

ПОВОРОТ ПУЧКА ЧАСТИЦ С ЭНЕРГИЕЙ ОКОЛО 1 ГэВ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬЮ ТОНКИХ КРИСТАЛЛОВ, РАСПОЛОЖЕННЫХ ВЕЕРОМ

Г. И. Бритвич, В. А. Маишеев, Ю. А. Чесноков*, П. Н. Чирков

Институт физики высоких энергий, Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт»
142281, Протвино, Россия

Поступила в редакцию 27 апреля 2016 г.

Проведены теоретические и экспериментальные исследования отклонения пучка заряженных частиц с энергией 1 ГэВ системой, состоящей из нескольких веерно ориентированных тонких кристаллических пластинок кремния. Создана программа численного моделирования прохождения пучка частиц через веерную кристаллическую систему. В эксперименте на протонном пучке У-70 частицы отклонялись такой системой на угол свыше 1 мрад. Таким образом, продемонстрирован новый способ поворота пучка частиц, перспективный для организации медицинских пучков на ускорителях.

DOI: 10.7868/S0044451016100060

1. ВВЕДЕНИЕ

Явление отклонения пучка заряженных частиц в изогнутом кристалле хорошо исследовано и успешно применяется на ускорителях для вывода и коллимации частиц при энергиях 10 ГэВ и выше (см., например, [1–3]). Однако задача отклонения и вывода частиц с энергиями не более 1 ГэВ представляет большой практический интерес, например, для получения ультрастабильных пучков малого эмиттанса для медицинских и биологических применений. В этом случае существует серьезная проблема при создании отклоняющих устройств для низких энергий, которая связана с небольшим размером изогнутых кристаллических образцов. Эффективность отклонения частиц определяется отношением критического угла каналирования θ_L к расходимости пучка $\pm\Delta\theta$ и убывает экспоненциально с длиной кристалла L_{cr} :

$$\text{Eff} \sim \frac{\theta_L}{\Delta\theta} \exp\left(-\frac{L_{cr}}{L_d}\right),$$

где характерный параметр L_d , называемый длиной деканалирования, является относительно маленьким для низкой энергии. Например, для $E_{kin} = 500$ МэВ мы имеем $\theta_L = 0.24$ мрад и $L_d = 0.4$ мм.

С обычным изогнутым кристаллом (длиной приблизительно 1 мм) только 10-процентная эффективность отклонения была достигнута для частиц с энергией 0.5 ГэВ [4] на выведенном пучке.

Еще большие проблемы возникают в задаче вывода циркулирующего пучка из кольцевого ускорителя, поскольку здесь требуются значительные поперечные размеры кристалла, превышающие его длину. При этом угол изгиба кристалла должен быть больше 1 мрад, чтобы отклоненный пучок хорошо отделялся от циркулирующего. Потенциальным подходящим средством в этом случае могут быть изогнутые кристаллы квазимозаичного типа [5], или тонкие плоские кристаллы [6–9], но в обоих этих случаях необходимо увеличить угол отклонения частиц в несколько раз.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ПРЕДЛАГАЕМОГО МЕТОДА ПОВОРОТА ПУЧКА ВЕЕРНОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬЮ КРИСТАЛЛОВ

В этой статье мы предлагаем новую кристаллическую технику, которая может эффективно работать в широком интервале энергий и особенно перспективна для энергий ниже 1 ГэВ. Способ основан на «отражении» частиц на очень тонких прямых кристаллических пластинах, развернутых по-добно вееру (рис. 1). В этой последовательности со-

* E-mail: Yury.Chesnokov@ihep.ru

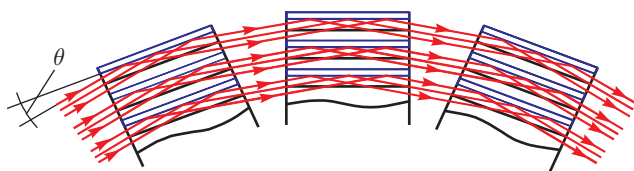


Рис. 1. Схема веерной системы

седние кристаллы развернуты на угол, равный углу поворота пучка одной тонкой пластиной.

