГУ, Москва (1989).

59. В. Ч. Жуковский, П. Г. Мидодашвили, П. А. Эминов, Вестник МГУ, физика, астрон. **26**(3), 12 (1985).

60. Е. С. Фрадкин, ДАН СССР **125**, 311 (1959).

61. M. Dvornikov and A. Studenikin, Phys. Rev. D **69**, 073001 (2004).

62. A. A. Dobrynina, N. V. Mikheev, and E. N. Narynskaya, Int. J. Mod. Phys. A **27**(28), 1250167 (2012).

63. И. М. Тернов, В. Ч. Жуковский, П. Г. Мидодашвили, П. А. Эминов, ЯФ **43**, 764 (1986).

64. В. Ч. Жуковский, Т. Л. Шония, П. А. Эминов, ЯФ **57**, 1437 (1994).

65. А. И. Тернов, П. А. Эминов, ЭЧАЯ **45**, 670 (2014).

66. A. E. Lobanov, Phys. Lett. B **619**, 136 (2005).

67. A. I. Studenikin and A. I. Ternov, Phys. Lett. B **608**, 107 (2005).

68. А. Е. Шабад, *Поляризация вакуума и квантового релятивистского газа во внешнем магнитном поле. Поляризационные эффекты во внешних калибровочных полях*, Наука, Москва (1988), с. 5–152.

69. S. Ando and A. Kusenko, Phys. Rev. D **81**, 113006 (2010).

70. A. A. Dobrynina, N. V. Mikheev, and G. G. Raffelt, Phys. Rev. D **90**, 113015 (2014).