Достоинство использования именно тонких прямых кристаллов для поворота частиц пучка с малой кинетической энергией (менее 1 ГэВ) состоит, прежде всего, в их малой по ходу пучка длине, что уменьшает величину ядерных взаимодействий заряженных частиц с ядрами кристалла. Выведенные и отклоненные пучки частиц с такой энергией важны для исследований в медицинских и биологических приложениях.

Иногда делаются упрощенные оценки движения каналированных частиц в кристалле в предположении параболического межплоскостного потенциала. Реально же в кристаллах частицы движутся в электрических полях, которые при разных ориентациях кристалла относительно пучка можно аппроксимировать плоскостными нелинейными потенциалами. В данном случае задача сводится к исследованию динамики частиц в нелинейных полях кристалла. Численное моделирование процессов поворота пучка и прохождения через систему тонких прямых кристаллических пластинок лучше проводить с использованием метода Рунге–Кутты четвертого порядка с адаптивным размером шага интегрирования при решении нелинейных дифференциальных уравнений. Такое численное моделирование позволит создать оптимальную и практически реализуемую систему из веерно ориентированных кристаллических пластинок.

Чтобы описать движение частиц в нелинейном поле прямого кристалла, необходимо знать электрическое поле или распределение потенциала между кристаллографическими плоскостями. Такое поле (или потенциал) находится аналитически на основе соотношений для поля атома в модели Мольер или, более точно, на основе аппроксимации соответствующих данных, полученных в результате рентгеновских измерений. Часто вместо точного представления электрического поля (или потенциала) используются их упрощения (так называемые модельные потенциалы) с помощью достаточно простых функций. Недостаток такого рассмотрения заключается

в том, что невозможно описать достаточно хорошо простыми функциями плоскостные поля в согласии с расчетами по модели Мольер или другой реалистичной модели атома. Другой подход использован в работе [10], где поле представлялось в виде ряда Фурье, и было показано, что плоскостные потенциалы поля монокристаллов можно описать полиномами достаточно высокой степени, которые практически (ошибка около 1% для полинома 14-й степени) не отличаются от исходных точных представлений.

Очевидно, что потенциал в центральной части между кристаллическими плоскостями имеет параболическую форму, но вблизи плоскостей он сильно нелинеен, так как должен обеспечивать нулевое электрическое поле на кристаллических плоскостях в силу одинаковости плоскостных каналов. Кроме того, для каналированных частиц, совершающих периодическое движение в такой нелинейной межплоскостной потенциальной яме с большими амплитудами, замкнутые фазовые траектории которых близки к сепаратрисе, отделяющей каналированные частицы от надбарьерных, нахождение точного решения уравнений движения с помощью асимптотических методов нелинейных колебаний [11] (и использованных в [10, 12]) затруднительно. Поэтому в данной работе используются результаты численного моделирования движения частиц в таких кристаллах.

2.1. Движение протонов в кремниевом кристалле с ориентацией (011)

Движение заряженной релятивистской частицы в межплоскостном электрическом поле D монокристалла можно описать с помощью системы уравнений

$$\frac{E}{c^2} \frac{d^2 x}{dt^2} = eD(x), \quad \frac{d^2 y}{dt^2} = 0, \quad \frac{ds}{dt} \approx c\beta,$$

где x, y, s — декартовы координаты частицы (электрическое поле D направлено вдоль оси x); E, e, β — соответственно полная энергия, заряд и относительная к скорости света c продольная скорость частицы; t — время. При определенных начальных условиях эти уравнения описывают движение частицы как в режиме каналирования, так и в надбарьерном режиме. В этом случае первое уравнение описывает периодическое движение вдоль координаты s . Из приведенных уравнений видно, что задача о нахождении траектории частицы в трехмерном пространстве сводится к нахождению функции $x(s)$.

Межплоскостной потенциал рассчитан при комнатной температуре для кремния, как описано в ра-

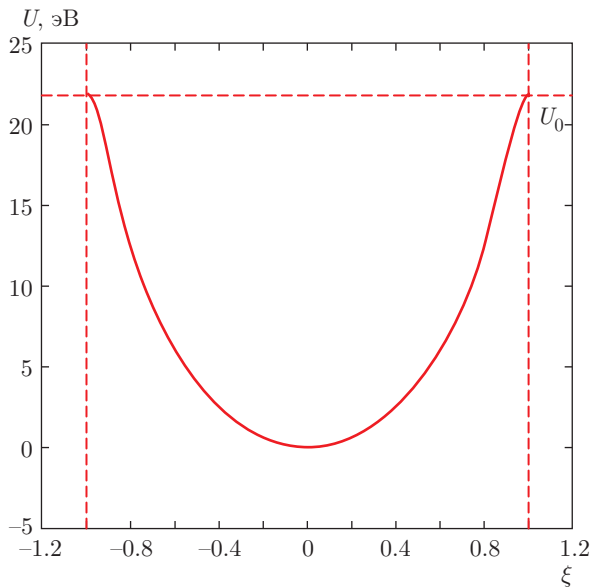


Рис. 2. Межплоскостной потенциал в прямом кристалле Si (плоскость (011))

боте [10]. Таким образом, межплоскостной потенциал взаимодействия заряженной частицы (протона) в прямом кристалле определяется выражением

$$U(\xi) = -\frac{d}{2} \sum_{k=1}^7 \frac{\alpha_k}{2k} \xi^{2k}, \quad (1)$$

где $\xi = x/(d/2)$ — нормированная межплоскостная координата, $\xi \in [-1, +1]$; $d = 1.92 \text{ \AA}$ — межплоскостное расстояние в канале (011); $\alpha = [\text{эВ}/\text{Å}] = (-32.21, 13.86, -443.78, 2340.52, -5315.05, 4811.79, -1375.13)$; такие значения α_k обеспечивают $dU/d\xi = 0$ при $\xi = \pm 1$. Зависимость $U(\xi)$ приведена на рис. 2, где $U_0 = 21.873 \text{ эВ}$ — так называемый уровень потенциального барьера.

Поскольку длина L_{cr} каждой прямой кристаллической пластины одна и та же и нас интересуют только распределения частиц на фазовой плоскости на входе и выходе каждой пластины, от независимой переменной t лучше перейти к продольной координате s , они связаны соотношением $s \approx c\beta t$. Тогда уравнение движения в потенциале (1) принимает вид

$$\frac{d^2\xi}{ds^2} = -\frac{d}{d\xi} \tilde{U}(\xi), \quad \tilde{U}(\xi) = \kappa_0^2 \sum_{j=1}^7 \frac{C_j}{2j} \xi^{2j-1}, \quad (2)$$

где $C_j = \alpha_j/\alpha_1$, причем $C_1 = 1$;

$$\kappa_0 = \sqrt{-\frac{2}{d} \frac{\alpha_1}{E\beta^2}} = \frac{2\pi}{\lambda_0},$$

λ_0 — длина волны колебаний с предельно малой (нулевой) амплитудой. От уравнения (2) перейдем к уравнениям первого порядка с каноническими переменными p и ξ с гамильтонианом \mathcal{H} :

$$\frac{d\xi}{ds} = p, \quad \frac{dp}{ds} = -\frac{d}{d\xi} \tilde{U}(\xi), \quad (3a)$$

$$\mathcal{H}(p, \xi) = \frac{p^2}{2} + \tilde{U}(\xi). \quad (3b)$$

Отсюда на фазовой плоскости $\{p, \xi\}$ уравнение сепаратрисы, отделяющей каналированные частицы от надбарьерных, определяется выражением

$$p_s(\xi) = \pm \sqrt{2(\tilde{U}(1) - \tilde{U}(\xi))}.$$

Каналированное движение возможно для частиц, попадающих в область, охваченную сепаратрисой при $|p| < p_s(0) \equiv \theta_L/(d/2)$, где $\theta_L \approx 171.689$ мкрад — угол Линдхарда в кремниевом кристалле при ориентации (011) и кинетической энергии протона 1 ГэВ. Отметим, что надбарьерные частицы, выходящие из данного межплоскостного канала при движении в кристалле, замещаются аналогичными частицами из соседних каналов.

2.2. Движение в кристалле с параболическим межплоскостным потенциалом

Рассмотрим движение в кристалле с упрощенной моделью межплоскостного параболического потенциала, т. е. когда $\tilde{U}_h(\xi) = \kappa_0^2 C_1 \xi^2/2$. Нетрудно видеть, что в этом случае при прохождении прямого кристалла определенной длины имеет место поворот части пучка частиц, т. е. происходит как бы «отражение» части частиц пучка, попавших в режим каналирования (см. рис. 3a). Такое идеальное «отражение» возможно только при длине L_{cr} кристаллической пластины точно равной полупцелому числу длин волн, т. е.

$$L_{cr} = (n + \Delta n)\lambda_0, \quad \Delta n = 1/2.$$

Важно отметить, что в параболическом межплоскостном потенциале период движения один и тот же у всех каналированных частиц независимо от амплитуды колебаний. Частицы пучка, входящие в кристаллическую пластинку и попадающие на фазовой плоскости $\{p, \xi\}$ в область, охваченную сепаратрисой, совершают колебательное, каналированное движение. Предполагаем, что на входе в кристалл распределение пучка по координате x , т. е. по

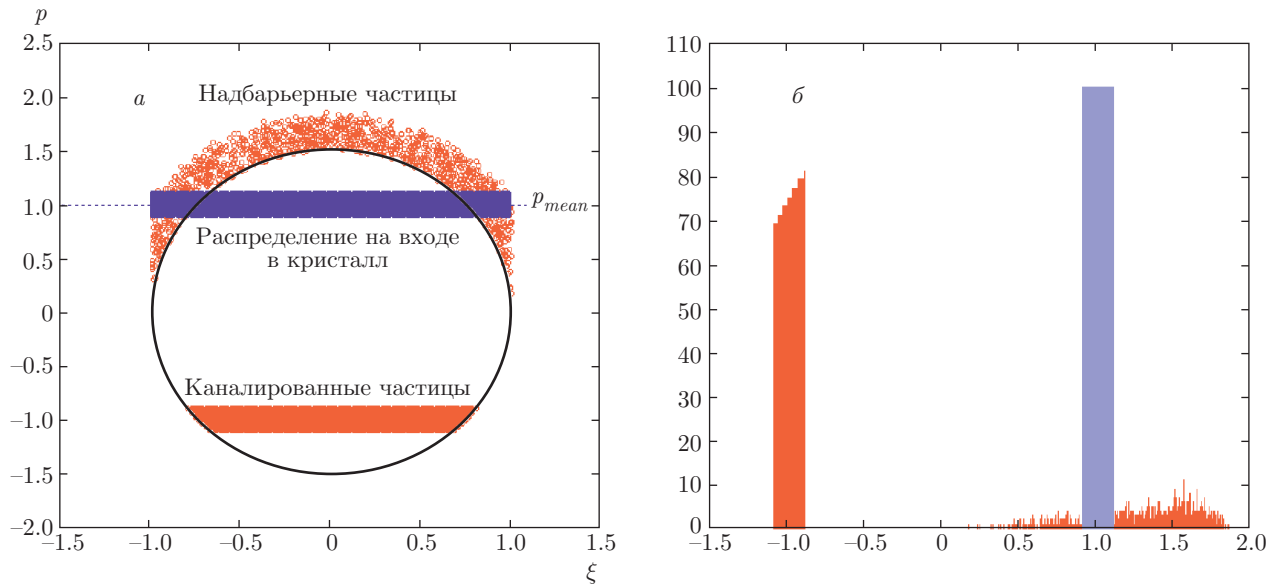


Рис. 3. (В цвете онлайн) *а*) Фазовая плоскость (p, ξ) пучка с параметрами $\delta = 0.1/\text{мкм}$ и $p_{mean} = 1/\text{мкм}$ на входе в кристалл (синие точки) и на выходе из кристалла (красные точки), сплошная черная кривая — сепаратриса; *б*) угловое распределение пучка частиц на входе (синие точки) и гистограмма углового распределения пучка по p (красные точки) на выходе кристалла

канонической переменной ξ , равномерно, а распределение по канонической переменной p равномерно в относительно узком интервале 2δ , т.е. $-\delta \leq p - p_{mean} \leq \delta$. Таким образом, часть частиц такого пучка, попавших в режим каналирования при угле входа в кристалл $\bar{\theta} = p_{mean}(d/2)$, выйдет из кристалла под углами $-\bar{\theta}$. Полный поворот каналированных частиц при прохождении одного такого кристалла с параболическим потенциалом равен $2\bar{\theta}$. С одной стороны, число частиц, попадающих в режим каналирования, уменьшается при $\bar{\theta} \rightarrow \theta_L$, а с другой — полный угол поворота пучка при прохождении кристалла увеличивается до $2\theta_L$. Выбор $\bar{\theta}$ зависит от конструкции веерной системы и будет сделан далее при рассмотрении кристаллических пластинок с реальным нелинейным межплоскостным потенциалом. На рис. 3а в качестве примера приведена фазовая плоскость $\{p, \xi\}$ пучка и показана гистограмма углового распределения $M = 5100$ частиц пучка с $\delta = 0.1/\text{мкм}$, $p_{mean} = 1/\text{мкм}$, $n = 100$ и при кинетической энергии частиц $E_{kin} = 1$ ГэВ. Синие точки соответствуют входу в кристалл, а красные точки соответствуют выходу из кристалла, p — ордината в единицах мкм^{-1} , ξ — абсцисса. На рис. 3б показаны угловое распределение пучка по канонической переменной p на входе и гистограмма углового распределения пучка на выходе из кристалла с параболическим потенциалом.

2.3. Движение в кристалле с реальным межплоскостным потенциалом и в веерной системе кристаллов

В кристалле с реальным нелинейным потенциалом (1) движение каналированных частиц намного сложнее, чем в кристалле с параболическим потенциалом. Для этого случая при $E_{kin} = 1$ ГэВ на рис. 4 при тех же входных параметрах пучка (δ и p_{mean}) показаны фазовая плоскость и гистограмма, как на рис. 3. В этом случае из-за нелинейного характера потенциала (1) и, как следствие, зависимости периода от величины амплитуды колебаний существенная доля каналированных частиц пучка отклоняется на угол, противоположный входному углу пучка $\bar{\theta} = p_{mean}d/2 = 96$ мкрад, если длина кристалла при $p_{mean} = 1/\text{мкм}$ определяется следующими параметрами кристалла: $n = 1$ и $\Delta n \approx 0.3937$.

Из проделанного моделирования прохождения пучка через один реальный кристалл можем получить отклонение пучка на угол $2\bar{\theta}$. Если веерная система состоит из N одинаковых кристаллических пластинок, повернутых друг относительно друга на угол β , то одинаковый угол поворота каждым кристаллом обеспечивается при $\bar{\theta} = \beta/2$. Число каналированных частиц в выводе после каждой последующей кристаллической пластинки определяем по-прежнему в интервале $\Delta = d\delta = 19.2$ мкрад.

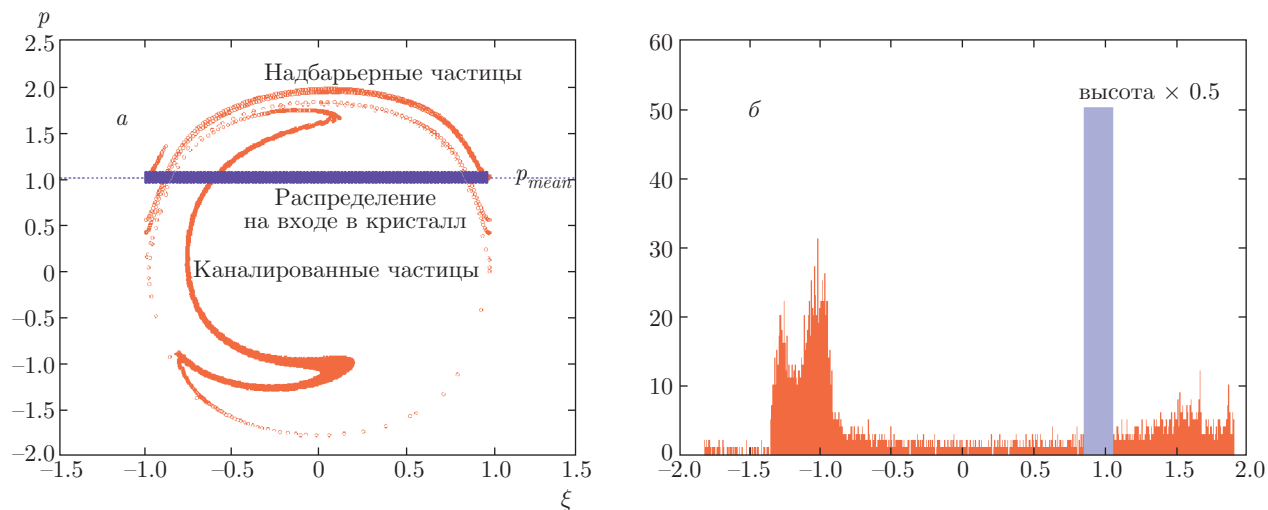


Рис. 4. (В цвете онлайн) а) Фазовая плоскость (p, ξ) пучка на входе в кристалл (синие точки) и на выходе из кристалла (красные точки), черная линия — сепаратриса; б) угловое распределение пучка на входе (синий цвет) и гистограмма углового распределения пучка на выходе (красный цвет) кристалла

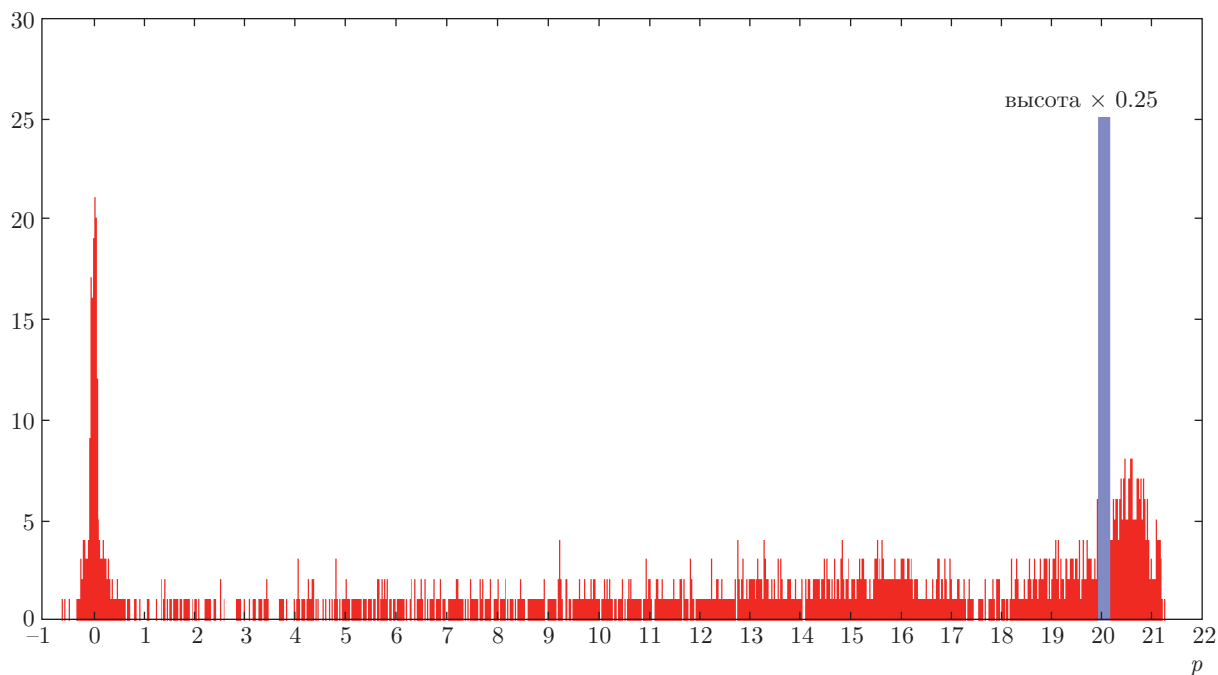


Рис. 5. Гистограмма углового распределения частиц пучка при прохождении веерной системы кристаллических пластинок с $\beta = 192$ мкрад, т. е. $p_{mean} = 1/\text{мкм}$, состоящей из $N = 10$ пластинок

Таблица

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\eta, \%$	31.5	26.0	25.0	23.4	21.8	20.1	19.8	18.7	18.1	17.5

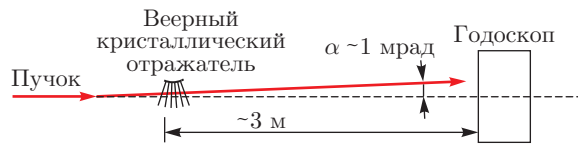


Рис. 6. Схема опыта по отклонению пучка веерным кристаллическим отражателем

На рис. 5 показана гистограмма углового распределения частиц пучка при прохождении веерной системы кристаллических пластинок с $\beta = 192$ мрад, т. е. $p_{mean} = 1/\text{мкм}$, состоящей из $N = 10$ пластинок. Полный угол поворота пучка составит $\vartheta = N\beta = 1.920$ мрад и число выведенных каналированных на этот угол частиц пучка в интервале Δ составит около 17.5%. Отсчет углов (т. е. p) частиц ведется от направления вывода десятой кристаллической пластинки. Доля η каналированных частиц из M в выводе после каждой последующей кристаллической пластинки $k \in 1, \dots, N$ показана в таблице.

3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ОТКЛОНЕНИЯ ПУЧКА ПРОТОНОВ ВЕЕРНОЙ КРИСТАЛЛИЧЕСКОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬЮ

Были получены первые данные по управлению траекториями частиц пучка 1.3 ГэВ (это минимальная энергия частиц в ускорителе У-70, достигаемая на плато инжекции) при однократном прохождении через веерную последовательность кристаллов. Необходимое оборудование было реализовано в канале 25 ускорителя У-70 (рис. 6).

Пучок протонов с расходимостью около 0.2 мрад наводился на кристаллическое устройство, расположенное в дистанционно-управляемом гониометре. Эффект отклонения регистрировался сцинтилляционным годоскопом с шагом 1 мм. Ожидаемое смещение пучка составляло 5.6 мм при кратном отражении на 10 кристаллах.

В качестве веерного отражателя использовалась конструкция, состоящая из десяти отдельных кристаллических пластинок с кристаллографической ориентацией (110) вдоль пучка, которые юстировались специальными винтами для придания нужного разворота 0.2 мрад (рис. 7). По оптическим измерениям угол между соседними пластинами был равен (0.2 ± 0.05) мрад.

На рис. 8 представлен результат опыта — смещение центра тяжести пучка в зависимости от ориен-

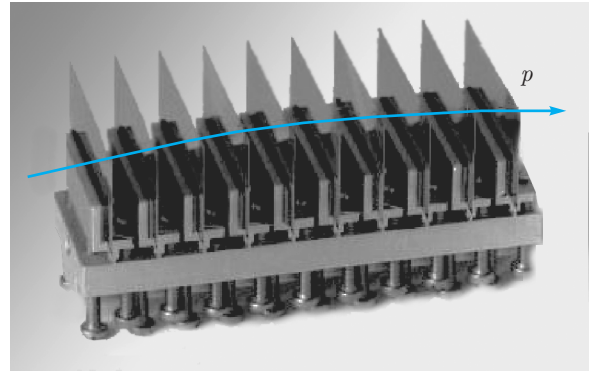


Рис. 7. Конструкция веерного отражателя, выполненная из отдельных пластинок

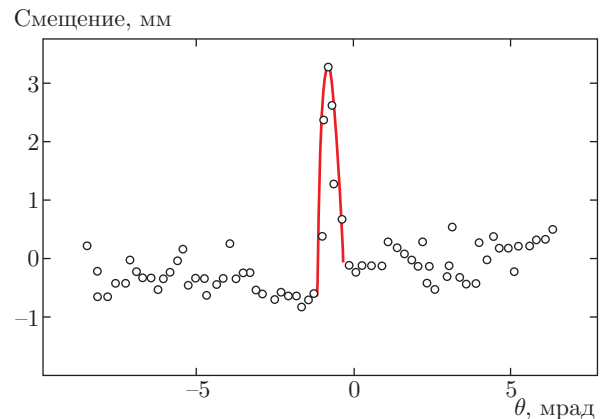


Рис. 8. Смещение центра пучка в зависимости от угла вращения кристалла

тации кристалла относительно направления пучка. Зона смещения пучка в результате кратного отражения соответствует углам вращения кристалла в диапазоне 1 мрад, а максимальное отклонение равно 3.5 мм (соответствующее значение угла поворота пучка равно при этом 1.2 мрад). Это несколько ниже ожидаемого, но уже достаточно для практического применения. Уменьшение угла отклонения частиц в полтора раза в сравнении с теорией может объясняться неидеальностью кристаллического прибора и значительной расходимостью падающего пучка. В дальнейшем планируется усилить оптический контроль при юстировке кремниевых пластин и уменьшить расходимость пучка.

Таким образом, показана практическая значимость метода, так как выведенный этим способом пучок из ускорителя можно использовать для физических исследований и медицины.

Работа поддержана Дирекцией ГНЦ ИФВЭ и РФФИ (грант № 5-02-00639).

ЛИТЕРАТУРА

1. V. M. Biryukov, Yu. A. Chesnokov, and V. I. Kotov, *Crystal Channeling and Its Application at High-Energy Accelerators*, Springer, Berlin (1997).
2. W. Scandale, D. Still, A. Carnera et al., Phys. Rev. Lett. **98**, 154801 (2007).
3. N. V. Mokhov, G. Annala, A. Aryan et al., FERMILAB-CONF-09-173-APC, Apr. 2009. 4pp. Presented at Particle Accelerator Conference, Vancouver, BC, Canada, 4–8 May (2009).
4. S. Bellucci, S. Balasubramanian, A. Grilli et al., Nucl. Instr. Meth. B **252**, 3 (2006).
5. Ю. М. Иванов, А. А. Петрунин, В. В. Скоробогатов, Письма в ЖЭТФ **81**, 129 (2005).
6. A. Taratin, E. Tsyganov, M. Bavizhev et al., SSCL-545 (1991).
7. S. Strokov, T. Takahashi, I. Endo et al., Nucl. Instr. Meth. B **252**, 16 (2006).
8. V. Guidi, A. Mazzolari, D. De Salvador, and L. Bacci, Phys. Rev. Lett. **108**, 014801 (2012).
9. Y. Takabayashi, Y. L. Pivovarov, and T. A. Tikhfatuullin, Phys. Lett. B **453**, 1520 (2015).
10. V. A. Maisheev, *Model-independent Description of Planar Channeling at High Energies*, NIM B 119, 42 (1996).
11. N. N. Bogoliubov and Yu. A. Mitropolskii, *Asymptotic Methods in Theory of Nonlinear Oscillations*, Gordon and Breach, New York (1962).
12. S. Bellucci and V. A. Maisheev, *Calculation of Intensity of Radiation in Crystal Undulator*, NIM B 252 (2006).